



Title	海氷の力学的性質の研究 : 振動法による弾性率の測定
Author(s)	田畑, 忠司
Citation	低温科学. 物理篇, 17, 147-166
Issue Date	1958-12-10
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/17951
Type	bulletin (article)
File Information	17_p147-166.pdf



[Instructions for use](#)

海水の力学的性質の研究 II*

— 振動法による弾性率の測定 —

田 畑 忠 司

(低温科学研究所 海洋学部門)

(昭和 33 年 7 月受理)

I. ま え が き

海の氷の中の弾性波の速度を測定して、その値と密度、ポアッソン比及び弾性率との間の良く知られた関係を用いて、海水の弾性率を求めることは多くの人々によつて行われて来た。例えば最近でも、J. Oliver, A. P. Crary and R. Cotell¹⁾, D. L. Anderson²⁾, I. S. Peschansky³⁾, 石田⁴⁾等によつて行われた。これら諸氏の測定結果のうち主なものを Table 1 に示す。

Table 1.

	Velocity of elastic wave	Young's modulus	Poisson's ratio
J. Oliver et. al.	2590~2790 m/sec	$5.4\sim 6.0 \times 10^{10}$ C-G-S	0.32~0.37
I. S. Peschansky	2900 "	5.9 "	0.29
石 田	2800 "	5.2 "	—

これらの結果は割合に良く一致しているが、多少のバラッキが見られ、それは測定に用いられた氷の温度、塩分及びその他の条件の相違によるものとおもわれる。この方法は自然の状態のままの氷の弾性率を知ることができるという点ではすぐれたものである。しかし一般に海水は厚さの方向に必ずしも構造、塩素量が同じでないので、深さによつて密度や弾性率、したがって弾性波の速度が違ふと考えられる。それなのにこの方法では氷の構造、塩分、空隙率、温度などと弾性率の関係を求めることはむづかしい。

筆者は、海水の弾性率と上に述べた海水の諸要素との関係を知るために、コンクリート⁵⁾の弾性率の測定に從來から用いられ、最近山地・黒岩⁶⁾及び中谷⁷⁾によつて積雪もしくは純水の弾性率の測定に用いられた氷の角柱の“撓み振動法”を用いて低温実験室内で弾性率の測定をおこなつて興味ある結果を得た。

撓み振動法による測定では、測定する試料を海水から切り出す必要がある。この際に海水

* 北海道大学低温科学研究所業績 第 457 号

中の brine の一部分が流下するのは避けられない。したがって、例えば、生長しつつある氷の下面の所謂 skelton layer の様な部分を brine を含ませたままで測定することはむづかしい。しかし一方、試料の温度を自由に変えて測定を行い得るし、構造が一様のように試料を切り出すことができるので、氷の温度、構造その他の諸要素と弾性率の関係を知るのには都合が良い。

II. 測定の方法

Fig. 1 に示したのが低温実験室内に設置された測定装置の概観である。大きな箱は恒温箱で、温度調節器 R, 熱源 H によつて $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$ の精度で一定の温度に保つことが出来る。F は攪

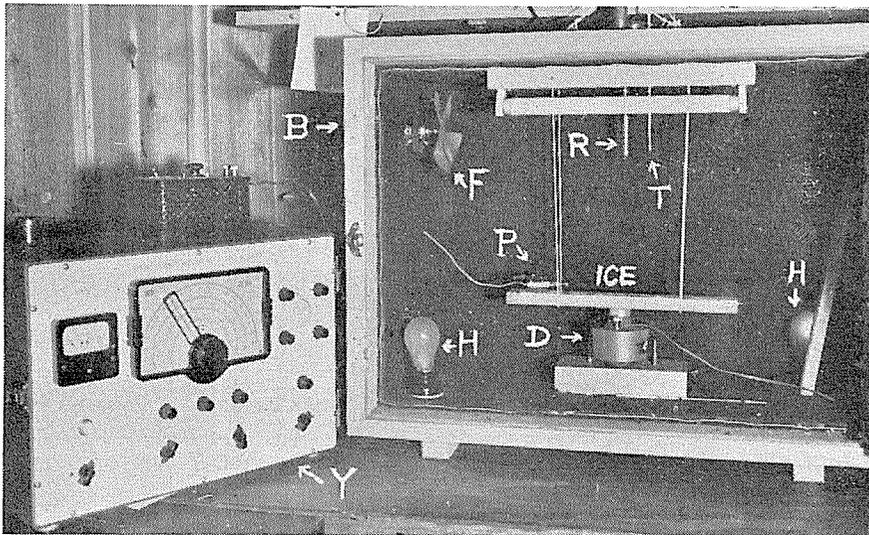


Fig. 1. Measuring Instrument.

R: Regulator T: Thermometer F: Fan H: Heater D: Driver
P: Crystal pick-up Y: Young's modulus meter B: Thermostat

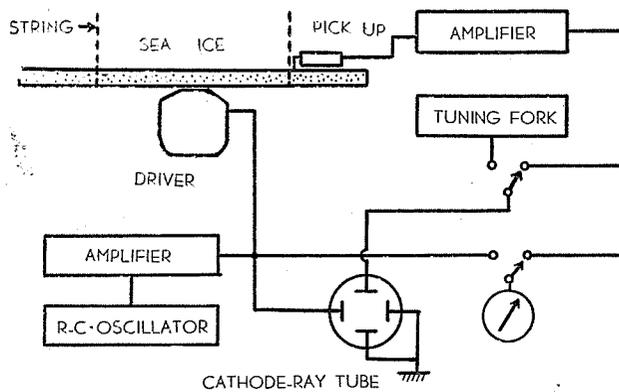


Fig. 2. Block diagram of Young's modulus meter.

拌用の扇風機で T は温度計である。D は試料に振動を起させるためのスピーカーで試料 S の中央下におかれる。P は試料の振動の模様を知るためのクリスタル・ピックアップで先端の針の部分試料の振動の節に一致する様に置かれる。左側の白い箱はヤング率測定器で、試料を駆動するための C-R 発振器、ピックアップ用増幅器、発振器の発振周波数を検定するための電磁音又 (1000 cycle sec)、振動の様子を監視するためのブラウン管、スピーカー及びピックアップ用の出力計等がおさめられてをり、その回路は Fig. 2 に示すとおりである。

測定に用いた試料の大きさは、長さ 30~40 cm、幅 3~4 cm、厚さ 1.5~2.5 cm であつた。測定に当つては、試料の振動の節にあたる位置を Fig. 1 に示したように糸で支える。この位置は振動の様式によつてこととなるが、基本振動の場合には両端から長さの 0.224 倍の所になる。試料の上にピックアップを針の先端が振動の節に一致する様に置き、駆動用スピーカーを中央下に置く。そして、恒温箱を所定の一定温度に 2~3 時間保つて水の温度が一定になつてから共振周波数を測定する。即ち、発振周波数を変えながらスピーカーを駆動させて試料を振動させる。ブラウン管及びピックアップの出力計によつて試料が共振していることが確かめられたならばその時の振動の周波数を目盛から読取る。発振器の発振周波数は電磁音又で屢々検定し、更に電磁音又の個有振動数は JJY の標準電波によつて更正した。棒の撓み振動の共振周波数を f cycle sec, 厚さ及び長さをそれぞれ h cm, l cm, とすると、試料の弾性率 E は次の式で与えられる。

$$E = \frac{48\pi^2 l^4 \rho}{m^4 h^2} f^2 \quad \text{C.G.S.} \quad (1)$$

m は振動の様式で定まる常数で基本振動の場合には $m=4.730$ である。 ρ は密度で、測定に用いた試料の重量と体積から求めた。測定にはすべて基本振動を用いた。試料が果して基本振動をしているか否かは、振動の腹にあたる部分に軽く手をふれると振幅が大幅に減少し、節にあたる部分に手をふれても殆んど変化しないのでピックアップの出力計を利用して容易に確かめることが出来た。

すべての試料は低温実験室内に保存 (保存温度は凡そ -15°C) してあつた海水から切り出した。これらの海氷は、1957 年 2 月及び 1958 年 2 月に北海道オホーツク海岸紋別港 (N44°20', E143°23') 内外で採取したものである。保存期間が永かつたので、流下しやすい状態にあつた brine はすべて流下して塩素量は 0.4~1.6% で割合に少なかつた。そのために、測定中に brine の流下による塩素量の変化はなかつた。又、比較のために、市販の氷塊から切り出した純氷の棒についても同様の測定を行つた。測定用の角柱は長さの方向が結氷面に平行で他の面が結氷面に垂直及び平行になるように切り出し、ノギスで大きさを測定し、又重量を計つた。試料は先ず結氷面に垂直な面内に振動させて共振周波数を測定し、次に 90 度廻転させて振動させた。即ち同じ試料を結氷面に垂直と平行の二方向に振動させておのおのの共振周波数から弾性率を求めた。これは結氷面に垂直と水平の方向から見たのでは海水の構造が非常に異なるので⁹⁾ それによつて弾性率がどのようにかわるかを知らるためである。このような測定を各試料につい

て $-4^{\circ}\sim-35^{\circ}\text{C}$ の範囲の種々の温度について行つた。氷の温度は測定後に試料に小さな穴をあけて細い温度計を挿入して測つたが、多くの場合には恒温箱内の温度に等しかつた。塩素量は測定終了後に試料の一部を融解して Mohr の方法によつて硝酸銀で滴定して求めた。その残りの部分はうすく削つて交叉偏光板で写真をとり、grain の平均の面積を求めた。

試料の密度、塩素量、grain の平均の面積及びのちのちのべる方法で求めた空隙率 (純氷と brine をのぞいた部分の体積と氷の全体積との比) を Table 2 に示した。密度は $0.79\sim 0.90$ 、空隙率は 2.5% から多いものは 14% にも達してをり、grain の平均の面積は海水の固有な構造を示している所謂 mosaic ice では 0.02 cm^2 から 1.4 cm^2 の間、granular ice では $0.01\sim 0.09\text{ cm}^2$ の間にあることがわかる。

撓み振動法によつて弾性率を求めるときに注意しなければならないのは、弾性率と試料の

Table 2. Density, Cl-Content, Grain size and Porosity of Samples.

Sample	ρ	Cl (%)	Grain size	Porosity (%)	Structure
No. 1	0.83 ₁	0.83	1.3*	9.9	Snow ice
2	0.87 ₃	0.99	8.2	5.3	Mosaic ice
3	0.86 ₃	1.08	3.9*	6.4	S
4	0.86 ₇	1.48	5.2	6.1	M
6	0.89 ₉	1.42	3.4	2.5	M
8	0.79 ₈	0.82	2.2*	13.4	S
9	0.82 ₅	1.24	8.9*	10.5	S
11	0.87 ₆	1.25	1.2	5.0	M
12	0.80 ₈	1.13	0.66	12.3	M
13	0.85 ₁	1.05	0.17	7.7	M
14	0.89 ₅	0.58	9.3	2.8	M
15	0.88 ₈	0.86	3.9	3.7	M
16	0.84 ₉	0.45	2.5*	7.8	S
17	0.88 ₀	1.45	10.3	4.7	M
18	0.86 ₈	1.18	2.2*	5.8	S
19	0.80 ₈	1.58	3.8	12.5	M
20	0.81 ₄	0.82	2.1*	11.7	S
21	0.79 ₇	0.56	14.1	13.4	M
22	0.79 ₁	0.40	1.4*	14.1	S
23	0.81 ₃	1.18	5.2	8.6	M, Skelton Layer.
24	0.87 ₈	0.81	6.8	4.8	M
25	0.83 ₁	0.64	6.0	9.8	M, Skelton Layer.
26	0.86 ₉	0.62	6.0	5.6	M

Remark: Grain size $\begin{cases} \times 10^{-1} \text{ cm}^2 \\ * \text{ mm}^2 \end{cases}$

長さ、厚さなどの関係を示す(1)式は厚さが長さに対して小さい場合にのみもちいられて、厚さがあつの場合には得られた共振周波数に補正をほどこさなければ、正しい弾性率が求められないことである。所が海の氷の場合には、その構造が mosaic 状なので非常に折れやすく、厚さを 1.5 cm 以下にして振動させることがむづかしい場合が多かつた。厚さがやや厚い場合に測定された共振周波数にほどこすべき補正の大きさについては理論的に求められているのであるが⁹⁾、一応実験的に確かめてみた。そのために海水の角柱の長さを変えないで厚さを減じ乍ら共振周波数を測定してみた。各々の厚さに対して(1)式が成立すると仮定して求めた弾性率と長さ l と厚さ h の比との関係の例を示したのが Fig. 3 である。

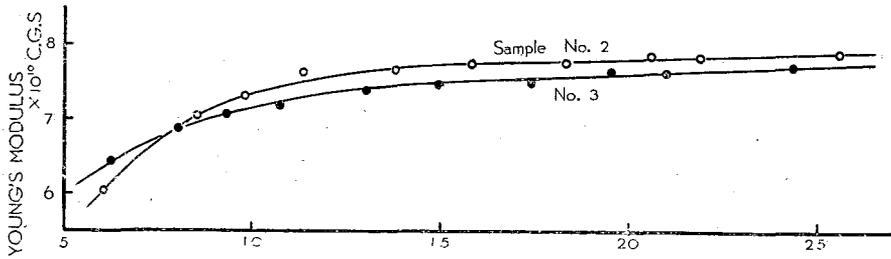


Fig. 3. Relation between Young's modulus and l/h .

図から明らかなように、 l/h が増すにつれて弾性率は一定の値に近づく。即ち(1)式が成立するようになることがわかり、それは大凡 $l/h \geq 20$ の範囲とみなされる。それで試料はできるだけ $l/h=20$ になるように製作した。測定時の試料の $l/h < 20$ であつた場合には測定後にその試料の厚さをうすくし乍ら共振周波数を測定して、弾性率と l/h の関係を求めた上で、 $l/h=20$ の場合の弾性率に換算した。実験的に求めた弾性率と l/h との関係は、海水の場合には個々の試料についていくらかずつ異なつてをり、理論的に求められた値と必ずしも一致しなかつた。

III. 測定結果

各試料の弾性率と温度の関係を示したのが Fig. 4~7 である。Fig. 5, 7 は granular ice の結果で、Fig. 4, 5 は結氷面に垂直、Fig. 6, 7 は平行に振動させた場合である。

弾性率は $5 \sim 9 \times 10^{10}$ C.G.S. の範囲に分布し、個々の試料では温度が下ると増してをり、しかもその増し方が大凡平行であることは明らかである。Fig. 8 に用いた試料の偏光写真を示した。Fig. 8 にみられるように、mosaic ice と snow ice では grain の大きさが非常に異なり、しかも前者では結晶の主軸(C軸)は写真の面(水平面)に平行であるのに後者では random であるという大きな構造上の違いがあるにも拘わらず、弾性率の分布範囲はあまりかわらない。更に結氷面に垂直及び水平の方向に振動させた場合でもおのおのの試料の弾性率の違いがすくないことも興味深い。さうして結氷面に垂直の方向に振動させた時の弾性率が水平方向に振動させた場合より大きい場合も又逆の場合もあつた。

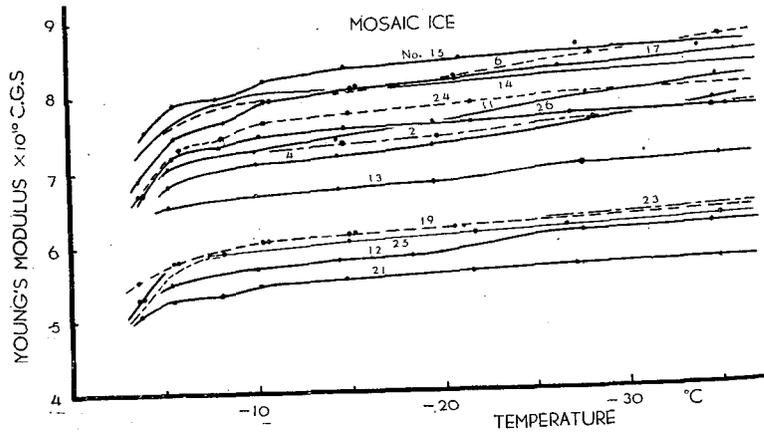


Fig. 4. Young's modulus vs. temperature (mosaic ice).
Vibration is perpendicular to the surface of ice.

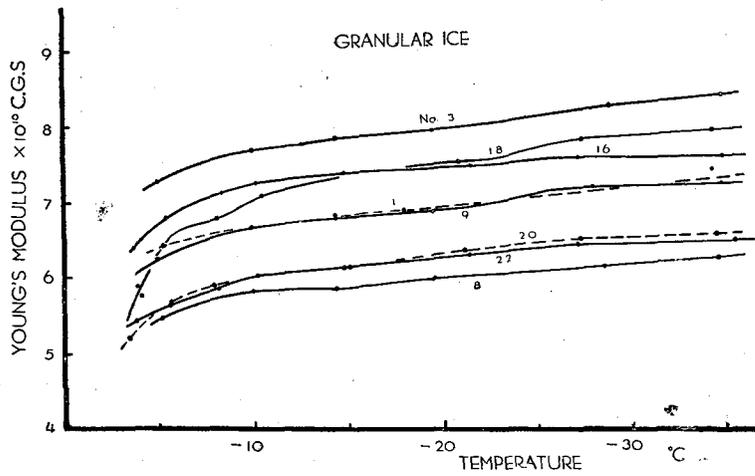


Fig. 5. Young's modulus vs. temperature (granular ice).
Vibration is perpendicular to the surface of ice.

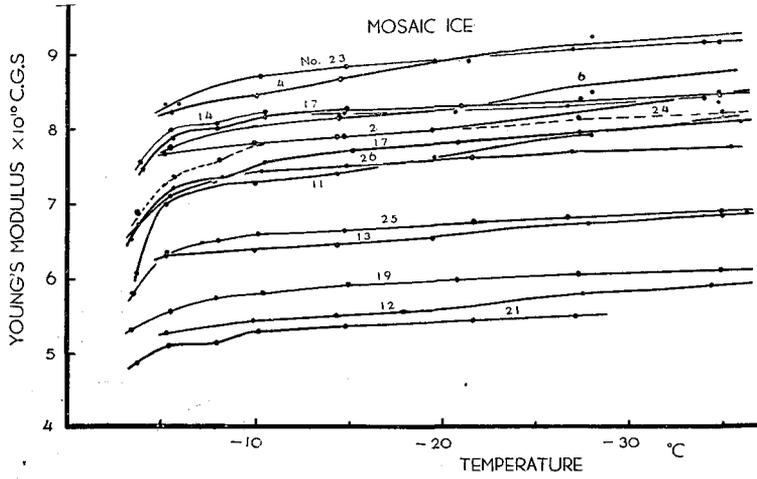


Fig. 6. Young's modulus vs. temperature (mosaic ice).
Vibration is parallel to the surface of ice.

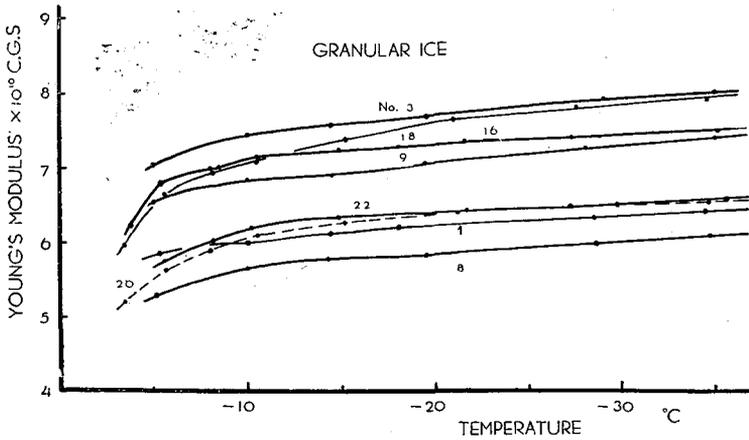
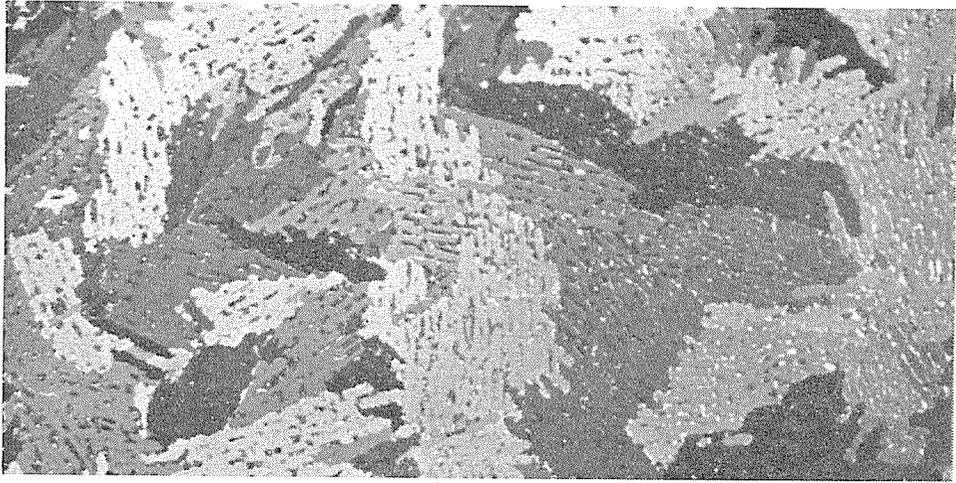
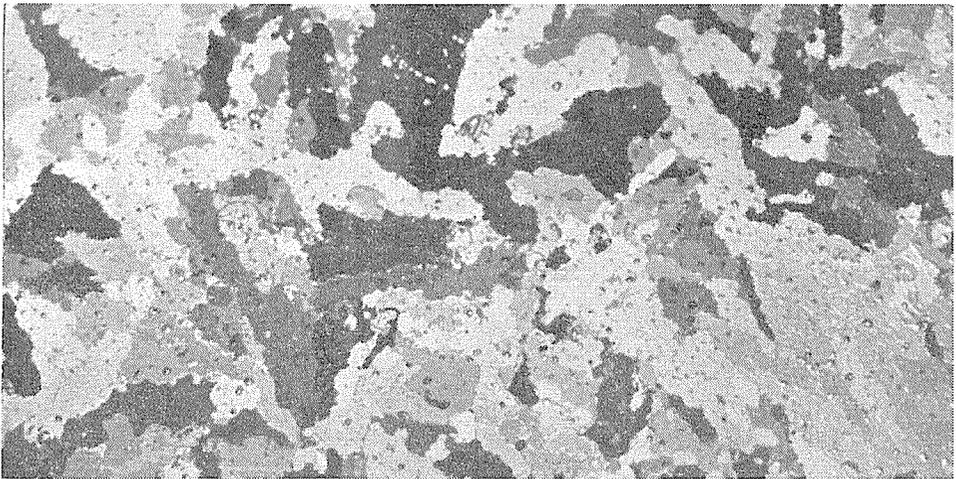


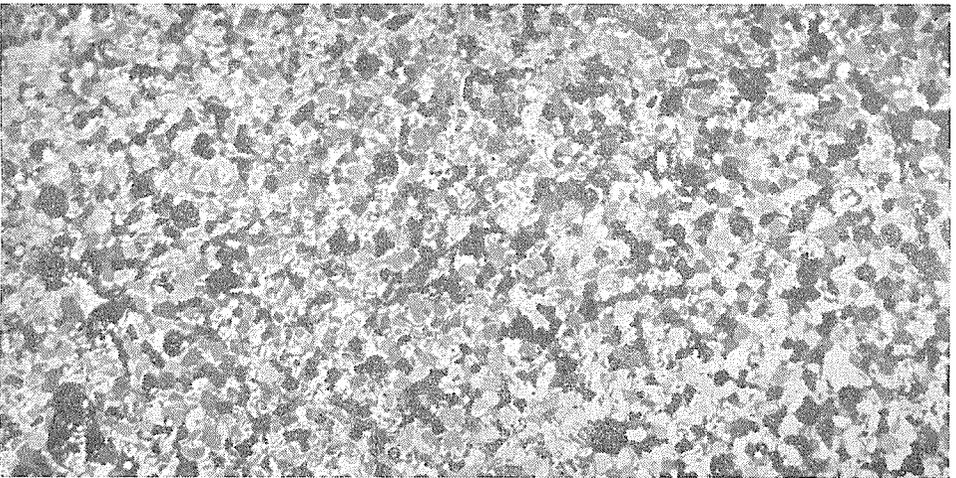
Fig. 7. Young's modulus vs. temperature (granular ice).
Vibration is parallel to the surface of ice.



No. 23



No. 6



No. 16

Fig. 8. Mosaic ice (No. 23 & 6) and granular ice (No. 16) (Horizontal Section). $\times 1.5$

弾性率の温度による変化は、一見ただけで、 $-7^{\circ}\sim 8^{\circ}\text{C}$ 以上ではそれ以下の温度の場合にくらべて著しい。又、 -8°C 附近と -23°C 附近で弾性率の変化の傾斜が急に変つているのが明らかに認められるものがある。D. L. Anderson¹⁴⁾、A. Assur¹⁰⁾ は海水の tensile strength の測定結果を整理して、海水中の brine から $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ が析出し始める温度即ち -8.2°C 、 $\text{NaCl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ が析出し始める -23°C 附近で強度が急激に増大することを報告している。弾性率の場合にも同じ傾向がみとめられるのは興味深い。

得られた弾性率のバラッキは Table 1 に示したように試料の密度、塩素量、空隙率、grain の大きさなどがいろいろ異なつているためとおもわれる。これらの諸量との関係を以下に検討してみる。

IV. 弾性率に影響を及ぼす諸要素

Grain の大きさ

Table 2 及び Fig. 8 に見られるように grain の大きさ及び結晶主軸の方向が全くことなるにも拘わらず mosaic ice と granular ice では弾性率の分布の範囲があまりことならないことは既に述べた。又、試料を結氷面に垂直（結晶主軸を含む面に垂直）に振動させた場合と、平行な方向に振動させた場合にもおのおのの試料の弾性率はあまり変わらないことがわかつた。

以上のことから、Grain の方向・大きさによつては弾性率はあまり大きくはかわらないことが予想される。Fig. 9 に mosaic ice, Fig. 10 に granular ice の弾性率と grain の大きさとの関係を示した。図には振動方向のことなる場合を符号を変えて記入した。

両方の図から、grain size と弾性率の間にはあまり密接な関係がみられないことがわかる。又、これらの図から、同じ試料では振

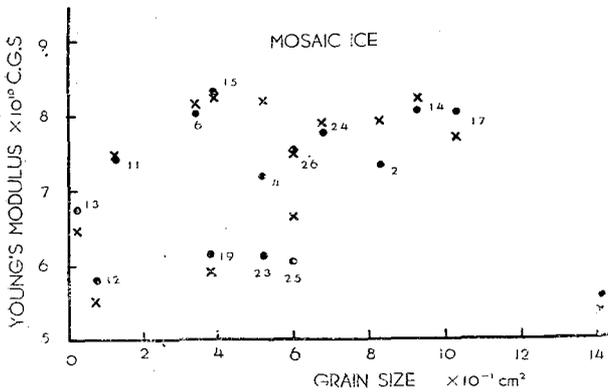


Fig. 9. Relation between Young's modulus of sea ice at -15°C and grain size (mosaic ice).

●: Vibration is perpendicular to the surface of ice.
x: Vibration is parallel to the surface.

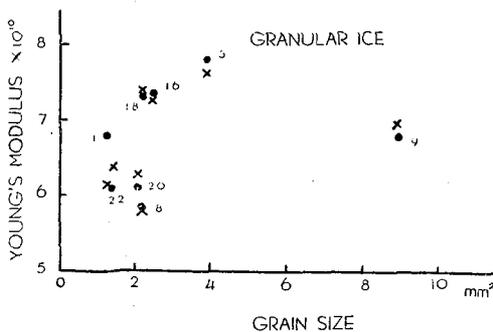


Fig. 10. Relation between Young's modulus of sea ice at -15°C and grain size (granular ice).

●: Vibration is perpendicular to the surface of ice.
x: Vibration is parallel to the surface.

動方向の違いによつて弾性率があまりかわらないことが良くわかる。尚、弾性率は温度によつて変化するので、図には -15°C における値をしめしてある。

塩 素 量

海水を融解した水の塩素量を C_i %、海水に含まれている brine 自身の塩素量を C_b % とすると、海水の単位質量の中の brine の質量は C_i/C_b gram である。brine の密度を ρ_b とすると、海水中の brine の体積は $\frac{C_i}{C_b} \cdot \frac{1}{\rho_b}$ であらわされる。海水中の brine はその時の brine の温度、即ち氷の温度を結氷点とするような濃度をもっている。したがつて C_b は氷の温度で一意的に定まり、その関係は Zubov¹¹⁾, Thompson¹²⁾ 等によつて測定されてをり、次の式であらわされる。

$$\left. \begin{aligned} t &= -0.0966 C_b - 0.0000035 C_b^3 \\ \text{但し } &50 < C_b < 140 \% \\ t &= -0.0966 C_b - 0.0000052 C_b^3 \\ \text{但し } &C_b < 50 \% \end{aligned} \right\} (2)$$

海水中に液体として存在している brine は温度が上ると体積がふえて濃度が減少する。そしてこの液体の部分の量は弾性率に大きな関係を持つだろうと従来から言われている。それを確かめるために -15°C における弾性率と氷の塩素量 (即ち brine の体積) との関係を示したのが Fig. 11, Fig. 12 である。明らかに brine 量と弾性率の間に関係はみとめられないようである。筆者の測定では振動の周波数は 200~500 cycle/sec であり、のちにのべる様に弾性波の速度は 2500~3000 m/sec であつたからその波長は 10 数 m の大きさである。この様な長波長の波による測定で氷中に小さな粒として分布している brine 量の多少が直接弾性率に影響を及ぼさないことは当然とも考えられることである。

このように、brine の量は直接には弾性率に関係がないことがわかつたが、実際にはのちにのべるように、二次的な面が無視出来ない影響を与えている。

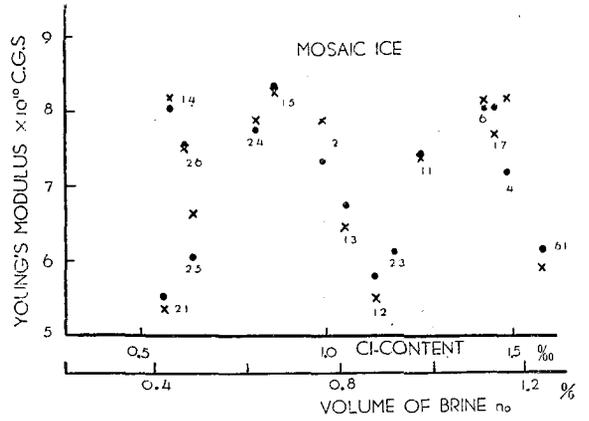


Fig. 11. Relation between Young's modulus of sea ice and chlorine content at -15°C (mosaic ice).

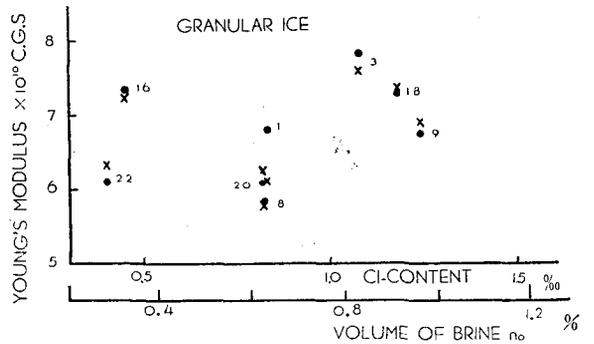


Fig. 12. Relation between Young's modulus of sea ice and chlorine content at -15°C (granular ice).

密度および空隙率

塩素量 C_i の海水中の brine の質量は $\frac{C_i}{C_b}$ であるから、単位の質量の海水中の純氷の部分の質量は $1 - \frac{C_i}{C_b}$ gram である。純氷の密度を ρ_p とすれば、空気を全く含まない 1 gram の海水の体積即ち比容は次の式で与えられる。

$$V = \frac{C_i}{C_b} \frac{1}{\rho_b} + \left(1 - \frac{C_i}{C_b}\right) \frac{1}{\rho_p} \quad (3)$$

純氷の密度 ρ_p は多くの研究者によつて既知である。塩素量 C_b の brine の結氷温度における密度 ρ_b についてはあまり知られていない。しかし $\frac{C_i}{C_b}$ の値はあまり大きくないので ρ_b の値として Zubov¹¹⁾ のあたえた近似式

$$\rho_b = 1 + 0.0014 C_b \quad (4)$$

を用いても V にあまり大きな誤差を生じない。したがつて、海水の塩素量 C_i と温度を指定すれば (2)~(4) と式を用いて、空気を全く含まない海水の比容を知ることができる。故に、その逆数として密度 ρ_i は容易に求まる。たとえば、空気を全く含まない塩素量 1.5% の海水の密度は -5°C で 0.922, -35°C では 0.925 であることがわかる。

天然の海水は多かれ少なかれ空気又はある種のガスを含んでいる。海水中の純氷と brine 以外のすべての空気又はガスの体積と氷の全体の体積の百分比を空隙率 (porosity) $n\%$ とし、実測される氷の密度を ρ とすると

$$\rho = \rho_i \left(1 - \frac{n}{100}\right) \quad (5)$$

したがつて

$$n = 100 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_i}\right) \quad (6)$$

となる。 ρ_i は空気又はガスを全く含まない海水の密度である。海水中の空気又はガスは、所謂気泡として氷に全く閉ちこめられているものと外界に通ずる気孔 (open pore) とから成り立っているが、此所ではその両者を合計したものについて空隙率 $n\%$ を定義した。(2)~(6) 式と実測された密度 ρ , 塩素量 C_i を用いて、ある温度の時の空隙率 $n\%$, brine の体積 $n_0\%$ したがつて純氷の体積 $a\%$ を知ることができる。Table 2 に示した porosity はこの様にして求めたものである。

測定に用いた試料の各稜の長さは約 -15°C の温度の時にノギスで測つた。Malmgren¹³⁾ によつて与えられている海水の線膨脹係数は、およそ 0.6×10^{-4} cm/cm/ $^\circ\text{C}$ であるから、筆者の場合の測定の温度範囲 -4°C ~ -36°C 内では体積は一定とみなすことが出来る。又、測定中に brine の流下は無く昇華による重量の減少も殆んど無かつたので、重量は一定即ち密度も一定であるとみなすことが出来る。云うまでもなく塩素量は一定である。

氷の温度が上ると brine の周囲の氷が融解して brine の量がふえる。厳密にはその際に空

隙率が少しかわがるがその量を無視して、空隙率 n は温度にかかわらず一定であると考えることが出来る。筆者の場合には brine の体積は -5°C でたかだか 3% であつたし、 ρ_p と ρ_b の差はあまり大きくないから、(3)式を用いて求められる空気を含まない海水の密度 ρ_i は brine を同体積の純水とおきかえても殆んどかわらない。即ち(5)式において ρ_i のかわりに純水の密度 ρ_p を用うることができる。更に純水の密度は 0.92 でほぼ一定と見做し得る。結局、密度 ρ は空隙率 n のみの函数と考えることができる。勿論このような近似は塩素量が少ない場合にのみ許される。

-15°C における弾性率と密度及び空隙率との関係を示したのが Fig. 13, Fig. 14 である。弾性率は密度が減少すると、いいかえると、空隙率がますと直線的に減少していることがわかる。mosaic ice ではこの傾斜は granular ice よりも大きく、しかも同じ温度、同じ密度で

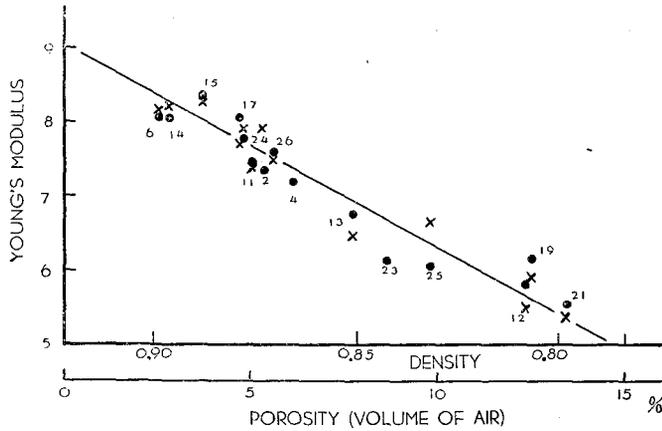


Fig. 13. Relation between Young's modulus of sea ice and density at -15°C (mosaic ice).

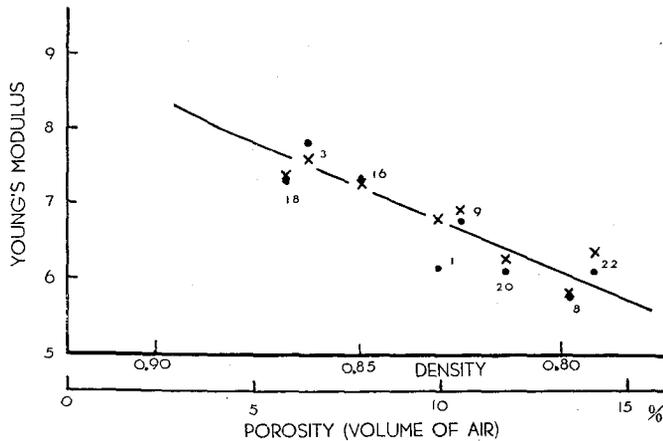


Fig. 14. Relation between Young's modulus and density at -15°C (granular ice).

は granular ice の弾性率がほんの少し大きく、密度が小さくなるとその差は大きくなること
 がわかる。この違いは結晶構造の違いによるものと考えざるを得ない。

mosaic ice のいろいろな温度に対する弾性率と密度及び空隙率との関係を示したのが Fig.
 15 である。云うまでもなく両者の関係を示す直線は温度がかわつてもほぼ平行で、温度の低下

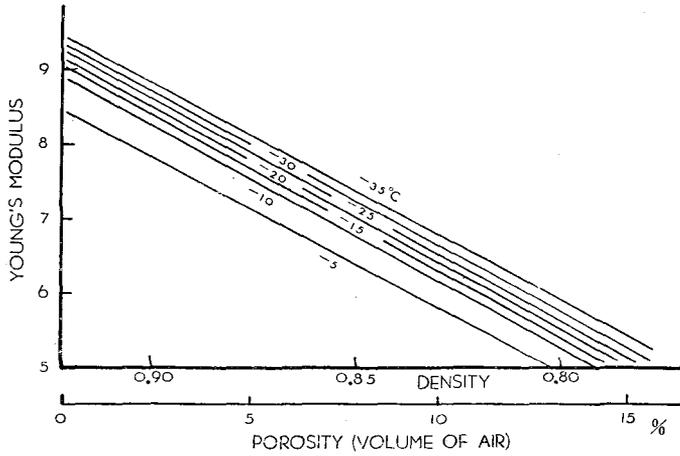


Fig. 15. Relation between Young's modulus of sea ice and density at various temperatures (mosaic ice).

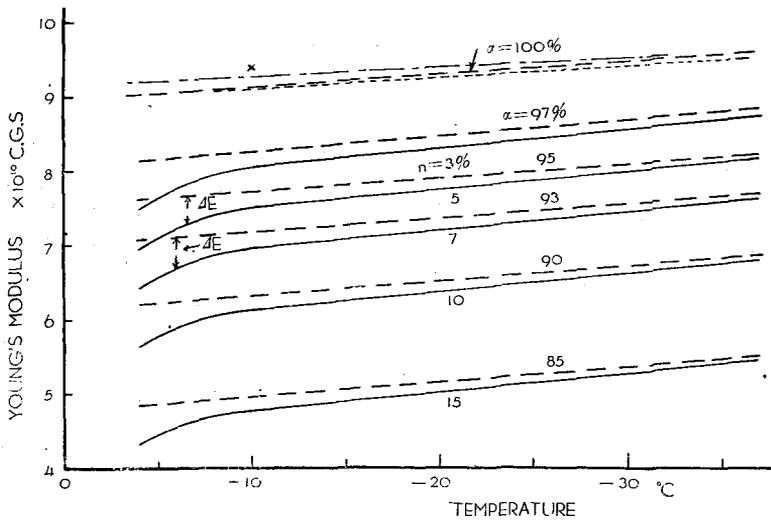


Fig. 16. Young's modulus of sea ice as a function of temperature and density (mosaic ice).

α : volume of pure ice. n : porosity (=volume of air).
 $\alpha + n + n_0$ (volume of brine) = 100%.

- : Polycrystal pure ice (Tabata)
- : Polycrystal pure ice (Yamaji-Kuroiwa⁶⁾)
- x : After Nakaya⁷⁾

に対する弾性率の増大も明瞭であり、 -5°C にいたつて弾性率が急激に減少していることがわかる。snow ice についても全く同様な関係が得られたが、測定の数が少なく直線の傾斜に任意性が多く入るおそれがあるので、その事実を指摘するにとどめる。

Fig. 13 を同じ密度即ち空隙率をもつた海氷の弾性率の温度変化に書きなおしたのが Fig. 16 の実線であり、前に示した Fig. 4, Fig. 6 に全く相似である。

この様にして、筆者の測定結果に見られた弾性率のバラッキは用いた試料の密度即ち空隙率のちがひによつて充分説明されることがわかつた。

Fig. 15, Fig. 16 に実線で示した関係は、 -10°C 以下の温度に対して近似的に次の式であらわされる。

$$E = 8.6 + 0.024t - 0.27n \quad \times 10^{10} \text{ C.G.S.} \quad (7)$$

ここで t は温度の絶対値、 n は空隙率 % である。もし海氷の密度 ρ を用いてあらわせば、

$$E = 29.4\rho + 0.024t - 18.4 \quad \times 10^{10} \text{ C.G.S.} \quad (8)$$

となる。但し、これらの式は海氷の塩素量が比較的少ない場合 (約 1.5% 以下) にしか適用されない。 -10°C 以上の温度を含めても同様な式を導くことができるが可成り複雑になる。

海氷中の純水部分の体積

Fig. 15, Fig. 16 において、 -10°C 以上の温度になると海氷の弾性率が急激に減少している。しかるに、Fig. 16 に示した多結晶の純氷について筆者の測定した及び山地・黒岩⁶⁾によつて得られた弾性率と温度との関係にはこのようなことがみとめられない。即ち温度の高い所で弾性率が急に減少するのは海氷に特有な現象であつて、海氷を構成している純氷そのものの弾性率が減少することによるものではないことが明らかである。したがつてこの現象は海氷に brine が含まれていて、温度の高い所ではその体積がいちぢるしく増すことに原因すると考えざるを得ない。もつと一般的には、逆に、温度の高い所では海氷の内部の純氷の部分が brine のふえただけ減少することによると考えてもよい。Fig. 16 で -10°C 以下の温度でも温度の上昇に対する弾性率の減少のし方が純氷のそれより大きいのも、温度が上るにつれて brine がふえる。即ち逆に純氷の量が徐々に減少していることによるものと考えられる。

純氷率が同じ場合に、海氷の弾性率と温度の関係を知るために、純氷の量と弾性率 (-15°C の値) の関係を示したのが Fig. 17, Fig. 18 である。両図の場合とも、弾性率は純氷率の減少につれて直線的に減少している。

中谷⁷⁾は、グリーンランドの氷冠の氷の弾性率とその密度に直線的に比例することを報告している。純氷の場合には密度の違いはそのまま純氷の量の違いにおきかえることができる。海氷と中谷の用いた氷はその構造が非常にことなるのであるが、定性的には同じ結果に到達したのは興味深い。ただし海氷の場合には純氷率の減少による弾性率の減少の割合は氷冠の氷の半分以下であり、この傾斜の違いは構造の相違によるものとおもわれる。Anderson・Weeks¹⁴⁾

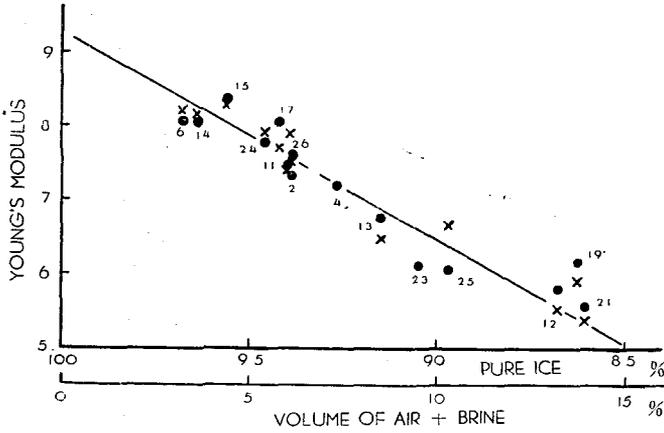


Fig. 17. Relation between Young's modulus of sea ice and volume of pure ice at -15°C (mosaic ice).

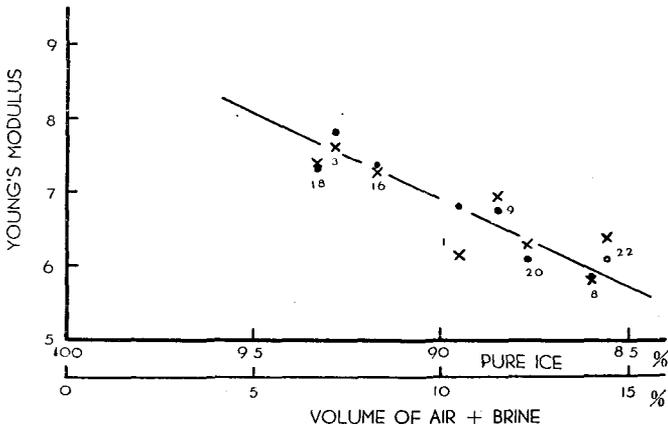


Fig. 18. Relation between Young's modulus of sea ice and volume of pure ice at -15°C (granular ice).

は海水の曲げ破壊強度の測定結果と理論から、Assur¹⁰⁾は海水の引張り強度の測定結果から、ともに海水のそれらの強度は、海水中の brine の体積率と空気の体積率の和の平方根に比例すると結論している。しかし図から明らかなように、弾性率は brine と空気の体積率の和に比例している。

Fig. 17 と同様にして得られた、いろいろの温度における弾性率と純氷率の関係を示したのが Fig. 19 である。一見した所では Fig. 15 と良く似ているが、温度が高くなつても弾性率の減少は殆んど一定のようである。granular ice についてもほぼ同様な結果が得られた。この図を用いて、純氷率が一定な場合の弾性率と温度の関係を示したのが Fig. 16 の破線である。

明らかに、純氷率が一定であれば、海水の場合でも多結晶の純氷の場合と同様に、 $-5^{\circ}\sim$

-35°C の温度範囲では弾性率は温度が下るにつれて直線的に増している。しかも注目すべきことは、その傾斜が多結晶の純氷の場合のそれとほぼ等しいことである。又、Fig. 19 の直線を延長して求めた純氷率が 100% の場合の弾性率も、Fig. 16 に同時に記入した様に、多結晶の純氷のそれとほとんど等しい。更に中谷が求めたグリーンランドの氷冠の氷の弾性率と密度の直線関係を外挿して得られた $\rho=0.92$ の時の値 (-10°C) も Fig. 14 に記入したが、それもほぼ一致する。

これらのことから、多結晶の氷の弾性率は、その内部に空気や液体の部分を含んでいなければ、結晶構造の如何に拘わらずほぼ一定の値を示して温度の違いによる変化も割合に少ないことがわかる。ただし、結氷温度近くになつて、grain boundary での融解が始まると事情がかわつて来ることは充分考えられる。

Fig. 17, Fig. 18 の横軸は純氷率 $a\%$ で、Fig. 13, Fig. 14 の横軸は空隙率 $n\%$ である。brine の体積を $n_0\%$ とすれば $a=100-(n+n_0)$ であるから、Fig. 16 の破線と実線の差のあらゆる弾性率の違い ΔE は brine が $n_0\%$ あるために、云いかえると純氷の量が $n_0\%$ だけ少ないことに原因していることになる。筆者の用いた試料では n_0 の値は平均して -5°C で 1.6%, -10°C で 1.0%, -15°, -20°, -25°, -30°, -35°C でそれぞれ 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3% であつたから、温度の低下とともに ΔE は小さくなり、各温度における ΔE はそれぞれこれらの n_0 の値だけ純氷の量が減つたことに対応していることになる。

このようにして、海氷の弾性率は (7) 又は (8) 式の如く密度又は空隙率の函数としてあらわすよりは、純氷率の函数としてあらわしたほうが、より一般的であることがわかる。Fig. 17, Fig. 19 から、海氷の弾性率 E は近似的には一般に次の式であらわされる。

$$E = 8.9 + 0.02t - 0.28(100 - a) \times 10^{10} \text{ C.G.S.} \quad (9)$$

但し、 t は温度の絶対値で a は体積であらわした純氷の百分率 % である。いうまでもなく $a = 100 - (n + n_0)$ である。したがつて (9) 式を用いて弾性率を求めるためには (2), (4) 式を用いて brine の体積更にはその百分率 $n_0\%$ 、又 (5) 式を用いて空隙率 $n\%$ を知る必要がある。

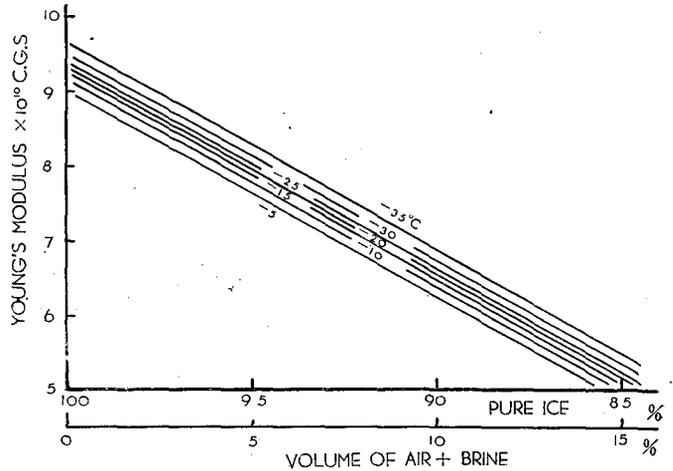


Fig. 19. Relation between Young's modulus of sea ice and volume of pure ice at various temperatures (mosaic ice).

海水の弾性率

以上のことから、海水の弾性率について次のことを結論することができる。

1) 海水の弾性率は、その中に含まれる純水の量と温度によつてきまり、純水の量が同じならば温度が高いと僅か小さく、同じ温度では純水の量が少ないと直線的に小さくなる。そうして一般には(9)式であらわされる。海水は温度が高くなると brine の量がふえ、それにつれて純水の量が減少するので、上にのべた2つの影響が重なりあつて弾性率の減少は大きくなる。特に -10°C 以上では著しい。

2) 海水の特異な結晶構造にもかかわらず、brine 及び他の空隙のない場合を考えるとその弾性率は多結晶の純水のそれとはほぼ一致する。気泡を含んだ氷冠の氷でも、気泡のない場合を考えると弾性率は多結晶の純水のそれとはほぼ一致する。

このことから、更に、気体もしくは液体を含まない場合には結晶構造の如何に拘わらず氷の弾性率は温度のみで定まるといふことができよう。

V. 海水中の音速度

弾性率がわかると海水中の弾性波の速度 v は次の式で与えられる。

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{10}$$

但し ρ は実測される密度である。Fig. 20 にいろいろの密度に対する海水中の弾性波の速度 (縦

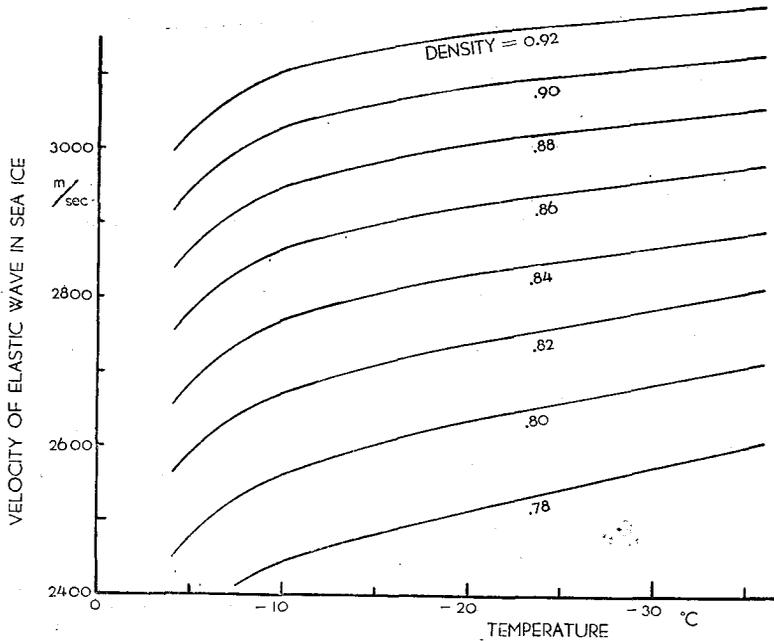


Fig. 20. Velocity of elastic wave in sea ice as a function of temperature and density.

波)を示した。

密度と温度によつて、縦波の速度は2400~3100 m/secの間を変化することがわかる。Table 1に掲げた弾性波の速度は勿論これらの範囲に含まれる。ただし、Table 1に示した実測された速度と弾性率との関係は(10)式とは少し異なるのでそのままこの図の結果と比較することが出来ない。

VI. む す び

海氷の棒の撓み振動法によつて弾性率を測定した結果 $5\sim 9\times 10^{10}$ C.G.S.であることがわかつた。この弾性率の分布は、海氷中の純氷の体積率が氷の温度と塩素量及び空隙率によつて変化することが原因であることがわかつた。塩素量が少ない(1.5%以下)海氷の弾性率は $-10^{\circ}\sim -35^{\circ}\text{C}$ の範囲では(7)又は(3)式であらわされ、更に一般には $-5^{\circ}\sim -35^{\circ}\text{C}$ の範囲内で(9)式であらわされることがわかつた。海氷中の brine 量の多い少ないは、それによつて純氷の量が変わることによつて弾性率に影響を与えるが、同じ mosaic 構造の水では grain の大きさのちがひによる弾性率のちがひはみとめられなかつた。しかし、同じ温度、同じ純氷率では、granular ice が mosaic ice より僅かに大きな弾性率をもち、その温度変化に対する傾斜も異なつてゐる。これは両者の結晶構造の違いによるものとおもわれる。又、結晶構造の如何に拘わらず、気体も液体も含まない水では弾性率は殆んど同じになる様子がうかがわれた。

このたびの測定は、永い間保存した海氷について行つた。そのため塩素量の少ないものが多かつた。塩素量の多い海氷についての測定を行つて(9)式の一般性について検討したいとおもつてゐる。海氷中の brine 量の弾性率に対する影響はあまり大きくないが、粘性係数乃至は内部粘性とは可成り大きな関係があるとおもわれるので、更にそれらの測定も行いたいとおもつてゐる。

この研究に要した費用の一部は文部省の特殊研究費(海氷の研究)によつた。

文 献

- 1) Oliver, J., A. P. Crary and R. Cotell 1954 Elastic waves in arctic pack ice. *Trans. Am. Geophys. Union*, **35**, 282.
- 2) Anderson, D. L., 未発表.
- 3) Peschansky, I. S. 1958 Physical and mechanical properties of arctic ice and method of research. *Proc. Arctic Sea Ice Conference, Easton, Md., U.S.A. In press.*
- 4) 石田 完 1958 海氷中の音速度. *低温科学, 物理篇*, **17**, 99.
- 5) 高野利秋 1948 コンクリートの無破壊試験法. 鹿鳴社.
- 6) 山地健次・黒岩大助 1954 振動法による積雪の弾性および粘性の研究. *低温科学, 物理篇*, **13**, 49.
 ————— 1956 $0^{\circ}\sim 100^{\circ}\text{C}$ の範囲における氷の粘弾性 I. *低温科学, 物理篇*, **15**, 171.
- 7) 中谷宇吉郎 1958 グリーンランド氷冠の粘弾性. *科学*, **28**, No. 1, 2.
- 8) 田畑忠司・小野延雄 1957 海氷の構造について. *低温科学, 物理篇*, **15**, 197.
- 9) Higuchi, S., H. Saito and C. Hashimoto 1957 A study of the approximate theory of an elastic

- thick beam. *Can. Jour. of Phys.*, **35**, No. 6, 757.
- 10) Assur, A. 1958 Composition of sea ice and its tensile strength. Proc. Arctic Sea Ice Conference, Easton, Md., U.S.A. *In press*.
 - 11) Zubov, N. N. 1945 L'dy Arktiki (北氷洋の水) Izd. Glavsevmorputi, Moskva, 360 p.
 - 12) Thompson, T. G. and K. H. Nelson 1956 Concentration of brines and deposition of salts from sea water under frigid conditions. *Am. Jour. of Sci.* **254**, 227.
 - 13) Malmgren, F. 1928 On the properties of sea ice. The Norwegian North Polar Expedition with the "Maud" 1918-1925. *Sci. Res.*, **1**, 67.
 - 14) Anderson, D. L. and W. F. Weeks 1958 A theoretical analysis of sea ice strength. *Trans. Am. Geophys. Union.* **39**, No. 4, 632.
- Anderson, D. L. 1958 A model for determining sea ice properties. Proc. Arctic Sea Ice Conference, Easton, Md., U.S.A. *In press*.

Résumé

Using the lateral vibration method with a rectangular ice beam, the elastic modulus of sea ice at various temperatures between -4°C and -36°C was obtained. Dimensions of beams were 30~40 cm length, a few centimeters width and 1.5~2 cm of thickness. Chlorine content and density were 0.4~1.5% and 0.80~0.89 respectively. Chlorine content was measured by using Mohr's silver titration method after other measurements were finished. Crystal structure of samples was also observed with the aid of cross-polaroids. Young's modulus meter was used for driving the vibration of beam and for detecting its resonance frequency. Measurement of resonance frequency of ice beam was performed after setting it within the thermostat chamber for about 2~3 hours. Resonance frequencies were 200~500 cycles/sec.

Elastic modulus was calculated using equation (1). Equation (1) is used only when the thickness of beam is very small compared with its length. Obtained relation between calculated elastic modulus and l/h which shows the ratio of length of beam l to thickness h is shown in Fig. 3. As is obvious therefrom, equation (1) can be used only when the dimensions of beam satisfy the condition $l/h \leq 20$. Therefore, all beams were shaped to have the thickness nearly equal to one twentieth of their length.

Obtained relation between elastic modulus and temperature are shown in Figures 4~7. Numerical values are distributed within $5 \sim 9 \times 10^{10}$ C.G.S. In all samples elastic modulus rose as the temperature fell, and the variation of elastic modulus at high temperature ($-3^{\circ} \sim -10^{\circ}\text{C}$) is much greater than that at low temperature. In some samples, jogs of variation of elastic modulus were observed at the temperatures about -8°C and -23°C .

Elastic modulus is not controlled by grain size (Figs. 9 & 10) or by chlorine-content of ice (Figs. 11 & 12). Fig. 13 and Fig. 14 show the relations between elastic modulus and density of mosaic ice and granular ice which is usually observed in the surface layer of sea ice, respectively. Density of sea ice without air bubbles ρ_i can be calculated by using equation (3) and porosity $n\%$ (which means the ratio of the volume of air to the

total volume of ice) can be obtained by using equation (6). In this experiment, as chlorine content of ice was relatively small, density of ice can be substituted by porosity as shown in Figures 13 and 14. As is seen from these two figures, elastic modulus decreases as density decreases, i. e., elastic modulus decreases as porosity increases, and relation between density (i. e., porosity) and elastic modulus can be represented by a straight line. Figure 15 and full line in Figure 16 show above relation at various temperatures; these relations within the temperature range between -10°C and -35°C can be represented by equation (7) or (8).

Figures 17 and 18 show the relation between elastic modulus and volume of pure ice $a\%$. It is obvious from these figures, that the relation between elastic modulus of sea ice and volume of pure ice within sea ice is also represented by a straight line. Figure 19 and broken line in Figure 16 are also show the Young's modulus of sea ice as a function of a and temperatures. As is obvious from Figure 16, when a is constant, the tendency of variation of elastic modulus is approximately parallel to that obtained for polycrystal pure ice. Mean volume of brine in this experiment are about 1.6, 1.0, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4 and 0.3% for the temperatures -5° , -10° , -15° , -20° , -25° , -30° and -35°C respectively. Differences of elastic modulus ΔE between broken line and full line in Figure 16 are explained as due to decreasing the volume of pure ice, and its decreasing is approximately equal to increasing of the volume of brine.

Using the volume of pure ice within sea ice, elastic modulus of sea ice within the temperature range $-5^{\circ}\sim-35^{\circ}\text{C}$ can be calculated by the following simple equation:

$$E = 8.9 + 0.02t - 0.28(100 - a) \quad \times 10^{10} \text{ C.G.S.} \quad (9)$$

Where t is absolute value of temperature, a is volume of pure ice and $a = 100 - (n + n_0)\%$. Volume of brine $n_0\%$ and porosity $n\%$ are effected by chlorine-content, temperature and density, and they are easily calculated using equations (2)~(5).

Velocity of elastic waves in sea ice also was calculated using equation (10) and is shown in Figure 20.