



Title	小湖沼における内部波：倶多楽湖の場合
Author(s)	小泊, 重能
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 40, 1-22
Issue Date	1981-11-30
DOI	10.14943/gbhu.40.1
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/14383
Type	bulletin (article)
File Information	40_p1-22.pdf



[Instructions for use](#)

小湖沼における内部波
—— 倶多楽湖の場合 ——

小 泊 重 能

北海道大学理学部地球物理学教室

(昭和 56 年 7 月 23 日受理)

Studies of the Internal Wave in Small Lakes
—— A Case Study in Lake Kuttara ——

By Shigeyoshi KODOMARI

Department of Geophysics, Faculty of Science, Hokkaido University

(Received July 23, 1981)

Investigations made of the internal wave in lakes by a number of researchers have disclosed that it rotates along the shore counterclockwise or clockwise with the character of the Kelvin wave or the Poincaré wave in large lakes. Meanwhile, in small lakes it has been observed in a few number of cases. Thus, Lake Kuttara, a small lake, about 2.4 km in diameter, in the southwestern part of Hokkaido has been subjected to a study, using the two-layer model for numerical calculations and conducting field observations of the level and temperature of lake water.

From the numerical calculations two types of internal waves are recognized in that the one rotates counterclockwise and the other clockwise, both having one amphidromic point. Observational findings agree with the properties of both the types qualitatively, except that the findings show that the dominant rotating direction is counterclockwise, differing from the result of the numerical calculations. The characters of such movements are not made clear yet, but it can be said that both the earth's rotation and lake shape are the cause.

The effect of the bottom slope near the lake shore on the internal wave has been examined using a simple lake model. The result allows estimations of the effect by a formula, including lake length, lake bottom gradient and thermocline depth, whereby it is found that the gentle slope of the bottom and the short lake length increase the effect on the internal wave motion.

I. 序

密度の異なる二つの流体が層構造をなしている場合、その境界面に擾乱が与えられると波動が

起る。湖沼の場合には、夏季の成層期などに、外力の変化によってそのような波、内部波が湖水中の密度境界層に発生する。その波動は水温構造の周期的変動、特に躍層付近での大きな水温変動、あるいは表面水位の周期的変動などとして観測される。その周期は相当に長く、小さな湖でも数時間程度の大きさになる。このような変動は内部静振あるいは温度静振とも呼ばれている。

この現象は、湖では、20世紀初頭に WATSON (1903,1904) によって Loch Ness で観測されて以来、多くの研究がなされている。初期の理論的研究としては、矩形かつ等深の湖の二層モデルを使った研究(たとえば、SCHMIDT, 1908)、さらには湖の形状を考慮に入れるため、表面静振との類似性に着目して表面静振に関する CHRYSTAL の方法を応用した研究、模型実験による研究などが行なわれた(たとえば、WEDDERBURN, 1911; WEDDERBURN and WILLIAMS, 1911)。そして、世界各地の湖沼において観測が行なわれて来たが、周期のみに限れば、矩形湖の二層モデルで計算されるものと実測とは大体一致した。しかしこれらの研究では、内部波は定常的な振動としてとらえられている。その後、三層モデルによる研究 (MORTIMER, 1952) や地球自転の影響を考慮した研究 (MORTIMER, 1955) などが行なわれた。特に後者は、内部波を三次元的にとらえてその回転性を考えた点が従来の研究とは異なっている。近年になって、地球自転の影響を考慮に入れた解析解や数値実験、あるいは実測などを通して、湖には回転性の内部ケルビン波(たとえば、CSANADY, 1967, 1972; BIRCHFIELD, 1969; KANARI, 1973, 1974 *a*, 1974 *b*, 1975; 金成, 1974; CSANADY and SCOTT, 1974; SCHWAB, 1977; OU and BENNETT, 1979) や内部ポアンカレ波(たとえば、BIRCHFIELD, 1969; CSANADY, 1972; KANARI, 1973; CSANADY and SCOTT, 1974; SCHWAB, 1977; SVENSSON, 1979) が存在することが明らかになって来た。つまり、地球自転の影響を考慮に入れることにより、内部波の流動状態がより一層判然ととらえられるようになったのである。

ところで、これらは比較的大きな湖沼(長径約 22 km の Lake Kinneret, 約 60 km の琵琶湖, 100 km 以上の Lake Vänern や五大湖など)における研究であり、小湖沼での内部波についてはまだあまり研究がなされていない。一般には、地球自転の影響はスケールの大きな流動以外では無視しうる程度の大きさなので、その影響を受けた回転性の内部波が、小湖沼においても存在するか否かには問題がある。長径が 2~3 km 以下というような小湖沼については、長径約 1.5 km の Lunzer See (EXNER, 1928), 約 2.3 km の Laacher See (HENNING, 1967), 約 2.4 km の倶多楽湖(中尾ら, 1969; 小泊, 1969)などで内部波の周期が観測されているが、観測された内部波がどのような流動状態にあるかという点についてはまだ明らかにされていない。

ここでは、小湖沼の例として北海道の登別温泉東方約 2 km にある倶多楽湖を選び、数値計算と実測の結果を用いて、地球自転の影響を考慮に入れた、小湖沼における内部波の流動状態を考察した。さらに、岸付近の湖底の形状が内部波と表面水位変動の振幅比に及ぼす影響について、簡単なモデルを用いて検討し、湖底形状の及ぼす影響の大小を見積ってみた。

II. 二層モデルによる数値計算

1. 数値計算の方法

計算の方法は、琵琶湖の内部波を計算するのに金成が用いたもの (KANARI, 1973, 1974 a, 1975) とほぼ同じである。二層流体の運動方程式と連続の式は、慣性項を省略し、各層での密度を一定とすれば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U_1}{\partial t} - fV_1 &= -g(h_1 + \xi_1 - \xi_2) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + F_{x1} \\ \frac{\partial V_1}{\partial t} + fU_1 &= -g(h_1 + \xi_1 - \xi_2) \frac{\partial \xi_1}{\partial y} + F_{y1} \\ \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial V_1}{\partial y} &= -\frac{\partial}{\partial t} (\xi_1 - \xi_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、
$$U_1 = \int_{-\xi_1}^{h_1 - \xi_2} u_1 dz$$
$$V_1 = \int_{-\xi_1}^{h_1 - \xi_2} v_1 dz$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U_2}{\partial t} - fV_2 &= -\frac{\rho_1}{\rho_2} g(h_2 + \xi_2) \frac{\partial \xi_1}{\partial x} - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} g(h_2 + \xi_2) \frac{\partial \xi_2}{\partial x} + F_{x2} \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} + fU_2 &= -\frac{\rho_1}{\rho_2} g(h_2 + \xi_2) \frac{\partial \xi_1}{\partial y} - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} g(h_2 + \xi_2) \frac{\partial \xi_2}{\partial y} + F_{y2} \\ \frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial y} &= -\frac{\partial \xi_2}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、
$$U_2 = \int_{h_1 - \xi_2}^{h_1 + h_2} u_2 dz$$
$$V_2 = \int_{h_1 - \xi_2}^{h_1 + h_2} v_2 dz$$

u, v は流速の x -, y -成分, f はコリオリ係数, g は重力の加速度, F は応力項, ρ は密度, ξ は湖表面および内部境界面での変位(上方を正とする), h は平均状態の層厚である。添字の 1, 2 は各々上層と下層とを表わす。ここで次のような変数を導入する。

$$\left. \begin{aligned} U_m &= \alpha_m U_1 + U_2 \\ V_m &= \alpha_m V_1 + V_2 \\ \xi_m &= \alpha_m' \xi_1 + \beta_m' \xi_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

添字 m は二つのモード ($m \rightarrow s$: バロトロピック・モード, $m \rightarrow i$: バロクリニック・モード) を表わす。(3) を使って (1), (2) を書き直すと、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U_m}{\partial t} - fV_m &= -C_m^2 \frac{\partial \xi_m}{\partial x} + F_{mx} \\ \frac{\partial V_m}{\partial t} + fU_m &= -C_m^2 \frac{\partial \xi_m}{\partial y} + F_{my} \\ \frac{\partial U_m}{\partial x} + \frac{\partial V_m}{\partial y} &= -\frac{\partial \xi_m}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、湖全体の平均密度を ρ として、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_s &= \alpha'_s = 1 - (\rho_2 - \rho_1) h_2 / \rho (h_1 + h_2) \\ \beta'_s &= (\rho_2 - \rho_1) h_2 / \rho (h_1 + h_2) \\ C_s &= \sqrt{g(h_1 + h_2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \alpha'_i = -h_2 / h_1 \\ \beta'_i &= 1 + h_2 / h_1 \\ C_i &= \sqrt{(\rho_2 - \rho_1) g h_1 h_2 / \rho_2 (h_1 + h_2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

また、応力の項は二層の境界での項を無視すると次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} F_{mx} &= \frac{1}{\rho_1} \alpha_m \tau_{sx} - \frac{1}{\rho_2} \tau_{bx} \\ F_{my} &= \frac{1}{\rho_1} \alpha_m \tau_{sy} - \frac{1}{\rho_2} \tau_{by} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 τ_s は湖表面での風の応力、 τ_b は湖底摩擦を表わし、次式で与えられる。

$$\tau_s = \rho_a \gamma_a^2 W |W| \dots\dots\dots (8)$$

$$\tau_b = \rho_w K_w U - \beta \tau_s \dots\dots\dots (9)$$

ρ_a は空気の密度 (0.0012 g/cm³)、 γ_a^2 は定数 (0.0026)、 W は平均風速、 ρ_w は湖水の密度、 K_w は定数 (0.026 cm/sec)、 U は湖水の流れのベクトル、 β は 1.0 である。

境界条件は岸に直角な方向の流速をゼロとし、初期条件は湖全域が静止状態にあるとして、 $\xi_1 = \xi_2 = u_1 = u_2 = v_1 = v_2 = 0$ を与えた。

また、風速は 5 m/sec として 100 分間、湖全域に一様に吹かせた。以上の条件の下で、Fig. 1 のように格子間隔が 300 m の倶多楽湖のモデルで計算を行なった。 y の正方向が北、 x の正方向が東に対応している。図中の黒丸は水位変動の解析例とした地点を示す。倶多楽湖の場合、後の Fig. 5 に見られるように、湖中央部の平坦部分の深度は 120~140 m なので、ここでは深度を 120 m として h_1 を 12 m、 h_2 を 108 m とした。密度は上層が 0.9985 g/cm³、下層が 1.0000 g/cm³、 f は 9.8×10^{-5} /sec、 g は 9.8 m/sec² である。また、計算の時間間隔はバロトロピック・モードの計算の場合は 4 秒、バロクリニック・モードの計算の場合には 300 秒とした。計算は風を与えてから 3000 分後まで行ない、200 分後の ξ の値を 28 地点で 10 分毎に出力し、それをフーリエ解析して周期や位相の検討を行なった。

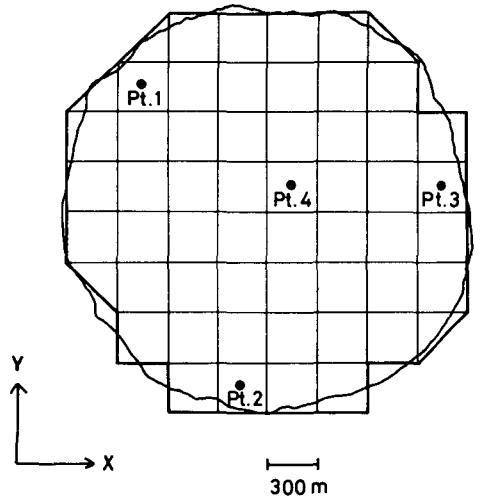


Fig. 1. Computational grid on Lake Kuttara. Pt. 1-Pt. 4 indicate the examples of sampling points where the calculated elevations of surface and interface are analyzed by Fourier analysis.

なお、風向や密度、水深などについては与える数値を変えた計算も行なってみた。

2. 数値計算の結果について

Fig. 2 に計算結果の一例として、風向を SW とした場合のものを示す。これは Fig. 1 中の黒丸 4 点における変位をフーリエ解析したもので、図中の上のグラフが湖表面での水位変化、下のグラフ

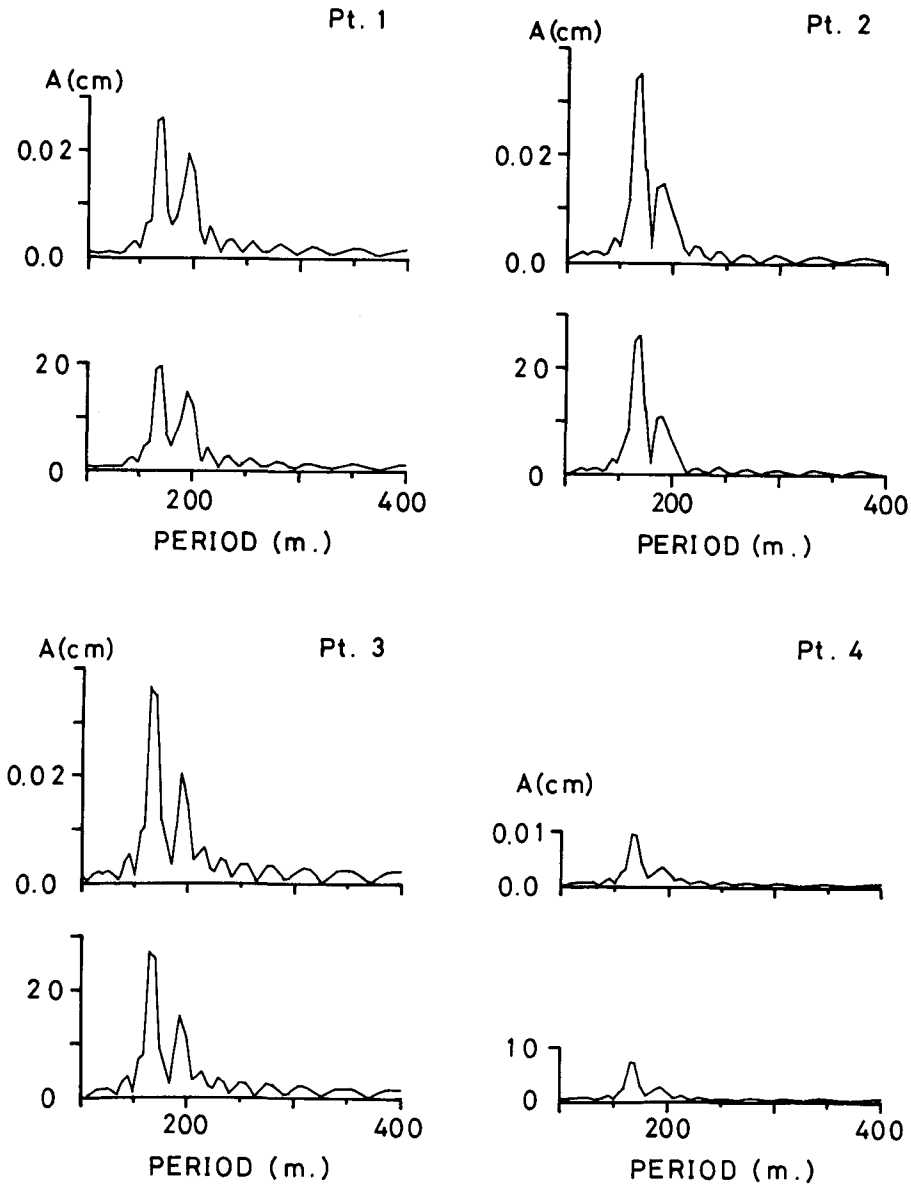


Fig. 2. Examples of amplitude spectra at various sampling points in the calculated model. These positions are shown in Fig. 1. Upper : Spectrum for surface elevation. Lower : Spectrum for interface displacement.

が内部境界面での変動によるものを表わしている。横軸は周期で5分毎に計算してあるが、ここでは周期100分以下の流動については考慮していない。縦軸は上のグラフの方が下のグラフの1000倍の大きさになっている。この図より、湖表面においても、変動幅は小さいものの、内部境界層の変動に対応する変化が見られるのがよく分かる。この変動幅の比は、ほぼ、二層の密度差と上層の密度の比および二層の層厚の比で表わされる（たとえば、PROUDMAN, 1953: 後述の式(11)）。卓越周期としては、場所により5分ばかりの違いはあるが、165分と195分の二つが得られた。これらの周期について、出力した全部の点での位相差を調べると、各々の周期に対応する変動は湖中を回転していることが分かる。また、Fig.2においてPt.4のピークは二つとも他の地点に比べると小さく、Pt.4の付近では変動が小さいことを示している。海洋における等潮時線と同じようにして、位相変化の様子を図にするとFig.3のようになる。図中の白丸と黒丸は無潮点

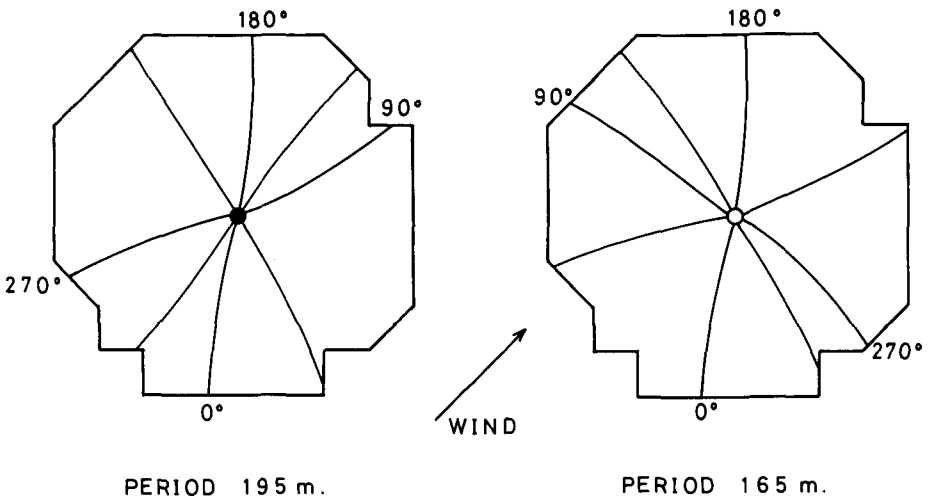


Fig. 3. Phase (in increments of 45°) associated with the rotating wave patterns in the case of SW wind calculated for Lake Kuttara model. Circle shows the amphidromic point.

に対応するもので、これらの点では水位変動がないことを表わしており、両者とも変動の小さかったPt.4の近くに位置している。黒丸は変動の方向が反時計回りであることを示し、白丸は方向が時計回りであることを示す。また、図中の実線は、Fig.1のPt.2の点を基準にした、45度毎の位相を表わしている。図のように、卓越している二つの周期は165分の方が時計回りの流動、195分の方が反時計回りの流動によるものである。

数値計算で与える風向をSにした場合にも、卓越周期としては165分と195分の二つが得られた。その各々に対する位相変化の図をFig.4に示す。描き方はFig.3の場合と同じである。この場合にも、周期165分は時計回りの流動、周期195分は反時計回りの流動によるものとなっている。Fig.3と比較すると、周期195分の場合の90度と270度を表わす線がやや異なっているが、大体においては、周期195分も周期165分も同じパターンを取っている。

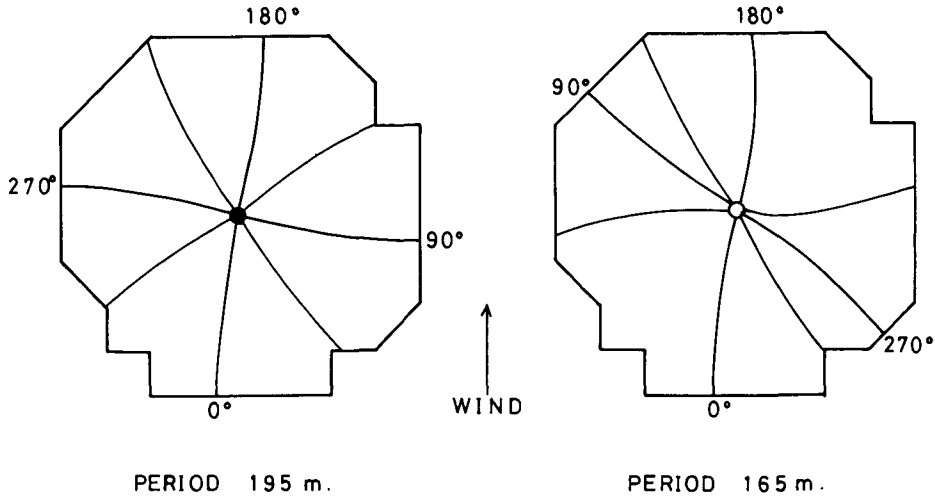


Fig. 4. Calculated phase distributions (in increments of 45°) in the case of S wind.

Table 1. Dominant periods of the internal wave obtained from numerical calculations in Lake Kuttara.

calculated No.	wind direction	epilimnion h_1 (m)	hypolimnion h_2 (m)	T_{co} (min)	T_{cl} (min)	T_c (min)
1	SW	12	108	195	165	201
2	S	12	108	195	165	201
3	W	12	108	195	165	201
4	W	12	93	195	170	202
5	W	12	128	195	165	199
6	W	9	131	225	190	227
7	W	15	125	175	150	180

- T_{co} : period of the internal wave having the counterclockwise rotating direction
- T_{cl} : period of the internal wave having the clockwise rotating direction
- T_c : period calculated using the formula (10)

風向と層厚を変えて計算した場合の卓越周期を Table 1 にまとめた。先にも述べたように、計算した地点によっては、卓越周期にこの表の値とは 5～10 分の違いが見られることもある。 h_1 、 h_2 は各々の上層と下層の厚さ、 T_{co} は反時計回りの流動の周期、 T_{cl} は時計回りの流動の周期、 T_c は次式 (10) によって計算した内部静振の周期である。等深の矩形湖を考えると、内部静振の周期は次の式で与えられる (たとえば、PROUDMAN, 1953)。 T_c を単節の内部静振の周期、 L を湖の長さとする、

$$T_c = 2 L \left\{ \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_1} \cdot \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \right\}^{1/2} \dots \dots \dots (10)$$

さて、Table 1 において、cal. No. 1～3 は同じ湖のモデルを使って風向を変えて計算したものであるが、卓越周期には変化が見られない。cal. No. 3～5 は湖の深度 ($h_1 + h_2$) を変えたもので、

No. 3は先に述べたように平坦部分の浅い方を深度としたもの、No. 5はその深い方を深度としたもの、No. 4は湖の平均深度を計算深度としたものに相当している。これらの場合にも、卓越周期は T_{co} 、 T_{cl} ともほとんど同じ値になっている。cal. No. 5~7は、計算深度は同じで上層の厚さを変えたものである。この三例を見ると、 h_1 が大になる程つまり躍層深度が深くなる程、 T_{co} 、 T_{cl} とも周期は短くなっている。このように、風向や湖全体の深度の相違は内部波の周期にあまり影響を及ぼさず、上層の厚さ、即ち躍層深度の影響が最も大きい。これは次のように考えられる。式(10)で分かるように、周期に対する深度の影響は $\sqrt{(h_1+h_2)/h_1h_2}$ の形で与えられるので、Table 1のような h_1 、 h_2 の値で計算すると、 (h_1+h_2) の相違による影響はあまりなく、 h_1 ひいては対応する h_2 の変化による影響が大きく出て来る。また、風向の違いがあまり影響を及ぼさない点については、ここで考えているような流動が、湖全域で回転している定常的なものとなっているためと考えられる。その周期は湖盆形態によって決まり、最初にその流動を引き起す外力の方向にはよらないからである。内部波の流動パターンが与えられた風向によってはあまり変化しないという結果はKANARI(1974a)にも述べられている。

結局、倶多楽湖のモデルの数値計算では、卓越した二つの回転性内部波が得られたことになる。この回転の原因に関して、地球自転の影響を調べてみた。倶多楽湖のモデルで $f=0$ として数値計算を行ない、これまでと同じように位相差を調べてみると、流動パターンは単振動的になっており、回転性はほとんど現われていない。このことから見て、倶多楽湖のように小さな湖沼においても、地球自転の影響によって内部波は回転するものと考えられる。さらに、 $f=0$ として計算を行なった場合、多くの地点で卓越周期は一つだけとなる。従って、数値計算で卓越した内部波が二つ現われる点についても、地球自転の影響のあることが分かる。

なお、Table 1に見られるように、式(10)を使って計算した周期の値は、全ての計算例において、時計回りの流動の周期より反時計回りの流動の周期に近くなっている。

III. 観測結果との比較

数値計算によって得られた結果と、倶多楽湖で行なった水温と水位の観測より考えられる内部波とを比較してみる。Fig. 2の数値計算の結果にも見られたように、内部波の影響は湖表面での水位変動としても観測される(たとえば、BRYSON and RAGOTZKIE, 1960; HENNING, 1967; 中尾ら, 1969; 小泊, 1969)。また、内部境界層での変動は、その付近の水温を測定することによって直接観測することも出来る。大多数の湖で行なわれた観測はこの方法によっている。

ここでは、短周期の変動を除いた湖水位の変動と、躍層付近の水温の変動について解析を行なうことにより、内部波についての考察を行なった。

1. 1969年9月の観測

1969年9月22日から26日まで、4点で水位を、3点で水温を観測した。Fig. 5に各観測点を示す。図中の St. W 1~W 4では自記水位計を設置して水位を記録し、St. T 1~T 3ではサーミ

スターを水深 10 m の点に沈めて 5 分毎に水温の値を読み取った。ただし、St. T 3 のサーミスターは、観測中ロープにからまったために位置が一定しておらず、躍層付近の水温記録としては不適当になった。このため、この測点の記録は解析には直接用いずに参考程度とした。各水温測点間の距離は St. T 1 - T 2 間が 160 m, St. T 1 - T 3 間が 155 m, St. T 2 - T 3 間が 100 m となっている。また、Fig. 5 の下図は上図の湖中央部に引いた実線に沿って、田中館 (1925) による湖沼図を用いて描いた湖沼断面図である。これ以外の場所で、湖中央部を通るような線に沿った湖沼断面図を描いても、ほぼ同じ図になる。

Fig. 6 に水位変化を 10 分毎に読み取った結果を図示した。縦軸の水位は、各測点において適当に選んだ基準点からの相対値である。9 月 25 日の夜には、低気圧のため風雨が強くなり、水位は上昇したが、その時点までは 7~8 mm/day の割合で水位は低下している。この低下傾向を直線で近似し、低下量を観測値からひいたものを図にしたのが Fig. 7 である。この図より、測点によって振幅は異なるものの、200 分程度の周期的な変動のあることが分かる。

Fig. 8 には読み取った水温記録に、50 分間の加重移動平均を施した値を示した。St. T 1 と St. T 2 では水位の場合と同じく、200 分前後の周期で水温が変動している。振幅は両測点とも 2℃ 前後でほとんど同じであるが、変動には僅かな位相差が存在し、St. T 1 の変動の方が 5~10 分程度 St. T 2 の変動より早く起っている。水位と水温の観測結果をフーリエ解析した例を Fig. 9 に示した。水位は 9 月 24 日 12 時から 25 日の 9 時 50 分まで、水温は 9 月 24 日 12 時から 25 日の 4 時 20 分までのデータを用いた例である。この場合、読み取り間隔は水温、水位とも 5 分とした。卓越周期は St. W 1 と St. W 3 では 200 分であったが、他の水位観測点と水温観測点では 4 点とも 210 分であった。この時の躍層深度は 11 m であり、 $L = 2400$ m, $\rho_1 = 0.9985$ g/cm³, $\rho_2 = 1.0000$ g/cm³, $g = 9.8$ m/sec², $h_1 = 11$ m, $h_2 = 109$ m の値を式 (10) に代入すると、内部静振の周期は約 209 分となる。そこで、周期 210 分の変動について、St. W 1 を基準にした位相差を計算してみると Fig. 10 に示したようになった。この位相差は、図中の矢印の方向に反時計回りの流動があると考えれば説明出来る。従って、この 210 分の卓越周期を持ったものが、数値計算で得られた反時

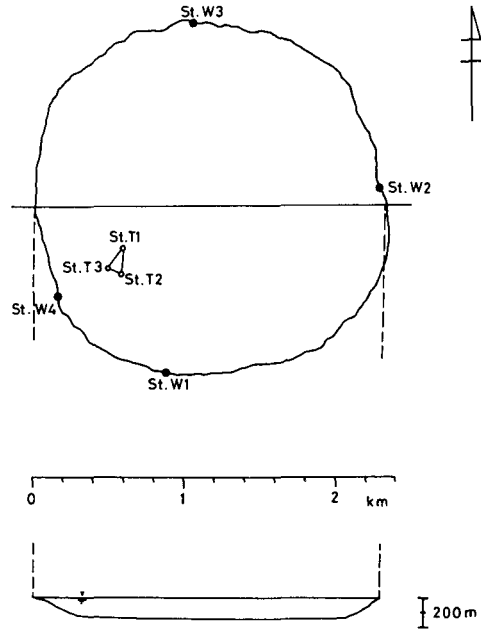


Fig. 5. Lake Kuttara. Upper : Sites of the observation points, September 1969. St. W1-St. W4 show the observation points of water level, and St. T1-St. T3 indicate those of water temperature at 10m depth. Lower : Cross section along the solid line in the upper figure.

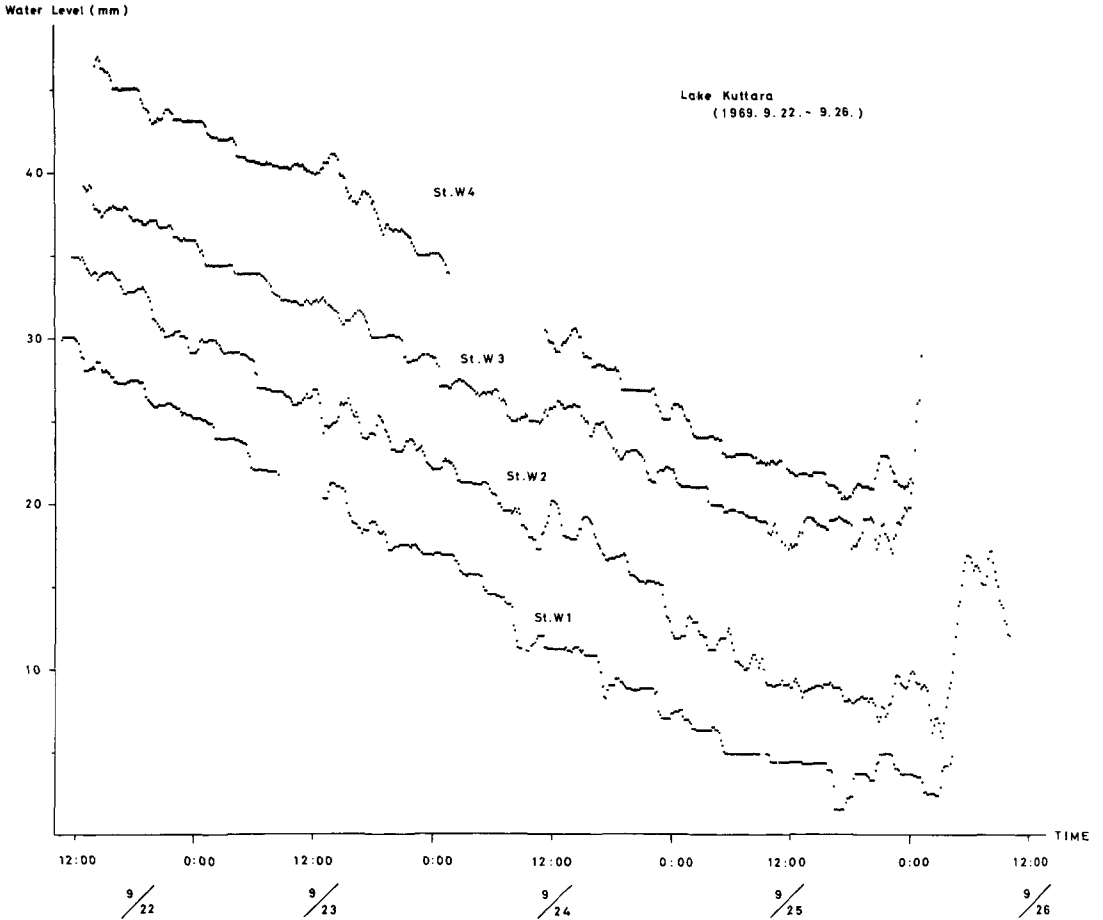


Fig. 6. Water level records in Lake Kuttara during the period 22 to 26 September 1969. Observation points are shown in Fig. 5.

計回りの流動に対応するものと考えられる。Fig.10を Fig.3あるいは Fig.4の周期195分の流動パターンと比較してみると、Fig. 4に見られる位相差のパターンとよく合っている。Fig. 4は南風の場合の計算例であるが、9月24日から25日にかけては、微風あるいは風の状態が多く、特に卓越している風は観測されていない。

また、Fig. 9において、St. W 1と St. W 3を除いた各点では165分の周期にもピークが見られる。この周期についても、St. W 1を基準にした位相差を計算してみると Fig. 11のようになり、水温から得られた位相差は少し異なるものの、時計回りの流動として位相差の説明が出来る。これが数値計算で得られた時計回りの流動に対応するものであろう。水位から得られた各測点間の位相差は、Fig. 3と Fig. 4に示された周期165分の流動パターンによく合っている。しかし、数値計算の結果では、時計回りの流動と反時計回りの流動の振幅を比べると、ほとんど差がないか時計回りの方が大きくなっている傾向が見られた。ところが、この観測では反時計回りの流動の方がずっと卓越している。この相違の原因については、湖盆形状の影響あるいは観測点の位置に

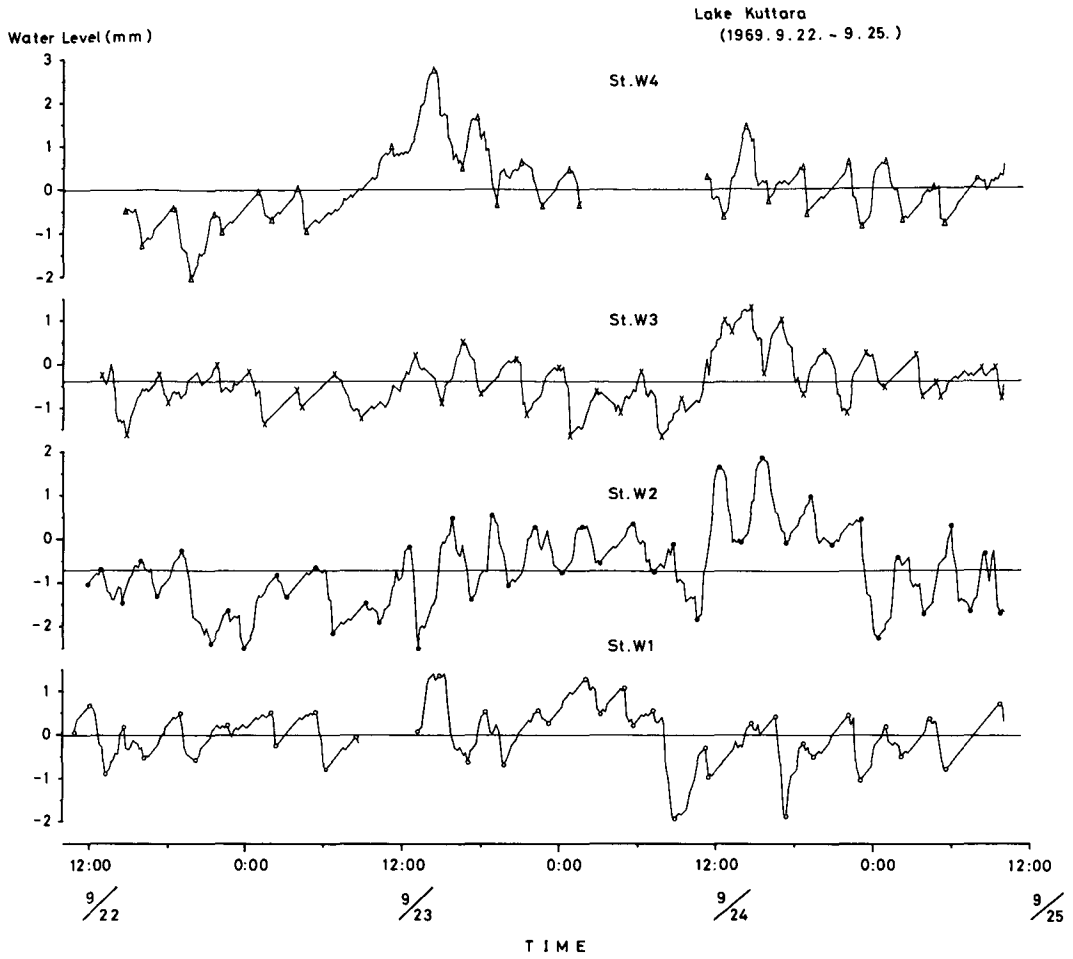


Fig. 7. Surface water displacements obtained by filtering the records shown in Fig. 6.

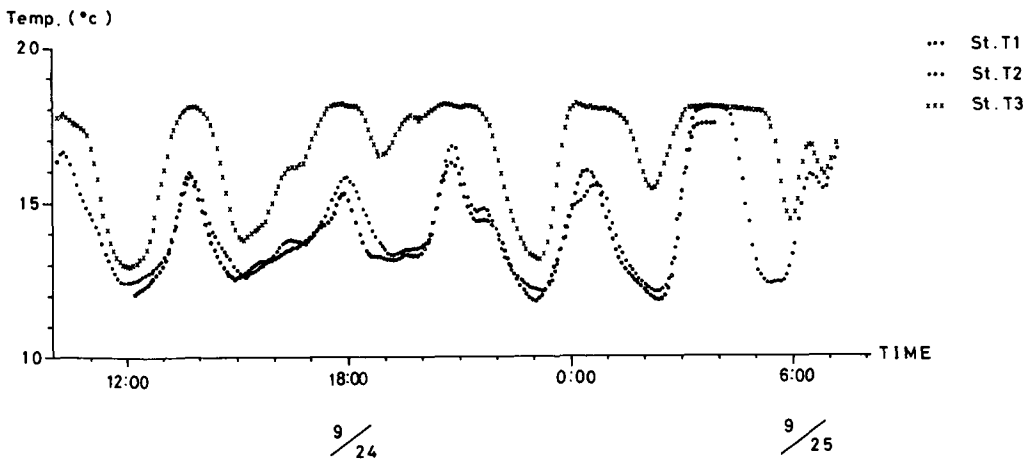


Fig. 8. Temperature records obtained by smoothing out of the records at 10m depth in Lake Kuttara during the period 24 to 25 September 1969. Observation points are shown in Fig. 5.

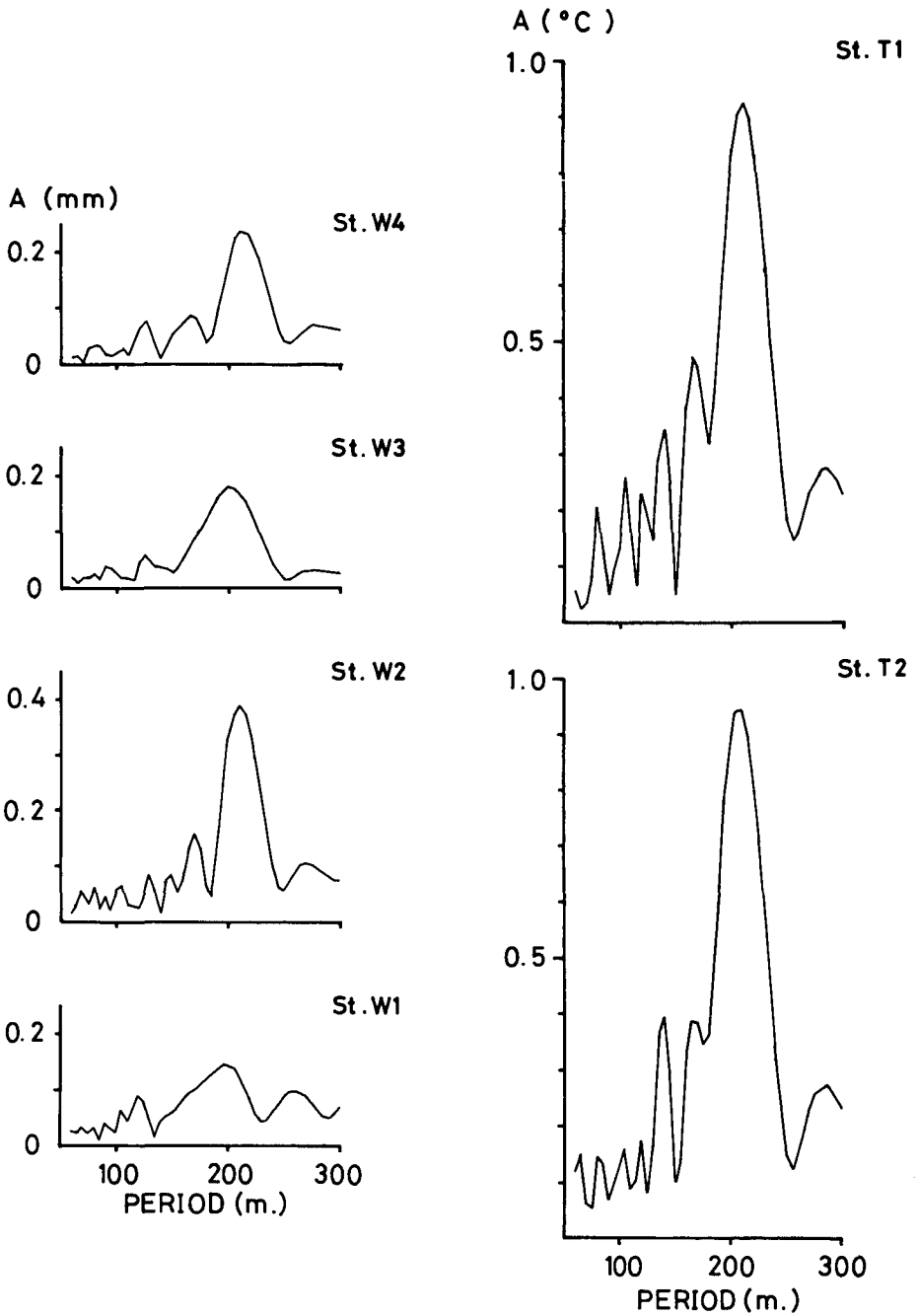


Fig. 9. Spectra of the water level and temperature in Lake Kuttara during the period 24 to 25 September 1969. Observation points are shown in Fig. 5.

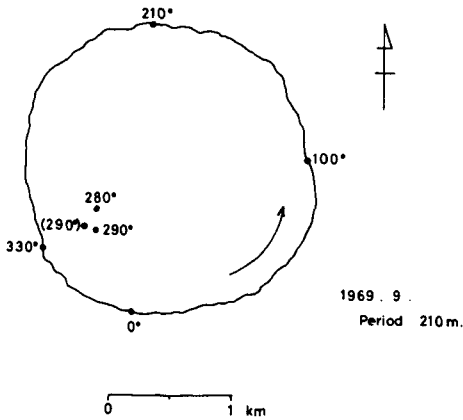


Fig. 10. Observed locations of occurrence of phase in Lake Kuttara for the 210 min period, 24–25 September 1969. Phase angles are relative to 0° at St. W1.

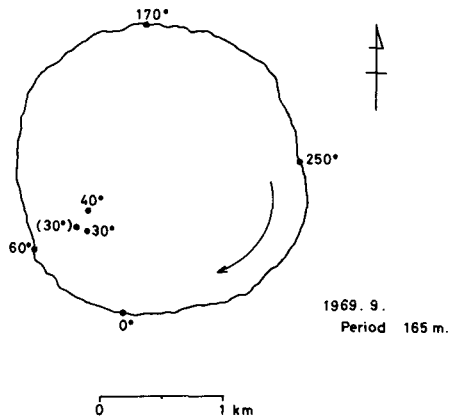


Fig. 11. Observed locations of occurrence of phase in Lake Kuttara for the 165 min period, 24–25 September 1969. Phase angles are relative to 0° at St. W1.

よる違い、内部波を引き起すエネルギーの差、数値計算の精度の問題などが考えられるが、はっきりしておらず、今後検討を加える必要がある。

2. 1967年8月の観測

この時の観測については既に報告がなされている（中尾ら，1969）が，8月18日から20日まで湖岸の4測点において，直読式の水位計によって5分毎の水位観測が行なわれた。このうち，8月19日の8時55分より18時までのデータを用いて解析を行なってみた。フーリエ解析によって求めた振幅の図がFig. 12である。卓越している周期に比べて観測期間が短かいため分解能が悪く，各観測点ともピークはなだらかになっており，卓越周期は一つしか求められなかった。その周期は既報のように190分である。この周期の流動について，St. 2を基準にして測点間の位相差を計算するとFig. 13のようになり，反時計回りの流動方向を持っていることが分かる。これが1969年9月に観測された周期210分の流動，あるいは数値計算で得られた周期195分の流動などに対応するものと思われる。また，Fig. 13に示された位相差はFig. 3にある周期195分の流動パターンによく似ている。この観測期間中の卓越風は南西の風であり，Fig. 3の数値計算を行なう時に与えたものと同じ風向である。

ところで既報では，内部波を静的に考えて一本の nodal line を引いたが，その際位相差についての細かな検討は行なわなかったものの，St. 1とSt. 3が，St. 2とSt. 4がそれぞれ nodal line に対して等距離にあると述べた。これはSt. 1とSt. 3，St. 2とSt. 4の位相差が各々ちょうど180度となることに対応しているが，Fig. 13を見るとそれぞれの測点間の位相差は180度になっており，前回の結論と一致している。

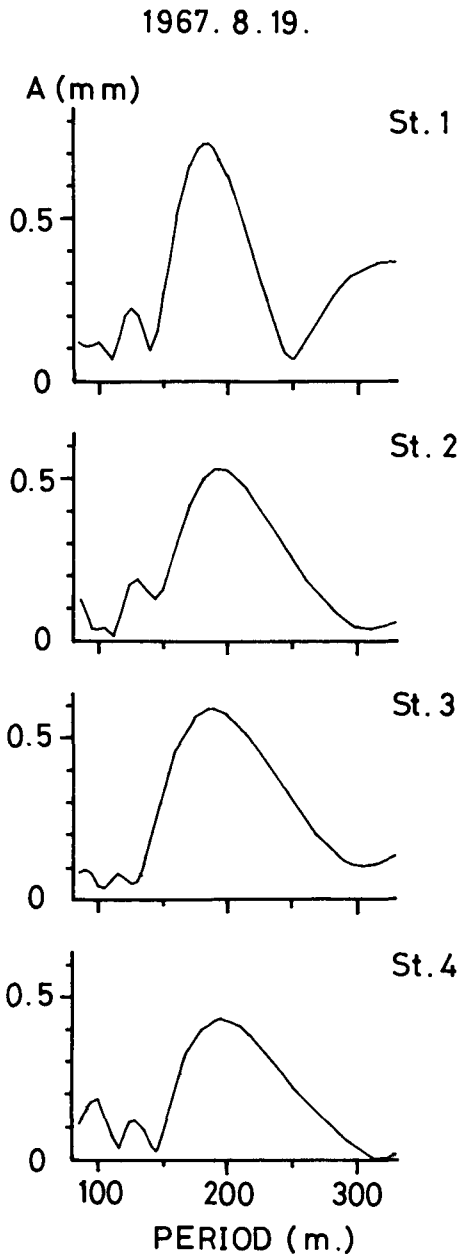


Fig. 12. Spectra of the water level in Lake Kuttara on August 19, 1967. Observation points are shown in Fig. 13.

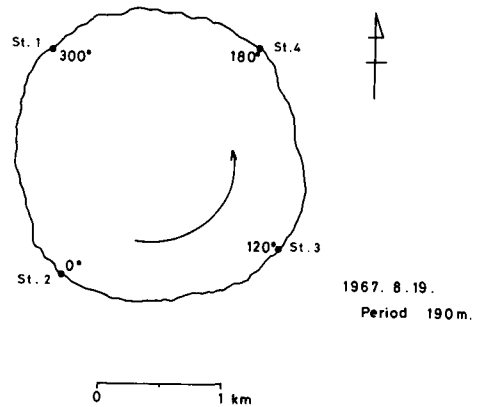


Fig. 13. Observed locations of occurrence of phase in Lake Kuttara for the 190 min period, 19 August 1967. Phase angles are relative to 0° at St. 2.

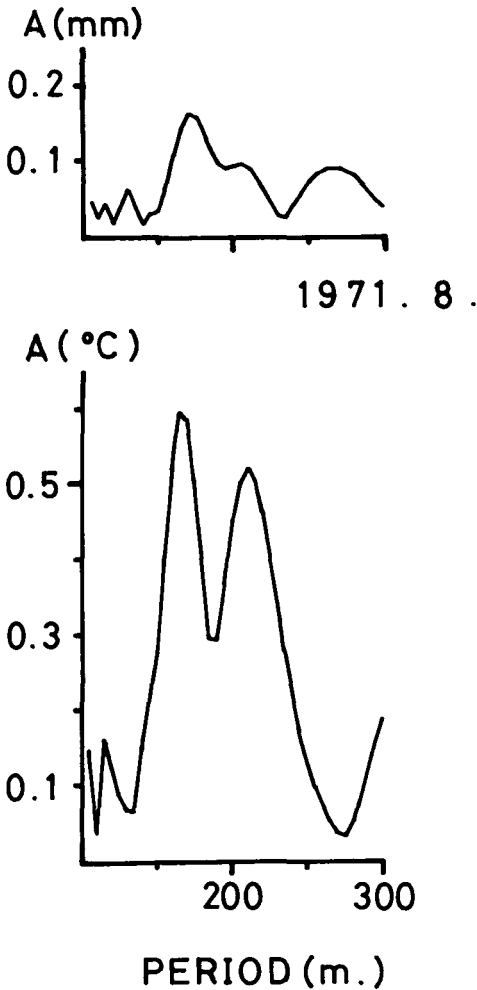
この時の観測では時計回りの内部波は確認されおらず、このことから考えて、1969年9月の場合と同じく反時計回りの流動の方がずっと卓越していることが分かる。

3. その他の観測について

以上とは別の期間にも、倶多楽湖においては、水位や水温の観測を行なっている。それらの期間についてまとめたのが Table 2 である。これらのうち、1968年9月の観測については既に報告した(小泊, 1969)。また、1969年5月の観測については、季節的にまだ躍層が発達しておらず、内部波に対応するような周期的変動は観測されていない。この Table 中の観測期間では、研究対象が内部波に限られていたわけではないため、内部波の流動状態をとらえるためには測点数が少なかったり、観測点間の距離が短か過ぎたりしている。従って、厳密な比較は不可能ではあるが、これまで得られた結果と矛盾しないかどうかについては検討することが出来る。たとえば、1968年9月に卓越

Table 2. List of various observation periods in Lake Kuttara.

observation period		number of the observation points	
		water level	water temperature
5-6 September	1968	2	1 (10m depth)
23-24 May	1969	1	—
25-29 June	1969	1	—
10-14 October	1970	3	—
29 June-1 July	1971	1	—
17-20 August	1971	2	1 (8m depth)



している周期 170 分の流動についての位相差を見ると、水温とその測点近くの水位には位相差がなく、対岸とは 80 度程度の差があるものの、どのような流動状態に対応するかは分からない。しかし少なくとも、この周期の流動が単振動的なものではないことは言える。また、Fig. 3 あるいは Fig. 4 に示した周期 195 分の位相差のパターンと比較しても矛盾はしていない。さらに、1970 年 10 月の観測では、3 測点は距離 1.5 km 位の範囲内にあるため、変動の位相差はあまり大きくない。従って、回転性については傾向程度のことは分かっても、確実なことは言えなかった。しかしこの場合にも、これまでの結果に矛盾するようなものは現われていない。

ここで、これまでのものとはやや異なるフーリエ解析の結果を一例、Fig. 14 に示しておく。これは 1971 年 8 月 18 日 12 時 5 分から 19 日 8 時までの 5 分毎のデータを用いて計算したもので、上図が水位、下図が水温の例である。この水温観測点は水位観測点の 200 m ばかり沖にあるが、両測点ともその位置に際立った地形的特徴はないので、得

Fig. 14. Spectra of the water level and temperature in Lake Kuttara during the period 18 to 19 August 1971. Upper : Water level. Lower : Water temperature.

られた結果が測点付近の地形に大きく影響されているということは考えられない。また、この水位観測点は Fig. 5 に見られる St. W 4 とほとんど同じ地点にある。Fig. 14 を見ると、Fig. 9 のものとは異なり、短い周期（この場合は 170 分）の方が長い周期（210 分）よりも卓越している。もし、170 分の周期が時計回りの流動、210 分の周期が反時計回りの流動に対応しているものならば、実測においても数値計算の場合と同様に、時計回りの流動の方が反時計回りのものより卓越することもあるという例になろう。卓越する流動方向が湖盆形態のみで決まるとすれば、その方向は常に同じはずであり、このように逆方向のものが卓越することは起らないであろう。従って、湖盆形態のみによって卓越する流動方向を決定することは出来ない。そこで、時計回りの流動と反時計回りの流動とではどちらがより卓越するかを考える場合、湖盆形態以外にも、観測点の位置や内部波を発生させるエネルギーの大きさ、加えられるエネルギーの方向などを検討する必要があるだろう。また、観測についても、測定期間を長くとり二つの流動がはっきり分解出来るようにする必要がある。

しかしいずれにしろ、数値計算のみではなく、観測結果からも倶多楽湖には少なくとも反時計回りの内部波の存在することが明らかになった。

ところで、前述したように、Table 1 において、式(10)によって計算された T_c は T_{ca} よりも T_{co} の値によく合っている。実測の場合、 ρ や h の値が厳密に決まるわけではない (BRYSON and RAGOTZKIE, 1960) が、種々の湖において、実測の結果と式(10)によって計算された周期とはよく合致している（たとえば、MORTIMER, 1953；中尾ら, 1969；KANARI, 1970）。しかし、これらの一致した周期がどのような流動方向を持っているかについては述べられていなかった。琵琶湖については、その後の数値計算の結果 (KANARI, 1973, 1974 a) から、式(10)によって計算された周期に近い周期を持った内部波は、流動方向が反時計回りであることが分かって来た。また、今回、倶多楽湖についても同様の結果となったので、他の湖についても、これらの周期を持つ内部波の流動方向は反時計回りとなるのではないかと思われる。この点については、今後、観測によって確認する必要があるだろう。

IV. 湖底勾配の影響

III で述べたように、湖盆形態が内部波に及ぼす影響はさらに検討する必要がある。II の数値計算では等深の条件で計算を行なったが、将来は深度分布をも考慮した計算を行なわねばならない。その場合、Fig. 5 の断面図に見られるように湖底勾配が岸近くで急になっている湖では、深度変化を正確に表わすには格子間隔を小さくする必要がある。湖底勾配があまりにも急な場合には、格子間隔の取り方によっては計算結果が発散してしまい、数値計算が不可能になる恐れもある。ここでは簡単なモデルを考え、岸付近の湖底勾配が湖表面での水位変化に及ぼす影響を検討してみた。

矩形かつ等深の湖の場合、内部波による内部境界面の変位と湖表面の水位変動の比は次のようになる (PROUDMAN, 1953)。

$$\frac{\xi_2}{\xi_1} = -\frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \left(1 + \frac{h_1}{h_2}\right) \quad \dots\dots (11)$$

ここで負号は ξ_1 と ξ_2 の位相が逆であることを示している。

Fig. 15(a)に図示したような、等脚台形の断面形状をした矩形の湖を考える。座標の原点を湖底中央にとると、湖壁を表わす式は勾配を α として次のようになる。

$$y = \pm \alpha x + H - \alpha l \quad \dots\dots (12)$$

ただし、 $H = h_1 + h_2$ 。従って、躍層が右側の湖壁と交わる点の座標は $(l - \frac{h_1}{\alpha}, h_2)$ 、左側の湖壁との交点の座標は $(\frac{h_1}{\alpha} - l, h_2)$ である。

いま、湖水位が Fig. 15(b)のような状態で釣り合ったものとし、湖表面の勾配を β 、内部境界面の勾配を γ 、G点とK点の座標を各々 (g, H), $(-k, h_2)$ とすると、湖表面と内部境界面を表わす式は次の通りになる。

$$y = \beta x + H - \beta g \quad \dots\dots (13)$$

$$y = \gamma x + h_2 + \gamma k \quad \dots\dots (14)$$

従って右側の湖壁については、湖表面との交点

の座標は $(\frac{\alpha l - \beta g}{\alpha - \beta}, \alpha \beta \frac{l - g}{\alpha - \beta} + H)$ 、内部境界面との交点は $(\frac{\gamma k - h_2 + \alpha l}{\alpha - \gamma}, \alpha \gamma \frac{k + l}{\alpha - \gamma} - \frac{\gamma h_1}{\alpha - \gamma} + h_2)$ となり、左側の湖壁についてはそれぞれ、 $(\frac{\beta g - \alpha l}{\alpha + \beta}, -\alpha \beta \frac{g + l}{\alpha + \beta} + H)$ 、 $(\frac{h_1 - \alpha l - \gamma k}{\alpha + \gamma}, \alpha \gamma \frac{k - l}{\alpha + \gamma} + \frac{\gamma h_1}{\alpha + \gamma} + h_2)$ となる。湖水が流動しても上層と下層それぞれの体積は変化しないから、Fig. 15(b)において $\triangle AEG$ と $\triangle BFG$ 、 $\triangle CHK$ と $\triangle DIK$ の面積は等しい。

故に、

$$\frac{1}{2} (l + g) \alpha \beta \frac{l + g}{\alpha + \beta} = \frac{1}{2} (l - g) \alpha \beta \frac{l - g}{\alpha - \beta} \quad \dots\dots (15)$$

$$\frac{1}{2} (l - \frac{h_1}{\alpha} + k) (-\alpha \gamma \frac{k + l}{\alpha - \gamma} + \frac{\gamma h_1}{\alpha - \gamma}) = \frac{1}{2} (l - \frac{h_1}{\alpha} - k) (\alpha \gamma \frac{k - l}{\alpha + \gamma} + \frac{\gamma h_1}{\alpha + \gamma}) \quad \dots\dots (16)$$

これを書き直すと、

$$\beta g^2 - 2\alpha l g + \beta l^2 = 0 \quad \dots\dots (15')$$

$$\gamma \alpha^2 k^2 + 2 \alpha^2 (\alpha l - h_1) k + \gamma (\alpha l - h_1)^2 = 0 \quad \dots\dots (16')$$

$0 < g < l$, $0 < k < l - \frac{h_1}{\alpha}$ だから、

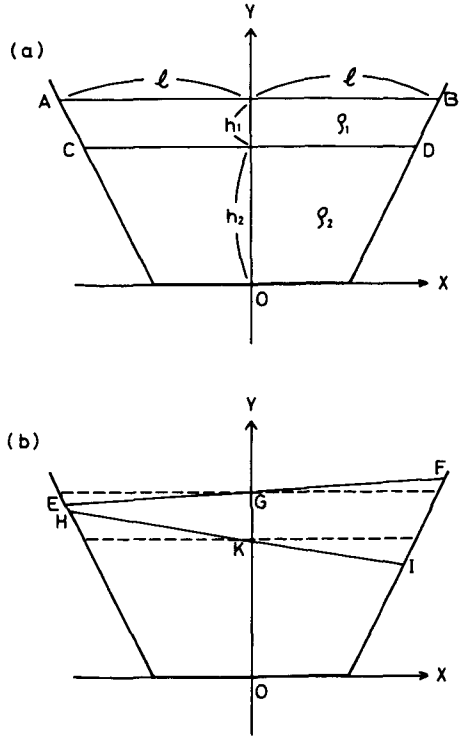


Fig. 15. Simple lake model considering the bottom slope. (a) : Simple lake model of trapezoidal cross-section . (b) : Schematic representation of the internal wave.

$$g = \frac{l(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2})}{\beta}$$

$$k = \frac{(l - \frac{h_1}{\alpha})(\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2} - \alpha)}{\gamma} \quad \text{となる.}$$

上層と下層の変位の比をとるのに、各々の最大振幅の地点、即ち上層では $(\pm l, H + \xi_1)$ の点、下層では $(\pm l \mp \frac{h_1}{\alpha}, h_2 - \xi_2)$ の点での値を用いると、

$$\frac{\xi_2}{\xi_1} = - \frac{(l - \frac{h_1}{\alpha})(\sqrt{\alpha^2 - \gamma^2} - \alpha - \gamma)}{l(\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - \alpha + \beta)} \quad \text{となる.}$$

ここで、 $\alpha^2 \gg \beta^2$ 、 $\alpha^2 \gg \gamma^2$ だから $\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} \approx \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2} \approx \alpha$ となり、これを上の式に代入して、

$$\frac{\xi_2}{\xi_1} = \frac{\gamma}{\beta} (1 - \frac{h_1}{\alpha l}) \quad \dots\dots\dots (17)$$

β と γ は符号が逆なので上式の値は負となる。

Fig. 15 (b)のような釣り合いの状態にある場合、湖の右半分と左半分において底面にかかる圧力は同じものとする。従って、Fig. 15 (a)の状態から(b)の状態に移った時、上層で左から右へ行った荷重と下層で右から左へ行った荷重とが等しくなる。その関係を用い、やや整理して書くと次式が成立する。

$$\frac{1}{2} \rho_1 \beta l^2 H = \frac{1}{2} (\rho_2 - \rho_1) (-\gamma) (l - \frac{h_1}{\alpha})^2 h_2$$

$$\therefore \frac{\gamma}{\beta} = - \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \frac{H}{h_2} (\frac{\alpha l}{\alpha l - h_1})^2 \quad \dots\dots\dots (18)$$

式(18)を式(17)に代入すると、

$$\frac{\xi_2}{\xi_1} = - \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \frac{H}{h_2} \frac{\alpha l}{\alpha l - h_1} \quad \dots\dots\dots (19)$$

これを式(11)と比べると、変位の比は $\frac{\alpha l}{\alpha l - h_1}$ 倍になっている。矩形断面の場合には α が無量大となるから、式(19)は式(11)に等しくなる。

倶多楽湖の場合、 $l=1200$ m、 $h_1=10$ m、 $\alpha=0.53$ とすると、 $\frac{\alpha l}{\alpha l - h_1} \approx 1.02$ となり、 $\frac{\xi_2}{\xi_1}$ の値については、湖底勾配の影響はほとんどないことが分かる。Iに挙げた他の二つの小湖沼においても $\frac{\alpha l}{\alpha l - h_1}$ を計算すると、Laacher Seeでは1.04程度であり大きくはないが、Lunzer Seeでは1.17 ($\alpha=0.1$, $l=750$ m, $h_1=11$ mとした)とかなり大きいので、湖底勾配の影響を考慮に入れねばならない。

このように、湖底勾配の影響を湖表面と内部境界面の変位の振幅比という点から考えてみると、倶多楽湖ではその影響はあまり考慮しなくてもよいことが分かった。しかし、流動のパターンや周期に対する影響については、湖底摩擦の影響なども含めて、さらに検討する必要がある。特にLunzer Seeのように、湖底勾配の影響が水位変動の振幅比にも現われるような湖においてはその

必要が大きくなる。ただし、湖底勾配が内部波に与える影響は、 $\frac{\alpha l}{\alpha l - h_1}$ を計算することによってある程度は見積ることが出来る。これから見て、湖底勾配の影響が現われるのは、 α が小さい場合か l が小さい場合に限られる。そのような場合、数値計算においては、深度変化の割合が格子間隔に比べてそれ程大きくならないモデルが比較的容易に作成出来る。逆に α が大きい時には、影響が少ないのであるから、岸を垂直の壁と近似してもよい。従って、数値計算で深度分布を与える場合、湖底勾配によって深度分布の連続性が悪くなる恐れはあまり大きくない。

V. 考 察

数値計算と実測より、俱多楽湖のような小湖沼においても、内部波は回転性を持つことが分かった。実測からは、特に反時計回りの流動が卓越しているとも言える。大湖沼においては、回転する内部波は、内部ケルビン波あるいは内部ポアンカレ波として説明されているが、小湖沼では、この流動がどのような波動に対応するのかについては今のところ何も判っていない。たとえば、CSANADY (1967) によると、円形の湖での内部ケルビン波が存在する条件は次の式で表わされる。

$$f^2 r^2 / c^2 > n(n+1) \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 f はコリオリ係数、 r は湖の半径、 c は流速、 n は波数である。俱多楽湖の場合、左辺の値はたかだか0.08程度であり、 n のどのような正数についても式(20)の条件は成立しないので、反時計回りの流動が内部ケルビン波に対応するとは考え難い。 $f=0.0001/\text{sec}$ 、 $c=50 \text{ cm/sec}$ 程度の値と考えるならば、式(20)が $n=1$ に対して成立するためには半径が7.1km以上なければならない。従って、長径が10 km以下というような小湖沼では、内部ケルビン波は存在しないと思われる。これら、小湖沼における反時計回りあるいは時計回りの動きがいかなる流動に対応しているのかについては、今後さらに考察を進めなければならない。

また、数値計算においてはほぼ同じような大きさの振幅のスペクトルを持った二つの卓越周期が見られたが、これについては湖の形状の影響と地球自転の影響が大きいものと思われる。形状の影響を見るために、矩形かつ等深の二つの湖で数値計算を行なってみた。2400 m×1500 mの湖モデルで、上層を10 m、下層を90 mとして計算を行なった結果の例を Fig. 16(a)に示す。内部境界面の変動をフーリエ解析したもので、顕著なピークは周期220分のところに一つ見られるだけである。流動のパターンを見ると、流向は反時計回りになっているものの、これまでの他の計算例に比べるとその回転性は弱く、単振動的になっている。この湖モデルの場合、式(10)によって計算した周期は220分で数値計算の結果と同じである。これに対して、Fig. 16(b)には2400 m×2400 mの湖モデルで、上層を10 m、下層を90 mとして計算した結果を示してあるが、ここには二つのピークが現われている。このうち240分の周期は反時計回り、205分の周期は時計回りの流動に各々対応している。また、式(10)によって計算した周期は前の例と同じく220分であるから、二つのピークのほぼ中間の値である。このように、長軸の長さと同層の層厚、密度が同じであれば、式(10)によって計算される周期は同じであるが、数値計算では、短軸の長さによって

卓越する周期が大きく異なって来る。さらに、同じ $2400\text{ m} \times 2400\text{ m}$ の湖モデルにおいて $f=0$ として数値計算を行なうと、先の倶多楽湖のモデルの場合と同じように、流動のパターンはほぼ単振動的になり、回転性はあまり現われない上に、卓越周期のピークが 220 分の個所に一つしか現われなくなる。これらのことから考えて、数値計算の結果に卓越周期が二つ現われたことについては、湖盆の形状と地球自転の転向力による影響が大きいものと思われるが、どちらの周期がより一層卓越するかについての条件はまだ判然としていない。

この点について、KANARI (1973) によれば、数値計算を行なう時に与える風の吹送時間によって、内部波の卓越状態に差が見られる。また、今回の計算では、出力した地点により、フーリエ解析した結果に現われる二つのピークの大きさの比には差が見られる。従って今後は、内部波を発生させるエネルギーの問題をも含めて、卓越する流動に関して考察を進めて行く必要がある。

また、KANARI (1974 a) によれば、琵琶湖の場合には高次モードの内部波については回転性が見られず、それらは複数の nodal line を持つ流動パターンをとっている。倶多楽湖のような小湖沼の場合、高次の内部波については、変動が小さいために検討を加えるのが困難であり、今回は全く触

れなかった。たとえば、Fig. 2 に見られる周期 145 分の小さなピークについての位相差を計算すると、Fig. 3 の時計回りのものとよく似たパターンになる。つまり、無潮点の一つだけであり、これがどのようなモードに対応しているのかは判然としない。実測については、1969 年 9 月のデータによる計算で周期 130 分付近に小さなピークが見られる (Fig. 9) ので、これについて位相差を計算してみた。St. W1 と St. W4, St. W2 と St. W3 のそれぞれの間にはたかだか 10 度の差しかなく、St. W1 と St. W2 の間には 200 度程度の差があった。この結果からだけでは、周期 130 分のものがどのような流動状態にあるかについての結論は得られなかった。高次のモードを持つ内部波については、今後、数値計算の格子間隔を小さくして、小さな流動状態をもとらえ得るような方法で検討する必要がある。さらに、実測の場合にも、精度のよい連続記録を多くの観測点で得るようにしなければならない。

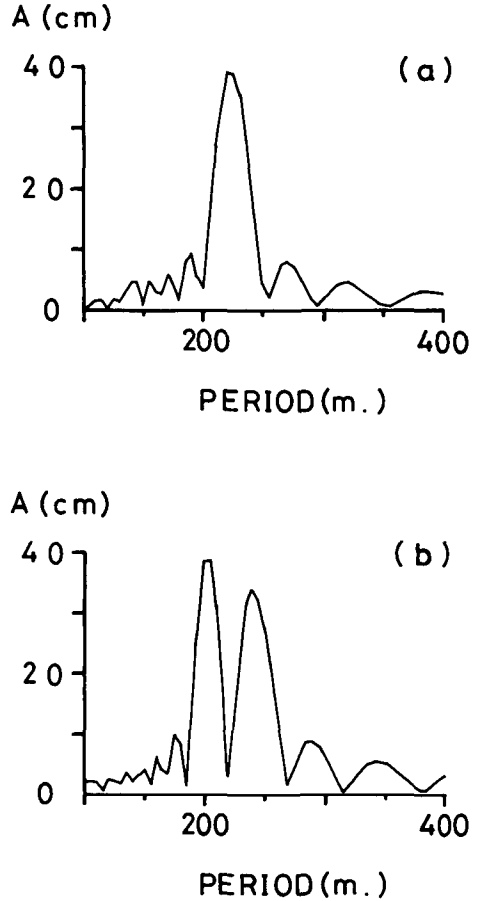


Fig. 16. Amplitude spectra in two rectangular lake models. (a) : $2400\text{ m} \times 1500\text{ m}$ area, $h_1=10\text{ m}$, and $h_2=90\text{ m}$. (b) : $2400\text{ m} \times 2400\text{ m}$ area, $h_1=10\text{ m}$, and $h_2=90\text{ m}$.

VI. 結 語

以上に述べて来たように、小湖沼の内部波については今後考察を加えなければならない問題点が多く残されているが、今回得られた結果についてまとめると次のようになる。

1. 数値計算と実測により、倶多楽湖のように小さな湖沼においても、回転性の内部波が存在することが確かめられた。
2. 倶多楽湖の数値計算からは、それぞれ一つの無潮点を持つ、反時計回りの流動と時計回りの流動とが同じように卓越しているという結果が得られた。
3. 実測では、反時計回りの流動の方が時計回りのものよりもよく観測されたが、季節あるいは測点によっては、時計回りの流動もかなり卓越している可能性がある。
4. これらの流動には、地球自転の転向力と湖盆形態とが大きく影響しているものと考えられる。数値計算により、これらの影響はある程度確かめられた。
5. 湖岸近くの湖底勾配は、勾配がゆるやかな場合か、湖が小さい場合には内部波に対応する表面振動の振幅に影響して来る。
6. 湖表面と内部境界面の変位の比を考慮することにより、湖底勾配が内部波に及ぼす影響については、ある程度の見積りが出来る。倶多楽湖ではこの影響は小さいが、Lunzer Seeではかなり大きいものと思われる。

謝辞：観測の機会を与えられた当教室の福富孝治名誉教授、ならびに実際に観測も手伝っていただいた上に有益な御助言をいただいた中尾欣四郎教授に厚く感謝いたします。

また、観測期間当時当教室に在籍し、困難な観測に従事して下さった方々に、特に現綾部高校の大槻栄氏と現旭川高専の田上龍一氏の両先輩には種々議論もしていただいたことを記して、深く謝意を表します。

なお、計算には北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-75を使用した。

文 献

- BIRCHFIELD, G. E., 1969. Response of a circular model Great Lake to a suddenly imposed wind stress. *J. Geophys. Res.*, **74**, 5547-5554.
- BRYSON, R. A. and RAGOTZKIE, A., 1960. On internal waves in lakes. *Limnol. Oceanogr.*, **5**, 397-408.
- CSANADY, G. T., 1967. Large-scale motion in the Great Lakes. *J. Geophys. Res.*, **72**, 4151-4162.
- CSANADY, G. T., 1972. Response of large stratified lakes to wind. *J. Phys. Oceanogr.*, **2**, 3-13.
- CSANADY, G. T. and SCOTT, J. T., 1974. Baroclinic coastal jets in Lake Ontario during IFYGL. *J. Phys. Oceanogr.*, **4**, 524-541.
- EXNER, F. M., 1928. Über Temperaturseiches im Lunzer See. *Ann. Hydrogr. Mar. Meteorol.*, **56**, 14-20, 142.
- HENNING, I., 1967. Periodische und aperiodische Wasserstandsschwankungen des Laacher Sees. *Erdkunde*, **21**, 203-212.
- KANARI, S., 1970. Internal waves in Lake Biwa (I) — The responses of the thermocline to the wind action —. *Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ.*, **19**, 19-26.

- KANARI, S., 1973. Internal waves in Lake Biwa (II) — Numerical experiments with a two layer model —. *Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ.*, **22**, 69–96.
- KANARI, S., 1974a. On the study of numerical experiments of two layer Lake Biwa. *Jap. J. Limnol.*, **35**, 1–17.
- KANARI, S., 1974b. Some results of observation of the long-period internal seiche in Lake Biwa. *Jap. J. Limnol.*, **35**, 136–147.
- KANARI, S., 1975. The long-period internal waves in Lake Biwa. *Limnol. Oceanogr.*, **20**, 544–553.
- 金成誠一, 1974. びわ湖の長周期内部波. 水温の研究, **17** (5), 2–14.
- 小泊重能, 1969. 倶多楽湖における内部静振の観測. 北海道大学地球物理学研究報告, **22**, 1–7.
- MORTIMER, C. H., 1952. Water movements in lakes during summer stratification ; evidence from the distribution of temperature in Windermere. *Phil. Trans. Roy. Soc. London [B]*, **236**, 355–404.
- MORTIMER, C. H., 1953. The resonant response of stratified lakes to wind. *Schweiz. Z. Hydrol.*, **15**, 94–151.
- MORTIMER, C. H., 1955. Some effects of the earth's rotation on water movements in stratified lakes. *Verh. Int. Ver. Limnol.*, **12**, 66–77.
- 中尾欣四郎・三宅秀男・大槻栄・小泊重能・大友和雄・川村政和, 1969. 倶多楽湖における湖面の長周期振動. 北海道大学地球物理学研究報告, **21**, 13–22.
- OU, H. W. and BENNETT, J. R., 1979. A theory of the mean flow driven by long internal waves in a rotating basin, with application to Lake Kinneret. *J. Phys. Oceanogr.*, **9**, 1112–1125.
- PROUDMAN, J., 1953. *Dynamical Oceanography*. Methuen & COLTD, London, 409pp.
- SCHMIDT, W., 1908. Stehende Schwingungen in der Grenzschrift zweier Flüssigkeiten. *S. B. Akad. Wiss. Wien, Math.-Nat. Kl. (Abt. IIa)*, **117**, 91–102.
- SCHWAB, D. J., 1977. Internal free oscillations in Lake Ontario. *Limnol. Oceanogr.*, **22**, 700–708.
- SVENSSON, J., 1979. Observations of internal waves in Lake Vänern, Sweden. in *Hydrodynamics of Lakes*, W. H. GRAF and C. H. MORTIMER, Eds. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 223–231.
- 田中館秀三, 1925. 北海道火山湖研究概報. 北海道庁, 155 pp.
- WATSON, E. R., 1903. Internal oscillation in the waters of Loch Ness. *Nature*, **69**, 174.
- WATSON, E. R., 1904. Movements of the waters of Loch Ness, as indicated by temperature observations. *Geog. J.*, **24**, 430–437.
- WEDDERBURN, E. M., 1911. The temperature seiche. Part I. Temperature observations in the Madüsee, Pomerania. Part II. Hydrodynamical theory of temperature oscillations in lakes. Part III. Calculation of the period of the temperature seiche in the Madüsee. *Trans. Roy. Soc. Edinb.*, **47**, 619–636.
- WEDDERBURN, E. M. and WILLIAMS, A. M., 1911. The temperature seiche. Part IV. Experimental verification of the hydrodynamical theory of temperature seiches. *Trans. Roy. Soc. Edinb.*, **47**, 636–642.