Jun-ichi HORI 1953 On the Diffusion by Turbulent Motion near a Forest and its Effect upon the Capture of Fogs by the Forest. *Low Temperature Science*, **11.** (With English résumé p.84)

林の周邊の亂流による擴散と，それが霧粒の捕捉に與える影響について*

堀　淳　一

(低溫科學研究所　氣象學部門)

(昭和28年9月受理)

I. はしがき

さきに今堀[1]によつてくわしく論じられたように，防霧林の周邊における霧の消散に對しては，大氣の亂流による霧粒の擴散が非常に大きな役割を演じていることが想像されるが，實際に亂流がどの位寄與しているかということの見當をつけるためには，擴散係數を，林の周邊の亂流の統計的性質から評價することが必要である。

亂流擴散係數を亂流のスペクトル或いはその相關函數と關係づけようとする試みは，いろいろな人によつてなされている。たとえば Taylor[2] は，擴散係數を亂流場の中の固定點で測定された風速の自己相關函數の積分として定義した:

$$A=\int_0^\infty R(\tau)\,d\tau,\quad R(\tau)=\overline{u(t)\,u(t+\tau)_0}^{**} \qquad (1)$$

のちに Batchelor[3] その他によつて，亂流場の中に浮遊している微粒子の變位の自乘平均ならびにその時間微分が，それぞれ

$$\bar{X}^2=2\int_0^\infty \Phi(n)\frac{1-\cos nt}{\frac{1}{2}n^2}\,dn, \qquad (2)$$

及び

$$\frac{d\bar{X}^2}{dt}=2\int_0^t R(\tau)\,d\tau \qquad (3)$$

によつて與えられることが見出された。ここに $\Phi(n)$ は $R(\tau)$ の Fourier 變換

* 北海道大學低溫科學研究所業績　第237號
この稿の主な內容は，「防霧林の研究」第1集にのつた今堀の「亂流による擴散について」(文献(4)) のそれと同じであるが，後者に對してよせられた批判に答えるために，これを敷衍し補足するとともに，より嚴密な基礎を與えたものである。なおよりくわしい議論については文献 (9) をみられたい。

** 亂流場が一様で且つ等方ならば，これは統計的にいつて亂流場の中に浮遊している微粒子を追いかけながら觀測したそれの各瞬間の速度の相關函數に等しいであろう。以下さしあたり一様性と等方性，從つて2つの相關函數の同等性を假定して話を進める。

$$\Phi(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-in\tau}d\tau \quad \cdots\cdots (4)$$

によつて與えられる亂流場のスペクトル分布函數（或いは單にスペクトル）である。(3)式は擴散係數の定義とみてよいのであつて，明らかにこれが單なる常數ではなくて，時間の函數でなければならないことを示している。これは，擴散に寄與する渦亂の大きさの範圍が，時間によつて異なることの必然的な結果なのである。たとえば，t の小さな値に對しては (2) は

$$\bar{X}^2 = 2t^2\int_0^{\infty}\Phi(n)\,dn = \bar{u}^2t^2, \quad \cdots\cdots (5)$$

となるが，t の大きな値に對しては

$$\bar{X}^2 = 2\pi\Phi(+0)\,t = 2t\int_0^{\infty}R(\tau)\,d\tau, \quad \cdots\cdots (6)$$

となる。(5) は，擴散のごく初期には，あらゆる振動數の“振動”，いいかえればすべての大きさの渦亂が擴散に寄與することを示すが，(6) は，擴散の終末期においては，無限小の振動度をもつ成分即ち無限に大きな渦亂だけしか擴散に寄與しないことを示しているのである。擴散に對して有効な渦亂の大きさの範圍は，時間がたつにつれてせまくなつてゆき，遂には最も大きな渦亂のみを含む無限小の領域に縮小してしまうのである。直観的に解釋するならば，これは，時間が十分たつと，大きな振動數をもつ振動は既に定常狀態に達してしまつて（即ち粒子の平均位置が一定の値になつてしまつて），もはや擴散に寄與しないのに對して，小さな振動度の成分は未だ過渡狀態にあつて，依然として實質的に擴散に寄與するということである。

このことから明らかなように，有限な振動數をもつ亂流成分に對する Taylor の意味における擴散係數，即ち無限大の t に對する $\partial\bar{X}^2/\partial t$ は，常に零となるのである（このことはのちにより嚴密に證明する）。このことは，Batchelor もいつているように，無限大の時間に對する擴散の問題は，平衡（定常）的な見地に立つた理論では取扱えないのであつて，本質的に過渡的な問題として取扱わなければならないことを意味している。

以上で明らかなように，擴散係數に對する Taylor の定義を用いることのできるのは，無限時間たつたあとの擴散を考えるだけである。ところがわれわれは實際上無限に長い間の觀測は決して行うことができないのであるから，t の無限大の値に對する擴散などというものは，實際的には意味をもたない。從つて擴散係數に對する Taylor の定義を實際に用いることはできないのである。このことは，有限時間の觀測からスペクトルの無限小成分を求めることが，原理的に不可能であることと論理的にむすびつく ((6)式)。いいかえれば，觀測することのできる最も大きな渦亂というものが，常に存在するのであつて，これより大きな渦亂はその觀測に關する限り何等の實在的意味をもたないのであり，從つて存在しないものと考えるのが合理的なのである。從つて，實際に觀測された風速の記錄からスペクトルなり相關函數なりを求めて，それに形式的に Taylor の定義を適用して擴散係數を計算すると，それは必らず零になる。實際の觀測によつて得られた記錄は，有限の振動數の成分しか含んでいないのであるから，前々

段にのべたことからいつてもこれは當然である。やや厳密さを缺くいい方をすれば，實際的な見地からは粒子は決して無制限に擴がつて行くことはないのだと考えるのが合理的且つ便利なのである*。今堀は，このことを昭和25年に落石で行われた風速の移動観測の結果を用いて，實際に示した[4]。

こうしてわれわれは，實際的に意味のある擴散係數を求めるためには，まずわれわれの問題にするべき時間 t の大きさを定めて，その時間における擴散に對して有効な寄與をする渦亂即ちスペクトル成分の强さを，適當な——即ちその範圍のスペクトルを求めるに足るだけの長さの——観測によつて求めなければならないという結論に到達する。通常この時間は，観測時間と同じ程度であり，從つて大体観測される最大の渦亂が有効な渦亂となるのであるが，われわれの問題とする霧粒の捕捉の場合には，必らずしもそうではなく，一般には観測時間内のすべての時間從つて観測され得るすべての大きさの渦亂を考慮に入れなければならない。なぜなら霧粒はそれがある程度擴散されてしまつたのちに始めて捕捉されるのではなくて，擴散の途中のあらゆる瞬間に樹木によつて捉えられる可能性をもつからである。しかしながら，すべての時間が同等に捕捉に寄與するかどうかは先驗的には全くわからないことであつて，立入つた研究をしなければならない。このことに關するくわしい檢討は將來に譲ることにして，ここではふれないが，何れにしてもこのような複雑な場合には，いろいろな大きさの渦亂による擴散を同時に考えなければならないのである。そのためには，おのおのの振動數成分或いはおのおのの渦亂に固有な——もちろんそれぞれに特有な有効時間（というか，その渦亂が最も擴散に寄與する時間）を作なつた——擴散係數というものを適當に定義して，それらに適當な重みをかけて加えることによつて，霧の捕捉に對して亂流による擴散の寄與する度合をはかる目安とする，という方法をとるのが便利であろう。今堀[5]の見出したように，林の周邊の亂流は，いくつかの非常にはつきりしたスペクトルの極大をもつているから，この方法は別の意味からも非常に便利なものとなる。なぜなら，以下に示すように，これらの極大をそれぞれ1つずつの渦亂を表わすものとみなして，それらの高さと位置と幅となら，非常に簡單におのおのの擴散係數を求めることができるからである。そこでまず次節に，このことの根據をのべ，その次に1つの渦亂の擴散係數に對する妥當な定義を下すことを試みてみよう。

* もつと厳密にいうと，粒子が無限大の時間のたつたあとに無限に擴がつて行くか，或いは有限の位置に止まるかを云々することは，實際上無意味なのであつて，そのどちらだと考えても差支えないのである。實際の亂流現象が，無限時間にわたつて定常的であり得ないのは明らかであるから，そのような場合には論理的にも無限時間の擴散を云々することは意味がない。本文にいつたことは，ただ，こう考えることがのちのためにも便利であることと，實際に得られるスペクトルが，振動數零の成分を常にもつていないということを，擴散の方のことばでいい表わせがこうなるということをいつたにすぎない。今堀[4]の論文にのべられてある，これと同樣な主張は，上にのべた諸點をあいまいにしかのべていないために，誤解を招きやすいのであるが，これらの點を明らかにすれば，誤りではないのである。

II. 亂流の個々の渦亂への分解

今まで，スペクトルの成分と，渦亂という概念とを同一視して無批判に使用してきたが，これは決してはじめから明らかなことはないのであつて，くわしい吟味がいる。もともと任意の函數の Fourier 成分は，その函數を作つている正弦波に對應するのであるが，亂流場の中の風速の記錄のような統計的函數を正弦波のような嚴密に因果的な成分に分けることは意味がないと考えなければならない。亂流においては，これを構成している要素成分として，正弦波の代りに通常いわゆる渦亂 (eddy) とか亂子 (turbulon) というものが考えられるのであるが，Fourier 成分は統計的な函數においてもあくまでも正弦波的な要素 (形式的には存在する) に對應するものであるから，これらの概念を直接スペクトル成分に對應させることはできないのである。それでは何をこれらに對應させたらよいのであろうか？

上に結論したように，無限小の振動數をもつたスペクトル成分は實際的には意味がなく，存在しないものと考えてよいから，$\overline{X^2}$ は (6) 式に示されているように，時間がたつにつれて有限な一定の値に近づく。これは十分大きな t の値に對しては，粒子の位置の刻々の變化を，定常的な時系列として取扱つて差支えないことを意味している。いいかえれば，われわれにとつて問題になる時間よりも十分長い時間にわたつて粒子の位置の變化の記錄をとれば，それはわれわれの目的に對しては定常的な時系列と考えられ，それをそのようなものとして取扱うことによつて，問題になる時間の範圍に對しては誤りのない結論が得られるのである*。ところが次に示すように，任意の定常時系列は，少なくとも近似的には，定常狀態に達したいくつかの，彈性力によつて束縛された粒子の Brown 運動として記述される，要素的な時系列の重ね合せとして表わされる。そして亂流場に浮遊する粒子の位置の變化の1つの時系列と考えた場合には，粒子の實際の運動が，これらの要素時系列に對應する Brown 運動の重ね合せとなり，またそれぞれの要素 Brown 運動がいわゆる渦亂或いは亂子の1つ1つに對應するものと考えると都合がよいことがわかるのである。1つの要素時系列のスペクトルは，のちにのべるように，多少とも幅をもつた1つの極大であるから，渦亂に對してはスペクトルの1つの周波數成分ではなくて，ある幅をもつたスペクトル領域が對應するのである。しかし幅をもつといつても，この極大は常にはつきりした中心の振動數をとつているから，前に近似的にスペクトルの1つ1つの成分とそれぞれに對應する大きさをもつ渦亂とを同一視したことも近似的には誤りではない。とくに林の周邊の亂流のように，スペクトルが殆んど互に孤立したいくつかの極大の列からなつているような場合には，その1つ1つの“山”を1つの要素 Brown 運動，從つて1つの渦亂とみなし，それによる擴散係數を Brown 運動の理論から比較的簡單に求めることができて，非常に都合がよいのである。

* 前節で，粒子が無限に擴がらないと考えると便利だといつたのはこの意味である。少なくとも概念的にはこのようなモデルを想像しないと，定常時系列としてとり扱うことができにくい。

そこで，任意の時系列が要素 Brown 運動に分解されることを示そう。定常時系列 $q(t)$ は，少なくとも十分な近似をもつて，一般化された Langevin 方程式

$$\frac{d^n q}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}q}{dt^{n-1}}+\cdots\cdots+a_1\frac{dq}{dt}+a_0 q=p(t), \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

によつて表わされることがいえる (今堀 (6)，堀 (7))。但し $p(t)$ は

$$\overline{p(t')\,p(t'')}=2D\,\delta(t'-t'') \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

(D は常數，$\delta(t)$ は Dirac のデルタ函數) で與えられる性質をもち，且つ正規分布をなすいわゆる random force である。(7) を

$$\left.\begin{aligned} q&=q_1,\\ \frac{dq_1}{dt}&=q_2,\\ &\;\vdots\\ \frac{dq_{n-1}}{dt}&=q_n,\\ \frac{dq_n}{dt}+a_{n-1}q_{n-1}+\cdots\cdots&+a_1q_2+a_0q_1=p(t)\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

或は

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} q_1\\ q_2\\ \vdots\\ \vdots\\ q_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots\cdots & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots\cdots & & \\ & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 & 1\\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots\cdots & & & -a_{n-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_1\\ q_2\\ \vdots\\ \vdots\\ q_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ \vdots\\ \vdots\\ p(t)\end{bmatrix}, \quad \cdots (10)$$

の形にかき直して，(10) に現われる行列の要素を a_{ij} とかき，q_j に對して線形變換

$$z_i=\sum_{j=1}^{n}c_{ij}\,q_j \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

を行う。但し

$$\sum_j c_{ij}a_{ik}=\lambda_i c_{ik}, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

であつて，λ_i は

$$\mathrm{Det}\,(a_{ij}-\lambda\delta_{ij})=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

の根即ち行列 a_{ij} の固有値である。そうすると (10) は互に獨立な n 個の簡單な確率方程式

$$\frac{dz_i}{dt}-\lambda_i z_i=p(t) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

に分解される。よく知られているように，この形の方程式によつて記述される確率過程は，その遷移確率函數 $P(z_{10},\cdots,z_{n0}/z_1,\cdots,z_n;t)$ が Fokker-Planck 方程式

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\sum_i \lambda_i \frac{\partial}{\partial z_i}(z_i P) + D\sum_{ij}\frac{\partial^2 P}{\partial z_i \partial z_j}, \quad \cdots\cdots (15)$$

をみたす1次元の正規 Markoff 過程である。(15) の解は平均値

$$\bar{z}_i = z_{i0}e^{\lambda_i t} \quad \cdots\cdots (16)$$

及び分散，

$$\overline{(z_i-\bar{z}_i)(z_j-\bar{z}_j)} = -\frac{D}{\lambda_i+\lambda_j}\left[1-e^{(\lambda_i+\lambda_j)t}\right] \quad \cdots\cdots (17)$$

をもつ n 次元の Gauss 分布である。(14) それ自身の解は

$$z_i(t) = \int_0^\infty p(t-t')e^{\lambda_i t'}dt' = \int_{-\infty}^t p(t')e^{\lambda_i(t-t')}dt' \quad \cdots\cdots (18)$$

で與えられ，(7) の解はこれらの z_i に (11) の逆變換を行つたもの，即ち z_i に適當な重みをかけて重ね合せたもので與えられる。

(14) はいわゆる Langevin 方程式のもとの形であつて，これで記述される時系列 z_i は，自由粒子の Brown 運動として直觀的に解釋される最も簡單な時系列であり，(7) の解はこれらの重ね合せで表わされるのであるから，これで任意の時系列がいくつかの要素的な Brown 運動の時系列に分解されたわけである。しかしながら，このような要素時系列は，實は物理的な意味をもたない。なぜなら，(13) のような代數方程式の根 λ_i は，一般に複素數であつて，從つて分散 (17) も複素値をとるからである。單なる數學的な方便としてだけでならともかく，分解した要素時系列を，亂流場の粒子の實際の運動を構成する要素的な Brown 運動と考え，これを渦亂ないし亂子とむすびつけて，その擴散作用を考えるためには，これではだけではだめである。そこでわれわれは，代數方程式の根には必らず互に複素共軛なものが2つずつ對になつて出てくることを利用して，これらの對を1つのものにまとめて考えることにする。こうしてできた新しい要素時系列は，常に物理的な意味をもつのである。なぜなら，いま

$$\frac{dq}{dt} = q', \qquad \frac{dq'}{dt} - (\beta q' + \omega_0^2 q) = p(t), \quad \cdots\cdots (19)$$

のような方程式で與えられる2次元の時系列を考えると，これは互に共軛な固有値 $\lambda_1 = \frac{1}{2}\beta + i\omega$，及び $\lambda_2 = \frac{1}{2}\beta - i\omega$, $(\omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2/4)$ をもつ2つの上に考えたような1次元の要素時系列に分解されるからである。(19) で表わされる2次元の確率過程は，よく知られているように，彈性力によつて束縛されている粒子の Brown 運動として直觀的に解釋され，從つて常にはつきりした物理的な意味をもつている。逆にいうと，互に共軛な λ の値をもつ2つの1次元要素時系列は，一緒になつて粘性抵抗係數 β と固有振動數 $\omega_0 = \sqrt{\omega_1^2 - \beta^2/4}$ とをもつ束縛粒子の Brown 運動を作るのである。從つて，これらの2次元の時系列を新たに要素時系列と考えれば，任意の時系列が物理的意味を常にもついくつかの要素時系列に分解されることになるのである。(實數値の λ をもつ1次元要素時系列がそのままで物理的意味をもつことはいうまでもない)。

實際に觀測された時系列を構成する要素時系列の數や，その１つ１つの固有値を求めることは，一般に容易ではないが，前にもいつたように，林の周邊の亂流のような場合には，そのスペクトルの１つ１つの極大が，１つ１つの要素時系列に對應するともみなして，それらの高さと幅と位置とから，要素時系列の λ_i を計算すれば，近似的に正しい結果が得られるのである。

１つの要素時系列は，正の振動數の部分に，

$$f(\nu)=\frac{D}{\frac{\beta^2}{4}+(2\pi\nu-\omega_1)^2} \quad\cdots\cdots (20)$$

という形のスペクトルをもつ，これは單一の對稱な形をもつ極大であつて，その高さは $4D/\beta^2$，半幅は $\beta/4\pi$，中心の位置は $\omega_1/2\pi$ であるから，實際に求められたスペクトルの極大の高さ，半幅，及び位置から，その極大に對應する要素 Brown 運動の常數 β, D, ω_1 が容易に求まるのである*。

このようにして，われわれは亂流の中に浮遊している粒子の不規則な運動を，いくつかの束縛粒子の Brown 運動に分散して考えることができる。これらの要素 Brown 運動をそのまま重ね合せればもとの運動が出てくること，强さ D，固有振動數 ω_0 というような屬性をもつていることから考えると，この分解はまさに規則的な定常運動（從つて周期的な運動）の正弦波への分解と對應していることがわかる。今１つの屬性である減幅常數 β は，統計的ということと關連して必然的に現われたものといえよう。なぜなら，定常時系列は，(7) によつて明らかなようにある振動系に對して完全にでたらめな外力が加わつて生じたものと解釋することができるのであるが，その振動系が減幅的なものでないと，次々に加わる外力によつて振動が無限に勵起されてしまつて定常でなくなつてしまうからである。これに反して周期運動は，振動系に，ある一瞬間だけ外力を加えることによつて生じたものと見ることができるのであつて，この場合は減幅因子があると振動は減衰してしまつて周期的でなくなるのである。このように考えると，定常な不規則的運動を要素 Brown 運動に分けて考えることは，周期運動を正弦成分に分けて考えることと同等な必然性をもつことがわかる。

このような要素 Brown 運動は，振動數 ω_0 というような波動的な屬性をもつとともに，また粒子的な屬性をともなつている。なぜなら，Brown 運動を行つている束縛粒子は，定常狀態では D, ω_0 および β によつてきまる一定の平均的な“ひろがり”をもつているからである。即ち，のちの (24) 式からわかるように，この粒子の定常狀態における位置座標の平均偏差 $\Lambda=\sqrt{\overline{(X-\overline{X})^2}}$ は

$$\Lambda=\sqrt{\frac{D}{\beta}\frac{1}{\omega_0}} \quad\cdots\cdots (21)$$

* もつとも，實際に觀測から得られるのは，粒子の**速度**のスペクトルであつて，位置のスペクトルではないから，このことをそのまま實際に求めたスペクトルに對して適用するわけにはいかない。この場合の求め方については石田他の論文[8]をみられたい。速度のスペクトルは (20) の分子に ν^2 がかかつたものに比例するから，原點では常に零となる。これは前にいつたことと符合する。

によつて與えられるのである。* 一方，亂流理論における渦亂とか亂子とかいう概念は，甚だ漠然としたものであつて，その明確な概念をつかむのに骨が折れるのであるが，何れにしても波動的な波長とか振動度とかいう屬性と，粒子的な空間的のひろがりという屬性とを併せもつた何ものかであると普通考えられているようである。そういう事情を考え合せると，われわれの要素 Brown 運動と渦亂或いは亂子という概念とを對應させて，同じものと見ることが，ますます合理的であるように思われるのである。**

III. おのおのの渦亂の擴散係數の定義

以上のべたことにしたがつて，われわれは束縛粒子の Brown 運動で表わされる要素的な浮遊粒子の運動と，渦亂ないし亂子というものとを，同一視して考えることにする。そうすると，1つ1つの渦亂による擴散係數をいかに定義したらよいかという問題は，1つ1つの Brown 運動の擴散係數をどう定義するかという問題に歸して，非常に考えやすくなる。なぜなら，Brown 運動をしている束縛粒子が，ある1點からどんな風に擴散してゆくかが，數式的に嚴密に計算できるからである。

既にのべたように，要素 Brown 運動は固有値 λ が複素數のときは2次の確率方程式

$$\frac{d^2X}{dt^2}+\beta\frac{dX}{dt}+\omega_0^2X=p(t) \quad \cdots\cdots\cdots (22)$$

で，λ が實數のときは1次確率方程式

$$\frac{dX}{dt}+\beta X=p(t) \quad \cdots\cdots\cdots (23)$$

で表わされる。これらの解の分散，即ち粒子のひろがりは容易に求められ（(17)式で與えられる z_i の分散を逆變換によつてはじめの變數のそれに引き直せばよい），
それぞれ

$$\overline{(X-\bar{X})^2}=\frac{D}{\beta\omega_0^2}\left[1-\frac{1}{\omega_1^2}e^{-\beta t}\left(\omega_1^2+\frac{1}{2}\beta^2\sin^2\omega_1 t+\beta\omega_1\sin\omega_1 t\cos\omega_1 t\right)\right], \quad (24)$$

および

$$\overline{(X-\bar{X})^2}=\frac{D}{\beta}(1-e^{-2\beta t}) \quad \cdots\cdots\cdots (25)$$

となる。當然のことながら，何れの場合にもこれらは t が大きくなると一定の値（前者の場合は(24)式で與えられる値，後者の場合には D/β）に近づく。

* $\beta=0$ のときは $\Lambda=\infty$ になり，粒子性はなくなつてしまう。これは $\beta=0$ の極限の場合には，（定常性を保つために）外力が零となり，Brown 運動が正弦波になつてしまうことを意味している。そして中にのべた，β が統計的な場合に特有な常數であることとも符合するものである。このように，統計的な場合にのみ粒子性が現われるということは，波動と粒子の2重性の現われる量子現象において統計的記述が必然的なものとなることと考え合せると，非常に興味のある事實である。

** この對應の更に立ち入つた根據については文献(9)を參照されたい。

(24) 及び (25) の時間微分が，その時刻におけるそれぞれの Brown 運動の擴散係數を與えるのであるが，それはそれぞれ

$$A(t)=\frac{D}{\beta\omega_1}e^{-\frac{\beta}{2}t}\sin\omega_1 t \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

および

$$A(t)=2De^{-2\beta t} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

となる。(26) の場合には擴散係數は時間がたつにつれて交互に正負の値をとりながら零に近づき，(27) の場合には單調に減少して遂に零となる。このありさまは實際の亂流について今堀[4] の觀測したのとまさに同じであつて，亂流を要素的な Brown 運動に分解することの妥當性を示している。霧粒の捕捉に對するこの亂流成分の寄與をはかる擴散係數としては，これが最大になるときの値即ち近似的に $D/\beta\omega_1$ という値を採用するのが妥當であろう。なぜなら $A(t)$ がこの値に達するのは，ほぼ $t=\pi/2\omega_1\simeq\omega_1$ のときであつて，この時刻に對してはこの振動數をもつた渦流が最も大きく擴散に寄與し，他のものとはそれに比べて小さな寄與しか與えないからである。おのおのの渦流に對する $D/\beta\omega_1$ の値がスペクトルから容易に計算されることは前にのべた通りである。

これで，われわれの目的としたことは一應解決されたのであるが，こまかい問題はまだまだ澤山殘つている。たとえば，われわれが最初假定した亂流場の等方性と一樣性は實際の場合明らかになりたたない。從つて嚴密にいえば上のような議論をそのまま林の周邊の亂流に適用することは許されないのである。なぜなら時間がたつにつれて，霧粒はその出發の場所と異なる統計的性質をもつ亂流場に擴散されてゆくから，その刻々の位置は，はじめの位置における風速の變化から導き出したのと異なる統計的法則に從つて變化するようになるからである。捕捉を問題にする場合には，粒子が異なる亂流場にまで擴散していかないうちに捕捉されてしまうであろうから，このことはさして問題にならないと思われる。いいかえれば，この場合に問題になる渦亂は十分小さいもののみであつて，これらの渦亂に對しては實際の亂流場は近似的に一樣等方とみなされ得るのである。しかしこのいいのがれが果して許されるかどうかはもつと實驗的な検討を加えなければわからない。もう１つ殘つている大きな問題は，實際の場合には常に一般流（いわゆる平均流と呼ばれるもの）が存在しており，その結果固定點における風速の變動から求めたスペクトルは，Doppler 効果による振動數の（大きい方への）偏移のために，亂流場による眞の粒子の運動を表わさないということである。これによる誤差を修正するためには，スペクトルの横軸の目盛を適當に伸縮する必要がある。しかしこの問題は霧粒の捕捉という觀點からみるとなおこまかい検討を要するのであつて，目盛の修正のみでよいかどうかはわからない。上では差當つてこのことは無視して論じたが，これも更にこまかい研究を要する問題である。なお亂流全体の捕捉への寄與を評價する場合に，個々の渦亂の擴散係數にどのような重みを加えるべきかということについても，前にのべたように更に立ちいつた吟味をする

必要があり，また擴散係數の定義そのものについても，上にのべたものはこうすれば大体よかろうという漠然とした直觀的な豫想にすぎないのであつて，その妥當性は實驗的な批判を俟たなければならない。* 亂流の効果に關する實驗は種々の困難のために，これらの諸點を批判的に檢討出來る段階に達していないので，實驗的方法の發展が強く望まれるのであるが，理論的にも更に立ち入つた研究が必要なことはいうまでもない。

文　献

1) 今堀克巳 1952 移流霧の消散機構と森林の防霧作用について. 防霧林に關する研究, **2**, 121.
2) Taylor, G. I. 1915 Diffusion by Continuous Movements., Phil. Trans. Roy. Soc. A, **215**, 89.
3) Batchelor G. K. 1949 Diffusion in a Field of Homogeneous Turbulence. I. Eulerian Analysis. Australian Jour. of Sci. Res. Ser. A, **2**, 437.
4) 今堀克巳 1951 亂流による擴散について. 防霧林に關する研究, **1**, 107.
5) ――― 1951 林の周邊における亂流. 防霧林に關する研究, **1**, 117.
6) ――― 1951 On the Long-Period Forecasting by Means of Harmonic Analysis (I). J. Met. Soc. Japan, **29**, 365.
7) 堀　淳一 1953 今堀の長期豫報, 腦波及び亂流理論の基礎的意味, とくに Kolomogoroff-Wiener 及び Wold-小河原の豫報理論との關連について. 低溫科學, **9**, 45.
8) Ishida T., Kusunoki K., Kobayashi T. and Imai H. 1953 Measurement of Atmospheric Turbulence around a Forest. Studies on Fogs, 145.
9) Hori J. 1953 On the Diffusion by Turbulent Motion near a Forest and its Effect upon the Capture of Fogs by the Forest. Studies on Fogs, 113.

Résumé

It has previously been concluded by Imahori that the diffusion of fog particles by turbulent flow plays the most important role in the vanishing of advection fog in the neighborhood of the fog-preventing forest. The author tried to establish the method of deriving the quantitative measure of this effect from the characteristics of turbulent field near the woods, following the line proposed by Imahori. Since the fog particles carried by turbulent eddies will be captured by leaves or branches or stems of trees in woods soon or later *during* their diffusion process, eddies of *all observable sizes* are to be considered to contribute in some way to the collection efficiency of woods. It was concluded that to the large eddies, which are most contributory to diffusion in usual cases, cannot be attributed any special predominance in our capture problem. Especially the eddies with infinitely large sizes, which should theoretically be the most important participants of diffusion phenomenon, cannot have any practial significance, and may reasonably be supposed to be absent. It is therefore required to define the diffusion coefficient of small eddies which gives the measure of the contribution of these eddies to the capturing effect, and to establish the method of calculating it from the observed characteristics of turbulent field. It can be shown that in such cases we can treat the successive positions of a floating minute particle as a stationary time series, and, applying the theory of time series, resolve it into elementary components which can be visualized as the Brownian motions of elastically

* もつとも，要素 Brown 運動と渦亂ないし亂子とを概念的に結びつけるのには，擴散係數に對して $D/\beta\omega_1$ を採用すると都合がよいことが示されるのであつて[9]，この意味である程度の理論的根據はあるのである。

bounded particles. It was shown that these component Brownian motions may reasonably be regarded as the concrete picture of the "eddy" concept, and the diffusion coefficient of each eddy can be derived from the characteristics of elementary Brownian motion, which are obtained by analyzing the spectrum of wind-velocity fluctuation at a fixed point in the turbulent field.