



Title	6. 地震の時間的分布に関連する諸問題(その1): 地震の回数と時間間隔の分布について
Author(s)	宇津, 徳治
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 22, 73-93
Issue Date	1969-08-30
DOI	10.14943/gbhu.22.73
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/13964
Type	bulletin (article)
File Information	22_p73-93.pdf



[Instructions for use](#)

6. 地震の時間的分布に関連する諸問題 (その 1)

— 地震の回数と時間間隔の分布について —

宇津徳治

(北海道大学理学部地球物理学教室)

— 昭和 44 年 4 月受理 —

I. ま え が き

地震の発生の時間的性質を統計的に調べた研究はこれまでも多数発表されている。ここでは、そのうち比較的簡単に取り扱えるものとして、一定期間毎の地震回数の度数分布と、相続く二つの地震の時間間隔の度数分布について、従来なされた研究結果を検討し、新たな考察を加えてゆくことにする。

地震の時間的分布については、たとえば地震の規模の分布 (GUTENBERG-RICHTER の式) に見られるような普遍的な分布法則は無い。しいていえば、一般の地震はある見方をすれば、時間的に定常的かつランダムに起っているとみなせる (すなわち POISSON 過程と考えられる) 場合があるということである。この場合、地震は母集団としては時間に関し一様分布で、観測される地震の回数のふらつきはランダム・サンプリングの結果と考えられる。この他、特殊な場合として、余震に関する改良大森公式が挙げられる。この公式も母集団についてのものであるから、観測される余震の回数は必然的にサンプリングによるふらつきを伴うものと考えられる。本論文においても、一般の地震に対して一様分布、余震に対して改良大森公式を、時間的分布の諸性質を考察するうえでの標準として念頭においている。

本論文は地震の発生の時間的性質の一面を初歩的な方法で取り扱ったにすぎない。別の面からの考察については次報以後で論じたいと思っている。

II. 地震の時間間隔の分布

まず、地震をその回数の時間的分布が $f(t)$ で表わされる母集団からのランダム・サンプルと見なす場合、すなわち地震はお互いに独立で、 $f(t)$ が一定とみなせる t の短い範囲内では時間的にランダムに起っているが、その活動度の時間的変動はあり得る場合を考える。もし、地震の発生 (の確率) が定常的、すなわち

$$f(t) = \nu \quad (\text{一定}) \quad (1)$$

であるとすれば、一つの地震と次の地震の時間間隔 τ の分布は指数分布

$$\phi(\tau) = \nu e^{-\nu\tau} \quad (2)$$

に従うことはよく知られている。

$f(t)$ が任意の関数のときは, $t_1 \leq t \leq t_2$ におけるデータに関する τ の分布は

$$\phi(\tau) = \int_{t_1}^{t_2} \{f(t)\}^2 e^{-f(t)\tau} dt \bigg/ \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad (3)$$

となる。この式に (1) を入れれば直ちに (2) が得られる。また, 余震について, 改良大森公式

$$f(t) = A(t+c)^{-p} \quad (4)$$

が成り立ち $p > 1$ の場合には, $0 \leq t < \infty$ の範囲のデータに関して

$$\phi(\tau) = K \Gamma\left(2 - \frac{1}{p}\right) \tau^{-(2-\frac{1}{p})} - B \quad (5)$$

ただし B, K は定数で

$$B = K \int_{Ac^{-p}}^{\infty} x^{1-\frac{1}{p}} e^{-x} dx, \quad (6)$$

$$K = A^{-(1-\frac{1}{p})} c^{p-1} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \quad (7)$$

となる。 $c \rightarrow 0$ のときは $B \rightarrow 0$ となり $\phi(\tau)$ は

$$\phi(\tau) \rightarrow K \Gamma\left(2 - \frac{1}{p}\right) \tau^{-q} \quad (8)$$

ただし

$$q = 2 - \frac{1}{p} \quad (9)$$

という冪分布に接近する¹⁾。

$$f(t) = A e^{-\alpha t} \quad (\alpha > 0) \quad (10)$$

のときには $0 \leq t < \infty$ の範囲について

$$\phi(\tau) = A \left\{ \frac{1}{A^2 \tau^2} - \frac{e^{-A\tau}}{A\tau} (1 + A\tau) \right\} \quad (11)$$

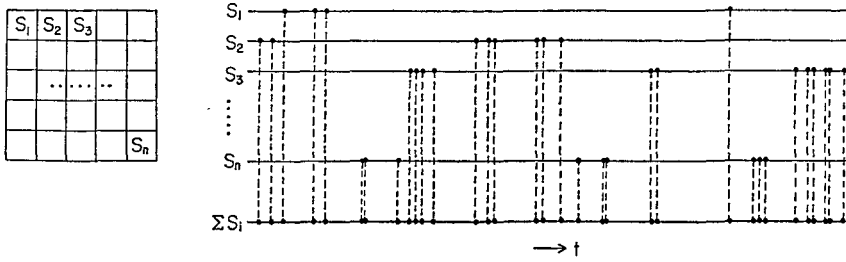
となるが, $A\tau \rightarrow \infty$ のとき

$$\phi(\tau) \rightarrow \frac{1}{A} \tau^{-2} \quad (12)$$

である。(12) の収斂はかなり速く, $A\tau = 5$ と 10 のとき $\{(\tau^{-2}/A) - \phi(\tau)\}/\phi(\tau)$ はそれぞれ 0.042 および 0.0005 となる。

地震の発生が時間的にランダムでかつ定常的であれば, 相続く二つの地震の時間間隔 τ の分布は指数分布になるが, 定常的でなければ指数分布にはならないし, また, 定常的であっても, ランダムでない場合, すなわち地震同志に独立性がない場合も, 一般には指数分布にはな

1) 千秋鋭夫; 余震間隔の分布に関する確率論的考察, 地震 (ii), 12 (1959), 149-161.



第1図 小領域 S_1, S_2, \dots, S_n では地震発生はランダムではなくても、これらを一緒にして ΣS_i としてみるとみかけ上ランダムになる例。点は一つの地震を表わす。

Fig. 1. Superposition of non-random processes produces apparent randomness.

らない。さらに観測された τ の分布が指数分布になったからといって、地震の発生が本質的にランダムで互いに独立であるとは必ずしもいえない。たとえば第1図のように、比較的狭い空間 S_1, S_2, \dots, S_n に起っている地震は著しい続発性があるときでも、そのような空間が多数集った広い空間 ΣS_i についてまとめて統計をとれば、時間間隔の分布がほとんど指数分布に一致するという場合も考えられるからである²⁾。

“時間間隔の分布が指数分布であるから地震の発生はランダムである”，あるいは“指数分布からずれているからランダムでない”と述べてある論文を散見するが、指数分布になることをランダムに起っていると称するのならばそれだけのことであるが、指数分布になっているから地震は互いに独立に起っている、あるいは、指数分布になっていないから地震の発生は互いに関係があると考えているならば正しくない。確言できることは、地震の発生が時間的に定常的かつランダムであるときには指数分布になるということであり、従ってもし指数分布とは異なる分布をしているときは、地震発生が定常的でないか、あるいは定常的であってもランダムでないときである。なおこれと同じことは次章で扱う一定期間当りの地震回数の Poisson 分布への適合性と地震発生の偶発性との関連についてもいえる。すなわち、地震の発生が時間的に定常的かつランダムであるときには一定期間当りの回数の分布は Poisson 分布になること、従ってこの命題の対偶も成り立つが、逆および裏は必ずしも成立しない。

III. 一定期間毎の地震回数の分布

一定の時間間隔 Δt の中に起る地震の回数 n の分布 $p(n)$ は、地震が定常的かつランダムに起っているときは(1)式の ν を用いて

$$p(n) = \frac{(\nu \Delta t)^n}{n!} e^{-\nu \Delta t} \tag{13}$$

2) T. UTSU; On the Time Interval between Two Consecutive Earthquakes, Tech. Bull. No. 17, USCGS (1962), 1-5.

という POISSON 分布で表わされる。 $p(n)$ のグラフの形は同じデータについても Δt を変えれば変る。

$t_1 \leq t \leq t_2$ におけるデータに関して、任意の $f(t)$ に対する $p(n)$ は

$$p(n) = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\{f(t) \Delta t\}^n}{n!} e^{-f(t) \Delta t} dt \quad (14)$$

となる。たとえば $f(t)$ として余震の改良大森公式 (4) を用いれば $0 \leq t \leq t_2$ に対して、 $n \geq 1$ のとき

$$p(n) = K \frac{\Gamma\left(n - \frac{1}{p}\right)}{\Gamma(n+1)} - B - C \quad (15)$$

ただし

$$K = (A \Delta t)^{\frac{1}{p}} / p t_1, \quad (16)$$

$$B = \frac{K}{n!} \int_{Ae^{-p \Delta t}}^{\infty} x^{n - \frac{1}{p} - 1} e^{-x} dx, \quad (17)$$

$$C = \frac{K}{n!} \int_0^{A(t_2 + e)^{-p \Delta t}} x^{n - \frac{1}{p} - 1} e^{-x} dx \quad (18)$$

となる。 $c \rightarrow 0$ のとき $B \rightarrow 0$ 、さらに $t_1 \rightarrow \infty$ のとき $C \rightarrow 0$ となり $p(n)$ は

$$p(n) \rightarrow K \Gamma\left(n - \frac{1}{p}\right) / \Gamma(n+1) \quad (19)$$

となる。 $(c \rightarrow 0, t_1 \rightarrow \infty)$ のとき $K \rightarrow 0$ となるがこれは $B \rightarrow 0, C \rightarrow 0$ よりも遅い。 t_1 が充分大きければ $B=0, C=0, K \neq 0$ と考えてよい。) $n \rightarrow \infty$ のとき $p(n)$ は

$$p(n) \rightarrow K n^{-r} \quad (20)$$

ただし

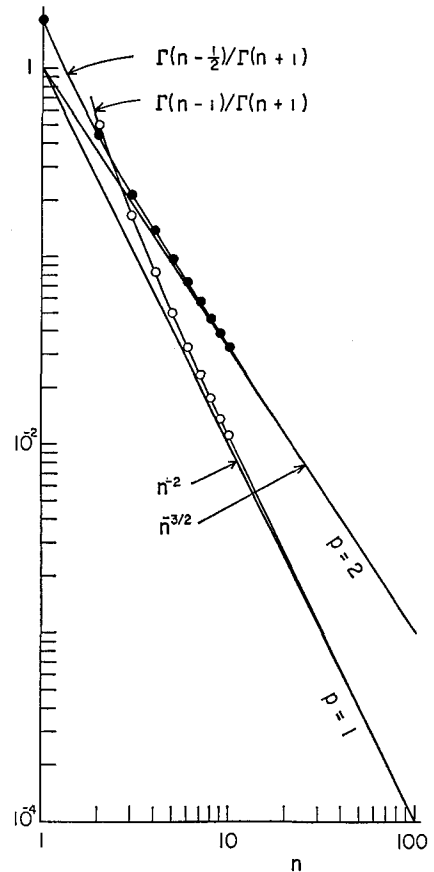
$$r = 1 + \frac{1}{p} \quad (21)$$

という幂分布に接近する。(9) と (21) から

$$q + r = 3 \quad (22)$$

が得られる。 $1 < p < \infty$ の p に対してと、 q, r とも 1 と 2 の間を変化するだけで、 $p=2$ のとき $q=r=1.5$ となる。

(20) の幂分布は n がそれほど大きくなっても充分よく (19) を近似する。第 2 図に n^{-r} のグラフ



第 2 図 $\Gamma\left(n - \frac{1}{p}\right) / \Gamma(n-1)$ と $n^{-r} \left(r = 1 + \frac{1}{p}\right)$ の関係

Fig. 2. Relation between $\Gamma\left(n - \frac{1}{p}\right) / \Gamma(n-1)$ and $n^{-r} \left(r = 1 + \frac{1}{p}\right)$.

と $\Gamma\left(n-\frac{1}{p}\right)/\Gamma(n-1)$ を示す点を $p=1$ と 2 の場合について示したが、これからもわかるように $n \geq 4$ 程度以上で両者はほとんど一致する。しかし $n \geq 4$ 程度以下のデータまで用いしかも $p(n) = Kn^{-r}$ が成り立つとして r を決めると、 r は大きく出すぎることになる。

$f(t)$ が (10) の指数関数のときは

$$p(n) = \frac{1}{An!} \int_0^{AAt} x^{n-1} e^{-x} dx = \frac{\gamma(n, AAt)}{An!} \quad (23)$$

ただし γ は第 1 種不完全ガンマ関数を表わす。

IV. 時間間隔の分布と地震回数の分布の関係

地震の時間的分布の表現としてこれまでに $f(t)$, $\phi(\tau)$, $p(n)$ の三つを考えたが、地震が時間的にランダムに起っている場合には、 $f(t)$ を与えれば (3), (14) により $\phi(\tau)$, $p(n)$ は決まる。しかしランダムではないとき、たとえば一つの地震が起ると引続き地震が起り易く (あるいは逆に起りにくく) なるような場合、すなわち地震の発生が互いに独立でなく統発性 (あるいは間欠性、周期性など) があるようなときには、 $f(t)$, $\phi(\tau)$, $p(n)$ の関係は必ずしも一義的に決まるとはいえない。また一義的に決まる場合があってもその関係は地震がランダムに起っているときと同じものとは限らない。地震の発生にある規則性がある場合などを考えれば、 $\phi(\tau)$ は等しいが $p(n)$ は著るしく異なるような二つのモデル地震群を作ることは容易である。

SUZUKI and SUZUKI³⁾ は $p(n)$ が (20) の如く n^{-r} という幂分布で表わされることと、 $\phi(\tau)$ が (8) の如く τ^{-q} という幂分布で表わされることとが同等であり、 r と q の間には (22) 式、 $r+q=3$ が成り立つと述べている。(同論文では震源の空間的分布を論じているが、本質的には時間的分布の場合でも同じである。) しかし $\phi(\tau)$ が τ^{-q} の型のとき $p(n)$ が n^{-r} の型となるのは、 $f(t)$ として余震の場合の如く t^{-p} の型を与えたときに近似的に成り立つことであって、一般的に成り立つわけではない。 $\phi(\tau)$ が τ^{-q} の型でも $p(n)$ が n^{-r} の型にならない例は次に示される。

$p(n)$ と $\phi(\tau)$ の関係を理解するため、自然地震についての調査例を述べる前に、乱数を用いて、次のような分布法則に従う母集団からのランダム・サンプルとみなせるデータを発生させ、それについて今までに述べたことが成り立っていることを確かめてみよう。使用したデータの数は 2000 個でこれだけあれば時間的分布の諸性質を概観するには充分である。

1) 時間間隔 τ が

$$\phi(\tau) = A(\tau+c)^{-q} \quad (24)$$

の分布をしており、地震の発生の確率は時刻 t には依らず定常である場合、すなわち (24) の分布に従う乱数 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{2000}$ を発生させ、 n 番目の地震は時刻 $t_n = \sum_{i=1}^n \tau_i$ に起るとする場合。

3) Z. SUZUKI and K. SUZUKI; On Space Distribution Function of Earthquakes, Sci. Rep. Tôhoku Univ. Ser. 5, 17 (1965), 9-23.

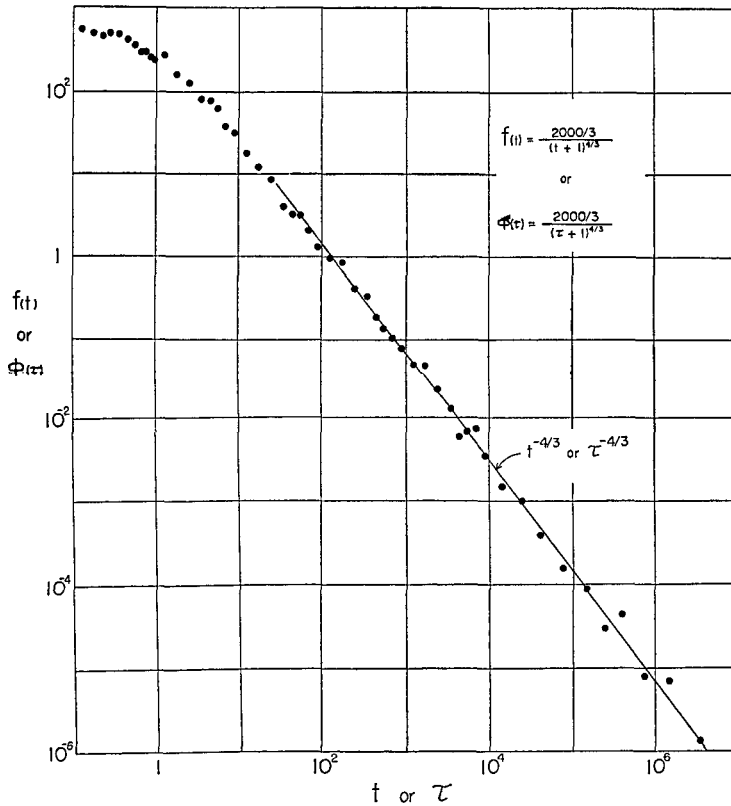
ここでは q の値は $4/3$ とした。 c は時間の単位を c とすることにより 1 とおける。 A は $\int_0^\infty \phi(\tau) d\tau = 2000$ から $A = 2000/3$ となる。(以下 $f(t)$, $\phi(\tau)$, $p(n)$ は確率密度でなく、それに地震総数を掛けたものを表わすものとする。) $\tau \gg c$ に対して (24) は冪分布 $A\tau^{-q}$ とみなして差支えない。(始めから $\phi(\tau) = A\tau^{-q}$ とおくことができないので (24) のようにおいて、必要に応じ $\tau \gg c$ の部分を考える。)

2) 発震時 t が

$$f(t) = A(t+c)^{-p} \tag{25}$$

の分布をしている場合。このときは 1) のデータを小さいほうから順に並べたものを t_i とおけば、 $A = 2000/3$, $p = 4/3$, $c = 1$ の場合が得られる。時間間隔は改めて $\tau_i = t_{i+1} - t_i$ ($i = 1, 2, \dots, 1999$) とおいて得られる。(25) は余震の改良大森公式そのものであり、 $t \gg c$ に対しては $f(t) = At^{-p}$ という冪分布とみなせる。

第 3 図に実際に作られたデータについて上記の $\phi(\tau)$ と $f(t)$ (両者はここでは同一) の分布



第 3 図 $f(t) = A(t+c)^{-p}$ という分布をもつ母集団からの 2000 個のランダム・サンプルの t の分布 ($p = 4/3$, $c = 1$)。

Fig. 3. Frequency distribution of t for 2000 random samples from a population having a distribution $f(t) = A(t+c)^{-p}$, $p = 4/3$, $c = 1$.

を両対数グラフとして示す。

すでに述べたように (25) に対する時間間隔の分布は $t \gg 1$ に対して

$$\phi(\tau) = k_1 \tau^{-q} \quad (26)$$

ただし

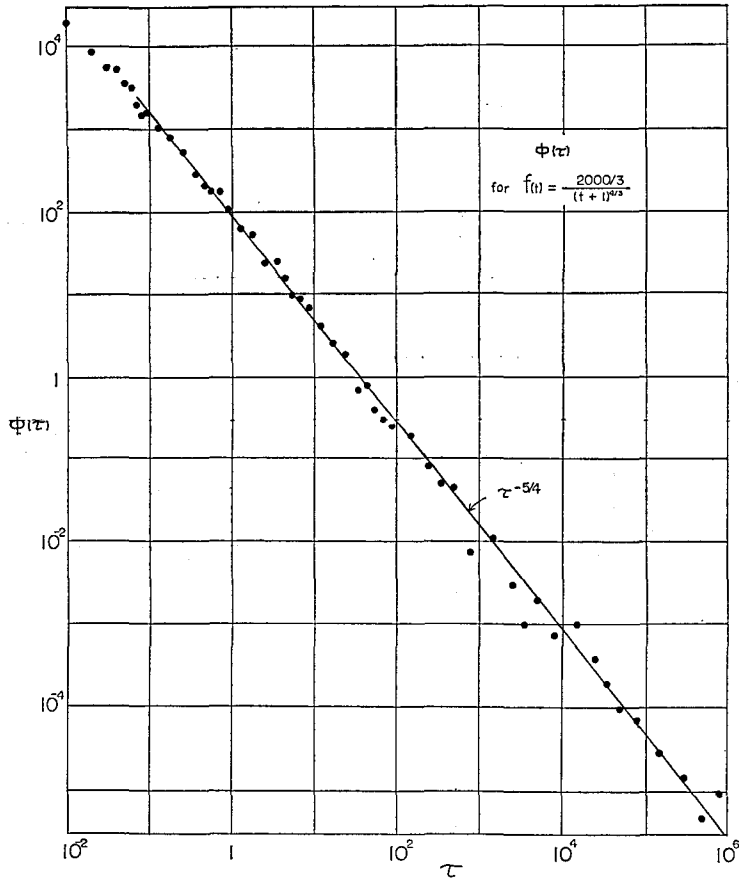
$$q = 2 - \frac{1}{p} = \frac{5}{4} \quad (27)$$

になるはずであり、また一定の時間間隔 Δt 中に起る回数 n の分布は $\Delta t \gg 1, n \geq 4$ に対して

$$p(n) = k_2 n^{-r} \quad (28)$$

ただし

$$r = 1 + \frac{1}{p} = \frac{7}{4} \quad (29)$$

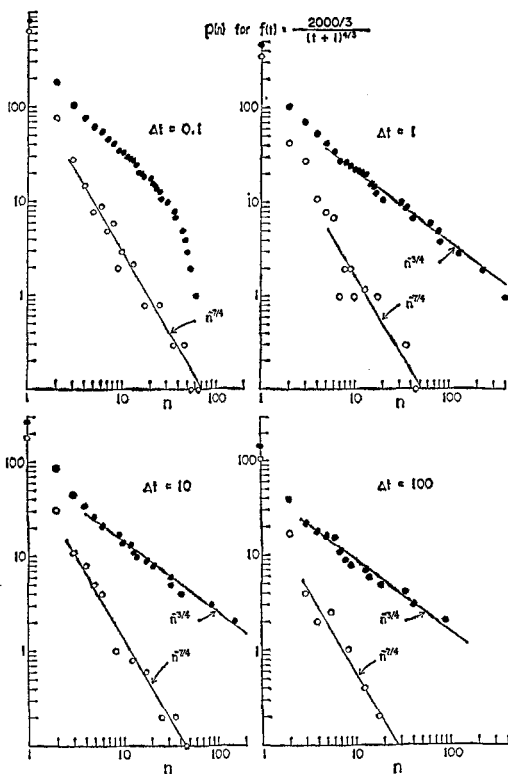


第4図 第3図に示された t のサンプルについての τ の分布。
 τ はある t とその次に大きい t との差

Fig. 4. Frequency distribution of τ for the same samples as in Fig. 3.
 τ denotes the difference in t between two successive samples when they are arranged in order of t .

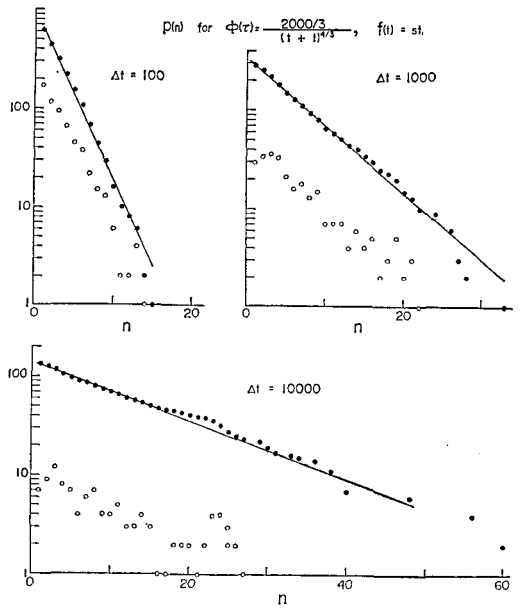
となるはずである。第4図には(25)に対する τ の分布を、第5図(白丸)には n の分布を示すが、確かに両者とも冪分布で、傾斜 q, r の値も(27), (29)のとおりになっている。第5図の黒丸は累積度数 $P(n) = \sum_{m=1}^n p(m)$ を示すがその傾斜は $r-1=1/p=3/4$ となっている。また $n \ll 4$ 以下ではちょうど第2図にみられるように冪分布を表わす直線から上へずれている。 $\Delta t \gg 1$ でなくても(28)がほぼ成り立っていることも注目される。

τ の分布が(24)のときこれに対する n の分布を第6図に示す。 $\Delta t=100, 1000, 10000$ の場合がプロットされており、黒丸は第5図と同じく累積度数である。この場合 $p(n)$ としては明らかに冪分布ではなく、むしろ指数分布でよく近似される。そのパラメータ(第6図の直線の傾斜など)は Δt に依り著しく異なっている。第5図の場合は傾斜 $-r$ は Δt に関せず一定で



第5図 第3図に示された t のサンプルを Δt 間隔で分けたときの各期間内の回数 n の分布(白丸)。黒丸は n の大きい方からの累積度数。

Fig. 5. Frequency distribution of n for the same samples as in Fig. 3. n denotes the number of samples falling in each interval of t with a length of Δt . Solid circles indicate cumulative frequencies.



第6図 第3図に示された t のサンプルをそのまま τ のサンプルとみなし、これから決めた t を Δt 間隔で分けたときの各期間内の回数 n の分布(白丸)。黒丸は n の大きい方からの累積度数。

Fig. 6. Frequency distribution of n for 2000 random samples from a population having a distribution $\phi(\tau) = A(\tau+c)^{-p}$, $p=4/3, c=1$. n denotes the number of samples falling in each interval of t with a length of Δt . τ has transformed into t by $t_m = \sum_{i=1}^m \tau_i$. ($m=1, 2, \dots, 2000$)

あった。これは特別な場合であり、一般には $p(n)$ の中に含まれるパラメータの値は Δt に依存するものである。これは“最小 2 乗法で決めた係数間に存在する系統的関係”⁴⁾ によるのではなく、 $p(n)$ という分布に本質的なものである。もちろんこのような純確率論的に期待される関係は存在するが、これによる係数の値の変動は大きなものではない。

以上の如く時間間隔の分布が τ^{-q} の型をしていても、これが余震系列のときのように t^{-p} の型の時間的分布の結果として導かれたものときは、回数の分布は n^{-r} の型となるが、時間間隔が τ^{-q} の型の分布からのランダム・サンプルとして与えられる場合は、回数の分布は指数分布に近いものになる。もしこの両方の性質が混在していれば、 $p(n)$ は片対数のグラフでは上に凹で、両対数のグラフでは上に凸になるような型となるであろうと想像される。

V. 時間間隔の分布のいくつかの例

自然地震について、時間間隔 τ あるいは一定期間中の地震回数 n の分布を研究した結果は多数あるが、ここではこれら諸研究を参照しながら、筆者が調べた諸例を用いて、これらの分布の性質を考察してゆく。

時間間隔の分布としては、地震の発生が定常的でランダムであるとき期待される指数分布を基準にして、これとの適合の良否を論じたものが多い⁵⁾。これらによると多くの場合ごく近

4) 安芸敬一；最小自乗法によって決めた係数相互間の関係について、地震 (ii), 14, 199-200.

5) T. TERADA; On the Frequency of Earthquakes and Allied Phenomena, Proc. Tokyo Math. Phys. Soc. (ii), 9 (1918), 512-522.

V. CONRAD: Die Zeitliche Folge der Erdbeben und Bebenauslösende Ursachen, Handbuch der Geophysik, Bd. IV (1932), 1007-1185.

S. YAMAGUTI; On Time and Space Distribution of Earthquakes, Bull. Earthq. Res. Inst., 11 (1933), 46-68.

S. YAMAGUTI; Distribution of Earthquakes in Japan, Bull. Earthq. Res. Inst., 11 (1933), 500-509.
渡辺 慧；地震の偶発性と続発性と周期性と，理研彙報，15 (1936), 1083-1089.

W. INOUE; Statistic Investigation of Earthquake Frequencies, Bull. Earthq. Res. Inst., 15 (1937), 142-169.

S. YAMAGUTI; World Distribution of "Deep" Earthquakes, Bull. Earthq. Res. Inst., 15 (1937), 170-178.

E. WANNER; Zur Statistik der Erdbeben, Gerl. Beitr. Geophys. 50 (1937), 85-99, 223-228.

飯田汲事；微動計による地震観測 (2)，地震発生の時間的分布，震研彙報，17 (1939), 741-782.

松本政次；地震に関する二，三の統計，験震時報，12 (1942), 233-238.

T. HAGIWARA and K. KASAHARA; On Aftershocks Accompanied the Imaichi Earthquake, December 26, 1949, Bull. Earthq. Res. Inst., 28 (1950), 393-400.

K. AKI; Quantitative Prediction of Earthquake Occurrence as Stochastic Phenomena, J. Phys. Earth, 2 (1954), 63-69.

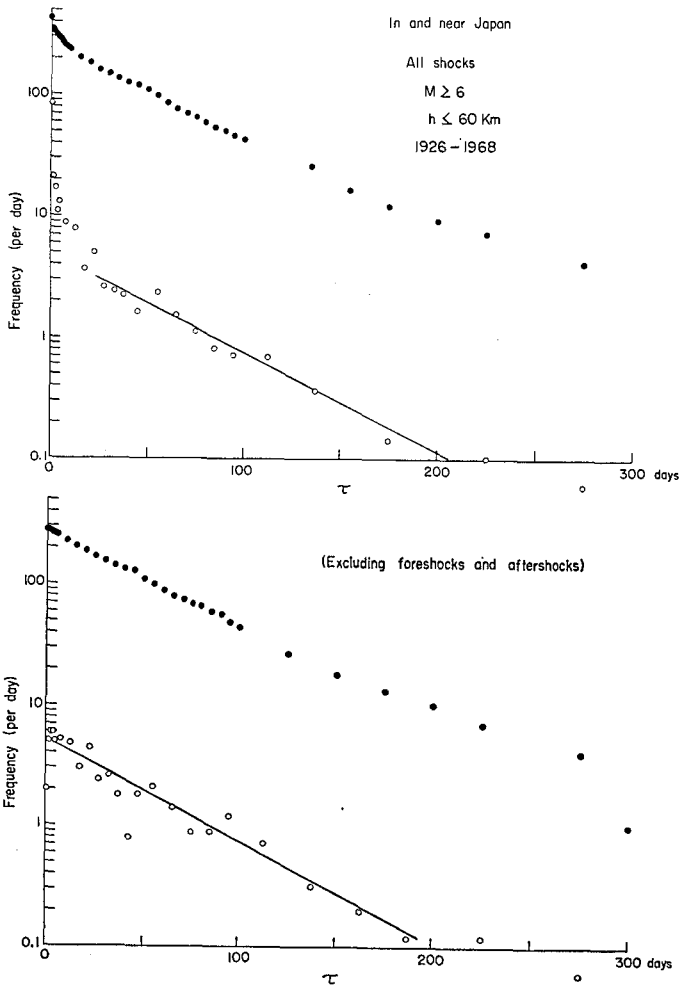
島 悦三・柴野睦郎；ニッ井地震概説，震研彙報，34 (1956), 113-129.

市川政治；関東地方に起った地震について二，三のこと，験震時報，21 (1956), 113-123.

A. B. M. SCHLANGER; Some Consequences of Earthquake Statistics for the Years 1918-1955, Gerl. Beitr. Geophys., 69 (1960), 68-72.

気象庁地震課；日向灘地震調査報告，験震時報，26 (1961), 81-107.

(脚注次ページへ続く)



第7図 1926年~1968年における日本付近の $M \geq 6$, $h \leq 60$ km の地震の時間間隔 τ の分布 (白丸)。黒丸は τ の大きい方からの累積度数。上図は全地震, 下図は余震, 前震を除いたもの。

Fig. 7. Frequency distribution of time intervals between earthquakes for the earthquakes with $M \geq 6$ and $h \leq 60$ km occurring in and near Japan during 1926-1968.

T. UTSU; 前出 2).

本谷義信・三品博達; 十勝岳の1962年6月の噴火に際しての地震計測的調査(第2報), 北大地球物理学研究報告, 11 (1963), 87-101.

D. VERE-JONES and R. B. DAVIES; A Statistical Survey of Earthquakes in the Main Seismic Region of New Zealand, Part 2—Time Series Analyses, N. Z. J. Geol. Geophys., 9 (1966), 251-284.

V. N. GAISKII; On the Similarity of Earthquake Series, the Relationship between Them, and the "Tendency" toward Periodicity, Bull. (IZV) Acad. Sci. USSR, Phys. Solid Earth Ser. (1968), No. 7, 20-28.

K. HAMADA; Ultra Micro-earthquakes in the Area around Matsushiro, Bull. Earthq. Res. Inst., 46 (1968), 271-318.

涌井仙一郎; 松代地震の時間的な起り方, 松代群発地震調査報告, 第3章第6節, 気象庁技術報告, 62 (1968), 57-63.

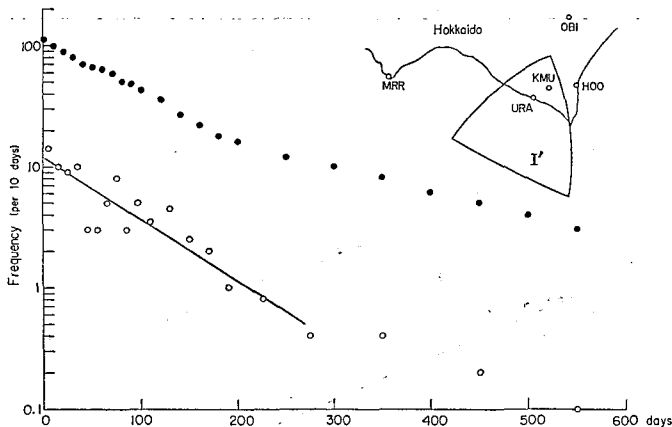
N. YAMAKAWA; Foreshocks, Aftershocks and Earthquake Swarms (V), Papers Met. Geophys., 19 (1968), 437-445.

T. UTSU; Time and Space Distribution of Deep Earthquakes in Japan, J. Fac. Sci. Hokkaido Univ., Ser. VII, 3 (1969), in press.

似的に指数分布にあてはまるが、 τ の小さい範囲 (数時間ないし数日) で、 τ の度数が指数分布から期待されるものよりも大きくなる傾向がみえる。多くの筆者はこれを地震の続発性 (持続性) のためと解しているが、各地震がそれぞれ続発性を有していると考えたよりも、比較的少数の大きな地震が余震を伴っていることが原因と考えたほうがよい場合が多いと思われる。余震を殆ど伴わない深発地震は指数分布とかなりよく一致する⁶⁾し、また余震を取除いたデータに対しては指数分布がよくあてはまるという例もある⁷⁾。

例として第7図に1926年から1968年末までの43年間に日本付近に起った $M6$ 以上、深さ 60 km 以浅の地震について時間間隔の分布を調べた結果を示す。上の地震は全地震について、下の図はその中から他の地震の余震または前震と見なせるものを除いたものについての結果で、白丸は τ 5日毎の度数、黒丸は時間間隔が τ 以上のものの度数を示す。この図によれば、余震等を除けば残りの地震 (本震) の時間間隔の分布は指数分布にかなりよく一致している。全地震についてはいわゆる続発性が著しいが、これは余震のためであることがわかる。なお第7図中の直線はある範囲のデータが直線に載りその範囲外のデータは外れることを示す目安として引いたものにすぎない (第8, 9図についても同じ)。

第8図は1926年から1967年末までの42年間に図中に示す浦河周辺の領域 I' ⁸⁾ に発生した $M5$ 以上、深さ 60 km 以浅の地震についての時間間隔の分布を示す。この領域には $M6.8$



第8図 1926年~1967年に浦河周辺の領域 I' に起った $M \geq 5$ 、 $h \leq 60\text{ km}$ の地震の時間間隔 τ の分布 (白丸)、黒丸は累積度数

Fig. 8. Frequency distribution of time intervals between earthquakes for the earthquakes with $M \geq 5$ and $h \leq 60\text{ km}$ occurring in the vicinity of Urakawa, Hokkaidô during 1926-1967.

6) S. YAMAGUTI; 前出 5) の 7 番目.

V. N. GAISKII; 前出 5).

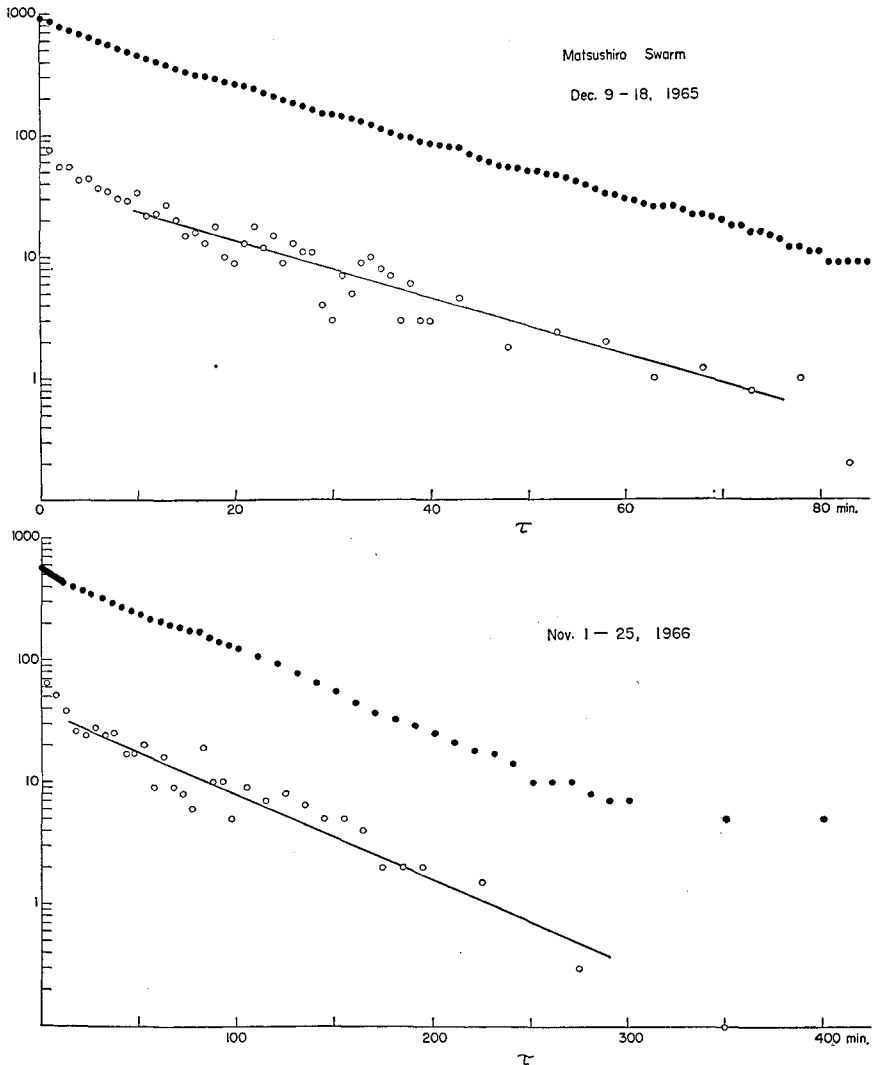
T. UTSU; 前出 5).

7) A. B. M. SCHLANGER; 前出 5).

V. N. GAISKII; 前出 5).

8) 宇津徳治; 北海道およびその周辺の地震活動, 北大地球物理学研究報告, 20 (1968), 51-75.

を越える地震は起っておらず、従って $M5$ 以上の地震で別の地震の余震とみなせるものは僅かしかない。このことから $\tau < 200$ days の範囲で指数分布によく合っていることが理解される。 $\tau > 200$ days ではその度数が $\tau < 200$ days にあてはめた直線から期待されるものよりかなり大きく、全体としては(2)式による指数分布からややずれている。これは地震発生の定常性が完全でないためであろうと思われる。この領域は市川⁹⁾が調べた A 地域(関東地方内陸部でほぼ



第9図 1965年12月9日~18日(松代群発地震初期)および1966年11月1日~25日(後期)における松代での有感地震の時間間隔 τ の分布(白丸), 黒丸は累積度数。

Fig. 9. Frequency distributions of time intervals between felt earthquakes for two periods in the Matsushiro earthquake swarm.

9) 市川政治; 前出 5).

指数分布に合っている) と、地震の大部分が地殻の直下、マンツルの最上部に起っていること、地震活動が活発な割に $M 6.8$ を越える大地震が少なくとも調査期間中は無いことなどの点でよく似ている。

第 9 図は松代群発地震の最盛期の前と後で活動がほぼ定常的とみなせる二つの期間について松代観測所での有感地震の時間間隔の分布を示す。全体としてはほぼ指数分布に合っているが 10 分程度より短い間隔に対する度数はかなり多くなっている。

地震発生の定常性が著しく失われている場合、たとえば余震系列や群発地震などでかなり長い期間を対象とした場合などでは、時間間隔の分布は指数分布から著しくずれ、(8) のような冪分布でかなりよく表わされることが多い¹⁰⁾。この場合でも余震それぞれが続発生を持つのではなく、短い期間をとってその間ではほぼ定常的とみなせるようにすると、その期間内では指数分布がほぼ成り立っていることが示されている¹¹⁾。

余震の場合は、その時間的減衰が (4) の改良大森公式で表わされ、時間間隔の分布が冪分布で表わされる例がいくつか挙げられている¹²⁾。ただしその指数 q と改良大森公式の指数 p と

第 1 表 余震の時間間隔分布の指数の観測値 q_0 と計算値 $q_c (= 2 - (1/p))$ の比較

Table 1. Comparison between observed and calculated indices q_0 and q_c in the distribution function of time intervals between two successive aftershocks.

余震系列	p	q_c	q_0	文献	余震系列	p	q_c	q_0	文献
丹後 1927	1.1*	1.0 ₉	1.23	友田 ¹⁰⁾	S. E. Alaska 1958	1.13	1.12	1.37	UTSU ²⁾
三陸沖 1933	1.5*	1.3 ₃	1.5	千秋 ¹⁾	男鹿半島沖 1964	1.34	1.25	1.39	R. G. A. ¹²⁾
福井 1948	1.3*	1.2 ₃	1.48	友田 ¹⁰⁾	Cremasta, Greece 1966	0.78	(0.72)	0.81	COMMINKIS et al. ¹²⁾
十勝沖 1952	1.1*	1.0 ₉	1.8	千秋 ¹⁾	色丹島沖 1967	1.3	1.2 ₃	1.3	広田 ¹²⁾

* UTSU¹³⁾ による値

10) 友田好文; 地震の時間間隔分布及び之と地震動の最大振幅の分布との関連に関する統計的記述, 地震 (ii), 7 (1954), 155-169.

田中康裕; 群発地震の偶発性について, 験震時報, 27 (1962), 7-15.

11) 千秋鋭夫; 前出 1).

K. MOGI; Study of Elastic Shocks Caused by the Fracture of Heterogeneous Materials and Its Relation to Earthquake Phenomena, Bull. Earthq. Res. Inst., 40 (1962), 125-173.

12) 千秋鋭夫; 前出 1).

T. UTSU; 前出 2).

RESEARCH GROUP FOR AFTERSHOCKS (TÔHOKU UNIV.); On the Aftershocks of Oga Earthquake, May 7, 1964, Sci. Rep. Tôhoku Univ. Ser. 5, 16 (1965), 146-163.

P. COMMINKIS, J. DRAKOPOULOS, G. MOUMOULIDIS, and B. PAPAACHOS; Foreshock and Aftershock Sequence the Cremasta Earthquake and Their Relation to the Waterloading of the Cremasta Artificial Lake, Ann. Geofis., 21 (1968), 39-71.

広田知保; 1968年1月29日色丹島沖地震の余震活動, 北大地球物理学研究報告, 21 (1969), 33-43.

13) T. UTSU; A Statistical Study on the Occurrence of Aftershocks, Geophys. Mag., 30 (1961), 521-605.

の関係は第1表に示すとおり(9)の関係とはわずかに異なり、(9)によって p から求めた q_0 よりも観測から求めた q_0 の方がやや大きい。この原因としては、1): (9)が成り立つのは $c \rightarrow 0$ であつた $t=0$ から ∞ までに発生した全余震について τ の分布を求めたものに対してであるが実際にはこの条件は充たされていないことと、2): 余震自身に若干の続発生がある、あるいは二次余震を伴うことがあるので、 τ の小さい範囲の度数が少し増していることなどが考えられる。しかしそのいずれの影響がどの程度きいてるかを観測データから求めることは実際には容易ではない。

時間間隔の分布としてはこのほか対数正規分布をあてはめた例¹⁴⁾もあるが、重要視する必要はないであろう。

VI. 地震回数の分布のいくつかの例

一定期間中の地震回数 n の分布としては、地震の発生が定常的でランダムであるとき期待される Poisson 分布を基準として、これとの適合の良否を論じた研究が多い¹⁵⁾。これらによる

14) T. TERADA; 前出 5).

C. LOMNITZ; Estimation Problems in Earthquake Series, *Tectonophys.*, **2** (1964), 193-203.

C. LOMNITZ; On Andean Structure, Part II, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **54** (1964), 1271-1281.

15) 中村左衛門太郎; 東京の地震の頻度について, *気象集誌*, **39** (1920), 79-82.

岸上冬彦・河角 広; 統計地震学に於ける Schwankung の理論の応用, *震研彙報*, **4** (1928), 75-85.

井上宇胤; 地震回数の統計的研究, *震研彙報*, **10** (1932), 43-54; *地震*, **5** (1933), 21-32, 99-111,

W. INOUE; 前出 5).

E. WANNER; 前出 5).

高橋浩一郎; 地震出現回数の統計的諸性質, *気象集誌* (ii), **15** (1937), 7-16.

飯田汲事; 前出 5).

竹花峰夫; 最近 30 年間の本邦地震有感回数の統計, *験震時報*, **10** (1940), 95-146.

本間正作; フェリッピン群島に於ける地震観測結果に就て, *験震時報*, **12** (1942), 249-262.

松本政次; 前出 5).

F. KISHINOUE; Statistical Investigations of Monthly Numbers of Earthquakes Felt at Tokyo, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **26** (1948), 73-79.

F. KISHINOUE and M. KOTAKA; A Statistical Investigation of Conspicuous Earthquakes in Japan during the Period 1933-1943, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **28** (1950), 109-114.

K. AKI; 前出 5).

市川政治; 前出 5).

V. N. GAISKII; Some Features of the Seismic Process from a Study of Earthquakes in Tadzhikistan, *Bull. (IZV.) Acad. Sci. USSR, Ser. Geophys.*, (1961), 574-577.

L. KNOPOFF; The Statistics of Earthquakes in Southern California, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **54** (1964), 1871-1873.

P. WALKNER M.; Statistical Analysis of Earthquake Occurrence in Japan, 1926-1956, *Bull. I.I.S.E.E.*, **2** (1965), 1-27,

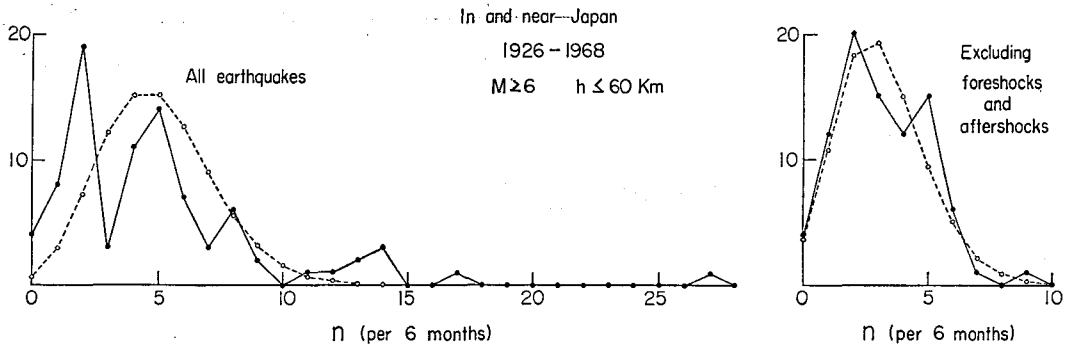
V. N. GAISKII; 前出 5).

S. G. FERRAS; Test of Poisson Process for Earthquakes in Mexico City, *J. Geophys. Res.*, **72** (1967), 3741-3742.

R. PAGE; Aftershocks and Microaftershocks of the Great Alaska Earthquake of 1964, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **58** (1968), 1131-1168.

W. E. T. SMITH, K. WHITHAM and W. T. PICHE; A Microearthquake Swarm in 1965 near Mould Bay, N. W. T., Canada, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **58** (1968), 1991-2011.

と多くの場合 Poisson 分布から多少ずれて n の小さいところ ($n=0$ またはその近く) と n の大きいところで度数が Poisson 分布から期待されるものよりも大きくなる傾向がみられる¹⁶⁾。これは時間間隔 τ の分布のときにみられる指数分布からのずれに対応するものである。余震をほとんど伴わない非浅発地震については、Poisson 分布とよく一致する例が示されているし¹⁷⁾、また余震を取除いたデータに対しては Poisson 分布が適合するという例も報告されている¹⁸⁾。KNOPOFF¹⁹⁾ の例では余震を除いても Poisson 分布に合うようにはならないとされているが、同論文の方法では、余震を完全に除いたとはいえないであろう。



第 10 図 1926 年～1968 年における日本付近の $M \geq 6$, $h \leq 60$ km の地震の半年ごとの回数の分布 (黒丸) とこれに対応する Poisson 分布 (白丸)。

Fig. 10. Frequency distribution of numbers of earthquakes per half year for the same earthquakes as in Figure 7. Solid circles represent the corresponding Poisson distribution.

第 10 図は第 7 図と同じデータを用いて、日本付近の半年毎の地震回数の分布を示したものである。白丸は対応する Poisson 分布を示し、全地震を用いた場合 (左図) では一致は悪いが、余震等を除いたものについてみると、右図のようになりにかなりよく一致している。第 11 図は第 8 図と同じデータによる浦河付近の 1 年毎の地震回数分布で Poisson 分布とはややずれているが大きくずれてはいない。この領域 I' と似ている市川の A 地域でもやはり Poisson 分布に合っている。

第 12 図は第 9 図と同じデータによる松代群発地震中の二つの期間における 1 時間および 3 時間ごとの有感地震回数分布でやはり Poisson 分布からややずれている。

地震の発生が定常でなければ回数 n の分布は Poisson 分布に適合しない。これはたとえば竹花²⁰⁾ の統計結果によく出ている。地震年回数の変動が大きい地点のデータは Poisson 分

16) 安芸敬一; 統計地震学の現状, 地震 (ii), 8 (1956), 205-228.

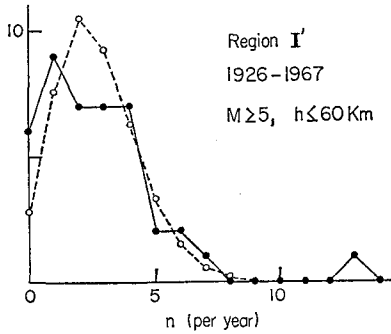
17) V. N. GAISKII; 前出 15).

T. UTSU; 前出 5).

18) E. WANNER; 前出 5).

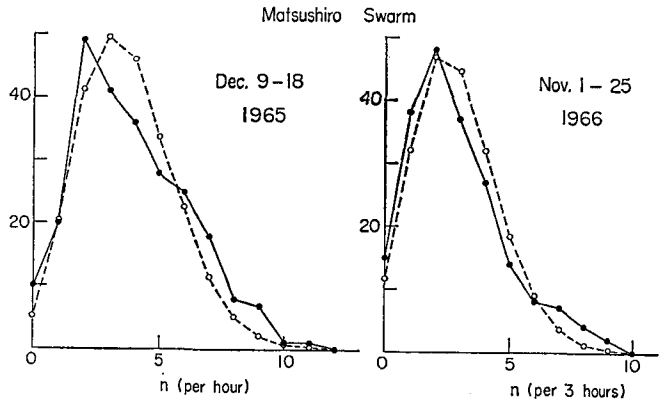
19) L. KNOPOFF; 前出 15).

20) 竹花峰夫; 前出 15).



第 11 図 1926 年～1967 年に浦河周辺の領域 I' (第 8 図) に起った $M \geq 5$, $h \leq 60$ km の地震の 1 年ごとの回数の分布 (黒丸) とこれに対応する POISSON 分布 (白丸)。

Fig. 11. Frequency distribution of numbers of earthquakes per year for the same earthquakes as in Fig. 8. Solid circles represent the corresponding POISSON distribution.



第 12 図 1965 年 12 月 9 日～18 日, および 1966 年 11 月 1 日～25 日における松代での有感地震の 1 時間および 3 時間ごとの回数の分布 (黒丸) とこれに対応する POISSON 分布 (白丸)。

Fig. 12. Frequency distributions of numbers of earthquakes per hour and per three hours for the same earthquakes as in Fig. 9. Solid circles represent the corresponding POISSON distributions.

布に合わないが, 年回数が著しく変動はしていない地点のデータは POISSON 分布によく一致している。POISSON 分布以外の分布としては, 複合 POISSON 分布, 正規分布, PÓLYA-EGGENBERGER 分布その他が試みられている²¹⁾。もっともパラメータの数が多く, その値が自由に選べるような分布を持ってくれば観測データに合わせ易いのは当然ともいえる。

VII. 適合度の検定および考察

時間間隔 τ の分布が指数分布に適合するか否かとか, 地震回数 n の分布が POISSON 分布に適合するか否かなどの検定にはふつう χ^2 テストが行なわれる²²⁾。このとき母集団のパラメータ ν の値は不明であるから, N 個の地震のデータを用いるときはその最尤推定値 $\nu = (N-1)/(t_N - t_1)$ (ただし t_1, t_N は最初と最後の地震の発震時) で代用する。従って自由度は k を階級の

21) W. INOUE; 前出 15).

石本巳四雄; 明治 9 年以降東京観測各月地震回数統計, 震研彙報, 14 (1936), 610-615.

F. KISHINOUE; 前出 15).

市川政治; 前出 5).

C. LOMNITZ; Statistical Prediction of Earthquakes, Rev. Geophys., 4 (1966), 377-393.

V. N. GAISKII; 前出 5).

22) F. KISHINOUE; 前出 15).

市川政治; 前出 5).

A. B. M. SCHLANGER; 前出 5).

D. VERE-JONES and R. B. DAVIES; 前出 5).

S. G. FERRAS; 前出 15).

数とすると $k-2$ となる。

HAMADA²³⁾ は異なった方法を用いて松代の極微小地震の時間間隔の分布の指数分布への適合性を論じているが、これを統計的検定法として確立するためには若干の改良が必要と思われる。

さて第 V, VI 章でとりあげた次の五つの地震系列について、 χ^2 テストを行なった。

- (i) 1926~1968 年の日本付近の $M \geq 6$, $h \leq 60$ km の地震全部 (第 7, 10 図参照),
- (ii) 上記地震の中から余震または前震を除いたもの (第 7, 10 図参照),
- (iii) 1926~1967 年間の浦河周辺に起った $M \geq 5$, $h \leq 60$ km の地震全部 (第 8, 11 図参照),
- (iv) 1965 年 12 月 9 日~18 日の松代での有感地震全部 (第 9, 12 図参照),
- (v) 1966 年 11 月 1 日~25 日の松代での有感地震全部 (第 9, 12 図参照)。

第 2 表 本論文で扱った五つの地震系列についての
二つの仮説の検定 (第 7~12 図参照)

Table 2. Test of two hypotheses for five earthquake sequences
treated in this paper (cf. Figs. 7-12).

仮説	日本付近 1926-1968 $M \geq 6$ $h \leq 60$ km	同 左 余震等除外	浦河周辺 1926-1967 $M \geq 5$ $h \leq 60$ km	松代有感 1965年12月	松代有感 1966年11月
τ の分布は指数分布に適合する	$\times 0.001$	$\bigcirc 0.1$	$\times 0.1$	$\times 0.001$	$\times 0.001$
n の分布は POISSON 分布に適合する	$\times 0.001$	$\bigcirc 0.1$	$\bigcirc 0.1$	$\times 0.001$	$\times 0.001$

$\times 0.001$; 仮説は有意水準 $\alpha=0.001$ で棄却される

$\times 0.01$; " 0.01 " が $\alpha=0.001$ では棄却されない

$\times 0.05$; " 0.05 " 0.01 "

$\times 0.1$; " 0.1 " 0.05 "

$\bigcirc 0.1$; " 0.1 でも棄却されない

結果は第 2 表に示すとおりである。いちいち検定の過程を記すことは省略するが、たとえば (iv) の松代地震の場合は次のように行なった。

気象庁地震月報には発震時が分位で示されているので、時間間隔 τ は分位までしか決らない。 $\tau=0$ 分は実は 0~0.5 分, $\tau=1$ 分は 0.5~1.5 分, ... とみなして、分単位で 0~1.5, 1.5~3.5, 3.5~6.5, 6.5~10.5, 10.5~15.5, 15.5~25.5, 25.5~40.5, 40.5 以上の 8 階級に分け χ^2 を求めると 34.4 となる。これは自由度 6 の χ^2 分布の $\alpha=0.001$ 点の値 22.5 より大きいから、指数分布への適合は危険率 0.1% で棄却される。また 1 時間ごとの回数 n が 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, および 8 以上の 9 階級に分け χ^2 を求めると 41.8 となるが、これは自由度 7 の χ^2 分布の $\alpha=0.001$ 点の値 24.3 より大きいから、POISSON 分布への適合性も危険率 0.1% で棄却される。

上記 5 つの系列についてはいろいろな統計的仮説の検定が次報において行なわれ、第 2 表と同じ形式で示される。単に地震の発生が定常的かつランダムであるという仮説を検定するの

23) K. HAMADA; 前出 5).

ならば、地震回数 n が時間に関して一様分布であること、すなわち (1) 式への適合度の χ^2 テストを行なったほうが簡単なので、まずこれから始めるべきであろう。この検定は LEXIS の比 (POISSON の分散指数) の有意性の検定と同等である。

時間間隔の分布が指数分布に適合しないとき、あるいは地震回数の分布が POISSON 分布に適合しないときは、地震の発生 の 定常性か、独立性 (偶発性) か、あるいはその両方が成り立たないときである。このいずれが原因であるかを判断するのは簡単ではない。定常性とか偶発性とかは確率過程としては明確に定義できようが、現実の地震系列を扱う立場からは、どのような確率モデルを採用したならば近似度がよいか、あるいは便利であるか、あるいは物理的に有意義であるかなどにより、見方を変えれば変わってくるものである。時間的に一様分布な母集団からのランダム・サンプルについては異論はないが、これからずれている地震系列が見出されたとき如何に解釈するかは任意性が残されている。

定常性が成り立たないというときには、地震系列の発生地域全般にわたって作用している地震を起す原因となる何かが時間的に変化していると考え、偶発性が成り立たないというときには、一つの地震の発生がその付近の局所的な地震を起す原因となる何かの状態を変えていると考える立場もあり得るが、地震発生 の 統計結果からそのような区別をつけることは現状ではむずかしい。

余震系列について時間間隔の分布が指数分布に適合しない、また回数の分布が POISSON 分布に適合しないのは、余震に続発性があるためというよりも、定常性が成り立っていないためというべきかも知れない。しかし先に扱った松代群発地震の一部については、この不適合のおもな原因は一つの地震から数分間に次の地震がとくに多く起っていることによるもので、調査期間全般にわたる定常性の多少の悪さ (次報参照) はほとんど影響していない。従ってこの場合は偶発性が成り立っていないとみなすのが普通であろうが、地震活動度が短期間に脈動状あるいはパルス状に変る (すなわち定常的でない) ためとも解釈できないことはない。どの程度の時間尺度で見ているかの問題である。

日本付近の $M \geq 6$ の地震のうち余震等を除いたものについては、指数分布、POISSON 分布にほぼ合っている。従って一つの大きな地震が起ると、その余震は別として、他にも大きな地震が起り易くなるとはこのデータからはいえない。

余震の存在は地震統計に大きな影響を及ぼしている。余震を含めたデータの統計を地震一般のもつ性質として解釈すると、しばしば問題の本質をはずれた結論に導かれることがある。大きな地震ほど稀にしか起らず、このような地震が多数の余震を伴うから、たとえば地震発生 の 定常性、偶発性、周期性などの検定結果の解釈などは余震をどう扱ったかに大きく依存する²⁴⁾。

24) H. JEFFREYS; Aftershocks and Periodicity in Earthquakes, Gerl. Beitr. Geophys., 56 (1938), 111-139.

安芸敬一; 前出 16).

余震の存在は地震のマグニチュードの分布²⁵⁾や空間的分布の問題にも大きく関連するであろう。

地震の発生が本質的にランダムであるとするれば、研究の対象としての興味の大半は失われてしまうが、実際は地震の発生にはいろいろな性質があり、それが混合してみかけ上ランダムに近い状況になっているのであろう。調査する時間、空間、マグニチュードの範囲を変えてゆけば、そのうちの一つの性質が比較的是っきりと現われてくるものと思われる (たとえば直径数百 km 程度の範囲に千年程度の期間にわたって起った $M8$ クラスの地震を対象とすると、100~200 年程度の間隔でかなり規則的に起っていることなど)。従って適当に選ばれたデータを、適当な地震発生の確率モデルと比較し、さらにモデルの型やそれを特徴づけるパラメータと地震発生に関連する物理現象ないし地学現象との関係を追求してゆくことが望まれる²⁶⁾。

地震の発生は少なくとも時間、空間、マグニチュードの 5 次元の分布として記述すべきであろう。複雑さを避けるためそのうちの一次元だけを取り上げて論ずることが多いが、各次元はまったく独立ではないので、将来は多次元のモデルを考えてゆく必要があろう。

VIII. 結 論

本報のおもな結論は次のとおりである。

(1) 地震の発生が時間的に定常かつランダムであるときには、相次ぐ二つの地震の時間間隔の分布は指数分布になり、また一定の期間当りの地震回数の分布は Poisson 分布になることはよく知られているが、この定理の逆および裏は必ずしも成り立たないことを注意したい。たとえば時間間隔の分布が指数分布に適合するからといってその地震は互に独立な事象であるともいえないし、適合しないからといって独立な事象でないともいえない。

(2) 地震回数の時間的分布が余震のように $f(t) = At^{-p}$ で表わされるときは、 $t=0$ から ∞ までの範囲のデータについて時間間隔の分布は $\phi(\tau) = k_1\tau^{-q}$ 、一定期間 dt 当りの回数の分布は $p(n) = k_2n^{-r}$ ($n \geq 4$) となり、 $q = 3 - r = 2 - (1/p)$ で、 r は dt に依らない。しかし上記の仮定をはずし一般的に $\phi(\tau) = k_1\tau^{-q}$ と $p(n) = k_2n^{-r}$ が同等であるとはいえない。

(3) 時間間隔の分布を指数分布と比較した研究、地震回数の分布を Poisson 分布と比較した研究は約 50 年前から行なわれ、多くの地震系列についての結果が多数発表されている。一般的にみてそれぞれ指数分布および Poisson 分布からややずれているものが多い。指数分布や Poisson 分布によく合っているものは、地震の発生がほぼ定常的な範囲を扱かい、かつ余震

25) 宇津徳治; 余震を考慮した場合の地震の規模別度数分布, 震害時報, 28 (1964), 129-136.

26) たとえば, 友田好文: 地震統計とモデル, 地震 (ii), 8 (1956), 196-204.

安芸敬一; 前出 16).

C. LOMNITZ and A. HAX; Clustering in Aftershock Sequences, The Earth beneath the Continents, A. G. U. Geophys. Monogr. 10 (1966), 502-508.

D. VERE-JONES and R. B. DAVIES; 前出 5).

D. VERE-JONES; A Markov Model for Aftershock Occurrence, Pure Appl. Geophys., 64 (1966), 31-42.

等がほとんど含まれていないもの（深い地震のように余震が無いもの、余震を意識して取り除いたもの、扱った系列中の大きな地震の余震がその系列中に含まれない程度の規模以上に限ったものなど）である。

(4) 余震系列についての時間間隔の分布はほぼ $\phi(\tau) = k_2 \tau^{-q}$ に適合するが q は $2 - (1/p)$ よりやや大きい。これは $t \rightarrow \infty$ までデータを用いていないことが一つの理由であろう。

(5) 地震の発生が定常かつランダムであるという仮説の検定には、時間間隔の分布の指数分布への適合性、および地震回数の分布の POISSON 分布への適合性の χ^2 テストが有効である。五つの地震系列についてこの検定を行なった（第2表参照）。ただし、上記仮説の検定だけが目的ならばこのような手間をかけなくても、地震回数の時間的変化が時間に関して一様分布に適合するかどうかの χ^2 テストを行なえば多くの場合済んでしまうことである（次報参照）。

(6) 地震の発生は本質的にはランダムな現象でないであろうから、それに見合うモデルを考え、地震発生と関連があると思われるいろいろな物理現象ないし地学現象と関係づけてゆくことが期待される。

(つづく)

6. Some Problems of the Distribution of Earthquakes in Time (Part 1)

By Tokuji URSU

(Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University)

This is the first part of a series of papers dealing with statistical properties of the occurrence of earthquakes in time. The frequency of earthquakes per unit time interval which is denoted by n and the length of time interval between two successive earthquakes which is denoted by τ are investigated in this paper.

It is well known that, if the earthquake occurrence is a stationary and random process, τ has a negative exponential distribution and n has a POISSON distribution. The converse is not always true. A good fit of τ to a negative exponential distribution or a good fit of n to a POISSON distribution does not necessarily mean that the earthquakes are essentially independent events.

Several tens of papers have been published in the last half century concerning the comparison between observed and theoretical distributions of τ or n for various earthquake sequences. A review of these papers leads to a conclusion that a similar type of departure from an exponential distribution or a POISSON distribution is commonly observed for most sequences, but for some sequences a fairly close agreement between observed and theoretical distributions has been obtained. The latter sequences usually do not contain remarkable aftershock sequences or swarms.

If the rate of earthquake occurrence is represented by an inverse power law $f(t) = At^{-p}$ (as in the case of an aftershock sequence), the frequency distributions of τ and n for the data $0 \leq t < \infty$ also follow inverse power laws $\phi(\tau) = k_1 \tau^{-q}$ and $p(n) = k_2 n^{-r}$ ($n \geq 4$)

with a relation $q=3-r=2-(1/p)$. The equivalence between the two expressions of $\phi(\tau)$ and $p(n)$ does not always hold, if the above-mentioned assumption for $f(t)$ is removed. Distributions of τ for several aftershock sequences fit the inverse power law, but the observed indices q_0 are somewhat larger than the calculated values q_c from the observed values of p .

A χ^2 -test for the goodness of fit to an exponential distribution or a Poisson distribution has been performed for five earthquake sequences (cf. Figs. 7-12 and Table 2). These sequences will be investigated from different points of view in later papers. For the purpose of testing the stationarity and randomness of the earthquake occurrence in a sequence, a χ^2 -test for the goodness of fit of the rate of occurrence to a uniform distribution with respect to time is a simple and sensitive method.

The occurrence of earthquakes may not be a random phenomenon, though the apparent randomness is sometimes observed due to mixing of essentially non-random processes.

(to be continued)