混沌系工学特論 #2

情報科学研究科　井上純一

URL : http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/

平成16年11月1日　第2回講義

クロストークと想起パターンの安定性評価

$$\vec{x}^{u} = (x_1^u, \ldots, x_N^u)$$ ：想起パターンが安定である条件は

$$x_i^u = \mathrm{sgn}(h_i^u)$$

シグナル

$$h_i^u = \frac{1}{N}\sum_j \sum_m x_i^m x_j^m x_j^u = x_i^u + \underbrace{\frac{1}{N}\sum_j \sum_{m \neq u} x_i^m x_j^m x_j^u}_{\text{クロストーク・ノイズ}}$$

無視できる

パターン数がオーダ1の場合 $$\frac{1}{N}\sum_j \sum_{m \neq u} x_i^m x_j^m x_j^u \sim \mathrm{O}\left(\frac{\sqrt{N}}{N}\right) \sim \mathrm{O}\left(1/\sqrt{N}\right)$$

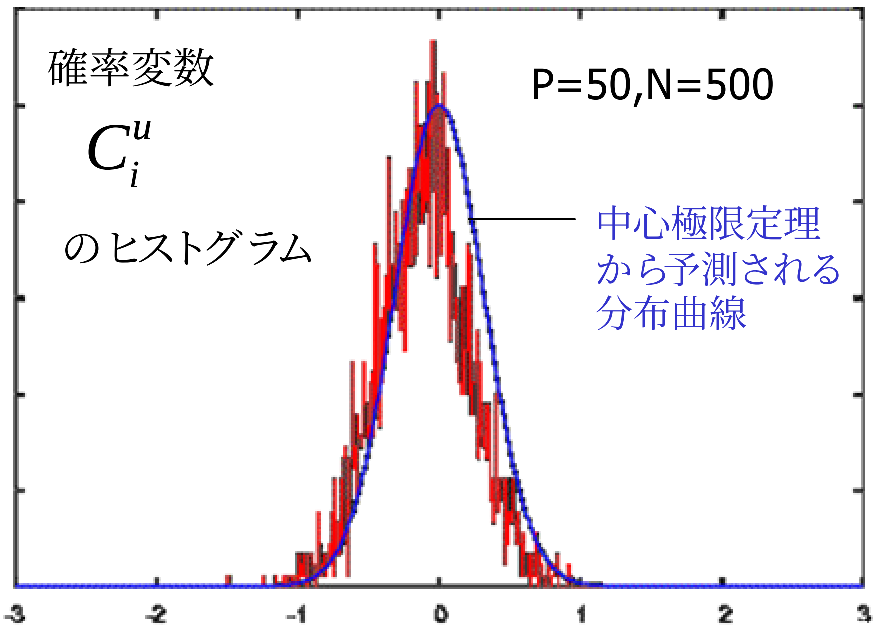
パターン数がオーダNの場合 $$\frac{1}{N}\sum_j \sum_{m \neq u} x_i^m x_j^m x_j^u \sim \mathrm{O}\left(\frac{\sqrt{pN}}{N}\right) \sim \mathrm{O}(1)$$

シグナルと同じオーダで
無視できない！

クロストークの統計的性質

$$h_i^u = x_i^u\{1+(x_i^u/N)\sum_j\sum_{m\neq u}x_i^m x_j^m x_j^u\} = x_i^u(1-C_i^u)$$

これが1より大きければ
不安定



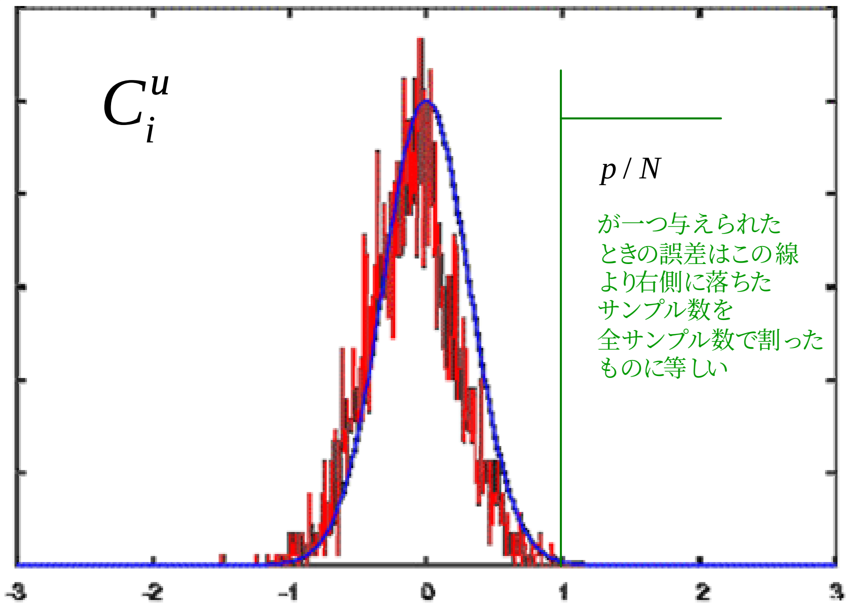
右分布の確率変数が

$$C_i^u > 1$$

を満たす部分の面積が想起に
失敗する確率を与える

C_i^u の従う分布が分かれば
失敗する確率が解析的に
評価できる

クロストークのガウス性



$x = C_i^u$ は

平均ゼロ 分散 $s^2 = p/N$

のガウス分布に従う

回路網の想起誤り率は

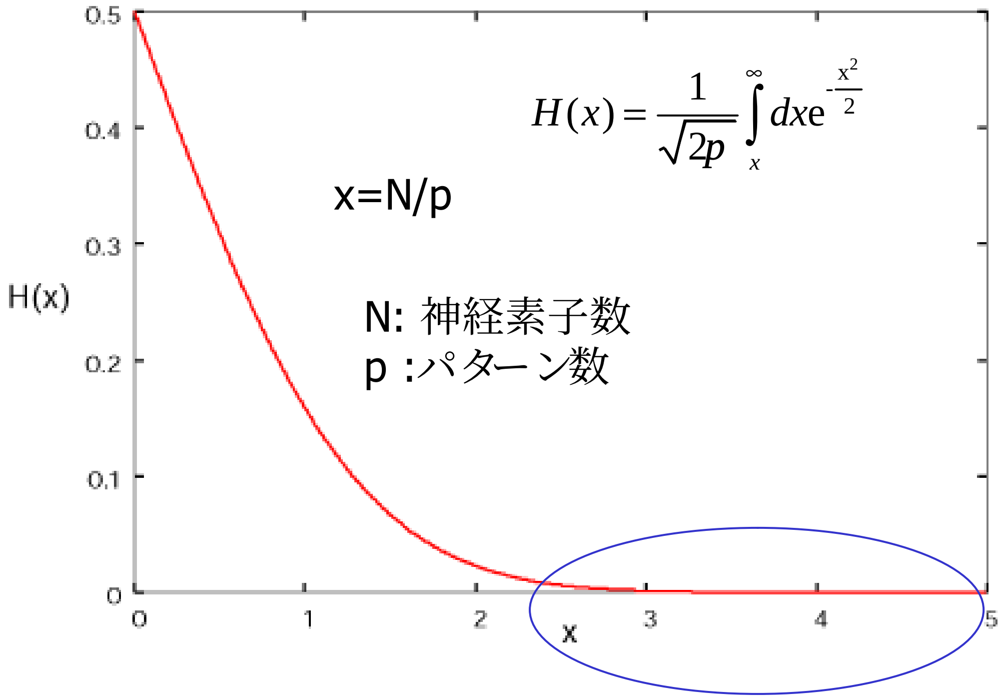
P_{error} を一つ与えると、その誤差以内で想起が成功するパターン数は右の方程式の解として与えられる

$$P_{error} = \frac{1}{\sqrt{2p\,s}} \int_1^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2s^2}} dx = H\left(\sqrt{\frac{N}{p}}\right)$$

当然Nとpに依存している

記憶容量の評価

後に見る統計力学的な評価で見積もられる値



P_{error}	$p_{\max} / N$
0.001	0.105
0.036	0.138
0.01	0.185
0.05	0.37
0.1	0.61

神経素子数に比べて
圧倒的にパターン数が少なければ
誤り率は限りなくゼロに近づく

非対称結合の回路網

非対称Hebb則から得られる時系列

今までわかったこと：パーセプトロンをHebb則でつなげると連想記憶が実現できる

$$w_{ij} = \frac{1}{N}\sum_m x_i^m x_j^m$$

添え字を交換しても不変であるから
対称結合

結合の対称性を破り

$$w_{ij} = \frac{1}{N}\sum_m x_i^{m+1} x_j^m$$

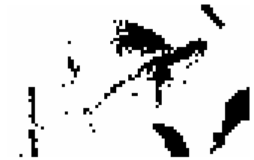
もはや添え字の交換に対して
不変ではない

としたら、回路網の動作特性はどのように変わるか？

計算機シミュレーション#1

パターン1

パターン2

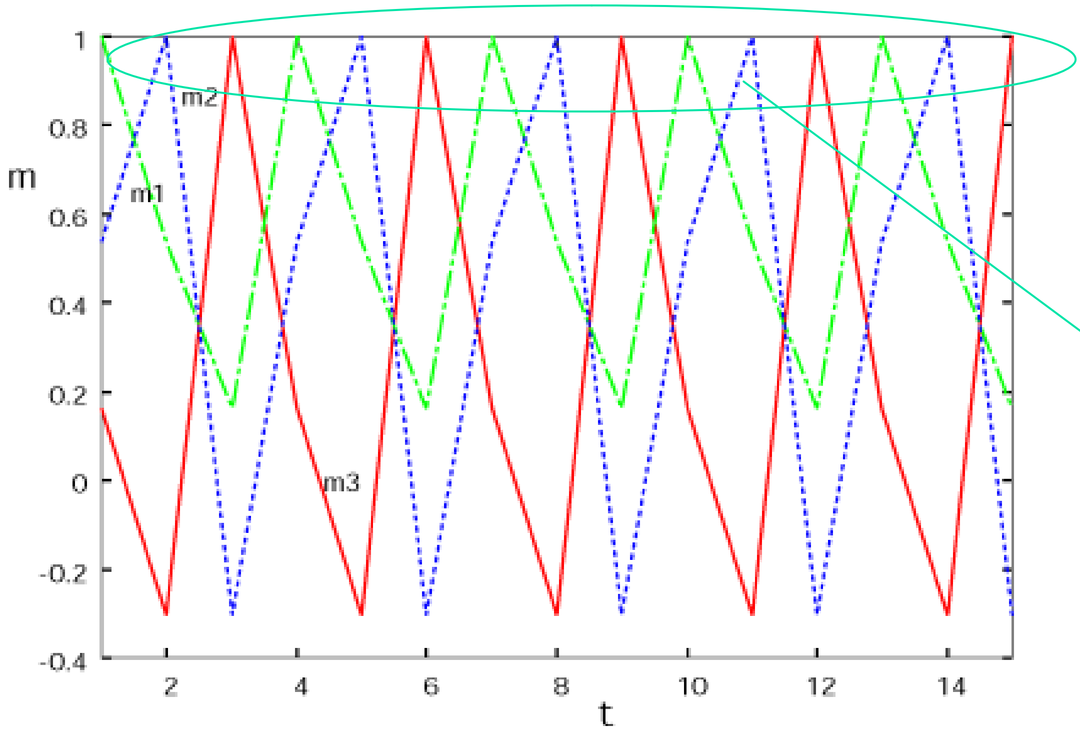


パターン3

$$m_1(t) = \frac{1}{N}\sum_j x_j^1 S_j(t)$$

$$m_2(t) = \frac{1}{N}\sum_j x_j^2 S_j(t)$$

$$m_3(t) = \frac{1}{N}\sum_j x_j^3 S_j(t)$$

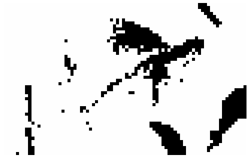


パターン1, 2, 3が交互に
現れる　：リミットサイクル

計算機シミュレーション#2

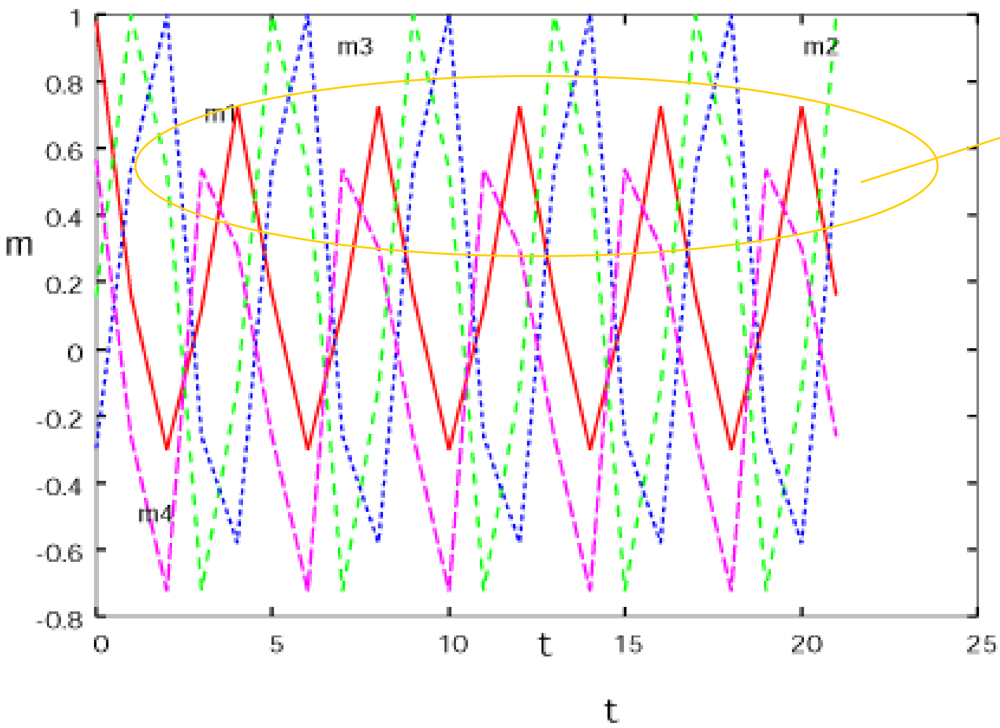
パターン1

パターン2



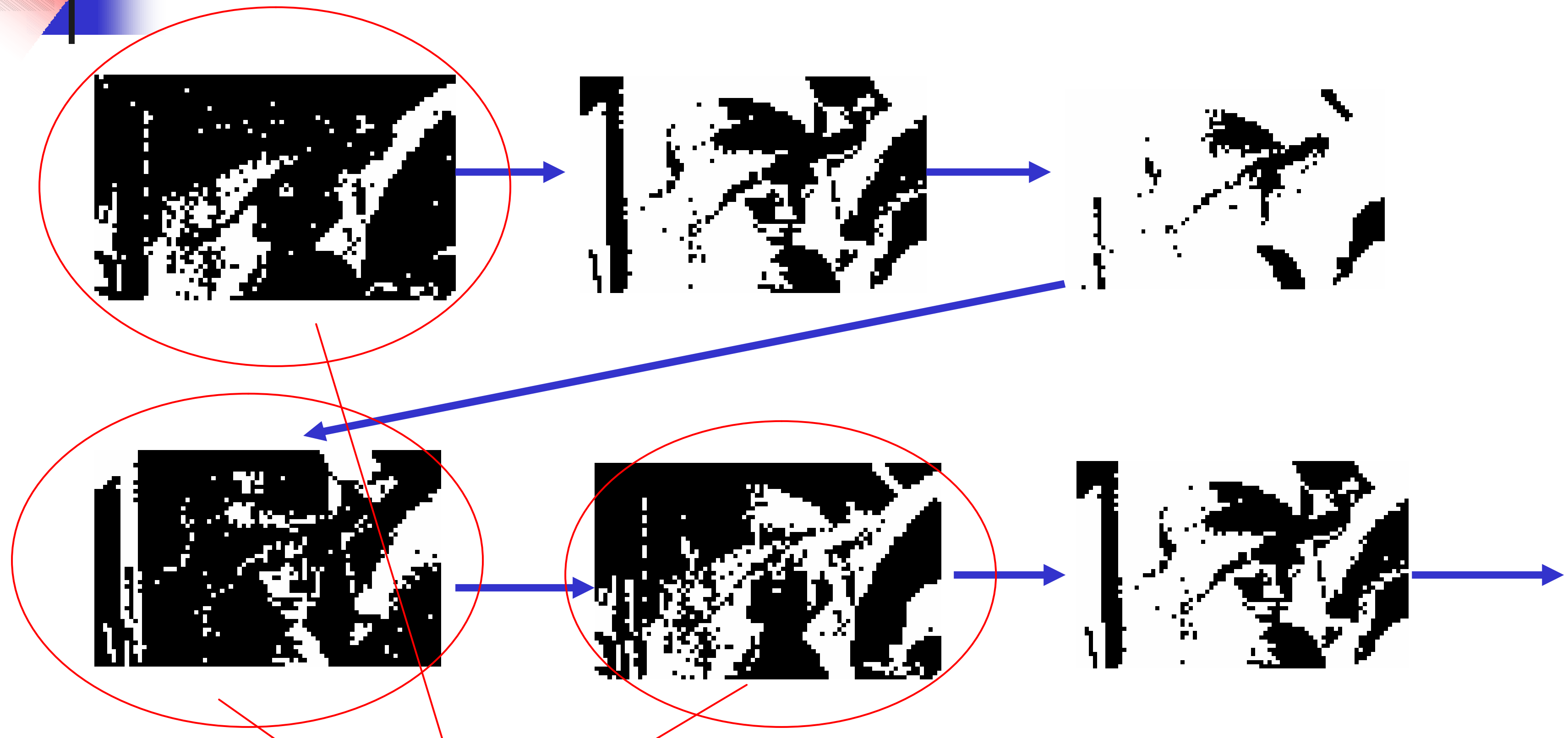
パターン3

パターン4



周期的な運動をしてはいるが
パターン1とパターン4に
かんしては完全に想起され
ていない

パターン変遷の様子p=4



うまくパターンが分離できていない⇒理由は講義ノート参照