北海道開発投資配分モデルについて

京野禎一

目次

一　序

北海道に於ける将来の産業構造の姿を描いて見ることは、その総合開発計画の樹立実施に際して不可欠の要件であると考へる。その場合、産業構造そのものは、今後に於ける投資のされ方、中でも本道経済の主導的役割を果している所の開発投資計画によつて大きく支配されることは言ふ迄もない。従つて産業構造の変動を見極めようとする場合には、その前提としての投資計画の樹立を通じて解明していかねばなるまい。

ところで、産業構造を諸産業間の生産額構成比、所得構成比、労働力構成比等で把える限り、産業構造の変動過程は産業連関分析に

よつて把握することが可能であろう。通常の産業連関分析の手法は、ある最終需要を与件としてそれを充足する所の生産水準を確定することにある。即Xを各部門別生産額より成るヴエクトル、Aを産業連関表よりの投入係数行列、Fを産業部門別最終需要で構成されるヴエクトルとすれば

$$X = AX + F$$

故に

$$X = (I - A)^{-1}F$$

で求まることになる。ここで $(I - A)^{-1}$ はいはゆるレオンチエフの逆行列であつて、ここでは生産活動を通じての波及関係のみが追求されていることになる。

然し乍ら、産業構造の変動を論ずる場合に、この様な生産過程に於ける波及効果のみを考へるだけで充分であるとは言い難い。即ち或最終需要が与へられた場合にそれが直接間接に各産業部門の生産額を動かすのであるが、その生産額の変動は、一方では原材料としての他産業よりの需要、即ち中間需要を変動せしめ、他方では雇傭量を従つて所得を変動せしめる。この場合前者の変動過程を追求するときには、生産活動に於ける波及の過程が得られるわけである。ところで、後者即ち所得の変動は更に消費を変動せしめる筈であり、その様に変化された消費需要が再び反転して生産の変動せしめる作用のあることを見逃すわけかにはいかない。結局この様な過程を通じて全経済が変動し、従つて産業構造が変化して行くと考へられるのである。かくて先に述べた連関分析の一般的手法は、この様な変動過程の大部分の追求を可能にするけれども、尚消費構造の変化が再び生産構造に及ぼす変動過程の分析に欠けていると言はざるを得ない。

消費構造変動の生産構造変動に及ぼす効果をも含めての連関分析のメカニズムは、消費を何等かの方法で内生的に取扱ふことによつて得られるであろう。ところで消費を内生的に取扱ふ方法としては次の二通りの方法が考へられる。

一　家計消費を通常の内生部門と同様に取扱ふ方法である。即ち家計は、家計が消費するところの諸品目をインプットとし、労働力を生産するところの一つの生産部門と見做すことである。この様な取扱いをする場合には、投入係数表及び逆行列表が一行一列増加す

る結果に止まる。然しながら或部門を内生部門とするかどうかは一にかかつて、その部門の投入係数が安定的なものであるかどうかに由る。この点家計部門の投入係数の安定性に関しては周知の如く大いに問題の存する所である。即ち通常の生産部門の如く生産技術を背景とした投入係数の安定性は認め難いところであろう。

二　家計消費を内生的に取扱う第二の方法は、生産に於ける波及効果を示す逆行列表以外に、消費の波及効果をも示す逆行列表を準備する方法である。即ち生産額を表はすヴェクトルをX、投入係数行列をA、消費係数行列をC、最終需要（家計を除いた）ヴェクトルをFとすると次の等式が成立する筈である。

$$X = AX + C(I - A) + F$$

故に　$X = (I - A)^{-1} \cdot (I - C)^{-1} \cdot F$

この式に於て$(I - A)^{-1}$は生産過程に於ける波及構造を示す逆行列であり、$(I - C)^{-1}$は家計消費過程を通じての波及構造を示す逆行列である。そこでこの様なメカニズムを通じて連関分析を行ふ時に始めて前述の経済の全変動過程を分析することが可能となり、従つて産業構造の変動を追求することが可能になつてくる。勿論この場合に於ても消費係数の安定性に関して一応問題はあるであろう。然し乍らこのメカニズムに於ては、若し消費係数が変つたとしても$(I - A)^{-1}$が安定的であることに変りなく、ただ$(I - C)^{-1}$の追加的逆行列を変へればよいのに反し、㈠の場合には家計消費の投入係数が変つた時には、$(I - A)^{-1}$の逆行列をその都度変へねばならず、この面からも後者の場合の方が適切であると言い得る。

さてこの　$X = (I - A)^{-1}(I - C)^{-1} \cdot F$

に於て、Fは家計以外の最終需要を表はしているのであるが、一般的に言つて最終需要を消費と投資のみから構成されるものと考へると、(1) ここでFは投資のみを表はすこととなる。

註 (1) 最終需要は家計消費、投資（資本形成）以外に政府支出、移輸出入、在庫変動等もあるが、ここでは之等を無視して考へていることとなる。然しこれらの最終需要は量的にも前二者に比し小さく、又前二者が経済の内部的要因に関聯して動くのに対し、後者は経済外的要因に規制される面が強く、理論的考察に於ては、この様な処理も許されると考へる。

或は、之等残与の最終需要は一定であるとして処理されてもよいし、又連関分析とは独立に何等かの方法で推計し得るものとして取扱つてもよいと考へる。ともかくここで一応最終需要を消費と投資により構成されると考へることは許されてよい。

そこで私は、本道に於ける最も効率の高い投資配分を行ふためのモデルを考へ、更にその計画に基づいて配分された場合の投資額を最終需要として与へたときの生産額水準、従つて所得水準、消費水準等を、前述の連関分析の手法に従つて算定し、更にその場合に於ける本道産業構造の姿を推定することを計画した。

ここでは、その中の投資配分計画の問題について以下に述べることとする。

二　投資配分問題の構成

期別、産業部門別投資配分問題を構成するために、経済の成長過程を次の様に単純化して考へることとする。

或期に生産された生産物並に移輸入の合計量、即ち総供給量は家計及政府によつて消費され、又移輸出として需要されると共に、一部は資本減耗の補塡に充てられ、残りが在庫投資並びに設備投資に充てられて、その期は終了する。この中設備投資に充てられた部分は次期首に於て設備投資財として存在し、それだけの資本設備増となつて既存の資本設備と共に稼動し、前期よりの在庫を費消して生産が行はれ、前期よりも増加した生産物を生産する。次にこの第二期の生産物は、その期に於ける移輸入をも含めて、再び消費及移輸出として需要され、一部は減耗資本の補塡に充てられ、残与が在庫投資並びに設備投資に充てられ第二期も終了する。第三期首に於ては、第二期に於けるよりも更に増加された設備投資材が存在して居り、従つて前期よりも一層増加した生産物が産出される。一方この期の生産のために用ひられる在庫も、前期より増加したものが使はれる。かくして次第に拡大する経済が継続していくものとする。

経済成長の過程を以上の如く把えてモデルの設定を試みるのであるが、この事に関聯して次の様な若干の仮定を設ける。

仮定　一　資本財がその生産能力を発揮するに要する期間の相違を無視して、一律に次期に於てその生産増をもたらすものとする。

仮定　二　移輸出並びに減耗資本の補塡部分は、一定であるとする。

移輸出に関してはある一定の変動内至は増加趨勢を考へてもよいのであるが、ここでは単純化のために一定として取扱ふ、又

資本減耗に関しては、ある期迄に設備された資本の減耗補塡部分は次第に減少（耐用年数の過ぎたものより次々と廃棄される故）していくであろうが、他方ではその期に更新あるいは新設される設備があり、その分の減耗補塡が加はるので、両者相殺されて全体として一定であると仮定したのであるが、然しこれも又一定とすることが必要条件なのではなく、単純化のために、その様な取扱ひをしたに過ぎない。

仮定　三　移輸入に関しては経済規模の拡大に相応して、比例的に増大していくものとする。この事は換言すれば移輸入係数を一定と仮定していることである。

三　単一期間に於ける投資配分モデル

前述の経済成長過程を前提として、次に投資配分モデルの構成に入るのであるが、先づ初めに一期間でのモデルを考へることとする。この場合場合前述の諸仮定に更に次の仮定を追加する。

仮定　四　労働に関しては、産業間の労働移動が自由であるとの前提の下で、各産業内に於ても、経済全体としても上限が存在せず、従つて制限要素とはならないものとする。

産業全体として労働は制限要素とならぬことについては、本道の現状にかんがみ許されるものと思ふ。又産業間労働移動の自由を前提とする限り、各産業内に於ても制限要素とはなり得ない。従つてここで問題となるのは労働移動の自由に関する前提であつて、この事自体大きな問題である。ここでは前の場合と同様単純化のために、完全に自由であるとの前提をおいた。然し乍ら、やがては労働の産業間移動の自由がない故に、ある産業では労働が制限要素となる場合についてのモデルの設定も構成されねばなるまい。

仮定　五　設備投資としては開発投資のみを考へることとする。

開発投資以外の公共投資あるいは民間投資をも入れてもよいのであるが、ここでは開発投資配分を考へているので開発投資のみに限つた、その理由は、他の諸投資も入れた配分を考へると、結果として得られる配分額中より、開発投資のみを分離するこ

とは、何等かの仮定を置かぬ限り困難となるからである。然し乍ら、開発投資以外の諸投資を入れた全投資を考へた場合であつても、モデルを構成する手法には変化はない。

次に以後のモデルの中で使用する諸記号をあらかじめ一括提示しておくこととする。

1 a_{ij} …… 産業連関表の物的生産部門に関する投入係数
2 b_j …… j 部門限界資本係数
3 ΔX_j …… j 部門アウトプットの増加分
4 ΔI_j …… j 部門在庫の増加分
5 r_j …… j 部門在庫係数
6 λ_j …… j 部門移輸入係数
7 W_j …… j 部門中間需要率
8 k_j …… j 部門投資性向(2)
9 θ_j …… j 部門所得率
10 K …… 開発投資額
（i, j=1, 2, 3, ……n）

註 (2) ここで投資性向とは投資（資本形成）の総生産額に対する比率であつて、或は産業が自己の生産物中、どれ程資本財の生産をするかを示すものである。ここでは投資性向と仮称することとする。

次にモデルの構成に入ろう。
先づ各産業部門に於て今期の生産増のために必要とされる i 部門生産物としての原材料の増加量の総額は次式によつて示しうる。

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\,\Delta x_j \quad (3)$$

即ち i 部門生産物の中間需要の増加分となる。

註 (3) 投入係数は生産物一単位を生産するに要する投入物の大きさを示すものであり、いはば平均投入係数であるが、連関表に於ては同時に限界投入係数にもなつている。従つて $\sum a_{ij}\ \Delta x_j$ は中間需要の増加分を示すことになる。

之等の総額は、i 部門での前期からの在庫の増加分を超えてはならない。従つて次の不等式が成立する。

$$\sum a_{ij}\ \Delta x_j \leqq \Delta I_j$$

又各産業部門が Δx_i の生産増を実現するために必要とする資本量の総和（それは資本の増加分である）は次式で示し得る。

$$\sum_{j=1}^{n} b_j\ \Delta x_j$$(4)

註 (4) 或産業が資本財として保有する各産業の生産物は、将来に於て生産過程に投入され将来の生産物を産み出す。かくして資本財は将来に於て生産過程に投入されることを予定して保有されていると考へるべきである。従つて資本財保有量の大きさは、将来の産出量、特に次期の産出量の大きさに依存すると考えられ、かかる意味で次期に於ける産出量の大きさに比例すると考えるべきであろう。

従つて

前期の資本財の保有量＝b×今期の産出量

今期の資本財の保有量＝b×次期の産出量

故に

（前期の資本量－今期の資本量）＝b×（今期の産出量－次期の産出量）

即ち

資本の増加量＝b×生産の増加量

従つて今期に於て Δx_j の生産増を実現するために要する今期首の資本の必要増加量は $\sum b_j\ \Delta x_j$ で示しうる。

且、以上の総額は、今期首に於て全産業に存在する資本量（之は一般的には、前期の生産物中より設備投資にまわされた部分の合計）を超えてはならない。但しここでは今期に新たに投入される開発投資のみを考慮することとし、前期よりの繰越資本量は無視しているので、結局次の不等式が成立することとなる。

$$\sum b_j \Delta x_j \leqq K$$

又決定変数たる Δx_j は非負と考へてよいから、以上の諸関係をまとめると次の如くである。

$$\sum_i \sum_j a_{ij} \Delta x_j \leqq \Delta I_j$$

$$\sum_j b_j \Delta x_j \leqq K$$

$$\Delta x_j \geqq 0$$

そこで之等の制約条件の下で、この期に於ける所得増加額を最大にする如き投資配分計画を考へることとする。(5)

註 (5) この場合計画目的として、例へば総生産増加額の最大化を狙う如く種々考へうるであろう。又この様に投資総額を与へられたものとして配分を考へるのでなく、チエネリー（H. B. Chenery）のやつた様にある一定の総生産額を得るための投資額を最小にする如き投資配分計画を考へることもできる。

ところで所得増加額を y とすると

$$y = \sum_j \theta_j \Delta x_j$$

で表はし得るので、結局この投資配分計画は、前述の諸制約条件の下で、目的函数

$$y = \sum_j \theta_j \Delta x_j$$

を最大にする如き線型計画の問題に帰着する。

従つてこの線型計画を解いて求むる産業部門間配分額は

by Δx_j

として求まることとなる。

四 長期投資配分モデル

次には以上の単一期間の投資配分モデルを基礎として、長期の投資配分モデルの定式化を試みる。この場合前述の諸仮定に更に次の

仮定を追加する。

仮定　六　モデルに導入されている諸係数は、この計画期間を通じて一定とする。(6)

註 (6)　この係数一定の仮定は、配分計画樹立のための必要条件ではない。即ち計画期間内に種々の技術変化等が予期されたり、或はその様な変化を政策的に考慮せねばならない場合には、それらの変化を予め測定して、モデル中の係数値をその様に変化させればよいのである。

又モデル中に用ひる記号に関してであるが、前述の記号はそのまま用ひることとし、更に期間を区別するために各係数に期別の番号を附することとし、又計画全期間数を t 期とすることとする、

更にこの長期計画に於ける目的を計画全期間を通じての所得増加額の累計を最大にすることとする。

先づ計画の第一期については、前述の単一期間に於けるモデルがそのまま当はまる。第二期以降については、次の如き考慮を附加すればよいこととなる。

第一に各産業部門に於て生産過程に投入する原材料増分の制限量を示す各源泉別在庫増加量は、前期の生産増加分中在庫投資にまわる大きさと、移輸入増加分中、中間生産物として需要される部分との和で表はされることとなる。このうち、前期生産増分中在庫投資にまわる大きさは、前期の生産増分に在庫係数を乗じたものとして求まる。即ち

$$r_j \Delta x_j$$

である。又後者の大きさは、前期の生産増加分に移輸入係数と中間需要率を乗じたものであり(7)

$$\lambda_j w_j \Delta x_j$$

となる。

註 (7)　従つて移輸入のうち、中間生産物として需要される比率は、道内生産も含めた全供給量が中間需要として用ひられる比率と等しいとの仮定を背後にもつていることとなる。

かくしてその制限量は次式によつて示されることとなる。

$$(r_j+\lambda_j\ w_j)\Delta x_j$$

以後 $r_j+\lambda_j\ w_j=r'_j$として用ひることとする。

次に資本に関する制限量であるが、第一期に於ては前述の如き理由で、ここでは開発投資のみを考へたのであるが、第二期以降に於ては次々と発生する生産増加分（開発投資によりもたらされる）中、投資に廻る部分[8]があるので、各期に投入される開発投資にその分だけ次々に加算されて行かねばならない。その大きさは前記の生産増加に投資性向を乗ずることにより得られる。

註 (8) これは前述の如く資本形成の粗生産額に対する比率であつて、いはば粗生産額を基礎とした投資性向と呼んでよいであろう。即ち産業連関分析の国民所得分析と異なる点の一つは、連関分析では産業間の相互依存関係が追求される故に、単に付加価値（所得）のみではなく、グロスの生産額が分析の対象となることにある。そこで国民所得分析の概念に類似せしめて、この様に仮称した。この係数は、投入係数の場合と同様な意味で平均係数と限界係数とは一致するものと考へてよい。従つて或生産増分より資本形成となる部分は、生産増分と投資性向との積により得られる。

即ち $k_j\ \Delta x_j$ である。

以上の二点を考慮しつつ、第一期より始めて、各期に於ける諸制約関係を示せば次の如くになるであろう。

（１期）

$$
\begin{aligned}
&a_{11}\ \Delta_1 x_1+a_{12}\ \Delta_1 x_2+\cdots\cdots+a_{1n}\ \Delta x_n \leqq \Delta I_1\\
&a_{21}\ \Delta_1 x_1+a_{22}\ \Delta_1 x_2+\cdots\cdots+a_{1n}\ \Delta x_n \leqq \Delta I_2\\
&\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots\\
&a_{n1}\ \Delta_1 x_1+a_{n2}\ \Delta_1 x_1+\cdots\cdots+a_{nn}\ \Delta_1 x_n \leqq \Delta I_n\\
&b_1\ \Delta_1 x_1+b_2\ \Delta_1 x_2+\ \cdots\cdots+b_n\ \Delta_1 x_n \leqq K_1
\end{aligned}
$$

（２期）

$$
\begin{aligned}
&a_{11}\ \Delta_2 x_1+a_{12}\ \Delta_2 x_2+\cdots\cdots+a_{1n}\ \Delta_1 x_n \leqq r_1'\ \Delta_1 x_1\\
&a_{21}\ \Delta_2 x_1+a_{22}\ \Delta_2 x_2+\cdots\cdots+a_{2n}\ \Delta_2 x_n \leqq r_2'\ \Delta_1 x_2\\
&\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots\\
&a_{n1}\ \Delta_2 x_1+a_{n2}\ \Delta_2 x_2+\cdots\cdots+a_{nn}\ \Delta_2 x_n \leqq r_n'\ \Delta_1 x_n
\end{aligned}
$$

$$b_1\ \Delta_2 x_1 + b_2\ \Delta_2\ x_2\ + \cdots\cdots + b_n\ \Delta_2 x_n \leqq K_2 + \sum_j kj\ \Delta_1 xj$$

（３期）

$$\begin{aligned}
&a_{11}\ \Delta_3 x_1 + a_{12}\ \Delta_3 x_2 + \cdots\cdots + a_{1n}\ \Delta_3 x_n \leqq r_1'\ \Delta_2 x_1 \\
&a_{21}\ \Delta_3 x_1 + a_{22}\ \Delta_3 x_2 + \cdots\cdots + a_{2n}\ \Delta_3 x_n \leqq r_2'\ \Delta_2 x_2 \\
&\vdots \\
&a_{n1}\ \Delta_3 x_1 + a_{n2}\ \Delta_3 x_n + \cdots\cdots + a_{nn}\ \Delta_3 x_n \leqq r_n\ \Delta_2 x_n \\
&b_1\ \Delta_3 x_1 + b_2\ \Delta_3 x_2\ + \cdots\cdots + b_n\ \Delta_3 x_n \leqq K_3 + \sum_j kj\ \Delta_1 xj + \sum_j kj\ \Delta_2 xj
\end{aligned}$$

$$\vdots$$

（ｔ期）

$$\begin{aligned}
&a_{11}\ \Delta_t x_1 + a_{12}\ \Delta_t x_2 + \cdots\cdots + a_{1n}\ \Delta_t x_n \leqq r_1'\ \Delta_{t-1} x_1 \\
&a_{21}\ \Delta_t x_1 + a_{22}\ \Delta_t x_2 + \cdots\cdots + a_{2n}\ \Delta_t x_n \leqq r_2'\ \Delta_{t-1} x_2 \\
&\vdots \\
&a_{n1}\ \Delta_t x_1 + a_{n2}\ \Delta_t x_2 + \cdots\cdots + a_{nn}\ \Delta_t x_n \leqq r_n'\ \Delta_{t-1} x_n \\
&b_1\ \Delta_t x_1 + b_2\ \Delta_t x_2\ + \cdots\cdots + b_n \Delta_t x_n \leqq K_t + \sum_{p=1}^{t-1} \sum_{j=1}^{n} k\ \Delta_p x
\end{aligned}$$

勿論この場合の決定変数 $\Delta p x_j \begin{pmatrix} j=1,\ 2, \cdots\cdots n \\ p=1;\ 2, \cdots\cdots t \end{pmatrix}$ も非負と考へるべきであるから

$$\Delta p x_j \leqq 0$$

従つて、この長期投資配分の問題も、以上の諸制約条件の下で、この期間に於ける所得増加額の累計

$$y = \sum_{p=1}^{t} \sum_{j=1}^{n} \theta_j\ \Delta_p x_j$$

を最大にする如き線型計画の問題に帰着する。

然もこの場合はいはゆる継続的線型計画（Sequential Programming）或は動態的線型計画（Dynamic Progvamming）であつて、これを解くためのシンプレックス表（Simplex Tableau）は次の第一表の如くである。但し開発投資の制限額は、、計画期間全体の総額として与へれらるので、K_1, K_2, ……K_t の各行を最終的に一括したのが、第二表である。従つて第二表に基づきシンプレック

第一表

	制限量	調整変数	構造変数 才1期 $\Delta_1 X_1$	$\Delta_1 X_2$	---- $\Delta_1 X_n$	才2期 $\Delta_2 X_1$	$\Delta_2 X_2$	---- $\Delta_2 X_n$	才3期 $\Delta_3 X_1$	$\Delta_3 X_2$	---- $\Delta_3 X_n$	----------	才t期 $\Delta_t X_1$	$\Delta_t X_2$	---- $\Delta_t X_n$
才1期	ΔI_1	1	a_{11}	a_{12}	---- a_{1n}										
	ΔI_2	1	a_{21}	a_{22}	---- a_{2n}										
	⋮		⋮	⋮	⋮										
	ΔI_n		a_{n1}	a_{n2}	---- a_{nn}										
才2期	0		$-r_1'$			a_{11}	a_{12}	---- a_{1n}							
	0			$-r_2'$		a_{21}	a_{22}	---- a_{2n}							
	⋮					⋮	⋮	⋮							
	0				$-r_n'$	a_{n1}	a_{n2}	---- a_{nn}							
才3期	0					$-r_1'$			a_{11}	a_{12}	---- a_{1n}				
	0						$-r_2'$		a_{21}	a_{22}	---- a_{2n}				
	⋮								⋮	⋮	⋮				
	0							$-r_n'$	a_{n1}	a_{n2}	---- a_{nn}				
⋮	⋮														
才t期	0								$-r_1'$				a_{11}	a_{12}	---- a_{1n}
	0									$-r_2'$		--------	a_{21}	a_{22}	---- a_{2n}
	⋮												⋮	⋮	⋮
	0										$-r_n'$		a_{n1}	a_{n2}	---- a_{nn}
	$K=\sum_{p=1}^{t} K_p$	1	b_1^{t-1}	b_2^{t-1}	---- b_n^{t-1}	b_1^{t-2}	b_2^{t-2}	---- b_n^{t-2}	b_1^{t-3}	b_2^{t-3}	---- b_n^{t-3}	----------	b_1	b_2	---- b_n

但し　$r_j' = r_j + \lambda_j W_j$,　$b_j^{t-P} = b_j - (t-P) k_j$ $(P = 1, 2, \cdots\cdots, t)$

第二表

期	制限量	調整変数		構造変数 才1期				才2期				才3期				------	才t期			
				Δ_1X_1	Δ_1X_2	----	Δ_1X_n	Δ_2X_1	Δ_2X_2	----	Δ_2X_n	Δ_3X_1	Δ_3X_2	----	Δ_3X_n	------	Δ_tX_1	Δ_tX_2	----	Δ_tX_n
才1期	ΔI_1	1		a_{11}	a_{12}	----	a_{1n}													
	ΔI_2	1		a_{21}	a_{22}	----	a_{2n}													
	⋮			⋮	⋮		⋮													
	ΔI_n			a_{n1}	a_{n2}	----	a_{nn}													
	K_1			b_1	b_2	----	b_n													
才2期	0			$-r'_1$				a_{11}	a_{12}	----	a_{1n}									
	0				$-r'_2$			a_{21}	a_{22}	----	a_{2n}									
	⋮							⋮	⋮		⋮									
	0						$-r'_n$	a_{n1}	a_{n2}	----	a_{nn}									
	K_2			$-k_1$	$-k_2$	----	$-k_n$	b_1	b_2	----	b_n									
才3期	0							$-r'_1$				a_{11}	a_{12}	----	a_{1n}					
	0								$-r'_2$			a_{21}	a_{22}	----	a_{2n}					
	⋮											⋮	⋮		⋮					
	0										$-r'_n$	a_{n1}	a_{n2}	----	a_{nn}					
	K_3			$-k_1$	$-k_2$	----	$-k_n$	$-k_1$	$-k_2$	----	$-k_n$	b_1	b_2	----	b_n					
⋮	⋮																			
才t期	0											$-r'_1$					a_{11}	a_{12}	----	a_{1n}
	0												$-r'_2$				a_{21}	a_{22}	----	a_{2n}
	⋮															------	⋮	⋮		⋮
	0		1												$-r'_n$		a_{n1}	a_{n2}	----	a_{nn}
	K_t		1	$-k_1$	$-k_2$	----	$-k_n$	$-k_1$	$-k_2$	----	$-k_n$	$-k_1$	$-k_2$	----	$-k_n$		b_1	b_2	----	b_n

但し $r'_j = r_j + \lambda_j W_j$

ス計算を実施し、各期の $\Delta_p x_j$ の水準を求めて投資配分額は次の如くに求まる。即ち

一　期別投資配分額は p 期について

$$\sum_{j=1}^{n}(b_j-\overline{t-j|}k_j)\Delta_p x_j$$

となり

二　部門別投資配分額は、j 部門について

$$\sum_{p=1}^{t}(b_j-\overline{t-p|}k_j)\Delta_p x_j$$

である。

五　本投資配分モデルによる経済成長率

ここでは、この投資配分モデルに基づいて本道経済が動いた場合の粗生産額並びに開発投資に関する部門別成長率を、その計算結果より求めることも可能である事を附言しておくこととする。即ち成長率を複利計算で求めるものとすれば

$$Y_t=Y_0(1+g)^t$$

但しここで、Y_t, Y_0 は夫々 t 期及初期の当該経済量の大きさ、g はその成長率である。

先づ粗生産額について、その成長率を求めて見る。定義によつて

$$Y_p=Y_0(1+g)^p$$

同様に　$Y_{p-1}=Y_0(1+g)^{p-1}$

ところで　$\Delta_p X=Y_p-Y_{p-1}$

であるから　$\Delta_p X$ は Y_p の二項展開式と Y_{p-1} の二項展開式の差として求まる。所で

$$Y_p = Y_o(1 + {}_pC_1 g + {}_pC_2 g^2 + \cdots\cdots + {}_pC_r g^r + \cdots\cdots + {}_pC_p g^p)$$

又同様にして

$$Y_{p-1} = Y_o(1 + {}_{p-1}C_1 g + {}_{p-1}C_2 g^2 + \cdots\cdots + {}_{p-1}C_r g^r + \cdots\cdots + {}_{p-1}C_{p-1} g^{p-1})$$

故に

$$Y_p - Y_{p-1} = Y_o\{({}_pC_1 - {}_{p-1}C_1)g + ({}_pC_2 - {}_{p-1}C_2)g^2 + \cdots\cdots + ({}_pC_r - {}_{p-1}C_r)g^r + \cdots\cdots + ({}_pC_{p-1} - {}_{p-1}C_{p-1})g^{p-1} + {}_pC_p g^p\}$$

所で　${}_pC_r - {}_{p-1}C_r = {}_{p-1}C_{r-1}$

故に

$$\begin{aligned} Y_p - Y_{p-1} &= Y_o({}_{p-1}C_0 g + {}_{p-1}C_1 g^2 + \cdots\cdots + {}_{p-1}C_{r-1} g^r + \cdots\cdots {}_{p-1}C_{p-2} g^{p-1} + {}_pC_p g^p) \\ &= Y_o g(1 + {}_{p-1}C_1 g + \cdots\cdots + {}_{p-1}C_{r-1} g^{r-1} \cdots\cdots + {}_{p-1}C_{p-2} g^{p-2} + {}_{p-1}C_{p-1} g^{p-1}) \\ &= Y_o g(1+g)^{p-1} \end{aligned}$$

従って t 期に於ては

$$\Delta_t X = Y_t - Y_{t-1} = Y_o g(1+g)^{t-1}$$

又　$\Delta_1 X = Y_o g$

なる故

$$\Delta_t X = \Delta_1 X(1+g)^{t-1}$$

故に　$1 + g = \left(\frac{\Delta_t X}{\Delta_1 X}\right)^{\frac{1}{t-1}}$

故に　$g = \left(\frac{\Delta_t X}{\Delta_1 X}\right)^{\frac{1}{t-1}} - 1$

従って第1期の生産増加額と、第 t 期の生産増加額を用いて、粗生産額の成長率を知ることが出来る。

次に開発投資の成長率であるが、今各期の配分額を K_1, K_2, ……K_t とすると定義により

$$K_t = K_1(1+g^1)^{t-1}$$ となる。

但し、g' は投資の成長率である。

従つて　$1+g^1 = 1+ = \left(\frac{K_t}{K_1}\right)^{\frac{1}{t-1}}$

故に　$g' = \left(\frac{K_t}{K_1}\right)^{\frac{1}{t-1}} - 1$

ところで　$K_1 = (b-\overline{t-1}k)\Delta_1 X$

$$K_t = b\Delta_t X$$

である故成長率は

$$g' = \{b\Delta_t X / (b-\overline{t-1}k)\Delta_1 X\}^{\frac{1}{t-1}} - 1$$ となる。

以上の如くして本道経済が今後このモデル通りに推移した場合の粗生産額並びに開発投資の成長率を推定しうる。

六　結　び

以上で北海道開発投資の期別部門別配分モデルを設定し終えたのであるが、言ふ迄もなくこれは投資配分モデルの一つの試みたるに過ぎない。然も多くの仮定をおいてモデルを単純化するにつとめている。従つて之を実際に適用する場合には尚配慮せねばならぬ多くの問題を残している。しかしながら、それら諸仮定の多くは文中そのつどふれている如く、それらの仮定をゆるめたとしても、殆んどモデルの骨組みに本質的影響を与へるものではない。ただモデルが複雑化するに過ぎない。

尚このモデルを用いて実際の計測に入る場合には、先づモデル中の係数値に関して或程度長期の配分に適用し得る如き係数値を用いることが必要である。又何れの係数値に於ても一方ではそれら係数値の安定性を確保する意味で産業部門分割を可能な限り多くすることが要請され、他方では、それら部門別係数値の測定或は線型計画計算に於ける計算量の面から部門数は出来るだけ少いことが望まれている。実際の計測に於てはかかる両面からの相反的要請の存在と、かかる相補的な関係の調整とを十二分に考慮する必要があるであろう。