HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ダム越流なっぷについての一考察
Author(s)	山本, 茂
Citation	北海道大学農学部邦文紀要, 3(2), 275-299
Issue Date	1959-06-15
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/11692
Type	bulletin (article)
File Information	3(2)_p275-299.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

ダム越流なっぷについての一考察

山　本　　茂*

Study on the Flow over a Dam

By

Shigeru YAMAMOTO

総　説

越流ダムにおいて越流水深に比してダムの形が悪いと負圧を生じダムの維持，保安上好ましくない，古くから Creager 曲線[1]，その他越流なっぷの形を直角座標で示したもの[2),3)] が知られているがこれらは一般数式で表示されていないために実用には不便である。数式に乗る標準越流ダムの形としては後述の Randolph 型や，Harrold 型[4),5)] が紹介されている。これらのものはいずれも標準ぜき上のなっぷの形をもととしたものである。しかしダムの安定条件からみれば必ずしもその形を無理にこの標準形に従わせない場合も生ずる。特に低い取水ダムなどではこういう場合が多いものと思われる。いまそういう形にとらわれずダム表面各点における曲率半径となっぷの状態に関して一つの解法を提案する。

ダムの曲率半径に応じてなっぷ流線はこれにならつてある上方凸形の円孤を画くために水分子は遠心力を生じ，このため流速水頭を増し圧力水頭を減ずるが，この程度が甚だしいと遂に負圧を生ずることになる。今の所正確に実験値と一致する値を得る方法は求められていないが，その主なる理由はこの遠心力の影響の程度を簡単な仮定では明確に把握することが困難であるということに帰因する。現在行われている解法を大別すると各流線の画く円孤の曲率半径をダム表面と同心円孤とするか，またはそれ以外のものとするかということになる，いまダム表面任意点の曲率半径を ρ，ダム表面から水深方向において y なる位置の流線の曲率半径を r_y とすれば $r_y=r=\rho+y$ という同心円と仮定するか，または $r_y=\rho+\beta\cdot y$ とおいて $\beta=2$ と仮定するかという二つの方法に分かれる。同心円と仮定する解析は Boussinesq に始まり多くの人々によつて研究し尽された感がある[6)~10)] が，そのいずれも前者の仮定に立つて夫々の解析を進め，また著者もこの仮定に立つて問題の一端に触れたことがある[11)]。その他後者の仮定即ち $\beta=2$ とした取扱いに若干触れているものもある[12)]。また最近大夕張二股ダムの模型実験を取扱つたものが報告されている[13)]。

著者は本文において流線の曲率半径として $r_y=\rho+2y$ なる仮定による解法を述べ，貴重なる実験値[14)] の一部を拝借し，著者の解析がどの程度信頼できるものであるかを確かめるために丹念に計算値を求めてみた。

本研究の意図は近く研究を進めようとしている取水ダムの流量係数その他のものの取扱いについて基本的な考察を加えるための予備的調査として行われたものである。

I. 任意断面におけるなっぷ水深と底部水圧

なっぷ中の任意流線についての曲率半径 r の水深 y 方向えの射影長を r_y とする。一方流線中に考えた微小流体の力の釣合から

$$\frac{1}{w}\cdot\frac{\partial p}{\partial y}=-\cos\alpha+\frac{1}{g}\frac{V^2}{r_y} \qquad (1.\ 1)^{15)}$$

ここに

w: 水の単重，p: その点の水圧，α: その断面におけるダム表面の傾斜角，V: その点の流速，g: 重力加速度

$$r_y=\rho+\beta y \qquad (1.\ 2)$$

を仮定し (1. 1) 式に入れると

$$\frac{1}{w}\cdot\frac{\partial p}{\partial y}=-\cos\alpha+\frac{1}{g}\frac{V^2}{\rho+\beta y} \qquad (1.\ 3)$$

* 北海道大学農学部農業工学科農業土木教室

一方 Bernoulli の式より

$$\frac{1}{w}\cdot\frac{\partial p}{\partial y}=-\cos\alpha-\frac{V}{g}\cdot\frac{\partial V}{\partial y} \qquad (1.\ 4)$$

(1, 3), (1. 4) 両式から

$$\frac{V^2}{\rho+\beta y}+V\frac{\partial V}{\partial y}=0 \qquad (1.\ 5)$$

積分して

$$(\rho+\beta y)^{\frac{1}{\beta}}\cdot V=\mathrm{const}=K \qquad (1,\ 6)$$

今 $\beta=2$ の場合を考えると

$$V=\frac{K}{\sqrt{\rho+2y}} \qquad (1.\ 7)$$

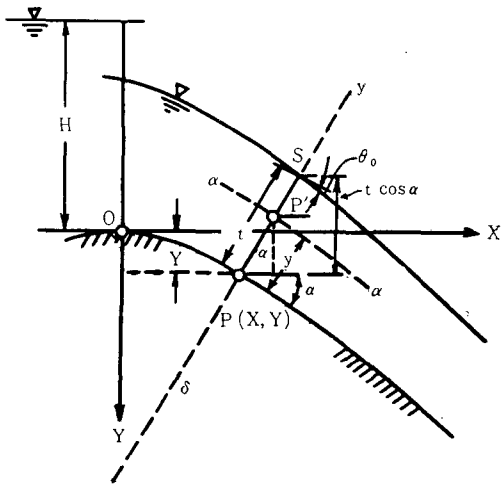

図-1

ダムの表面上の任意点 $P(X, Y)$ を通る流水断面中の任意一点 P' を通つて曲率半径の投影長が $(\rho+2y)$ なる流線 $a-a$ に関してベルヌイの式を考えれば

$$H+Y=y\cos\alpha+\frac{p}{w}+\frac{V^2}{2g}+h_f$$

ここに h_f は摩擦損失水頭である。これより

$$\frac{p}{w}=H+Y-y\cos\alpha-\frac{V^2}{2g}-h_f \qquad (1.\ 8)$$

然るに $y=t$ なる水面では $\frac{p}{w}=0$, $V=V_s$ であるから

$$H+Y=t\cos\alpha+\frac{V_s^2}{2g}+h_f \qquad (1.\ 9)$$

流線 $a-a$ は断面 y 方向に対して垂直でなく垂線に対して θ なる傾斜をなすものとする，かつ水面の流線においては θ_0 であるとする。$P'P''=dy$ とし単位幅流量を q とすれば

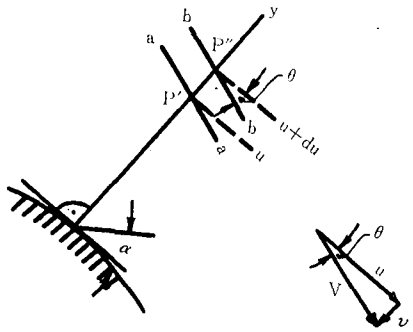

図-2

$$q=\int u\,dy=\int V\cos\theta\,dy \qquad (1.10)$$

ここに $\cos\theta$ は $y=0$ のとき 1 であり $\theta=0$ となり流線は堤体に沿う。一方 θ は α にも関係するから

$$\cos\theta=f(y,\alpha) \qquad (1.11)$$

しかしながら特定の α に対しては y のみの関数であるから

$$\cos\theta=1-a\frac{y}{H} \qquad (1.12)$$

と仮定する，ここに a は α によつて特定の値をとるものとする。例えば建設省土木研究所村，荒木技官の実験値から推定すれば Randolph 型のダム上の流れではダム頂点で $a=0.082$ 程度であるようである。

然るときは (1. 7) 式より

$$V\cos\theta=\frac{K}{\sqrt{\rho+2y}}\left(1-a\frac{y}{H}\right) \qquad (1.13)$$

これを (1.10) 式に入れると

$$\begin{aligned}q&=K\int_0^t\frac{\left(1-a\frac{y}{H}\right)}{\sqrt{\rho+2y}}dy\\&=K\left[\int\frac{dy}{\sqrt{\rho+2y}}-\frac{a}{H}\int\frac{y}{\sqrt{\rho+2y}}dy\right]_0^t\\&=K\left[\sqrt{\rho+2y}\left\{1+\frac{a}{3H}(\rho-y)\right\}\right]_0^t\\&=K\left[\sqrt{\rho+2y}\left\{1+\frac{a}{3H}(\rho-t)\right\}-\sqrt{\rho}\left(1+\frac{a\rho}{3H}\right)\right]\end{aligned} \qquad (1.14)$$

これより

$$K=q\Big/\left[\sqrt{\rho+2t}\left\{1+\frac{a}{3H}(\rho-t)\right\}-\sqrt{\rho}\left(1+\frac{a\rho}{3H}\right)\right] \qquad (1.15)$$

従つて (1. 7) 式より

$$V=q\Big/\left[\sqrt{\rho+2t}\left\{1+\frac{a}{3H}(\rho-t)\right\}\right.$$

$$-\sqrt{\rho}\left(1+\frac{a\rho}{3H}\right)\Big\}\sqrt{\rho+2y} \qquad (1.16)$$

$$\frac{V_s^2}{2g}=q^2\Big/2g\left[\sqrt{\rho+2t}\left\{1+\frac{a}{3H}(\rho-t)\right\}\right.$$

$$\left.-\sqrt{\rho}\left(1+\frac{a\rho}{3H}\right)\right]^2(\rho+2t) \qquad (1.17)$$

一方

$$q=\mu\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}} \qquad (1.18)$$

とおく，ここに μ は流量係数である。

(1.18) 式を (1.17) 式に入れ，さらにこれを (1.9) 式に入れると

$$H+y=t\cdot\cos\alpha+\frac{\mu^2H^3}{\left[\sqrt{\rho+2t}\left\{1+\frac{a}{3H}(\rho-t)\right\}-\sqrt{\rho}\left(1+\frac{a\rho}{3H}\right)\right]^2(\rho+2t)}+h_f \qquad (1.19)$$

いま

$$\frac{\rho}{H}=\gamma,\quad \frac{t}{H}=\tau,\quad \frac{Y}{H}=\zeta \qquad (1.20)$$

とおけば

$$1+\zeta=\tau\cos\alpha+\frac{\mu^2}{\left[\sqrt{\gamma+2\tau}\left\{1+\frac{a}{3}(\gamma-\tau)\right\}-\sqrt{\gamma}\left(1+\frac{a}{3}\gamma\right)\right]^2(\gamma+2\tau)}+\frac{h_f}{H} \qquad (1.21)$$

a を含む項及び h_f/H は一般に非常に小さいからこれを無視すれば

$$1+\zeta=\tau\cos\alpha+\frac{1}{(\gamma+2\tau)}\left(\frac{\mu}{\sqrt{\gamma+2\tau}-\sqrt{\gamma}}\right)^2 \qquad (1.22)$$

または

$$1+\zeta=\tau\cdot\cos\alpha+\left(\frac{\mu}{\gamma}\right)^2\cdot M \qquad (1.23)$$

ここに

$$M=\frac{1}{\left(1+2\frac{\tau}{\gamma}\right)\left\{\sqrt{1+2\frac{\tau}{\gamma}}-1\right\}^2}=f\left(\frac{\tau}{\gamma}\right)$$

横軸に τ/γ をとり縦軸に M 及び N をとつたものが図-3 及び図-4 である。

(1.23) 式中の μ なる流量係数の値はコントロール

表-1　M 及び N の値

$\frac{\tau}{\gamma}$	$X=1+2\frac{\tau}{\gamma}$	$N=\sqrt{X}-1$	M	$\frac{\tau}{\gamma}$	$X=1+2\frac{\tau}{\gamma}$	$N=\sqrt{X}-1$	M
0	1	0	∞	0.18	1.36	0.1662	26.62
0.01	1.02	0.00995	9903	0.20	1.40	0.1832	21.28
0.02	1.04	0.01980	2453	0.25	1.50	0.2247	13.21
0.025	1.05	0.02118	1562	0.30	1.60	0.2649	8.907
0.03	1.06	0.02956	1080	0.35	1.70	0.3038	6.373
0.04	1.08	0.03923	601.7	0.4	1.80	0.3416	4.761
0.05	1.10	0.04881	381.6	0.5	2.00	0.4142	2.914
0.06	1.12	0.05830	262.7	0.6	2.20	0.4832	1.947
0.07	1.14	0.06771	197.1	0.7	2.40	0.5492	1.382
0.08	1.16	0.08628	145.4	0.8	2.60	0.6125	1.025
0.09	1.18	0.08628	113.8	0.9	2.80	0.6733	0.7878
0.10	1.20	0.09545	91.47	1.0	3.00	0.7321	0.6219
0.11	1.22	0.10454	75.00	1.1	3.20	0.7889	0.5021
0.12	1.24	0.11355	62.54	1.2	3.40	0.8439	0.4130
0.13	1.26	0.1225	52.89	1.3	3.60	0.8974	0.3449
0.14	1.28	0.1314	45.25	1.4	3.80	0.9494	0.2920
0.15	1.30	0.1402	39.13	1.5	4.00	1.0000	0.2500
0.16	1.32	0.1489	34.17	1.6	4.20	1.049	0.2164

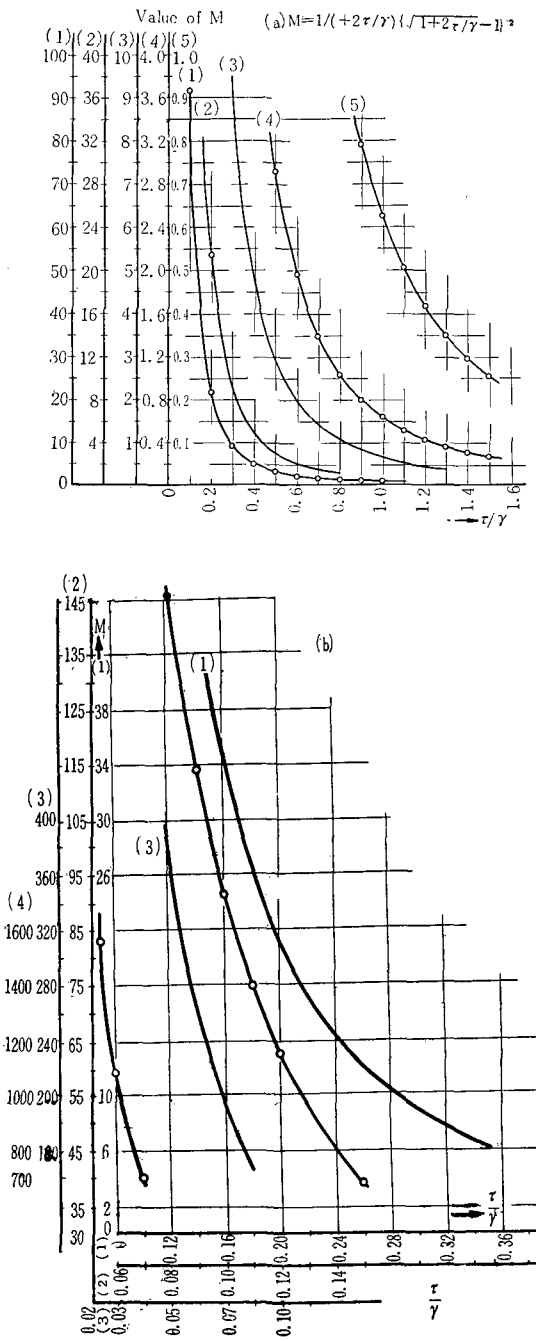

図-3 $M=1/(1+2\tau/\gamma)\{\sqrt{1+2\tau/\gamma}-1\}^2$

断面であるダム頂点で決定する。(1.22) 式，または (1.23) 式によつて τ が試算的に決定されるが図-3を利用すると計算が便利である。

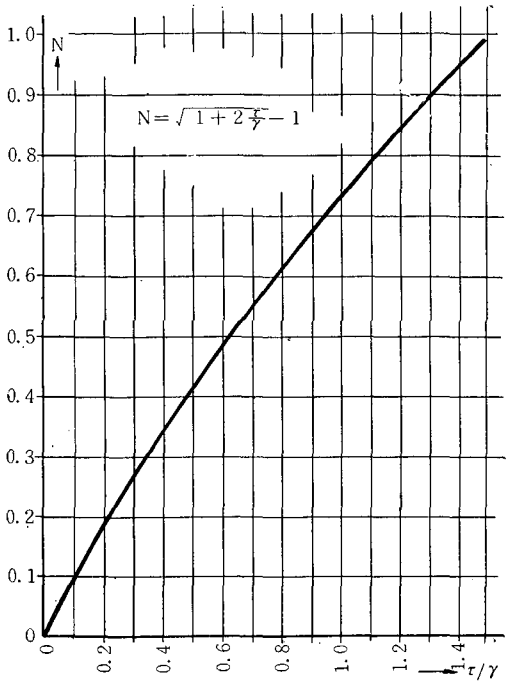

図-4

次に (1.8) 式において $y/H=\eta$ とおき，a 及び h_f を無視すれば

$$u=\frac{p}{w}\Big/H=1+\zeta-\eta\cdot\cos\alpha-\frac{1}{(\gamma+2\eta)}\left(\frac{\mu}{\sqrt{\gamma+2\tau}-\sqrt{\gamma}}\right)^2 \quad (1.24)$$

なっぷ底，すなわちダム表面位置では $\eta=0$ であるから

$$u_b=\left[\frac{p}{w}\Big/H\right]_b=1+\zeta-\left\{\frac{\mu}{\gamma\left(\sqrt{1+2\frac{\tau}{\gamma}}-1\right)}\right\}^2 \quad (1.25)$$

または

$$u_b=1+\zeta-\left(\frac{\mu}{\gamma\cdot N}\right)^2 \quad (1.26)$$

ここに $N=\sqrt{1+2\frac{\tau}{\gamma}}-1$ である。

ダム頂点では $\zeta=0$, $\gamma=\gamma_c$, $\tau=\tau_c$ として

$$\left[\frac{p}{w}\Big/H\right]_{b.c}=1-\left(\frac{\mu}{\gamma_c N_c}\right)^2 \quad (1.27)$$

ここに $\gamma_c=\frac{\rho_c}{H}$, $\tau_c=\frac{t_c}{H}$, $N_c=\sqrt{1+2\frac{\tau_c}{\gamma_c}}-1$ である，(1.25) 式はまた次の形にもなる。

(1.22) 式を (1.25) 式に入れると

$$u_b=\tau\cdot\cos\alpha-\left\{\frac{\mu}{\gamma\left(\sqrt{1+2\frac{\tau}{\gamma}}-1\right)}\right\}^2\left(1-\frac{1}{1+2\frac{\tau}{\gamma}}\right) \tag{1.28}$$

または

$$u_b=\tau\cdot\cos\alpha-\left\{\frac{\mu}{\sqrt{\gamma+2\tau}-\sqrt{\gamma}}\right\}^2\left(\frac{1}{\gamma}-\frac{1}{\gamma+2\tau}\right) \tag{1.29}$$

この式は次のようにしても求められる。

(1.16) 式において a を含む項を無視し y について微分し (1.8) 式のベルヌイの式に入れ，かつ h_f を無視して積分すれば

$$\frac{p}{w}=-y\cdot\cos\alpha-\frac{q^2}{2g(\sqrt{\rho+2t}-\sqrt{\rho})^2}\cdot\frac{1}{(\rho+2y)}+c \tag{1.30}$$

$y=t$ において $p/w=0$ の条件を入れて常数を定め $q^2/2g=\mu H^3$ を入れると

$$\left(\frac{p}{w}\right)\Big/H=(\tau-\eta)\cos\alpha-\left\{\frac{\mu}{\sqrt{\gamma+2\tau}-\sqrt{\gamma}}\right\}^2\left(\frac{1}{\gamma+2\eta}-\frac{1}{\gamma+2\tau}\right) \tag{1.31}$$

ダム表面では $\eta=0$ であるからこの関係を (1.31) 式に入れると (1.29) 式が得られる。

従つてダム頂点では

$$\left[\frac{p}{w}\Big/H\right]_{b.c}=\tau_c-\left\{\frac{\mu}{\sqrt{\gamma_c+2\tau_c}-\sqrt{\gamma_c}}\right\}^2\left(\frac{1}{\gamma_c}-\frac{1}{\gamma_c+2\tau_c}\right) \tag{1.32}$$

この式は (1.25) 式または (1.26) 式と形は異なるが同一式である。

II. 理論越流係数とダム頂点における水深及び圧力水頭

ダム頂点においては $\alpha=0$, $\zeta=0$, $\gamma=\gamma_c=\rho_c/H$ これらを (1.23) 式に入れて μ を求めると

$$\mu=\gamma_c\sqrt{(1-\tau_c)\left(1+2\frac{\tau_c}{\gamma_c}\right)}\left(\sqrt{1+2\frac{\tau_c}{\gamma_c}}-1\right) \tag{2. 1}$$

コントロール・ポイントは堤頂部にあることは既に多くの人によつて証明されているので[16]ここではこのことに触れない。即ち各断面についての可能最大流量のうちの最小を示す点は堤頂部であるというのである。従つて μ の値はダム頂点について決められなければならない。さて (2. 1) 式には μ と τ_c の二個の未知数がある。故に Bélanger の法則を導入して τ_c は μ が最大になるような値をととるいうのである。

$d\mu/d\tau_c=0$ の条件より γ_c と τ_c との関係を求め，(2. 1) 式に入れて μ を決定する。

$$(\gamma_c+4\tau_c-2)=(6\tau_c+\gamma_c-4)\sqrt{1+2\frac{\tau_c}{\gamma_c}} \tag{2. 1}$$

(2. 2) 式を満す τ_c が求めるものである。従つて水深は $t_c=\tau_c\cdot H$ である。

(2. 2) 式を自乗して変形すれば

$$(3\tau_c-2)(6\tau_c+\gamma_c-4)(2\tau_c+\gamma_c)=2\gamma_c(1-\tau_c)^2 \tag{2. 3}$$

あるいは

$$(3\tau_c-2)\left(\frac{6\tau_c}{\gamma_c}+1-\frac{4}{\gamma_c}\right)\left(1+2\frac{\tau_c}{\gamma_c}\right)=\frac{2}{\gamma_c}(1-\tau_c)^2 \tag{2. 4}$$

(2. 4) 式において $\gamma_c=\infty$ のような平面頂面を考えると $\tau_c=2/3$ となり広矩形水路の限界水深となる。

(2. 3) 式を γ_c について並べると

$$\gamma_c^2-2\left\{\frac{12\tau_c-(11\tau_c^2+3)}{3\tau_c-2}\right\}\gamma+4(3\tau_c-2)\tau_c=0 \tag{2. 5}$$

従つて

$$\left.\begin{aligned}&\left.\begin{aligned}B&=\frac{12\tau_c-(11\tau_c^2+3)}{3\tau_c-2}\\C&=4(3\tau_c-2)\tau^2\end{aligned}\right\}\text{とおいて}\\&\gamma_c=B\pm\sqrt{B^2+C}\end{aligned}\right\} \tag{2. 6}$$

この式によつて計算した値を表-2 に示す。

表-2

τ_c	$\gamma_c=\rho_c/H$	
2/3	∞	0
0.670	20.42	0
0.680	3.650	0.030
0.684	2.3076	0.0616
0.686	1.8267	0.0871
0.688	1.4163	0.1244
0.690	1.0400	0.1858
0.691	0.8504	0.2373
0.692	0.6227	0.3379
0.69233	0.4602	0.4602

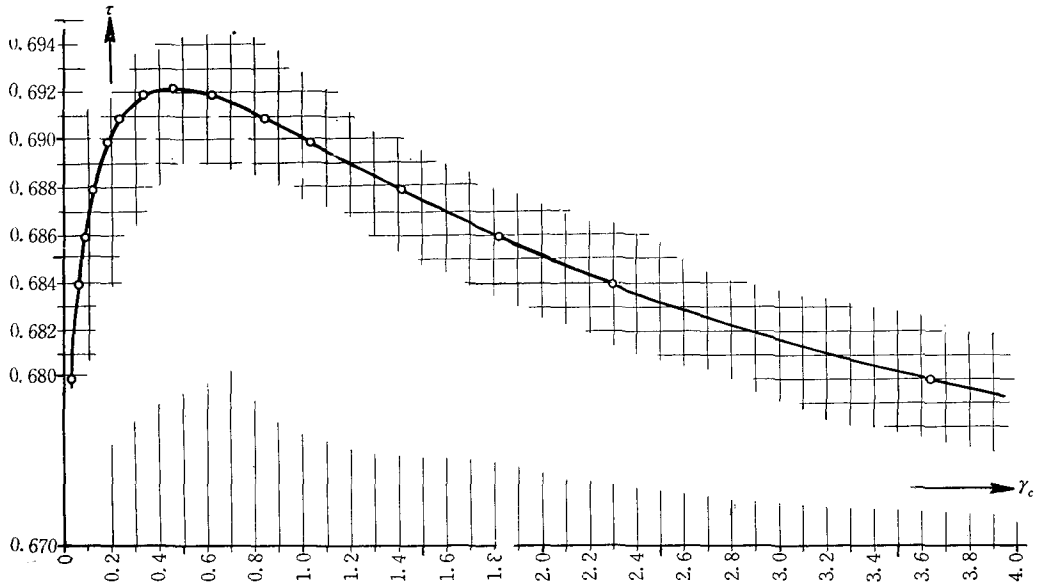

図-5 堤頂部における γ_c-τ_c 曲線 ($\beta=2$, a 無視)

表-2 の値を図示したものが図-5 である。

γ_c が唯一箇の値をとるため，すなわち $\tau_c=\max$ の値を与えるためには，$B^2=C$, $\gamma_c=B=\sqrt{C}$ であることが必要であるから次の条件式が成立しなければならない。

$$\left[\frac{12\tau_c-(11\tau_c^2+3)}{3\tau_c-2}\right]^2=4(3\tau_c-2)\tau_c \qquad (2.\ 7)$$

これを解いて $\tau_c=0.69233$, $\gamma_c=0.4602$ を得る。

ダムの頂点における底部圧力は (1.27) 式中の μ に (2. 1) 式を入れて

$$\left[\frac{p}{w}\Big/H\right]_{b.c}=1-(1-\tau_c)\left(1+2\frac{\tau_c}{\gamma_c}\right) \qquad (2.\ 8)$$

III. 堤頂で $p/w=0$ となるような曲率半径

さらに $p/w=0$ となるような γ_c と τ_c との関係を求めると

$$\tau_c=1-\frac{\gamma_c}{2} \qquad (3.\ 1)$$

これを (2. 2) 式に入れると

$$\frac{2-\gamma_c}{2(1-\gamma_c)}=\sqrt{\frac{2}{\gamma_c}} \qquad (3.\ 2)$$

または

$$4(2-3\gamma_c)(1-\gamma_c)=\gamma_c^3 \qquad (3.\ 3)$$

この三次方程式を解いて $\gamma_{c.0}=0.616$, これを (2. 1) 式に入れると $\mu_0=0.494$, さらに (2.9) 式より $\tau_c=0.692$, , 即ちこの解法に従えば $\gamma_c=0.616$, または $\rho_c=0.616H$ より曲率半径が小さければダム頂面に負圧を生ずることとなる。

しかし乍ら Ⅷ において論述するように上記の理論値では実験値との差異が少し大きすぎるので著者はこれに補正係数を用いてその値を修正することを試みた。この方法によれば $u_c'=0$, $\gamma_c=0.593$, $\rho_c=0.593H$ となり実験値の $\rho_c=0.60H$ に非常に近い。

IV. 任意堤頂部曲率半径に対する理論流量係数

(2. 6) 式によつて γ_c に応ずる τ_c を求めるか，または図-5 によつて τ_c を知りこれを (2.1) 式に入れて μ を求めると表-3 が得られる。μ の計算値を図示したものが図-6 の実線である。

$\gamma_c=\infty$ に対しては (2.4) 式により $\tau=2/3$, これを (2.1) 式に用いると

$$\sqrt{1+2\frac{\tau_c}{\gamma_c}}\fallingdotseq 1+\frac{\tau_c}{\gamma_c} \text{ であるから}$$

$$\mu\fallingdotseq\sqrt{1-\tau_c}\left\{\gamma_c+2\tau_c-\gamma_c\left(1+\frac{\tau_c}{\gamma_c}\right)\right\}$$

$$=\tau_c\sqrt{1-\tau_c}=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}=0.385$$

となつて広頂ぜきの理論流量係数に一致する。

表-3　γ_c, τ_c 及び μ の値

γ_c	0.3	0.5	0.6	1.0	2.0	3.0	∞
τ_c	0.6917	0.6923	0.69206	0.6902	0.6853	0.682	2/3
μ	0.540	0.507	0.4956	0.466	0.435	0.421	0.385

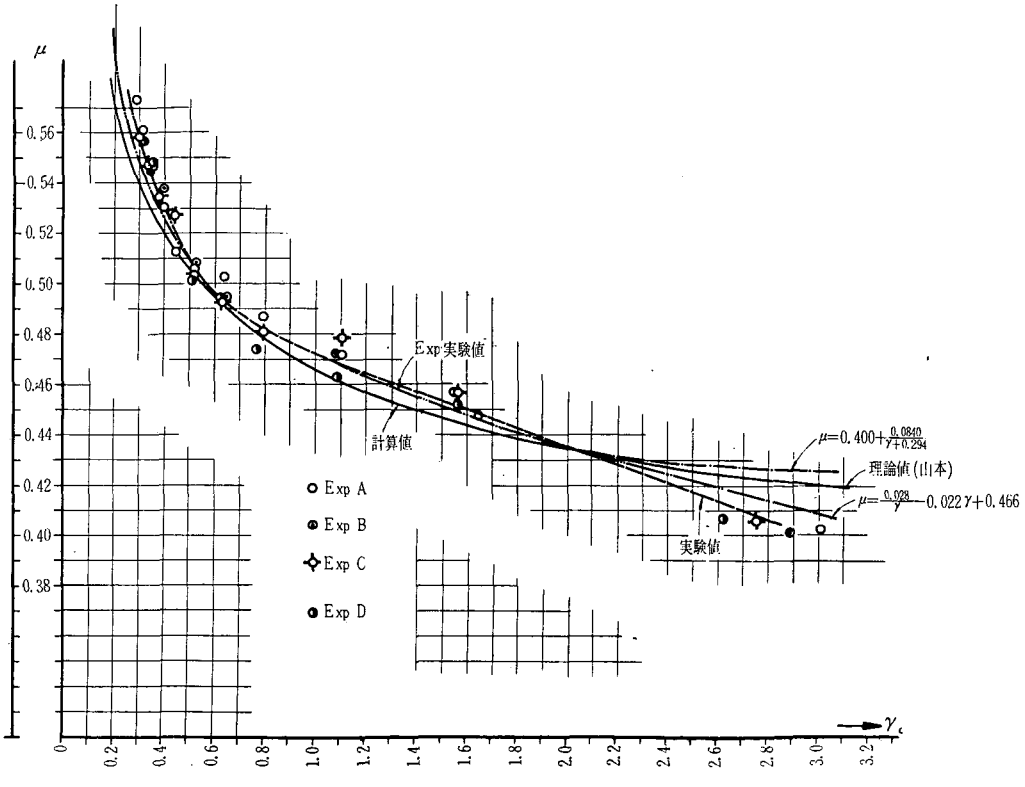

図-6　γ_c-μ 曲線（$\beta=2$, a 無視　$\rho_c=6.5$ cm）

V.　摩擦損失水頭

Chézy 公式より摩擦損失水頭を h_f とすれば二次元流動では径深 $R=t$, $v=q/t$ であるから

$$h_f=\frac{q^2 l}{c^2 t^3}=\frac{2g\,\mu^2 H^3 l}{c^2 t^3} \qquad (5.\ 1)$$

ここに c は Chézy の常数である。今 c として Kutter の簡単式を用いるものとすれば（m-sec）単位で表されている式を（cm-sec）単位に換算すれば

$$c=\frac{1000\sqrt{t}}{10m+\sqrt{t}} \quad (\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}/\mathrm{sec})$$

ここに t は cm で表された径深である。滑らかなコンクリートでは $m=0.15$ であるから

$$c=\frac{1000\sqrt{t}}{1.5+\sqrt{t}} \quad (\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}/\mathrm{sec}) \qquad (5.\ 2)$$

いま

$$\frac{l}{H}=\lambda$$

とおけば（5.1）式より

$$\frac{h_f}{H}=2g\left(\frac{\mu}{c}\right)^2\cdot\frac{\lambda}{\tau^3} \qquad (5.\ 3)$$

従つて（1.21）式より a を含む項を無視すれば

$$1+\zeta=\tau\cos\alpha+\frac{1}{(\gamma+2\tau)}\left(\frac{\mu}{\sqrt{\gamma+2\tau}-\sqrt{\gamma}}\right)^2+2g\left(\frac{\mu}{c}\right)^2\cdot\frac{\lambda}{\tau^3} \qquad (5.\ 4)$$

VI. Randolph 型模型についての所要寸法

座標を X, Y で表わし，設計水頭を H_d とすれば

Richard R. Randolph

$$Y=0.53H_d^{-0.8}X^{1.8} \qquad (6.\ 1)^{17)}$$

John C. Harrold

$$Y=0.50H_d^{-0.85}X^{1.85} \qquad (6.\ 2)^{18)}$$

が数式で表された標準越流ダムの形として知られている。今 Randolph の式について所要寸法を求めてみる。

(6.1) より

$$\frac{Y}{H_d}=0.53\left(\frac{X}{H_d}\right)^{1.8} \qquad (6.\ 3)$$

今

$$\frac{X}{H_d}=x_0,\quad \frac{Y}{H_d}=y_0 \qquad (6.\ 4)$$

とおけば

$$y_0=0.53x_0^{1.8} \qquad (6.\ 5)$$

$$\frac{dy_0}{dx_0}=0.954x_0^{0.8} \qquad (6.\ 6)$$

$$\frac{d^2y_0}{dx_0^2}=0.7632x_0^{-0.2} \qquad (6.\ 7)$$

$$\rho_0=\frac{\left[1+\left(\frac{dy_0}{dx_0}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y_0}{dx_0^2}}=\frac{(1+0.9101x_0^{1.6})^{\frac{3}{2}}}{0.7632}\cdot x_0^{0.2} \qquad (6.\ 8)$$

$$\alpha=\tan^{-1}(0.954x_0^{0.8}) \qquad (6.\ 9)$$

ダム曲面に沿つて点 (X, Y) に至る長さを l とし，$l/H_d=l_0$ とおけば

$$l_0=\int_0^{x_0}\left\{1+\left(\frac{dy_0}{dx_0}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}\cdot dx_0 \qquad (6.10)$$

右辺の dy_0/dx_0 に (6.6) の値を代入すれば

$$l_0=\int_0^{x_0}\{1+0.9101x_0^{1.6}\}^{\frac{1}{2}}dx_0$$

しかしこの計算は厄介なので Randolph 曲線に充分近似的な二次曲線として

$$y_0=\frac{x_0^2}{2.1} \qquad (6.11)^{19)}$$

を用いるものとする。

(6.10) 式に入れて

$$l_0=\int\sqrt{1+0.9070x_0^2}\cdot dx$$

しかるに

$$\sqrt{1+0.9070x_0^2}=\sqrt{0.9070}\sqrt{\frac{1}{0.9070}+x_0^2}$$

$$=0.9524\sqrt{(1.05)^2+x_0^2}$$

$$l_0=0.9524\int_0^{x_0}\sqrt{(1.05)^2+x_0^2}\,dx_0$$

$$=0.9524\times\frac{1}{2}[x_0\sqrt{x_0^2+(1.05)^2}$$

$$+(1.05)^2\ln\{x_0+\sqrt{x_0^2+(1.05)^2}\}]_0^{x_0}$$

しかるに

$$\ln\{x_0+\sqrt{x_0^2+(1.05)^2}\}$$

$$=\ln\left\{\left(\frac{x_0}{1.05}+\sqrt{\left(\frac{x_0}{1.05}\right)^2+1}\right)(1.05)\right\}$$

$$=\ln 1.05+\sinh^{-1}\frac{x_0}{1.05}$$

故に

$$l_0=0.4762\Big[x_0\sqrt{x_0^2+1.1025}$$

$$+1.1025\left\{\ln 1.05+\sinh^{-1}\frac{x_0}{1.05}\right\}$$

$$-\ln 1.05-\sinh^{-1}(0)\Big]$$

$$l_0=0.4762x_0\sqrt{x_0^2+1.1025}$$

$$+0.5250\sinh^{-1}\frac{x_0}{1.05} \qquad (6.12)$$

かくして

$$\left.\begin{array}{l} X=x_0Hd,\ Y=y_0\cdot Hd,\ \rho=\rho_0\cdot H_d \\ \text{及び}\quad l=l_0\cdot H_d \end{array}\right\} \qquad (6.11)$$

によつて各所要寸法が求められる。

VII 計 算 例

以上の理論がどの程度実際に適合するかを検するために村，荒木両技官による模型実験資料[25]と比較対照せしめる。この実験用模型は何れも Randolph 型で設計水頭が 5 cm のものと 10 cm のものとの二種についてなされているが著者はその II 型 (H_d=10c m) についてなされた実測値に比べて計算値の精度を検討した。両模型とも A, B, C 及び D の四種（異なる堤高，従つて接近流速の割合が異なる）の実験がなされたが接近流速は充分に小さいから式の取扱いにはすべて $H=H_1+\frac{v_a^2}{2g}$ なる全水頭を用いることとする。

(6.8) 式から分るように $x_0=0$, 即ち頂点では曲率半径は零となるから座標をもととして画いたダム模型の寸法図から直接に求めてみると II 型では曲率半径は ρ_c=6.5 cm 程度である。実験水頭を H とすれば

表-4　II 型 模 型 寸 法

測　点	x_0	y_0	ρ_0	l_0	X(cm)	Y(cm)	α	ρ(cm)
4（頂点）	0	0	0.65	0	0	0	0	6.50
6	0.2132	0.0328	1.075	0.21363	2.132	0.328	15°29′	10.75
8	0.5132	0.1595	1.725	0.5330	5.132	1.595	29°19′	17.25
10	0.8132	0.3653	2.674	0.8884	8.132	3.653	40°17′	26.74
13	1.2632	0.8071	4.860	1.5225	12.632	8.071	49°00′	48.60

$$\gamma_c=\frac{\rho_c}{H}=\frac{\rho_c}{H_d}\cdot\frac{H_d}{H}=\gamma_{c.d}\cdot\frac{H_d}{H} \qquad (7.\ 1)$$

の関係になる。実験値にも多少のばらつきが認められるので四種の実測値を γ について図示しその平均位置を通つて一つの曲線を定め実測値とする。

II 型模型の所要寸法は表-4 の如くなる。

（1）　堤頂断面（測点 4）

流量係数 μ, 水深は $\tau=t/H$ で，また圧力水頭については $\frac{p}{w}\Big/H$ をすべて γ について示した。堤頂部水

図-7　堤頂断面における水深

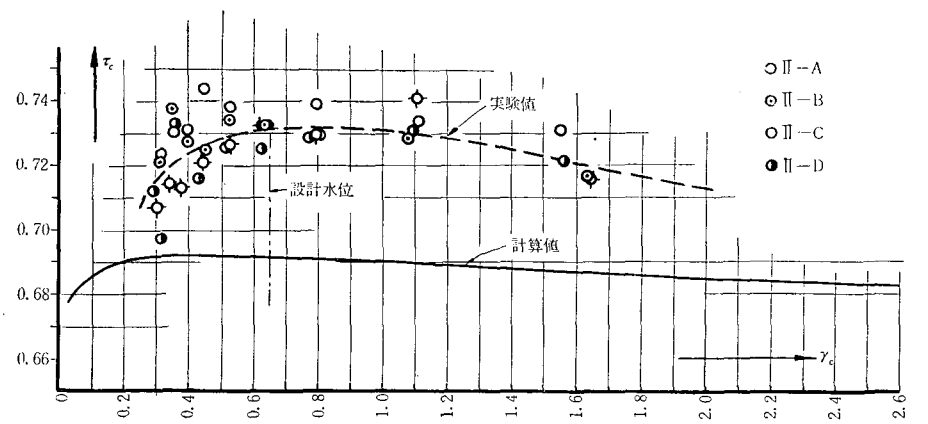

表-5　II 型模型堤頂部における μ, τ 及び u の比較（ρ_c=6.5 cm, H_d=10 cm）

No.	γ_c	μ			τ_c			$u=(p/w)/H$		
		実　測	計　算	誤　差	実　測	計　算	誤　差	実　測	計　算	u_c-u_e
1	2.8	0.407	0.423	+0.039	—	—	—	—	—	—
2	1.6	0.450	0.444	−0.013	0.721	0.6871	−0.047	+0.66	+0.41	−0.25
3	1.1	0.468	0.461	−0.017	0.730	0.6897	−0.055	+0.48	+0.30	−0.18
4	0.8	0.482	0.478	−0.008	0.732	0.6912	−0.056	+0.26	+0.16	−0.10
5	0.65	0.493	0.491	−0.004	0.731	0.6919	−0.053	+0.075	+0.035	−0.04
6	0.60	0.498	0.496	−0.004	0.731	0.6921	−0.053	0	−0.02	−0.02
7	0.55	0.504	0.501	−0.006	0.730	0.6922	−0.052	−0.085	−0.085	0
8	0.45	0.521	0.514	−0.014	0.727	0.6922	−0.048	−0.29	−0.25	+0.04
9	0.40	0.532	0.522	−0.019	0.724	0.6922	−0.044	−0.43	−0.37	+0.06
10	0.35	0.546	0.530	−0.029	0.721	0.6921	−0.040	−0.64	−0.52	+0.08
11	0.30	0.560	0.540	−0.036	0.716	0.6917	−0.034	−0.86	−0.73	+0.13

ここに　Error of $\mu=\frac{\mu_{\rm cal}-\mu_{\rm exp}}{\mu_{\rm exp}}$

表-6 (H_d=10 cm, H=12.27 cm, γ_c=0.538, μ=0.502)

測点	l	γ	ζ	h_f/H	τ	τ'	h		u		p/w	
							計算値	実測値	計算値	実測値	計算値	実測値
8	5.350	1.406	0.1300	0.00356	0.525	0.530	8.10	8.38	−0.024	−0.027	−0.294	−0.331
10	8.884	2.179	0.2977	0.00929	0.464	0.465	7.90	8.29	−0.050*	+0.016	−0.614	+0.196

深は図-5 によつて求められるがこれを実験値と対比せしめたものが図-7 であり，これを (2.1) 式に入れて求めた μ と実験値を対比せしめたものが図-6 である。なお理論とは別に実験値から次の実験式を求めてみた。

$$\mu=\frac{0.028}{\gamma}-0.022\gamma+0.466 \qquad (7.\ 2)$$

圧力水頭 p/w を全水頭 H で除したものを比圧力水頭とし u で表わし実験値には添字 e とを附し計算値には添字 c を附することとする。

(1.27) 式または (2.8) 式によつて u_c が求められる。

(2) 摩擦損失水頭の影響

いま H=12.27 cm の全水頭で越流せしめた場合どの程度摩擦損失が影響するかを計算例で示す。測点 6 と測点 8 について表-6 のようになる。

ここに断面水深を t, 越流水深を H とし $\tau=t/H$ で (1.23) 式によつた値，τ' は τ に摩擦損失水頭の影響を入れたもの，h は鉛直水深，u は圧力水頭を全水頭で割つた値である。なおこの計算は理論計算値の μ=0.502 を用いたが実験値の μ=0.5052 または γ_c=0.538 に対する (7.2) 式の値の μ=0.5060 を採用すればもつと実験値に近づく。* 印は補正しない値であるが Ⅷ によつて補正すれば u= −0.012, p/w= −0.147(cm) となる。これをみれば標準ダム上の越流水に対しては摩擦損失水頭は無視しても計算値に及ぼす影響は非常に小さいことが分る。

(3) 測点 6 における水深

表-7 測点 6 における実測鉛値水深 (ρ=10.75 cm)

試験番号	H	γ	鉛直水深 n
A− 2	4.17	2.578	2.51
A− 3	5.83	1.844	3.47
A− 4	8.13	1.322	5.55
A− 5	10.07	1.067	6.94
A− 6	12.27	0.875	8.52
A− 7	14.49	0.742	10.04
A− 8	16.29	0.660	11.33
A− 9	18.37	0.585	12.78
A−10	20.49	0.525	14.30
B− 2	3.96	2.715	2.36
B− 3	5.98	1.757	3.83
B− 4	8.03	1.339	5.33
B− 5	10.18	1.056	6.97
B− 6	12.34	0.871	8.54
B− 7	14.23	0.756	9.89
B− 8	16.25	0.662	11.36
B− 9	18.65	0.576	12.93
B−10	20.82	0.516	14.56
C− 2	4.13	2.603	2.51
C− 3	5.84	1.841	3.82
C− 4	8.14	1.321	5.47
C− 5	10.29	1.045	7.01
C− 6	12.29	0.875	8.48
C− 7	14.54	0.740	10.01
C− 8	17.04	0.631	11.76
C− 9	18.81	0.572	12.88
C−10	21.44	0.501	14.56
D− 2	4.14	2.597	2.51
D− 3	5.92	2.816	3.83
D− 4	8.38	1.283	5.69
D− 5	10.34	1.040	7.08
D− 6	12.61	0.853	8.70
D− 7	15.03	0.715	10.33
D− 8	18.06	0.595	12.51
D− 9	20.38	0.527	13.63
D−10	22.24	0.483	15.23

表-8 は (1.23) 式によつて求めた値である。表-7 と表-8 を図示したものを図-8 に示す。

表-8 測点6における水深計算値($Y=0.328$ cm, $\alpha=15°29'$, $\rho=10.75$ cm, $\gamma=\rho/H$, $\zeta=Y/H$)

No.	γ	H	ζ	μ	τ	t	No.	γ	H	ζ	μ	τ	t
1	0.5	21.500	0.01526	0.540	0.695	14.94	4	1.5	7.167	0.04577	0.4715	0.606	4.34
2	0.6	17.917	0.01831	0.528	0.689	12.34	5	2.0	5.375	0.06102	0.457	0.585	3.14
3	1.0	10.750	0.03051	0.495	0.622	6.7							

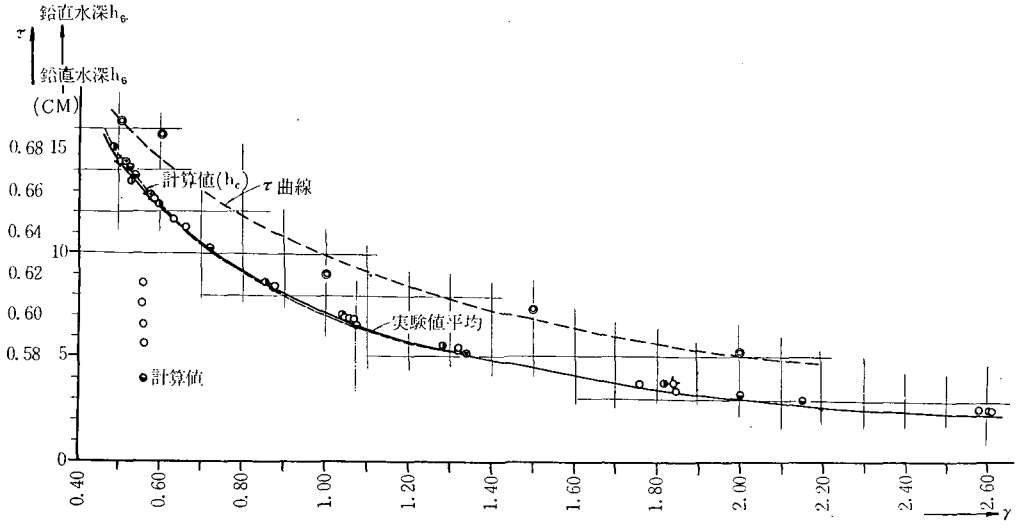

図-8 II 型測点6における鉛直水深 (h_6)

表-9 測点6における実測圧力水頭 (図-10)

試験番号	H	γ	p/w	$u=\frac{p}{w}\Big/H$	試験番号	H	γ	p/w	$u=\frac{p}{w}\Big/H$
A- 2	4.17	2.578	1.85	+0.444	B- 2	3.96	2.715	2.40	+0.606
A- 3	5.83	1.844	2.25	+0.386	B- 3	5.98	1.757	2.45	+0.408
A- 4	8.13	1.322	1.40	+0.172	B- 4	8.03	1.339	2.10	+0.262
A- 5	10.07	1.067	0.50	+0.050	B- 5	10.18	1.056	1.05	+0.103
A- 6	12.27	0.875	− 1.20	−0.098	B- 6	12.34	0.871	− 0.65	−0.053
A- 7	14.49	0.742	− 3.40	−0.235	B- 7	14.23	0.756	− 2.55	−0.179
A- 8	16.29	0.660	− 5.70	−0.350	B- 8	16.25	0.662	− 5.15	−0.317
A- 9	18.37	0.585	− 9.00	−0.490	B- 9	18.65	0.576	− 8.70	−0.466
A-10	20.49	0.525	−12.40	−0.605	B-10	20.82	0.516	−13.10	−0.629
C- 2	4.13	2.603	2.40	+0.581	D- 2	4.14	2.597	2.30	+0.556
C- 3	5.84	1.841	2.55	+0.437	D- 3	5.92	1.816	2.40	+0.405
C- 4	8.14	1.321	1.95	+0.240	D- 4	8.38	1.283	1.95	+0.233
C- 5	10.29	1.045	0.90	+0.087	D- 5	10.34	1.040	1.00	+0.097
C- 6	12.29	0.875	− 0.35	−0.029	D- 6	12.61	0.853	− 1.15	−0.091
C- 7	14.54	0.740	− 2.85	−0.196	D- 7	15.03	0.715	− 3.45	−0.230
C- 8	17.04	0.631	− 6.20	−0.364	D- 8	18.06	0.595	− 7.80	−0.432
C- 9	18.81	0.572	− 8.80	−0.468	D- 9	20.38	0.527	−11.70	−0.574
C-10	21.44	0.501	−13.50	−0.630	D-10	22.24	0.483	−14.90	−0.670

（4） 測点6における圧力水頭

同一模型で同一測点では $p/w=f_1(\mu,\gamma,\tau)$ 一方，(1.22) 式より $\tau=f_2(\mu,\gamma)$，従つて $p/w=f_3(\mu,\gamma)$。然るに μ は同一模型では γ_c のみに関係し，また幾何学的相似性より $\gamma/\gamma_c=\rho/\rho_c$ の関係があるから結局 $p/w=F(\gamma)$ ということになる。村及び荒木の実験資料から全越流水深 H に対する圧力水頭 p/w を選び $\rho=10.75$ cm を用いて γ と u を求めれば表-9 の如くなる。

表-9 は (1.26) 式によつて計算された値である。(1.26) 式によつて $u=\frac{p}{w}\Big/H$ を計算すれば表-10 のようになる。表 10 中 u_c は計算値，u_e は u の実験値である。

表-10 測点6における圧力水頭計算値計

No.	γ	H	計算値		ζ	N	u_c	u_e	圧力水頭 (cm)	
			μ	τ					計算	実測
1	0.5	21.500	0.540	0.695	0.0153	0.943	−0.279	−0.633	−6.4	−13.6
2	0.6	17.919	0.528	0.689	0.0183	0.816	−0.148	−0.430	−2.6	− 7.7
3	1.0	10.750	0.495	0.622	0.0305	0.497	+0.035	+0.056	+0.38	+ 0.60
4	1.5	7.167	0.4715	0.606	0.0458	0.342	+0.201	+0.310	+1.44	+ 2.22
5	2.0	5.395	0.457	0.585	0.0610	0.259	+0.283	+0.480	+1.52	+ 3.12

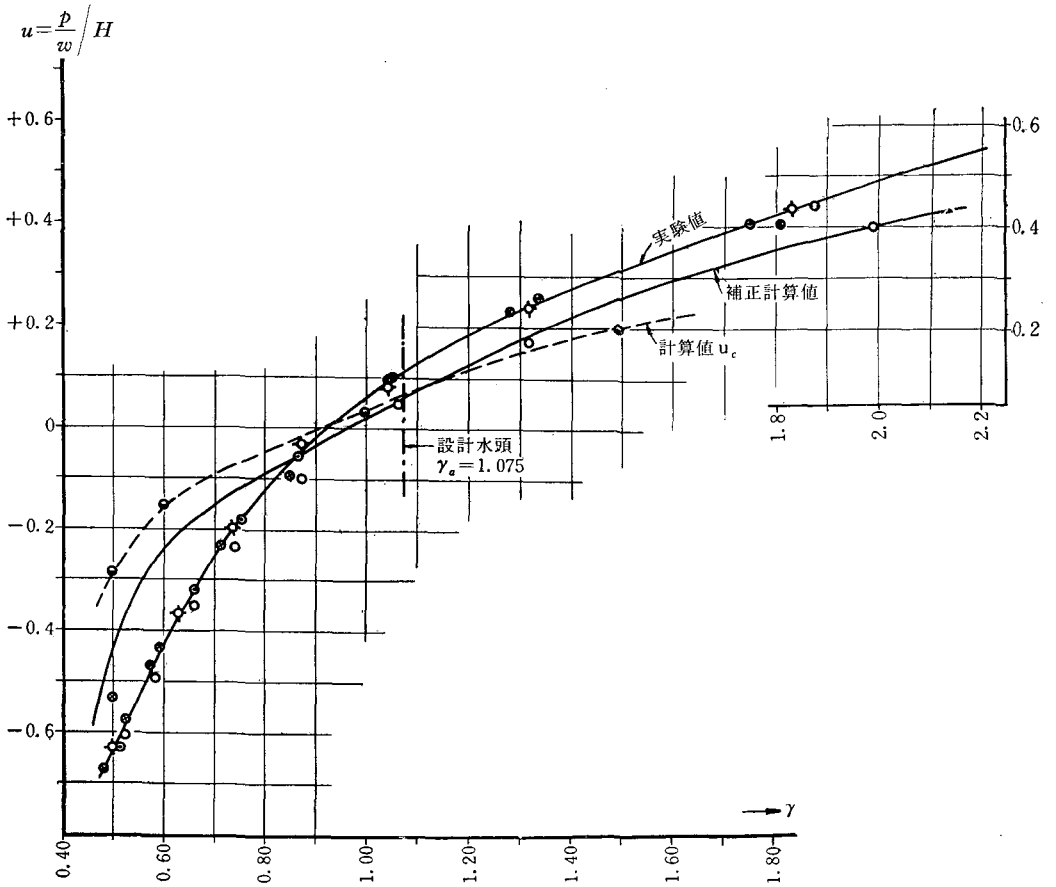

図-9 II 型測点 6 における比圧力水頭

（5） 測点8における水深（図-10, 表-11, 12）

これについて（1.23）式によつて τ を求めれば表-12 のようになる。

（6） 測点における8圧力水頭（図-11）

（1.26）式によつて圧力水頭を計算すれば表-14 の如くなる。表中 $N=\sqrt{1+2\frac{\tau}{\gamma}}-1$ である。

（7） 測点 10 における鉛直水深

（1.23）式によつて求めた値は表-16 のようになる。

（8） 測点 10 における圧力水頭（表-17, 図-13）

（1.26）式によつて圧力水頭を計算すれば表-18 の如くなる。

（9） 測点13における鉛直水深（表-19, 20, 図-14）

（1.23）式によつて水深を求めれば-表20 の如くなる。

（10） 測点13における実測圧力水頭（図-15, 表-21）

（1.26）式による圧力水頭の計算値は表-22 の如くなる。

（11） 測点 16 における水深（表-23, 図-16）

VIII. 圧力水頭の補正

以上の計算例をみれば水深はダム頂部附近で最大（4～5）% の差異を生ずるがそれ以外は大体において満足的である。若し実験式（7.2）を μ の値に用いれば更に一層実測値に近づき殆んど完全に一致する。

しかし圧力水頭の方は少しく実測値からかけ離れすぎる。その主なる理由は（1.2）式の形の $r=\rho+2y$ なる単純な仮定では流線の曲率が表せないということである。これは（1.2）式の β が実際には2ではないということと，流線はこのような単純な形を示すものではないということである。その為 β を 1 にしても 2 にしても実測値に合致しないが $\beta=1$ よりは $\beta=2$ の方が標準越流ダムの流量係数の実測値に近いようである。今一つの理由は計算の誤差の累積である。以上，$\beta=2$ としてすべての式が組立てられたがこの仮定が実験値に比してどの程度の信頼性があるかということとを具体的に検討する為に，敢えて煩らわしい計算を行つたのであるが，圧力水頭の方は実用的目的にとつても若干実験値に比して差異が著しすぎる為実験的にこれを補正する係数を導入することとする。今

表-11 測点 8 における実測鉛直水深

試験番号	H(cm)	γ	鉛直水深 (h)(cm)	試験番号	H	γ	鉛直水深 (h)(cm)
A- 2	4.17	4.137	2.06	B- 2	3.96	4.356	1.97
A- 3	5.83	2.959	3.34	B- 3	5.98	2.885	3.40
A- 4	8.13	2.122	5.11	B- 4	8.03	2.148	5.04
A- 5	10.07	1.713	6.63	B- 5	10.18	1.695	6.63
A- 6	12.27	1.406	8.38	B- 6	12.34	1.398	8.25
A- 7	14.49	1.191	10.07	B- 7	14.23	1.212	9.65
A- 8	16.29	1.059	11.15	B- 8	16.25	1.062	11.15
A- 9	18.37	0.939	12.71	B- 9	18.65	0.925	12.80
A-10	20.49	0.842	14.20	B-10	20.82	0.828	14.28
C- 2	4.13	4.177	2.08	D- 2	4.14	4.167	2.15
C- 3	5.84	2.954	3.38	D- 3	5.92	2.914	3.35
C- 4	8.14	2.119	5.01	D- 4	8.38	2.058	5.22
C- 5	10.29	1.676	6.68	D- 5	10.34	1.668	6.68
C- 6	12.29	1.404	8.10	D- 6	12.61	1.368	8.44
C- 7	14.54	1.186	9.80	D- 7	15.03	1.127	10.15
C- 8	17.04	1.012	11.38	D- 8	18.06	0.955	12.38
C- 9	18.81	0.917	12.78	D- 9	20.38	0.846	13.60
C-10	21.44	0.805	14.56	D-10	22.24	0.776	15.08

表-12 測点8における水深（図-10）（$\rho=17.25$ cm, $\alpha=29°19'$, $Y=1.595$ cm）

No.	γ	$H=\frac{\rho}{\gamma}$	$\zeta=\frac{Y}{H}$	$\gamma_c=\frac{6.5}{H}$	μ	M	τ	t (cm)
1	0.8	21.738	0.0734	0.2990	0.543	1.20	0.594	12.91
2	1.0	17.250	0.0925	0.3768	0.526	2.12	0.578	9.97
3	1.5	11.500	0.1387	0.5652	0.500	6.0	0.540	6.21
4	2.0	8.625	0.1849	0.7536	0.482	13.0	0.507	4.37
5	3.0	5.750	0.2774	1.130	0.460	40.0	0.475	2.73
6	4.0	4.313	0.3698	1.507	0.447	79.6	0.426	1.84

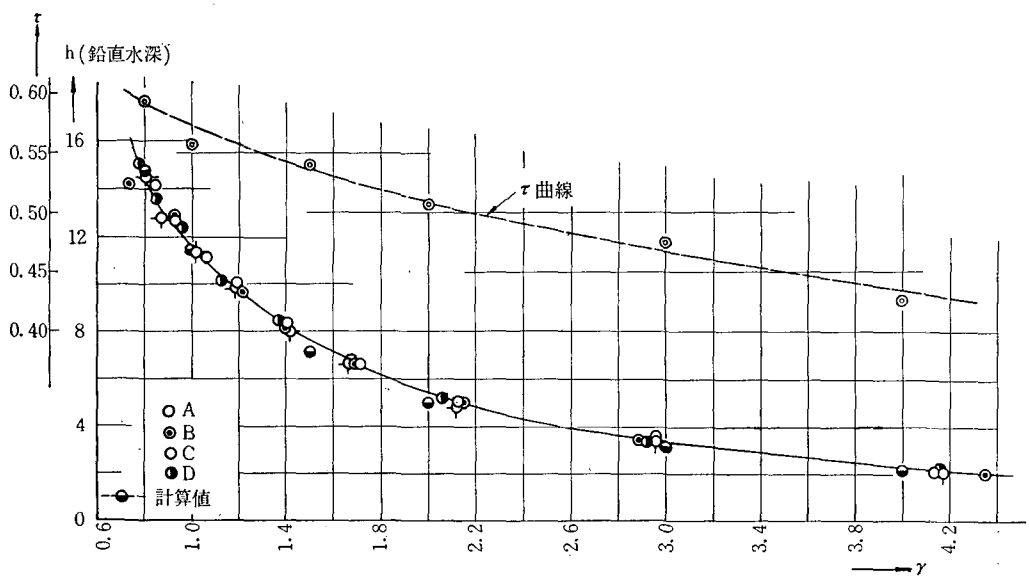

図-10 測点 8 における鉛直水深

表-13 測点8における圧力水頭

試験番号	H(cm)	γ	圧力水頭 u	圧力水頭 p/w(cm)	試験番号	H(cm)	γ	圧力水頭 u	圧力水頭 p/w(cm)
A- 2	4.17	4.137	0.3117	1.30	B- 2	3.96	4.356	0.4672	1.85
A- 3	5.83	2.959	0.2830	1.65	B- 3	5.98	2.885	0.3094	1.85
A- 4	8.13	2.122	0.1353	1.10	B- 4	8.03	2.148	0.2615	2.10
A- 5	10.07	1.713	0.0397	0.40	B- 5	10.18	1.695	0.1031	1.05
A- 6	12.27	1.406	−0.0571	−0.70	B- 6	12.34	1.398	−0.0203	−0.25
A- 7	14.49	1.191	−0.1311	−1.90	B- 7	14.23	1.212	−0.1160	−1.65
A- 8	16.29	1.059	−0.2271	−3.70	B- 8	16.25	1.062	−0.2123	−3.45
A- 9	18.37	0.939	−0.3212	−5.90	B- 9	18.65	0.925	−0.3378	−6.30
A-10	20.49	0.842	−0.4344	−8.90	B-10	20.82	0.828	−0.4515	−9.40
C- 2	4.13	4.177	0.4358	1.80	D- 2	4.14	4.167	0.4589	1.90
C- 3	5.84	2.954	0.3682	2.15	D- 3	5.92	2.914	0.3041	1.80
C- 4	8.14	2.119	0.1904	1.55	D- 4	8.38	2.058	0.1730	1.45
C- 5	10.29	1.676	0.0777	0.80	D- 5	10.34	1.668	0.0919	0.95
C- 6	12.29	1.404	−0.0244	− 0.30	D- 6	12.61	1.368	−0.0516	− 0.65
C- 7	14.54	1.186	−0.0963	− 1.40	D- 7	15.03	1.127	−0.1697	− 2.55
C- 8	17.04	1.012	−0.2641	− 4.50	D- 8	18.06	0.955	−0.3212	− 5.80
C- 9	18.81	0.917	−0.3456	− 6.50	D- 9	20.38	0.846	−0.4416	− 9.00
C-10	21.44	0.805	−0.4711	−10.10	D-10	22.24	0.776	−0.5261	−11.70

表-14　測点 8 における圧力水頭計算値（図-11）

No.	γ	H(cm)	ζ	計算値 μ	計算値 τ	$\frac{\tau}{\gamma}$	N	$u=(p/w)/H$ 計算	$u=(p/w)/H$ 実測	p/w 計算	p/w 実測
1	0.8	21.738	0.0734	0.543	0.594	0.7425	0.576	−0.315	−0.47	−6.85	−10.22
2	1.0	17.250	0.0925	0.526	0.578	0.5780	0.468	−0.171	−0.269	−2.95	− 4.57
3	1.5	11.500	0.1387	0.500	0.540	0.3600	0.312	−0.003	+0.013	−0.04	+ 0.16
4	2.0	8.625	0.1849	0.482	0.507	0.2535	0.2276	+0.056	+0.158	+0.48	+ 1.36
5	3.0	5.750	0.2774	0.460	0.475	0.1583	0.150	+0.232	+0.315	+1.34	+ 1.81
6	4.0	4.313	0.3698	0.447	0.426	0.1065	0.100	+0.121	+0.433	+0.52	+ 1.87

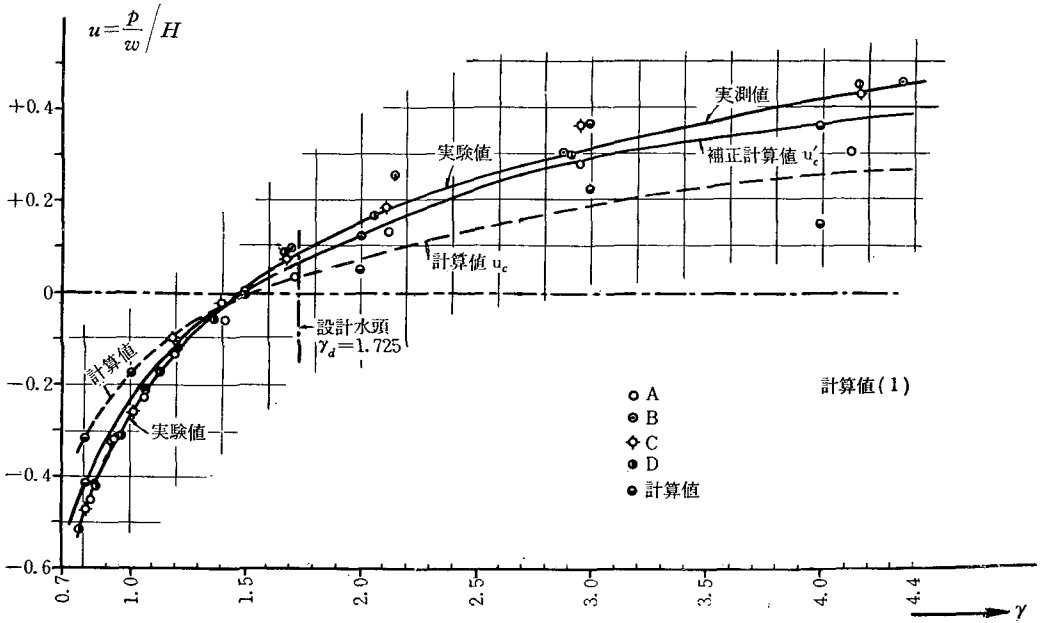

図-11　II 型測点 8 における圧力水頭

表-15　測点 10 における実測鉛直水深（図-12）

試験番号	H	γ	鉛直水深 (h)	試験番号	H	γ	鉛直水深 (h)
A− 2	4.17	6.412	1.87	B− 2	3.96	6.752	1.75
A− 3	5.83	4.587	3.06	B− 3	5.98	4.472	3.20
A− 4	8.13	3.289	4.97	B− 4	8.03	3.330	4.83
A− 5	10.07	2.655	6.42	B− 5	10.18	2.627	6.45
A− 6	12.27	2.179	8.29	B− 6	12.34	2.167	8.27
A− 7	14.49	1.845	10.00	B− 7	14.23	1.879	9.61
A− 8	16.29	1.641	11.35	B− 8	16.25	1.646	11.34
A− 9	18.37	1.456	12.98	B− 9	18.65	1.434	12.85
A−10	20.49	1.305	14.42	B−10	20.82	1.284	14.67
C− 2	4.13	6.475	1.91	D− 2	4.14	6.459	1.93
C− 3	5.84	4.579	3.09	D− 3	5.92	4.517	3.10
C− 4	8.14	3.285	4.85	D− 4	8.38	3.191	5.12
C− 5	10.29	2.599	6.60	D− 5	10.34	2.586	6.75
C− 6	12.29	2.176	8.10	D− 6	12.61	2.120	8.48
C− 7	14.54	1.839	9.98	D− 7	15.03	1.779	10.15
C− 8	17.04	1.569	11.60	D− 8	18.06	1.481	12.29
C− 9	18.81	1.422	13.07	D− 9	20.38	1.312	13.83
C−10	21.44	1.247	14.89	D−10	22.24	1.202	15.49

表-16 測点 10 における水深（図-12）
（$Y=3.653$ cm, $\alpha=40°17'$, $\rho=26.74$ cm, $\zeta=Y/H$, $\gamma_c=6.5/H$）

No.	γ	H(cm)	ζ	γ_c	μ	$\frac{\tau}{\gamma}$	M	τ	t (cm)
1	1.3	20.57	0.1776	0.316	0.537	0,411	4.5	0.534	10.89
2	1.8	14.86	0.2459	0.438	0.5155	0,277	10.6	0.493	7.4
3	2.5	10.70	0.3414	0.608	0.495	0,184	25.4	0.461	4.9
4	3.5	7.64	0.4781	0.851	0.475	0,120	62.5	0.420	3.2
5	4.5	5.94	0.6148	1.094	0.462	0,086	125.5	0.387	2.3

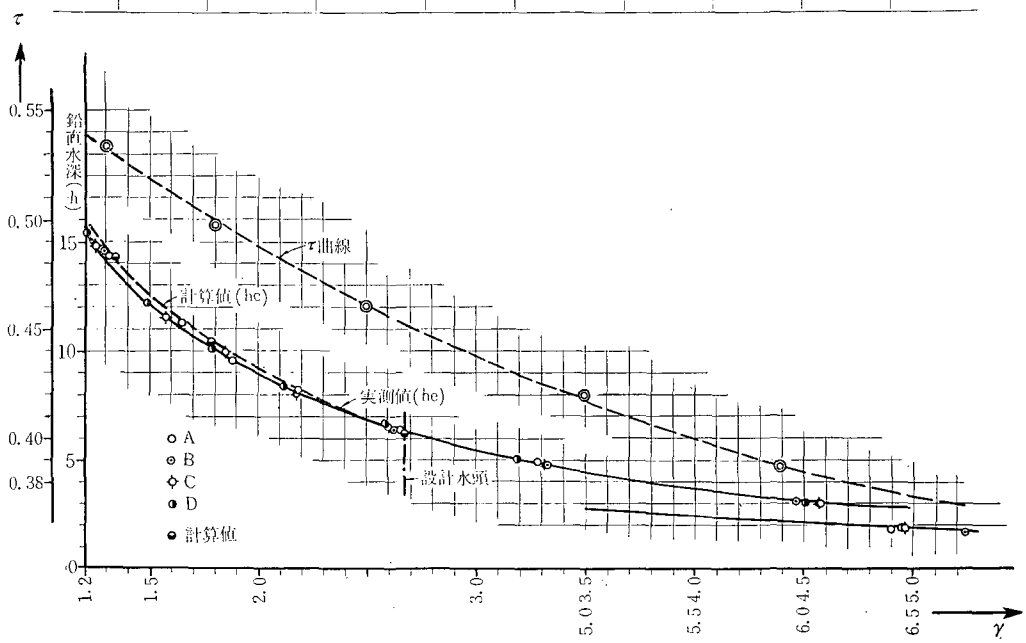

図-12 II 型測点 10 鉛直水深

表-17 測点 10 における実測圧力水頭（図-13）

試験番号	H	γ	圧力水頭 u	圧力水頭 p/w	試験番号	H	γ	圧力水頭 u	圧力水頭 p/w
A- 2	4.17	6.412	0.2758	1.15	B- 2	3.96	6.752	0.4167	1.65
A- 3	5.83	4.587	0.2573	1.50	B- 3	5.98	4.472	0.2843	1.70
A- 4	8.13	3.289	0.1292	1.05	B- 4	8.03	3.330	0.2117	1.70
A- 5	10.07	2.655	0.0794	0.80	B- 5	10.18	2.627	0.1326	1.35
A- 6	12.27	2.179	−0.0082	−0.10	B- 6	12.34	2.167	0.0608	0.75
A- 7	14.49	1.845	−0.0759	−1.10	B- 7	14.23	1.879	−0.0246	−0.35
A- 8	16.29	1.641	−0.1351	−2.20	B- 8	16.25	1.646	−0.0954	−1.55
A- 9	18.37	1.456	−0.1905	−3.50	B- 9	18.65	1.434	−0.1877	−3.50
A-10	20.49	1.305	−0.2880	−5.90	B-10	20.82	1.284	−0.2882	−6.00
C- 2	4.13	6.475	0.4237	1.75	D- 2	4.14	6.459	0.3865	1.60
C- 3	5.84	4.579	0.3082	1.80	D- 3	5.92	4.517	0.2703	1.60
C- 4	8.14	3.285	0.1966	1.60	D- 4	8.38	3.191	0.2327	1.95
C- 5	10.29	2.599	0.1069	1.10	D- 5	10.34	2.586	0.1596	1.65
C- 6	12.29	2.176	0.0610	0.75	D- 6	12.61	2.120	0.0634	0.80
C- 7	14.54	1.839	−0.0413	−0.60	D- 7	15.03	1.779	−0.0699	−1.05
C- 8	17.04	1.569	−0.1467	−2.50	D- 8	18.06	1.481	−0.1855	−3.35
C- 9	18.81	1.422	−0.1994	−3.75	D- 9	20.38	1.312	−0.3288	−6.70
C-10	21.44	1.247	−0.2985	−6.40	D-10	22.24	1.202	−0.3552	−7.90

表-18　測点 10 における圧力水頭計算値（図-13）

No.	γ	H	ζ	計算値 μ	計算値 τ	$\frac{\tau}{\gamma}$	N	$u=(p/w)/H$ 計算	$u=(p/w)/H$ 実測	p/w 計算	p/w 実測
1	1.3	20.57	0.1776	0.537	0.534	0.411	0.3498	−0.217	−0.275	−4.46	−5.66
2	1.8	14.86	0.2459	0.5155	0.498	0.277	0.2466	−0.103	−0.070	−1.40	−1.04
3	2.5	10.70	0.3414	0.495	0.461	0.184	0.1696	−0.0215	+0.075	−0.23	+0.803
4	3.5	7.64	0.4781	0.475	0.420	0.120	0.1136	+0.051	+0.195	+0.39	+1.49
5	4.5	5.94	0.6148	0.462	0.387	0.086	0.0826	+0.108	+0.270	+0.61	+1.60

図-13　II 型測点 10 における比圧力水頭

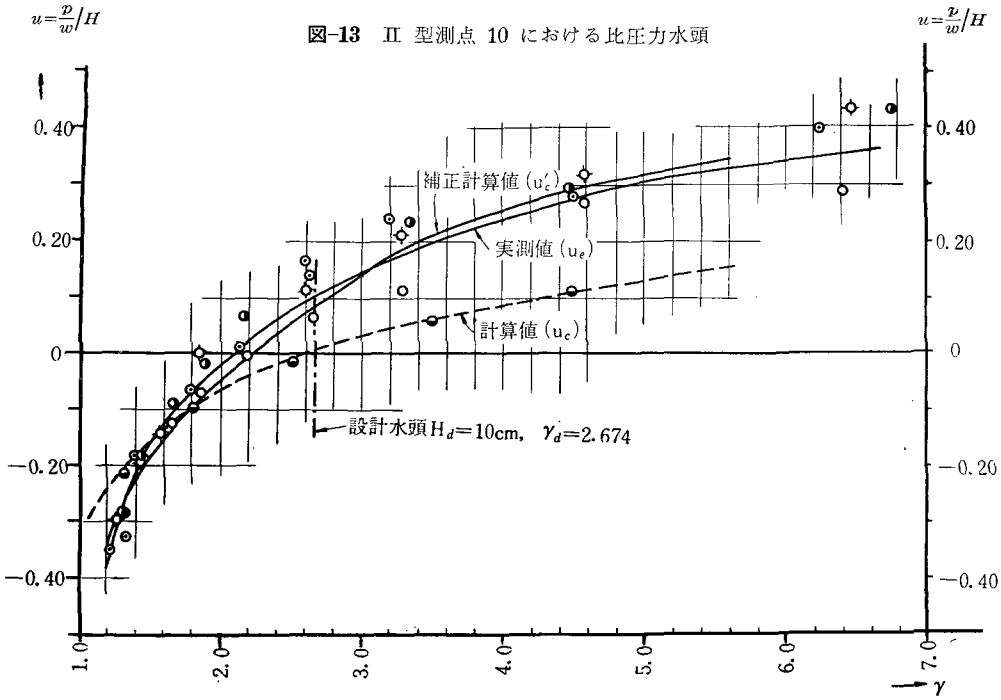

表-19　測点 13 における実測鉛直水深（図-14）

試験番号	H	γ	鉛直水深 (h)	試験番号	H	γ	鉛直水深 (h)
A- 2	4.17	11.655	1.61	B- 2	3.96	12.273	1.78
A- 3	5.83	8.336	2.84	B- 3	5.98	8.127	3.01
A- 4	8.13	5.978	4.72	B- 4	8.03	6.052	4.51
A- 5	10.07	4.826	6.38	B- 5	10.18	4.774	6.41
A- 6	12.27	3.961	8.52	B- 6	12.34	3.939	8.37
A- 7	14.49	3.354	10.62	B- 7	14.23	3.415	10.03
A- 8	16.29	2.984	11.80	B- 8	16.25	2.991	11.83
A- 9	18.37	2.646	13.73	B- 9	18.65	2.606	13.43
A-10	20.49	2.372	15.30	B-10	20.82	2.334	15.57
C- 2	4.13	11.768	1.71	D- 2	4.14	11.739	1.68
C- 3	5.84	8.322	2.94	D- 3	5.92	8.210	2.97
C- 4	8.14	5.971	4.55	D- 4	8.38	5.800	4.90
C- 5	10.29	4.723	6.59	D- 5	10.34	4.700	6.67
C- 6	12.29	3.954	8.45	D- 6	12.61	3.854	8.72
C- 7	14.54	3.343	10.27	D- 7	15.03	3.234	10.67
C- 8	17.04	2.852	12.47	D- 8	18.06	2.691	13.31
C- 9	18.81	2.584	13.64	D- 9	20.38	2.385	14.88
C-10	21.44	2.267	16.02	D-10	22.24	2.185	16.57

表-20 測点 13 における水深計算値（図-14）
（$Y=8.071$ cm, $\alpha=49°00'$, $\rho=48.60$ cm）

No.	γ	H(cm)	ζ	γ_c	μ	τ/γ	M	τ	t (cm)
1	2.2	22.09	0.3654	0.294	0.531	0.215	18.1	0.474	10.47
2	3.0	16.02	0.4982	0.401	0.522	0.149	42.3	0.4464	7.33
3	4.0	12.15	0.6643	0.535	0.503	0.1013	88.5	0.405	4.92
4	5.0	9.72	0.8303	0.669	0.489	0.0757	166.0	0.3786	3.68
5	6.0	8.10	0.9964	0.803	0.478	0.0583	278.0	0.350	2.84
6	10.0	4.86	1.6607	1.337	0.452	0.0287	1160	0.287	1.39

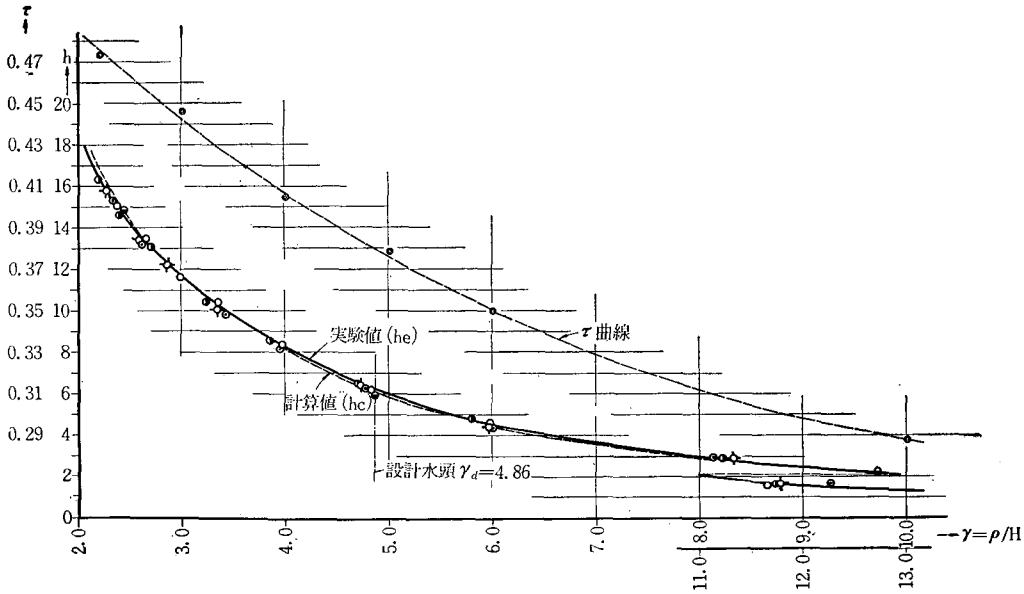

図-14 Π 型測点 13 における水深

表-21 測点 13 における実測圧力水頭（図-15）

試験番号	H	γ	圧力水頭 u	圧力水頭 p/w	試験番号	H	γ	圧力水頭 u	圧力水頭 p/w
A- 2	4.17	11.655	0.1681	0.70	B- 2	3.96	12.273	0.3157	1.25
A- 3	5.83	8.336	0.1973	1.15	B- 3	5.98	8.127	0.2007	1.20
A- 4	8.13	5.978	0.0861	0.70	B- 4	8.03	6.052	0.1619	1.30
A- 5	10.07	4.826	0.0695	0.70	B- 5	10.18	4.774	0.1228	1.25
A- 6	12.27	3.961	0.0245	0.30	B- 6	12.34	3.939	0.0689	0.85
A- 7	14.49	3.354	−0.0276	−0.40	B- 7	14.23	3.415	0.0246	0.35
A- 8	16.29	2.984	−0.0614	−1.00	B- 8	16.25	2.991	−0.0277	−0.45
A- 9	18.37	2.646	−0.1089	−2.00	B- 9	18.65	2.606	−0.1180	−2.20
A-10	20.49	2.372	−0.1562	−3.20	B-10	20.82	2.334	−0.1585	−3.30
C- 2	4.13	11.768	0.3148	1.30	D- 2	4.14	11.739	0.3140	1.30
C- 3	5.84	8.322	0.2483	1.45	D- 3	5.92	8.210	0.2196	1.30
C- 4	8.14	5.971	0.1597	1.30	D- 4	8.38	5.800	0.1551	1.30
C- 5	10.29	4.723	0.1069	1.10	D- 5	10.34	4.700	0.1257	1.30
C- 6	12.29	3.954	0.0732	0.90	D- 6	12.61	3.854	0.0278	0.35
C- 7	14.54	3.343	−0.0344	−0.50	D- 7	15.03	3.234	−0.0010	−0.15
C- 8	17.04	2.852	−0.0587	−1.00	D- 8	18.06	2.691	−0.0830	−1.50
C- 9	18.81	2.584	−0.0904	−1.70	D- 9	20.38	2.385	−0.1497	−3.05
C-10	21.44	2.267	−0.1959	−4.20	D-10	22.24	2.185	−0.2068	−4.60

表-22　測点 13 における圧力水頭計算値

No.	γ	H	ζ	計算値 μ	計算値 τ	$\frac{\tau}{\gamma}$	N	$u=(p/w)/H$ 計算	$u=(p/w)/H$ 実測	p/w 計算	p/w 実測
1	2.2	22.09	0.3654	0.531	0.474	0.215	0.1958	−0.154	−0.20	−3.4	−4.4
2	3.0	16.20	0.4982	0.522	0.4464	0.149	0.1393	−0.06	−0.04	−0.97	−0.65
3	4.0	12.15	0.6643	0.503	0.405	0.1013	0.0966	−0.03	+0.06	−0.36	+0.73
4	5.0	9.72	0.8303	0.489	0.3786	0.0757	0.0730	+0.035	+0.12	+0.34	+1.17
5	6.0	8.10	0.9964	0.478	0.350	0.0583	0.0567	+0.022	+0.16	+0.18	+1.30
6	7.0	4.86	1.6607	0.452	0.287	0.0287	0.0283	+0.11	+0.27	+0.54	+1.31

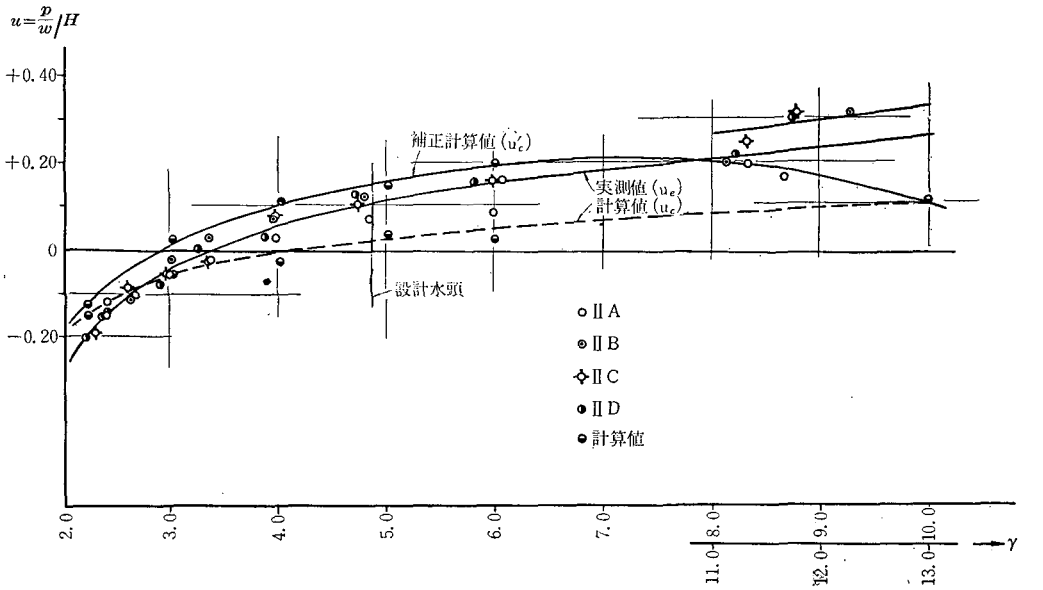

図-15　II 型測点 13 における圧力水頭

表-23　測点 16 における無測鉛直水深（図-16）$\begin{cases} x_0=1.7132, & \alpha=55°44' \\ \rho=81.725\,\text{cm}, & Y=13.968(\text{cm}) \end{cases}$

試験番号	H	γ	鉛直水深 (h)	試験番号	H	γ	鉛直水深 (h)
A− 2	4.17	19.55	1.50	B− 2	3.96	20.64	1.35
A− 3	5.83	14.02	2.75	B− 3	5.98	13.67	2.65
A− 4	8.13	10.05	4.58	B− 4	8.03	10.18	4.47
A− 5	10.07	8.12	6.37	B− 5	10.18	8.03	6.23
A− 6	12.27	6.66	8.78	B− 6	12.34	6.62	8.25
A− 7	14.49	5.64	10.96	B− 7	14.23	5.74	10.33
A− 8	16.29	5.02	12.72	B− 8	16.25	5.03	12.39
A− 9	18.37	4.45	14.42	B− 9	18.65	4.38	14.42
A−10	20.49	3.99	16.27	B−10	20.82	3.92	16.75
C− 2	4.13	19.79	1.51	D− 2	4.14	19.74	1.52
C− 3	5.84	14.00	2.74	D− 3	5.92	13.81	2.79
C− 4	8.14	10.04	4.46	D− 4	8.38	9.75	4.62
C− 5	10.29	7.94	6.28	D− 5	10.34	7.90	6.72
C− 6	12.29	6.65	8.22	D− 6	12.61	6.48	9.05
C− 7	14.54	5.62	10.53	D− 7	15.03	5.44	11.07
C− 8	17.04	4.80	13.07	D− 8	18.06	4.53	14.20
C− 9	18.81	4.34	14.63	D− 9	20.38	4.01	16.01
C−10	21.44	3.81	16.97	D−10	22.24	3.68	18.09

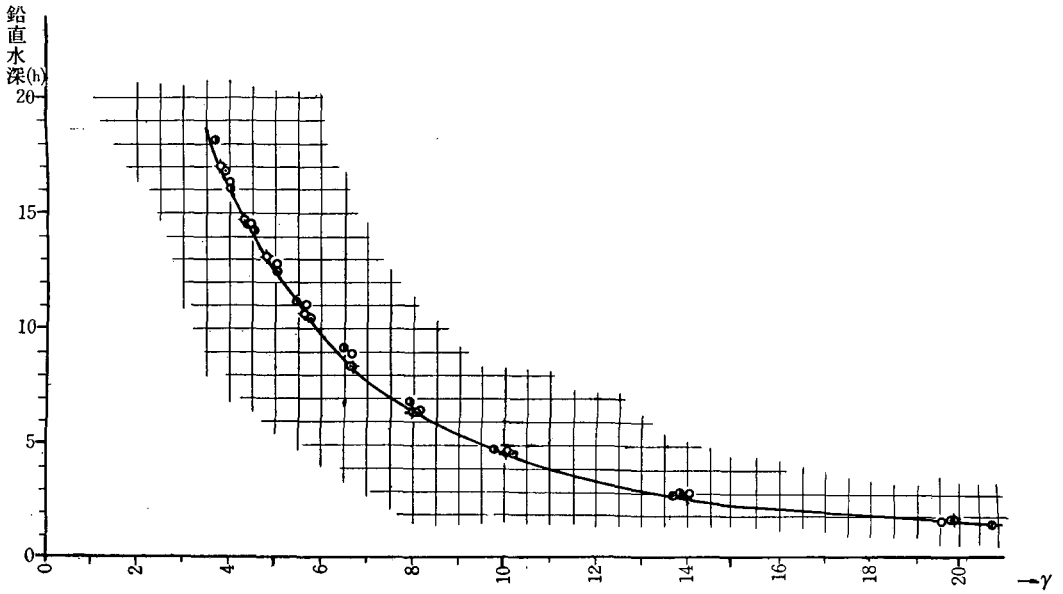

図-16 II 型測点 16 における鉛直水深

u_e をもつて実測比圧力水頭，α をもつて流速水頭を補正する補正係数とし，(1.26) 式に対し

$$u_e=1+\zeta-\alpha\left(\frac{\mu}{\gamma\cdot N}\right)^2 \qquad (8.\ 1)$$

ここに $\zeta=Y/H$, $\gamma=\rho/H$, $N=\sqrt{1+2\frac{\tau}{\gamma}}-1$ である。(7.1) より α を求めれば

$$\alpha=(1+\zeta-u_e)\Big/\left(\frac{\mu}{\gamma\cdot N}\right)^2 \qquad (8.\ 2)$$

特にダム頂点では

$$\alpha=1-u_e\Big/\left(\frac{\mu}{\gamma_c\cdot N_c}\right)^2 \qquad (8.\ 3)$$

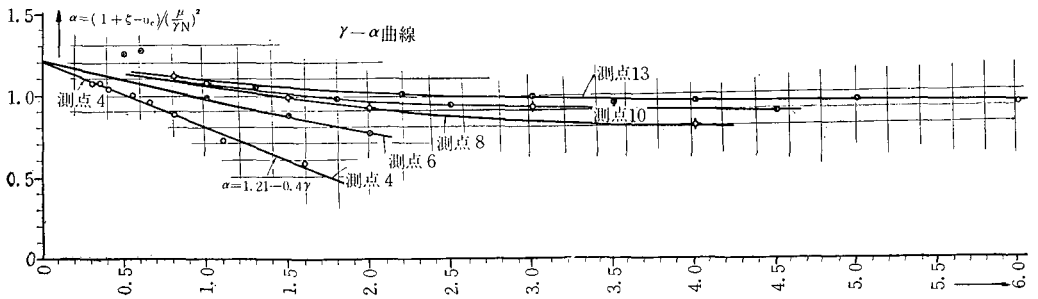

図-17 γ-α 曲線

表-24 測点 4（頂点）における圧力水頭補正係数（$\zeta=0$）

γ_c	τ_c	τ_c/γ_c	N	μ	$1-u_e$	α	γ_c	τ_c	τ_c/γ_c	N	μ	$1-u_e$	α
1.6	0.6871	0.430	0.3638	0.444	0.34	0.5844	0.55	0.6922	1.258	0.8751	0.501	1.085	1.0014
1.1	0.6897	0.617	0.4947	0.461	0.52	0.7245	0.40	0.6922	1.730	1.1118	0.522	1.43	1.038
0.8	0.6912	0.864	0.6517	0.478	0.74	0.8803	0.35	0.6921	1.978	1.2262	0.530	1.64	1.075
0.65	0.6919	1.064	0.7686	0.491	0.925	0.9576	0.30	0.6917	2.306	1.3690	0.540	1.86	1.076

表-25 測点6における圧力水頭補正係数

γ	ζ	u_e	μ	N	$1+\zeta-u_e$	α
0.5	0.0153	−0.633	0.540	0.943	1.648	1.256
0.6	0.0183	−0.430	0.528	0.816	1.448	1.274
1.0	0.0305	+0.056	0.495	0.497	0.975	0.983
1.5	0.0458	+0.310	0.4715	0.342	0.736	0.870
2.0	0.0610	+0.480	0.457	0.259	0.581	0.746

表-26 測点8における補正係数

γ	ζ	u_e	μ	N	$1+\zeta-u_e$	α
0.8	0.0734	−0.47	0.543	0.576	1.543	1.111
1.0	0.0925	−0.265	0.526	0.468	1.358	1.075
1.5	0.1387	+0.013	0.500	0.312	1.126	0.986
2.0	0.1847	+0.158	0.482	0.228	1.027	0.920
3.0	0.2774	+0.315	0.460	0.150	0.962	0.921
4.0	0.3698	+0.433	0.447	0.100	0.937	0.800

表-27 測点 10 における補正係数

γ	ζ	u_e	μ	N	$1+\zeta-u_e$	α
1.3	0.178	−0.275	0.537	0.350	1.452	1.043
1.8	0.246	−0.070	0.5155	0.247	1.316	0.979
2.5	0.341	+0.075	0.495	0.170	1.266	0.933
3.5	0.478	+0.195	0.475	0.114	1.283	0.905
4.5	0.615	+0.270	0.462	0.083	1.345	0.879

表-28 測点 13 における補正係数

γ	ζ	u_e	μ	N	$1+\zeta-u_e$	α
2.2	0.3654	−0.20	0.531	0.1958	1.565	1.030
3	0.4982	−0.04	0.522	0.1393	1.538	0.986
4	0.6643	+0.06	0.503	0.0966	1.604	0.947
5	0.8303	+0.12	0.489	0.0730	1.710	0.953
6	0.9964	+0.16	0.478	0.0567	1.836	0.930
10	1.6607	+0.27	0.452	0.0283	2.391	0.937

上表の α の値を縦軸に，γ を横軸にとつて表示すれば図-20 のようになり特別の二，三の点を除けば大体縦軸上の $\alpha=1.21$ なる点に集合するものと考えて差支えないようである。γ が進めば α は減少するがその減り方は ζ の値に関係するように考えられる。

先ず堤頂断面については α は直線状に並び従つて $\alpha=1.21-a\cdot\gamma$ が成立する。a は図から 0.4 である。次に ζ が増加するにつれて α が増すがその有様は指数的と考えられるので

$$\alpha=1.21-(0.4-b\cdot\zeta^n)\cdot\gamma \qquad (8.\ 4)$$

が果して成立するかどうかを調べてみる。

今 $$P=b\cdot\zeta^n=\frac{1}{\gamma}(\alpha+0.4-1.21) \qquad (8.\ 5)$$

とおき，この対数をとれば

$$\log b+n\cdot\log\zeta=\log P \qquad (8.\ 6)$$

故に次の値から最小自乗法によつて b と n を選ぶ。

表-29

No.	γ	α	P	ζ	$\log\zeta$	$\log P$
1	1	1.05	0.24	0.031	−1.509	−0.620
2	2	0.76	0.175	0.061	−1.215	−0.757
3	1	1.07	0.26	0.093	−1.032	−0.585
4	2	0.92	0.255	0.190	−0.721	−0.593
5	4	0.80	0.300	0.370	−0.432	−0.523
6	1.5	0.98	0.247	0.210	−0.678	−0.607
7	3	0.92	0.307	0.360	−0.444	−0.513
8	4.5	0.88	0.327	0.510	−0.292	−0.485
9	2.5	0.99	0.312	0.420	−0.377	−0.506
10	4	0.95	0.335	0.660	−0.180	−0.475
11	6	0.935	0.354	1.000	0	−0.451

これより $b=0.3508$, $n=0.1614$, を得る。これを近似化して

$$P=0.35\,\zeta^{0.16} \qquad (8.\ 7)$$

この式による計算値を示したものが図-21 である。故

表-30 補正圧力水頭

(測点 4) u_c'：$(p/w)/H$ の補正された計算値，u_e：同上実測値

γ_c	0.30	0.35	0.40	0.55	0.65	0.80	1.1	1.6
α	1.09	1.07	1.05	0.99	0.95	0.89	0.77	0.57
u_c'	− 0.88	− 0.63	− 0.45	− 0.073	+ 0.082	0.252	0.447	0.668
u_e	− 0.86	− 0.64	− 0.43	− 0.085	+ 0.075	+0.26	+0.48	+0.66
H	21.67	18.57	16.25	11.82	10.00	8.125	5.909	4.063
$(p/w)_c'$	−19.1	−11.7	− 7.3	− 0.9	+ 0.8	+2.1	+2.6	+2.7
$(p/w)_e$	−18.6	−11.9	− 7.0	− 1.0	+ 0.8	+2.1	+2.8	+2.7

(測点 6)

γ_c	0.5	0.6	1.0	1.5	2.0
α	1.10	1.08	1.01	0.925	0.846
u_c'	− 0.428	−0.240	+0.0285	+0.2644	+0.4025
u_e	− 0.633	−0.430	+0.056	+0.310	+0.480
H	21.500	17.917	10.750	7.167	5.375
$(p/w)_c'$	− 9.2	−4.29	+0.31	+1.90	+2.16
$(p/w)_e$	−13.61	−7.70	+0.60	2.22	2.58

(測点 8)

γ	0.8	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0
α	1.072	1.048	0.992	0.944	0.865	0.802
u_c'	− 0.415	−0.231	+0.0064	+0.130	+0.374*	+0.368
u_e	− 0.47	−0.265	+0.013	+0.158	+0.315	+0.433
H	21.738	17.250	11.500	8.625	5.750	4.313
$(p/w)_c'$	− 9.02	−4.00	+0.074	+1.12	+1.70	+1.59
$(p/w)_e$	−10.22	−4.57	+0.16	+1.36	+1.81	+1.87

* 印，誤差の累加

測点 10)

γ	1.3	1.8	2.5	3.5	4.5
α	1.036	1.000	0.950	0.895	0.868
u_c'	−0.265	−0.028	+0.052	+0.210	+0.287
u_e	−0.275	−0.070	+0.075	+0.195	+0.270
H	20.57	14.86	10.70	7.64	5.94
$(p/w)_c'$	−5.45	−1.46	+0.56	+1.60	+1.70
$(p/w)_e$	−5.66	−1.04	+0.803	+1.49	+1.60

測点 13)

γ	2.2	3	4	5	6	10
α	0.983	0.946	0.918	0.910	0.910	1.000
u_c'	−0.129	+0.022	+0.108	+0.197	+0.200	+0.11
u_e	−0.20	−0.04	+0.06	+0.12	+0.16	+0.27
H	22.09	16.20	12.15	9.72	8.10	4.86
$(p/w)_c'$	−2.85	+0.36	+1.31	+1.91	+1.62	+0.54
$(p/w)_e$	−4.4	−0.65	+0.73	+1.17	+1.30	+1.31

に (8.4) 式は

$$\alpha=1.21-(0.4-0.35\zeta^{0.16})\gamma \qquad (8.\ 8)$$

式となる。これが圧力水頭の計算式 (8.1) に対する補正係数である。(8.8) 式によつて表-5, 10, 14, 18, 及び 22 の値について補正計算を行えば表-30 の如くなる。

IX. 計算例一覧表 (図-18, 図-19 参照)

以上の計算例を分り易くする為に越流水深 H に 20, 15, 10 及び 5 cm の四種を考え，その各々について水深と圧力水頭を求め実測値と比べてみると表-31 のようになる。多少の差異はあるが実用的な目的には先ず充分であるものと認められる。以上の考察はこれを接近流速の大きい低い取水ダムに問題を移したときその基本的な考え方についての一つの暗示を提案している。著者はこの観点に立つて取水ダムの問題を研究してみる意図を有するものである。なお計算の当

表-31 計算例一覧（図-19, 20）（h：鉛直水深

H (cm)	測点番号	4	6	8	10	13
	ρ(cm)	6.5	10.75	17.25	26.74	48.60
20	γ	0.325	0.538	0.863	1.337	2.430
	τ	0.692	0.687	0.590	0.530	0.466
	t	13.84	13.74	11.80	10.60	9.32
	計算 h	13.84	13.90	14.20	14.40	15.1
	実測 h	14.38	13.70	13.60	13.70	14.70
	計算 u	− 0.625	− 0.235	− 0.26	− 0.205	− 0.12
	計算 u'	− 0.74	− 0.335	− 0.347	− 0.25	− 0.08
	実測 u_e	− 0.745	− 0.55	− 0.395	− 0.25	− 0.14
	計算圧力水頭	−14.8	− 6.7	− 6.94	− 5.0	− 1.6
	実測圧力水頭	−14.9	−11.0	− 7.90	− 5.0	− 2.8
15	γ	0.433	0.717	1.150	1.783	3.240
	τ	0.692	0.660	0.572	0.501	0.434
	t	10.38	9.90	8.58	7.52	6.51
	計算 h	10.38	10.4	10.5	10.5	10.65
	実測 h	10.89	10.4	10.1	10.2	10.75
	計算 u	−0.19	−0.102	−0.105	−0.105	−0.042
	計算 u'	−0.350	−0.14	−0.135	−0.10	+0.04
	実測 u_e	0.335	−0.235	−0.156	−0.075	−0.015
	計算圧力水頭	−5.25	−2.10	−2.03	−1.5	+0.60
	計算実測計算	−5.30	3.53	−2.34	−1.1	−0.23
10（設計水頭）	γ	0.650	1.075	1.725	2.674	4.860
	τ	0.692	0.625	0.529	0.452	0.381
	t	6.92	6.25	5.29	4.52	3.81
	計算 h	6.92	6.7	6.4	6.3	6.1
	実測 h	7.31	6.8	6.4	6.4	6.3
	計算 u	+0.035	+0.07	+0.037	0	+0.02
	計算 u'	+0.082	+0.07	+0.066	+0.083	+0.153
	実測 u_e	+0.075	+0.11	+0.088	+0.10	+0.11
	計算圧力水頭	+0.82	+0.70	+0.66	+0.83	+1.53
	実測圧力水頭	+0.75	+1.10	+0.88	+1.0	+1.1
5	γ	1.300	2.150	3.450	5.348	9.72
	τ	0.689	0.581	0.449	0.370	0.291
	t	3.45	2.91	2.25	1.85	1.46
	計算 h	3.45	3.0	2.7	2.6	2.3
	実測 h	3.64	3.0	2.76	2.6	2.3
	計算 u	+0.36	—	+0.23	+0.14	+0.11
	計算 u'	+0.537	+0.434	+0.332	+0.33	+0.13
	実測 u_e	+0.57	+0.525	+0.365	+0.315	+0.26
	計算圧力水頭	+2.69	+2.17	+1.66	+1.65	+0.65
	実測圧力水頭	+2.85	+2.63	+1.83	+1.58	+1.3
摘要		(図-7)	(図-8)(図-9)	(図-10)(図-11)	(図-12)(図-13)	(図-14)(図-15)

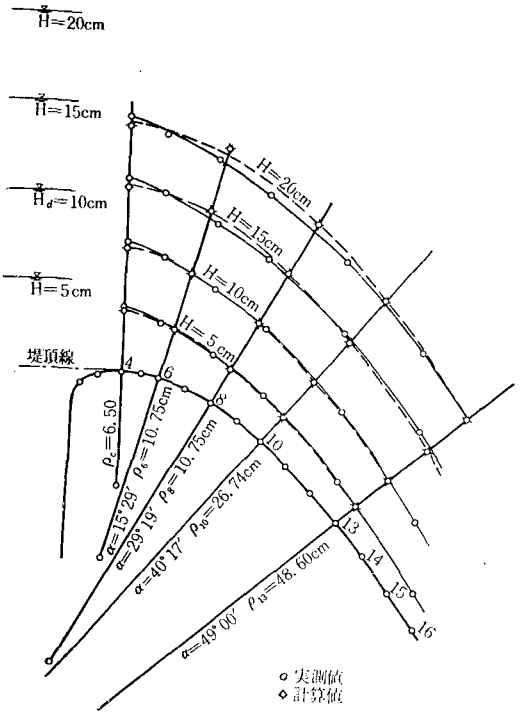

図-18 各種越流水深におけるなつぶの形

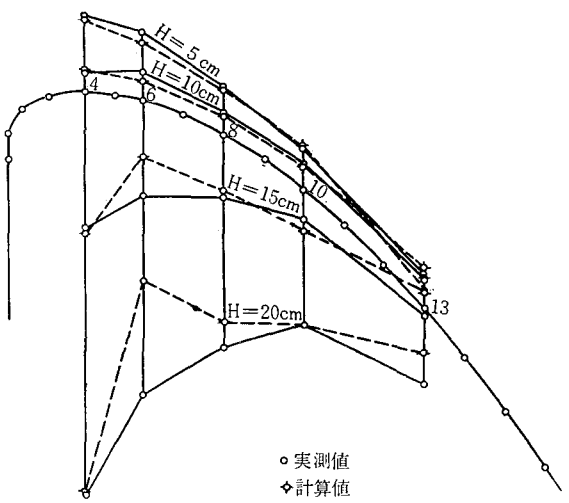

図-19 ダム表面圧力水頭

初に当つて求められる流量係数 μ の値が狂えばそれ以下のものは全部狂つてくる。そこでこの模型に対してのみ成立することであるが実験式 (7.2) によつた μ を用いれば水深はもつと正確に求められる。計算を簡単にするための

$$\sqrt{1+2\frac{\tau_c}{\gamma_c}}\left(\sqrt{1+2\frac{\tau_c}{\gamma_c}}-1\right)=N(N-1)$$

$$=S=f\left(\frac{\tau_c}{\gamma_c}\right) \qquad (9.\ 1)$$

を図表化し

$$\frac{\mu}{\gamma_c\sqrt{1-\tau_c}}=S \qquad (9.\ 2)$$

が成立する τ_c を求め得る。例えば表-5 測点 4 で $\gamma_c=1.6$ のとき $\mu=0.4483$, (9.2) 式より $\tau_c=0.71$ となるが，これの実測値は $\tau_c=0.721$ である。

参考文献

1) W.P. Creager and J.D. Justin: Hydroelectric Handbook '49.
2) C. V. Davis: Handbook of Applied Hydraulics '52.
3) Hinds, Creager and Justin: Engineering for Dams. Vol. II, '44.
4) 村　幸雄・荒木正雄：ダム溢流部形状に関する実験的研究，建設省土木研究所報告第93号，昭和30年3月.
5) 本間　仁：ダムの流量係数，土木学会誌第39巻9号，昭和29年9月.
6) 本間　仁：水理学・丸善，昭和29年5月.
7) 井田至春：ダムを越流する流れの解析的研究，土木学会論文集第32号，昭和31年3月.
8) 荒木正夫：彎曲底面開水路上を流れる不等速定流の一解法，土木学会誌第39巻9号昭和29年9月.
9) 岩崎敏夫：越流頂余水吐きの流量係数について，土木学会論文集第43号，昭和32年2月.
10) 片岡隆四・瀬川晃三：溢流堰堤頂部の負圧に関する水理学上の一考察，岩手大学農学部報告昭和30年.
11) 著　者：堰堤溢流面の合理的曲線の一試案農業土木研究第22巻6号，昭和30年3月.
12) 佐藤清一：水理学下巻，昭和30年.
13) 尾崎　晃・鈴木洋二・小川芳昭：大夕張二股ダム模型実験について，技術資料，土木学会社北海道支部，昭和33年2月.

14) 前 出 4)
15) 前 出 12)
16) 例えば 7), 9).
17) Richard R. Randolph: Hydraulic Test on the Spillway of the Madden Dam. Trans. ASCE, Vol. 103, 1938.
18) WES. Bulletin, No 37: Hydaulic Models as an Aid to the Development of Design Criteria, 1951.
19) 前 出 5)
20) 前 出4)

Summary

Until a recent date many studies have been done on the flow falling down over a dam. Most of them are proceeded on the assumption that stream lines in a nappe falling down a dam are concentric to the surface of a dam body.

As this assumption gives generally an excessive centrifugal force to an element mass of water particles, author has analyzed this problem under the assumption that radii of curvature of stream lines of a nappe are

$$r_y=\rho+2y$$

By equation (2.6), values of τ_c can be computed for $\gamma_c=\rho_c/H$ and coefficients of discharge μ are obtained from equation (2.4). At any cross section of the flow, from the continuity of a flow, Bernoulli equation and geometric shape of the dam, following equation is obtained as a condition which gives the depth of the flow.

$$1+\zeta=\tau\cos\alpha+\left(\frac{\mu}{\gamma}\right)^2\cdot M$$

where

$$M=\frac{1}{\left(1+2\frac{\tau}{\gamma}\right)\left\{\sqrt{1+2\frac{\tau}{\gamma}}-1\right\}^2}=f\left(\frac{\tau}{\gamma}\right)$$

Using value of specfic pressure head at the surface of a dam body, $u_b=\left[\frac{p}{w}\Big/H\right]_b$ is obtained for any value of $\gamma=\rho/H$, where H is the total head of a head water.

The validity of these equations has been ascertained by data of Mura and Araki's Experimental Study on the Shape of an Overfall Dam.

In conclusion, it can be recognized that author's solution is to be applicable to the practical purpose with sufficiently good approximation.