



Title	氷の塑性変形について : 氷のフランク・リード源の長さ、氷の層構造、氷の加工軟化
Author(s)	若浜, 五郎
Citation	低温科学. 物理篇, 20, 117-130
Issue Date	1962-03-10
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/17986">http://hdl.handle.net/2115/17986</a>
Type	bulletin (article)
File Information	20_p117-130.pdf



[Instructions for use](#)

## 氷の塑性変形について IV\*

— 氷のフランク・リード源の長さ,  
氷の層構造, 氷の加工軟化 —

若 浜 五 郎

(低温科学研究所 応用物理学部門)

(昭和 36 年 11 月 受理)

### I. ま え が き

前報告 I, II, III<sup>1)</sup>において、一定速度で単結晶氷を圧縮(引張り)してえられた反抗力曲線を解析し、あわせて、氷の塑性変形の過程を、転位論の立場から眺めてみた。まず、報告 I で、氷の転位、転位の増殖源などを考え、それに基づいて、報告 II で、反抗力曲線を転位論的に解釈し、また、氷の転位の移動速度を求めた。さらに、報告 III では、氷の応力緩和曲線の型を実験的に求め、それが、転位論的に導いた式と一致することを示した。

報告 II, III でのべたように、転位の増殖源(フランク・リード源, F-R 源)は、氷の塑性変形に大きな役割を演じている。しかし、今まで、F-R 源の長さの頻度分布については、ほとんどふれなかった。それで、本報告では、まず、F-R 源の長さについて、くわしく考えてみることにする。

次に、今までにえられた結果を用いて、氷に特長的な 2, 3 の現象の説明をこころみた。氷が、結晶底面に平行な単元層とよばれる薄い層の積みかさねの構造をもち、氷が力をうけると、あいとなる単元層間の境界でこたえて変形することは、古くからよく知られている。そこでまず、氷の層構造に対する 1 つの考えをのべた。次に、単結晶氷の非常に特長的な性質の 1 つに「加工軟化」がある。一般の物質では、加工がすすんで歪がますますつれて、硬化をおこすのであるが、単結晶氷は、逆に、軟化するのである。

今までのべてきた氷の塑性変形に対する転位的な解釈が正しいとすれば、加工軟化の現象も説明できなければならない。そこで、単結晶氷の加工軟化の過程に対する転位論的な考えをのべ、あわせて、従来知られている加工軟化の実験と比べたところ、かなりよい一致を見た。

以下、この順で、くわしくのべて行こう。

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第 609 号

## II. 氷の転位の増殖源(フランク・リード源)の長さ

### (1) 反抗力の増大過程とフランク・リード源の長さとの関係

今までしばしばのべたように、氷の塑性変形時における歪速度は、増殖源(フランク・リード源, F-R 源)から発生する転位の数, 転位の移動速度によってきまる。長さが  $l$  の F-R 源が転位の増殖作用をはじめめるに必要な応力  $\tau$  は

$$\tau = Gb/l \quad (2.1)$$

である(ここに  $G$  は氷の剛性率,  $b$  は転位のバーガース・ベクトルの大きさ)。このように,  $\tau$  は, F-R 源の長さ  $l$  によってきまるのだから, 氷体中における  $l$  の頻度分布が, 氷の歪速度に大きな関係のあることは明らかである。それにもかかわらず, 今までの議論において, F-R 源の長さ  $l$  は, あまり表面に出てこなかった。しかし, 実は, 報告 II でのべた反抗力の増大過程あるいは転位の移動速度の計算などに,  $l$  の頻度分布が, 陰にかくれて入っていたのである。

報告 II の第 III 節で, 氷の結晶の中には, 最大値が  $l_0$  で,  $l_0 > l_1 > l_2 > \dots$  の関係をもったいろいろの長さの F-R 源 ( $l_i$ ) が存在すると考えた。そして, 薄片を一定速度  $\dot{\epsilon}_0$  で圧縮するばあい, これらの F-R 源が長いものから順次, ある一定の時間間隔  $t_0$  をおいて, 増殖活動をはじめると仮定した。

圧縮をはじめてから, 変形が定常変形過程に入るまで, 応力はほぼ直線的に増大することを考慮すると, 上の仮定は, 応力がある一定値  $\Delta\tau_0$  ますごとに 1 つの F-R 源が活動しはじめることを要請する。

氷の臨界剪断応力  $\tau_c$  は, 氷体中に存在する F-R 源のうちの最も長い F-R 源 ( $l_0$ ) を増殖活動させるに要する応力だから, ( $i+1$ ) 番目に長い F-R 源 ( $l_i$ ) を活動させるに要する応力  $\tau_i$  は

$$\tau_i = \tau_c + (i+1)\Delta\tau_0 \quad (2.2)$$

となる。上式は, F-R 源 ( $l_0$ ), ( $l_1$ ), ( $l_2$ ), ( $l_3$ ),  $\dots$  ( $l_0 > l_1 > l_2 > l_3 > \dots$ ) のそれぞれを活動させるに要する剪断応力;  $\tau_c (\equiv \tau_0)$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ,  $\dots$  のつくる数列  $\{\tau_i\}$  が, 公差  $\Delta\tau_0$  の等差級数をなすことを意味する。

長さが  $l_i$  の F-R 源を活動させるに必要な剪断応力  $\tau_i$  は, (2.1) 式で与えたように

$$\tau_i = \frac{Gb}{l_i} \quad (2.3)$$

である。 $\tau_i$  と  $l_i$  は互に逆数関係にあるから, F-R 源の長さ  $l$  のつくる数列  $\{l_i\}$  が調和級数をなすといってもよい。

このように, 氷が定常変形過程に入るまで, 一定の時間間隔をおいて, 順次 F-R 源が増殖作用をはじめるといふ仮定は, 氷面上に働く応力  $\tau$  が, 一定値  $\Delta\tau_0$  だけますごとに 1 個の F-R 源が活動しはじめることと等価である。あるいは, F-R 源の長さ  $l$  のつくる数列  $\{l_i\}$  が調和級数をなすといってもよい。

応力  $\tau$  のつくる等差級数  $\{\tau_i\}$  の公差  $\Delta\tau_0$  は、もちろん、試料の素性、歴史、質の良否、大きさなどに関係のある量である。従って、 $\Delta\tau_0$  は1つ1つの試料ごとにきまる一定値であって、決してすべてのばあい共通な値ではないことに留意する必要がある。

長さが  $\xi^0$ 、圧縮方向に対する結晶方位が  $\theta$  の単結晶氷を一定速度で圧縮して、定常変形に達したときの定常変形剪断応力を  $\tau_Y$ 、それまでに活動した F-R 源の総数を  $N$  とすると、上の  $\Delta\tau_0$  は

$$\Delta\tau_0 = (\tau_Y - \tau_0) / N \quad (2.4)$$

である。報告 II で求めた (6.3) 式;  $N_0 = 1/h \sim N/\xi^0 \cos \theta$ 、および (6.5) 式;  $N_0 = k(\tau - \tau_0)$  を用いると、上の (2.4) 式は

$$\Delta\tau_0 = \frac{1}{k(\xi^0 \cos \theta)} \quad (2.5)$$

となる。ここに、 $k$  は常数で、 $k \sim 2.2 \times 10^{-4} \left( \frac{\text{cm}}{\text{dyne}} \right)$  である。

この式を用いて、 $\Delta\tau_0$  の大よその値を求めてみよう。用いた試料の長さ  $\xi^0$  は約 4 cm、 $\theta$  は前にもものべたように  $20^\circ \sim 45^\circ$  だったから、 $\theta \sim 30^\circ$  とすると、(2.5) 式により、 $\Delta\tau_0 \sim 1.3 \times 10^3$  dyne/cm<sup>2</sup> をうる。すなわち、筆者が試料に用いた単結晶氷では、こり面上の剪断応力が約 1 gr/cm<sup>2</sup> ますごとに、あらたに1つの F-R 源が転位の増殖活動をはじめたことになる。

## (2) F-R 源の長さの頻度分布曲線

前項で、こり面上の剪断応力  $\tau$  が  $\Delta\tau_0$  ますごとに、あらたに1つの F-R 源が転位の増殖活動をはじめると、という仮定を行なった。この仮定を設けると、F-R 源の長さの分布がきまってしまう。本項では、F-R 源の長さ別の頻度分布を求めてみよう。

こり面上の剪断応力  $\tau$  が、ある値  $\Delta\tau$  ましたとき、あらたに働きはじめる F-R 源の数  $\Delta N$  は

$$\Delta N = \Delta\tau / \Delta\tau_0 \quad (2.6)$$

である。一方、F-R 源の長さ  $l$  と、応力  $\tau$  との間には、(2.1) 式;  $\tau = Gb/l$  なる関係があるから  $\Delta\tau$  は

$$\Delta\tau = - \left( \frac{Gb}{l^2} \right) \Delta l \quad (2.7)$$

となる。(2.6)、(2.7) 式により

$$\Delta N = - \left( \frac{Gb}{\Delta\tau_0} \right) \cdot \left( \frac{1}{l^2} \right) \cdot \Delta l \quad (2.8)$$

ただし、 $\Delta l$  の符号は負である。この式によると、長さ  $l$  が、ある一定の幅  $\Delta l$  の範囲内に入る F-R 源の数  $\Delta N$  は、 $l^2$  に逆比例していることがわかる。(2.8) 式を  $l$  について積分すると

$$N = \frac{Gb}{\Delta\tau_0} \cdot \frac{1}{l} + c \quad (2.9)$$

$c$  は積分常数である。 $l=l_0$  のとき、 $N=1$  であるが、簡単のため  $N=0$  とすると、 $c \sim \frac{Gb}{\Delta\tau_0} \left( \frac{1}{l_0} \right)$

となるから、(2.9)式は

$$N = \frac{Gb}{4\tau_0} \left( \frac{1}{l} - \frac{1}{l_0} \right) \quad (2.10)$$

となる。これが、F-R 源の長さの頻度分布曲線を表わす式である。すなわち、 $l$  が  $l_0$  に近い、比較的長い F-R 源ほど数が少なく、 $l$  が短くなるにつれて、F-R 源の数が双曲線的に増加する。

(2.10) 式で、 $l$  が 0 に近づくと、 $N$  は無限大に近づいてしまうが、剪断破壊応力  $\tau_F$  に対応する  $l_F (l_F = Gb/\tau_F)$  より短い長さの F-R 源は、どんな形の頻度分布をしていようとも、氷の塑性変形に関係がない。また、本報告で取扱っている実験は、1 時間に数パーセントの歪速度を氷に与えて定常変形をおこせばあいに限っている。定常変形剪断応力  $\tau_Y$  に対応する長さ  $l_Y$  より短い F-R 源は、このばあい、増殖活動をおこさないで、変形には無関係である。実際には  $\tau_Y \sim 4 \text{ kg/cm}^2$  ていどであったのに反し、 $\tau_F \sim 20 \text{ kg/cm}^2$  のていどなので、 $l_Y$  は  $l_F$  よりかなり長い。 $l_F = Gb/\tau_F \sim 0.7 \mu$  に対して、 $l_Y = Gb/\tau_Y \sim 3 \mu$  のていどである。一方、 $l$  の最大値  $l_0$  は  $l_0 = Gb/\tau_0 \sim 66 \mu$  だから、(2.10) 式によってきまる頻度分布は、 $l$  が  $3 \sim 66 \mu$  ていどの範囲でなりたてばよいことになる。 $l$  が  $3 \mu \sim 0.7 \mu$  の範囲の頻度分布については、さらに実験を行なってからでないと、何ともいえない。

報告 II の第 III 節に、氷の反抗力増大過程において、ある一定の時間間隔  $t_0$  だけ経過するごとに、1 個の F-R 源があらたに増殖活動をはじめると仮定した。上にのべたように、この仮定は、F-R 源の長さの頻度分布が、(2.10) 式に従うことを要請している。この分布は、実在の氷の結晶における分布を、どのていどよく表わしているだろうか。

氷における F-R 源は、底面内の 2 つの不動点をむすぶ転位である。従って、F-R 源の長さの頻度分布は、純確率論的には、底面内に勝手にえらんだ 2 つの点の間隔  $l$  の頻度分布と考えてよい。有限な領域内に勝手な 2 点をえらんだとき、それら 2 点の間隔  $l$  の頻度分布は、長い  $l$  ほど少なく、短いものほど多いことが知られている。試料に用いる氷の結晶の底面の大きさは、もちろん、有限だから、この法則を適用すると、長い F-R 源ほど数が少なく、逆に、短い F-R 源ほど数が多いことになる。この議論は、F-R 源の長さの分布を、純確率論的に考えたばあいにいえることで、物理的な考えは何も入っていない。

一方、報告 II の第 II 節でのべたように、氷に  $200 \text{ gr/cm}^2$  ていどの臨界剪断応力  $\tau_c$  があるということは、F-R 源の長さ  $l$  に、 $l_0 = Gb/\tau_c$  で規定される最大値  $l_0$  が存在することを示している。転位線が長いほど、熱的あるいは機械的な原因による転位線の平均位置からの動揺が大きくなり、他の転位線と交差する機会が多いであろう。このことから、非常に長い F-R 源は、ほとんど存在できず、長い F-R 源ほど数が少ないといってもよさそうである。

このように、(2.10) 式で表わされる F-R 源の長さの頻度分布は、実際の分布と、そんなにひどくはちがわないと思われる。従って、(2.6) 式の基になっている報告 II の第 III 節での仮定は、そんなに乱暴な仮定ではないであろう。

(3) 実際に活動する F-R 源の長さ

本節(1)で、氷体内には、 $l_0 > l_1 > l_2 > \dots > l_Y > \dots > l_N$  の関係をもつ、いろいろな長さの F-R 源 ( $l_i$ ) が存在することを仮定した。長さ  $l_i$  の最大値  $l_0$  は、 $l_0 = Gb/\tau_c$  という関係によって臨界剪断応力  $\tau_c$  に、また、 $l_Y$  は  $l_Y = Gb/\tau_Y$  の式によって、定常変形剪断応力  $\tau_Y$  に、それぞれ対応している。すでにのべたように、 $\tau_c \sim 200 \text{ gr/cm}^2$  に対する  $l_0$  は、 $l_0 \sim 66 \mu$  であり、 $\tau_Y \sim 4 \text{ kg/cm}^2$  に対する  $l_Y$  は、 $l_Y \sim 3 \mu$  のていどである。また、氷の破壊強度  $30 \sim 40 \text{ kg/cm}^2$  に対応する  $l_N$  は、 $l_N \sim 1 \mu$  だから、 $1 \mu$  以下の短い F-R 源は、たとえ存在していても、塑性変形には無関係で、何ら変形に寄与することがない。

氷が力をうけて、迂り面に剪断応力  $\tau$  が働くと、それによって増殖作用をおこしうる F-R 源の長さの最小値  $l_N$  がきまり、活動しうる F-R 源の長さの範囲は  $l_0 \sim l_N$  となる。今、この長さ  $l_0, l_1, l_2, \dots, l_N$  の平均値を求めてみよう。 $l_0, l_1, \dots, l_N$  は  $(N+1)$  本あるから、その平均値  $l_m$  は

$$l_m = \left( \sum_{i=0}^N l_i \right) / (N+1) \tag{2.11}$$

(2.6) 式により、 $(N+1) = (\tau - \tau_c) / \Delta\tau_0$  だから、上式は

$$l_m = \frac{\sum_{i=0}^N l_i \Delta\tau_0}{\tau - \tau_c} \tag{2.12}$$

となる。長さ  $l$  は、前節でのべたように、とびとびの値をとるのであるが、 $l = Gb/\tau$  なる関係によって応力  $\tau$  の連続函数と考へて、平均値を求めてもよい。すると、(2.12) 式の  $\sum_{i=0}^N l_i \Delta\tau_0$  は  $\int_{\tau_c}^{\tau} \frac{Gb}{\tau} d\tau$  となり、 $l_m$  は

$$l_m = \frac{Gb \log_e(\tau/\tau_c)}{\tau - \tau_c} \tag{2.13}$$

あるいは、 $\tau, \tau_c$  を  $l, l_0$  で書きかえて

$$l_m = \frac{l_0 l \log_e(l_0/l)}{l_0 - l} \tag{2.14}$$

第 I 表 いろいろな大きさの剪断応力  $\tau$  が働いたとき活動する F-R 源の長さの最小値  $l_N$  と、平均値  $l_m$

$\tau$	$l_N$	$l_m$
0.3 kg/cm <sup>2</sup>	45 $\mu$	54 $\mu$
0.5	27	41
1.0	13.5	27
3.5	3.6	12
10	1.4	5.4
20	0.7	3.2

となる。これが、応力  $\tau = \tau$  のときに活動する F-R 源の長さの平均値を与える式である。第 I 表にいろいろな大きさの応力  $\tau$  が迂り面に働いたときに活動する F-R 源の長さの最小値； $l_N$ 、平均値； $l_m$  をかかげた。

III. 氷の結晶の層構造 (単元層)

氷が力をうけて変形するとき、すべての底面で迂りうるのではなくて、ある長さ以上の長さをもった F-R 源を含んでいる底面でのみ、迂りうることを、前にのべた。剪断応力  $\tau$  が働いたとき、迂りうる底面の数は、(2.6) 式により、 $N = (\tau - \tau_c) / \Delta\tau_0$  である。一方、ある 1 つの試

料を圧縮(引張り)したばあいに、表面に生ずるり線の平均間隔  $h$  は、報告 II の (6.3) 式により、 $N$  に逆比例するから、結局、 $h$  は  $(\tau - \tau_c)$  に逆比例することになる。それゆえ、ある試料に剪断応力  $\tau_1$  が働いたとき、表面に生じたり線の平均間隔  $h_1$  がわかれば、一般に応力  $\tau$  が働いたときのり線の間隔  $h$  が、次式によって求められる。

$$h = \left( \frac{\tau_1 - \tau_c}{\tau - \tau_c} \right) \cdot h_1 \quad (3.1)$$

報告 II の第 VI 節でのべたように、 $\tau_1 = 3.2 \text{ kg/cm}^2$  を与えたとき  $h_1 \sim 15 \mu$  であった。この値を (3.1) 式に代入して、いろいろな  $\tau$  に対するり線の間隔  $h$  を求めた結果を第 II 表に示す。

この表をみてわかるように、数  $\text{kg/cm}^2$  ていどの剪断応力が氷の底面に長時間働いたときには、 $10 \sim 20 \mu$  ていどの間隔でり線が現われるが、応力が  $1 \text{ kg/cm}^2$  以下のときには、 $50 \sim 100 \mu$  ていどの間隔でしかり線は現われないのである。

隣り合ったり線の間、りりがおこらなかった部分は力をうけてもりりによる変形がおこらないという意味で「単元層」と名づけられている。氷の構造は古くから、このような単元層が次々に重ってできた層構造であることが知られている。中谷<sup>2)</sup> は単元層の厚さが  $60 \mu$  ていどであることを、単結晶氷の曲げ試験によって示した。一方、筆者<sup>3)</sup> が行なった積雪の圧縮実験において、積雪粒子に現われたり線の間隔は  $10 \mu$  ていどであった。また、多結晶氷においては、 $10 \sim 20 \mu$  のことが多く、中谷の得た値よりも小さかった。中谷の単結晶氷の曲げ試験に関する報告には、底面に働いた剪断応力の大きさは与えられていないが、試料の大きさ、結晶方位、荷重などから概算すると、あまり大きな値ではなさそうである。中谷の得た単元層の厚さ——り線の間隔——が、筆者のえた値より大きいのは、測定に用いた光学系の分解能の相違だけではなく、りり面に働いた剪断応力が、筆者のばあいより小さかったためとも考えられる。

このように、り線の間隔は、試料の素性、質などのほかに、加えた力によっても変化する量なので、いろいろな人の実験値を一概に比較、論議することはできない。

第 II 表に示したように、氷の破壊強度に対応するり線の間隔は、 $1 \sim 2 \mu$  のていどであるから、統計的にいって、 $1 \mu$  以下の厚さの氷体内には、塑性変形に寄与しうる F-R 源が存在しないことになる。氷がまさに破壊しようとするていどの大きな力を加えても、この薄い層内では、りりによる変形がおこらないのである。この意味でなら、単元層の厚さとして  $1 \mu$  ていどのものを考えることができる。

第 II 表 いろいろな値の応力  $\tau$  によってきまるり線の平均間隔  $h$

$\tau$	$h$
$0.5 \text{ kg/cm}^2$	$150 \mu$
1	56
3	16
6	7.8
10	4.6
20	2.3

## IV. 単結晶氷の加工軟化と定常クリープ

## (1) 単結晶氷の加工軟化現象

単結晶氷に一定荷重をかけて、いわゆるクリープ変形を行なったばあい、歪の増大とともに歪速度が次第に増加し、ある時間たつたのち、はじめて一定の歪速度に達して、変形が定常状態に入ることが知られている。たとえば、Steinmann<sup>4)</sup>、Jelinek-Brill<sup>5)</sup>らは、単結晶氷の遷移クリープ過程における歪が、時間 $t$ とともに、ほぼ

$$\epsilon = kt^2 \quad (4.1)$$

なる形で増大することを見出した。これは、一般の多結晶体や、多くの金属の単結晶体において、歪の増大とともに歪速度が次第に減少して変形し難くなる、いわゆる「加工硬化」(work-hardening)と丁度逆の現象で、「加工軟化」(work-softening)といわれている。

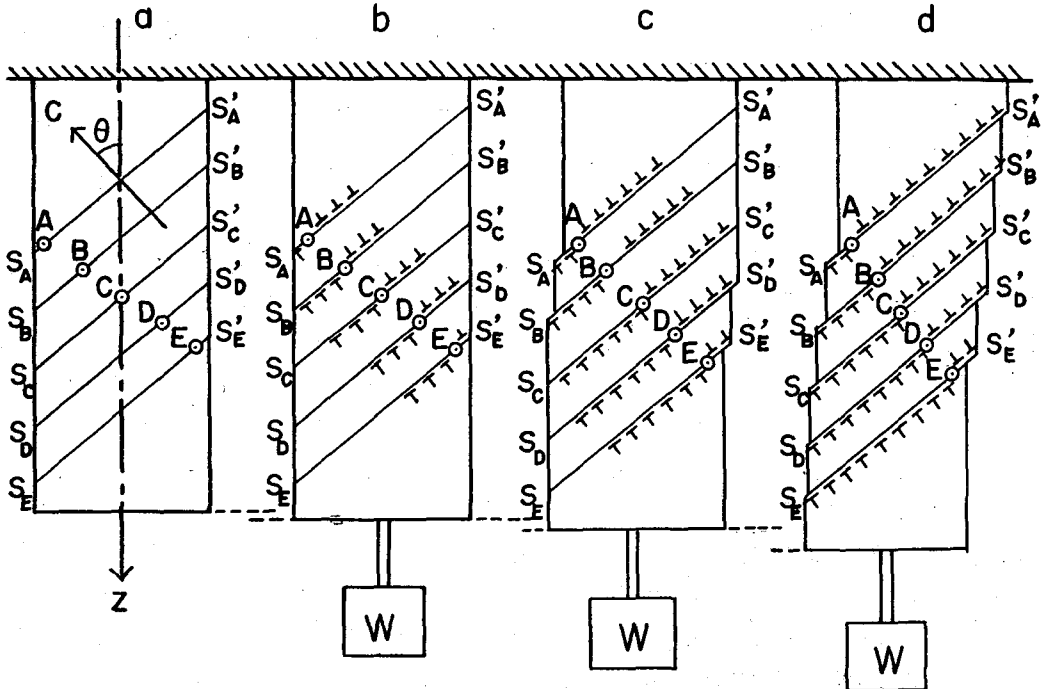
金属の加工硬化については、G. I. Taylor 以来、多くの研究者が転位論的な説明を試みているが、中でも、等軸晶金属の加工硬化に関する Lomer-Cottrell の理論は有名である。等軸晶系に属する物質は、多くの迂り系をもっているために、異なった迂り系の迂り面上を移動する転位同士が交叉して、不動転位 (Lomer-Cottrell の不動転位) を形成する結果、そこに転位の堆積がおこり、転位が迂り面上を移動できなくなって変形し難くなる。単一の迂り系しかない六方晶物質においては、この種の不動転位の形成はありえないので、加工硬化はおこり難いとされている。氷も六方晶物質であって、単一の迂り系しかもないから、この理由によって加工硬化し難いことは一応説明できるが、これは加工軟化の理由とはならない。何故ならば、硬化しない変形の過程には、荷重直後から歪速度が一定に保たれる定常クリープがおこり、軟化も硬化もしないで変形が進行する過程もありうるからである。単結晶氷は、はじめにのべたように、荷重後数百分位の間は、歪速度が時間の経過とともに次第に増大する過程をたどり、その後、定常クリープ変形に到達するのである。Steinmann<sup>4)</sup>の実験によると、加工軟化の継続時間  $T$  は、底面に働く剪断応力  $\tau$  の大小によって変化する。たとえば、 $\tau$  が  $1.9 \text{ kg/cm}^2$ 、 $0.65 \text{ kg/cm}^2$  のときの  $T$  は、それぞれ、約 200 分および 800 分である (Steinmann は、このことに関して、何もふれていないが、彼の論文に掲載されている図から筆者がよみとったのである)。

このような、氷の加工軟化については、Jelinek-Brill<sup>5)</sup>が、転位を用いて、定性的にごく簡単に説明した例はあるが、詳細な議論は見当たらない。そこで、今までのべてきた議論をそのまま用いて、氷の加工軟化の説明をこころみた。何故ならば、もし前節までののべた氷の塑性変形に関する考えが正しいならば、(4.1)式で表わされる加工軟化の現象や、Steinmann の加工軟化の継続時間などを、それによって説明できるはずである。もし、定性的にも、量的にもうまく説明することができるならば、いままでのべてきた考えが正しいことの1つの支持になるであろう。



## (2) 氷の加工軟化の転位論的解釈

今、直径が  $D$ 、長さが  $l_0$  の円柱形の単結晶氷に、一定荷重  $W$  を加えて単純引張りを行な



第1図 単結晶氷は一定荷重を加えたばあいにおける氷の加工軟化の現象が、転位の発生、移動によっておこることを示した模型図。図はすべて、結晶主軸(c軸)を含む面で円柱形の単結晶氷を切った断面を示してある。円柱軸(z軸)とc軸とのなす角は $\theta$ である。c軸方向と直角に交わる線  $S_A S'_A, S_B S'_B, \dots$  は結晶底面を示す。 $S_A S'_A, S_B S'_B, \dots$  上にかいた丸印は、それぞれの底面に含まれるフランク・リード源(F-R源)の位置を示している。A, Eで印したF-R源は、試料の周縁部, Cは中心部, B, Dはその中間に位するF-R源である。この単結晶氷に一定荷重  $W$  をかけて、単純引張りを行なったときの氷の変形過程を、図のb, c, dに示した。

a 荷重前の状態

b この氷に一定荷重  $W$  をかけた直後の状態。荷重  $W$  によって底面に剪断応力  $\tau_w$  が働く。氷体中に存在するF-R源のうち、長さ  $l$  が、 $l > Gb/\tau_w$  の関係を満足するものだけが転位を増殖しうる(図に白丸で示したF-R源はすべて  $W$  によって活動しうるものを表わしている)。各F-R源から発生した転位は、 $\tau_w$  によってきまる速度  $v_w$  で底面上を移動する。大部分のF-R源から発生した転位線は、まだ試料の表面に達していない。

c 荷重後、かなりの時間が経過したときの状態。各F-R源から発生した転位群のうち、かなりのものが表面にぬけ出すようになる。氷の歪速度は、単位時間内に転位が走査する面積の増加率に比例する。従って、そのとき、氷体中に存在する転位の総数および転位の移動速度に比例する。一定荷重  $W$  を加えて氷を変形させるばあいには、底面上に働く剪断応力  $\tau_w$  の値が常に一定だから、転位の移動速度  $v_w$  も一定である。それで、歪速度は、そのとき氷体中に存在する転位の総数だけに比例して増大することになる。この図のばあい、図bのときよりも転位の総数ははるかに増加しているのだから、歪速度も、ずっと大きくなっていることがわかる。

d 各F-R源から発生した転位群の先頭が、すべて表面に到達したときの状態。このばあい、上にのべた理由によって、図cのときよりもさらに歪速度が大きくなっている。しかし各F-R源から単位時間内に発生する転位の数と、表面を通して外部にぬける転位の数がひとしくなったため、これ以上歪速度は増さない。単結晶氷の加工軟化は、荷重をかけた瞬間から、このときまでつづく。これから以後は、歪速度が一定となり、定常変形過程に入る。

ったばあいについて考えてみよう。第1図 a に、結晶主軸 (c 軸) を含む面で試料を切った断面を略図で示した。引張り方向 ( $z$  方向) と c 軸のなす角を  $\theta$  とする。氷体中に存在する F-R 源は各底面内の勝手な位置に分布しているとする。すなわち、ある同一の長さをもつ F-R 源の分布密度は、試料の周縁部においても、中心部においても同一であると仮定するのである。図の底面  $S_A S'_A$ ,  $S_B S'_B$ , …… 上に書いた白丸は、それぞれの底面に含まれる F-R 源の位置を表わしている。A, E で印した F-R 源は、試料の周縁部にあり、C は中心部、B, D はその中間に位する F-R 源である。この氷に一定荷重  $W$  をかけて、単純引張りを行なったときの変形の過程を、図の b, c, d に示した。 $W$  によって、底面に生ずる最大剪断応力  $\tau_w$  は

$$\tau_w = \frac{4W}{\pi D^2} \sin \theta \cos \theta \quad (4.2)$$

である。 $\tau_w$  が働くと、氷体中に存在する F-R 源のうち、長さ  $l$  が

$$l > Gb/\tau_w \quad (4.3)$$

の関係を満足するものだけが、転位を増殖しうる。この条件を満足する F-R 源の数を  $N$  とすると、 $N$  は試料の質と、 $\tau_w$  によってきまる一定の値である (第1図に白丸で示した F-R 源は、すべて、この  $N$  個の F-R 源を代表して書いたものである)。図 b に、荷重直後の試料の状態を示した。 $N$  個の F-R 源から発生したすべての転位は、応力  $\tau_w$  と、その時の温度  $T$  によってきまる速度  $v_w$  で、底面上の最大剪断応力の方向にそって移動する。

F-R 源が転位を増殖しはじめると、その底面にそって、氷は迂り変形をおこす。この際、報告 II の第 V 節でのべたように、発生した転位群の先頭転位 (leading dislocation) が表面に達して、外部にぬけはじめる前と後とは、この転位群の変形への寄与のしかたがちがう。

先頭転位が表面に達するまでは、この F-R 源から発生する転位全体による迂り速度  $\dot{s}$  は、すでに報告 II の (3.8) 式で与えられているように

$$\dot{s} = bv_w \dot{n}_w t/a \quad (4.4)$$

である。ここに  $a$  は迂り面の迂り方向 (氷のばあい最大剪断応力の方向と一致する) の長さ、 $b$  は転位のバーガース・ベクトルの大きさ、 $v_w$  は、応力  $\tau_w$  によってきまる転位の移動速度、 $t$  は荷重後の経過時間、 $\dot{n}_w$  は F-R 源からの転位の発生速度である。 $\dot{n}_w$  は、報告 II の (3.3), (3.4) 式に与えられたように、応力  $\tau_w$  によって活動しうる F-R 源のうち、最短のもの長さ  $l_w (= Gb/\tau_w)$  によってきまる値であって、活動するすべての F-R 源に共通の値である。

$$\dot{n}_w \sim v_w/\pi l_w = v_w \tau_w/\pi Gb \quad (4.5)$$

よって、(4.4) 式は

$$\dot{s} = \left( \frac{bv_w^2}{\pi a l_w} \right) \cdot t \quad (4.6)$$

あるいは

$$\dot{s} = \left( \frac{v_w \tau_w}{\pi a G} \right) \cdot t \quad (4.7)$$

(4.6)式,あるいは,(4.7)式の右辺の括弧の中は1つの試料について一定の値だから,迂り速度 $\dot{s}$ は,荷重後の経過時間 $t$ に比例して増大することになる。

荷重後しばらくの間は,第1図**b**に示したように,大部分のF-R源から発生した転位群の先頭転位は,まだ表面に達していないから, $\tau_w$ によって活動をはじめた $N$ 個のF-R源を含む底面における迂り速度は,すべて,(4.6)式,あるいは(4.7)式に従うと考えてよい。試料全体の迂り速度を $\dot{\Gamma}$ とすると

$$\dot{\Gamma} = N\dot{s} = \left( \frac{Nbv_w^2}{\pi al_w} \right) \cdot t \quad (4.8)$$

となる。よって,荷重後 $t$ 時間たった瞬間における迂り量 $\Gamma$ は,(4.8)式を積分して

$$\Gamma = a't^2 + c$$

となる。ここに $a' = \frac{Nbv_w^2}{2\pi al_w}$ ,  $c$ は積分常数である。 $t=0$ のとき, $\Gamma=0$ だから, $c=0$ となり,上式は結局

$$\Gamma = a't^2 \quad (4.9)$$

となる。迂り量 $\Gamma$ は,歪 $\epsilon$ に比例するから,その比例常数を $a''$ とすると, $\epsilon = (a'a'')t^2$ となる。よって, $a = a'a''$ とおくと

$$\epsilon = at^2 \quad (4.10)$$

がえられる。これは,本節のはじめにのべたように,氷が加工軟化することを示す式であってJellinek-Brill<sup>9)</sup>らが,単結晶氷の加工軟化について見出した式と一致している。

荷重後,かなりの時間が経過すると,第1図**c**に示したように,発生した転位群の半分くらいの数の先頭転位が表面に達して,外部にぬけ出すようになる。先頭転位が表面にぬけ出してからのちの迂り面での迂り速度 $\dot{s}$ は,時間の経過 $t$ とは無関係となり,報告IIの(5.2)式により

$$\dot{s} = b\dot{n}_w \quad (4.11)$$

で与えられる。一たんこの状態に達したのちは,このF-R源から発生した転位による迂り速度は,一定値 $b\dot{n}_w$ に保たれ,それ以上には増大しない。

このような状態に達する転位群の数が,時間 $t$ の経過とともに次第に増大するので,(4.9)式で与えられる氷全体の迂り速度 $\dot{\Gamma}$ は,時間の経過にともない。次第に減少する。

第1図**d**に示したように,先頭転位のすべてが表面に到達したのちは,迂りをおこした各底面での迂り速度 $\dot{s}$ はすべて,(4.11)式で与えられ,時間がたっても,もはや増大しなくなる。このときの氷全体の迂り速度 $\dot{\Gamma}$ は, $\dot{\Gamma} = N(b\dot{n}_w)$ となる。(4.5)式を用いると,上式は

$$\dot{\Gamma} = Nbv_w/\pi l_w = Nv_w\tau_w/\pi G \quad (4.12)$$

これは,報告IIの第V節の定常変形過程で求めた式(5.5)式に対応する式である。

(4.12)式の右辺は一定値だから, $\dot{\Gamma}$ も一定となる。この状態が,定常クリープの過程である。

応力  $\tau_w$  によって発生した転位群の先頭転位のうち、最後に試料の表面にぬけるのは、試料の周縁部にある F-R 源 (図の F-R 源 A または E) から出たものである。荷重をかけてから、すべての先頭転位が表面にぬけ出すまでに要する時間、換言すれば、荷重をかけてから、定常クリープに達するまでに要する時間  $T$  が、氷の加工軟化のつづく時間にひとしいと考えられる。そこで次は、 $T$  を計算して、それを前にのべた Steinemann の実験値と比較してみよう。

加工軟化継続時間  $T$  は、上にのべたことにより

$$T = a/v_w \quad (4.13)$$

である。Steinemann<sup>4)</sup> が実験に用いた単結晶氷の試料において、迂り面の迂り方向の長さは 4~5 cm であったから、上式の  $a$  として、4.5 cm を用いる。応力  $\tau_w$  を与えると、報告 II の (6.6) 式によって転位の移動速度  $v_w$  が求まるから、(4.13) 式を用いて、いろいろな大きさの応力に対する  $T$  がえられる。

第 III 表に、 $\tau = 0.65 \text{ kg/cm}^2$ ,  $1.9 \text{ kg/cm}^2$  に対して求めた計算値  $T_c$  と、Steinemann の実験値  $T_0$  とを比較してかかげた。これによると、筆者の計算値と、Steinemann の実験値とはかなりよく一致していることがわかる。

以上のように、報告 I でのべた氷の転位、転位の増殖源などの概念、報告 II でのべた氷の塑性変形の機構、転位の移動速度などを用いると、単結晶氷の加工軟化の現象を、量的にもうまく説明できることがわかった。これは、今までのべてきた氷の転位に関する考えが、ひどくは間違っていないことの 1 つの証拠となるであろう。

## V. ま と め

この報告では、はじめ、氷の結晶における転位の増殖源 (フランク・リード源; F-R 源) の長さの頻度分布について、くわしく議論した。つぎに、その結果を用いて、古くからよく知られている氷の層構造について量的な考察を行ない、氷の単元層に対する 1 つの解釈をのべた。最後に、今までのべてきた氷の塑性変形に関する転位論的な考えを用いて、単結晶氷の特長な性質の 1 つである「加工軟化」について、ひとつの解釈をこころみだ。えられた結果をまとめると、次のようなことがいえる。

(1) 氷に含まれる転位の増殖源 (フランク・リード源; F-R 源) は、長いものほど数が少なく、短いものほど多い。氷の塑性変形に大きな役割をはたす F-R 源の長さ  $l$  の頻度分布の形は  $l$  が短くなるにつれて、双曲線的に増加するような型である。

(2) 単結晶氷の塑性変形に対して関係のある F-R 源の長さの範囲は、1~70  $\mu$  のていどである。

(3) 迂り面に働く剪断応力  $\tau$  の大小によって、活動しうる F-R 源の長さの範囲がちがってくる。いろいろな値の  $\tau$  に対してきまる、活動しうる F-R 源の長さの最小値  $l_N$  と、平均値

第 III 表 単結晶氷の加工軟化継続時間の計算値  $T_c$  と実験値  $T_0$  との比較

$\tau_w$	$T_c$	$T_0$
0.65 kg/cm <sup>2</sup>	~800 分	~800 分
1.9	~160	~200

$l_m$  とを、第 I 表に掲げた。

(4) 氷の構造は、単元層とよばれる薄い層が次々に重なった層構造であることは古くから知られている。従来、この単元層の厚さを測定した 2, 3 の例がある。それは、単結晶氷を塑性変形させたとき、表面に生ずる迂り線の平均間隔をもって、単元層の厚さとしたのである。筆者は、この問題を転位論的に考え、迂り線の間隔が、迂り面に働く応力  $\tau$  の大小によって、変化することを示した。いろいろな大きさの  $\tau$  が迂り面に働いたとき、氷の表面に生ずる迂り線の平均間隔を計算で求め、それを第 II 表に掲げた。

(5) 単結晶氷に一定荷重を加えてクリープ変形を行なったばあい、氷は、歪の増大とともに歪速度が次第に増加し、いわゆる加工軟化の現象を示す。報告 I, II でのべた氷の塑性変形に関する転位論的な考えを用いると、従来実験的に得られている加工軟化曲線を、定性的にも量的にもうまく説明できることがわかった。

おわりに、終始御指導をいただいた吉田順五教授に厚く御礼申し上げます。また、御批判御討論して下さった原子力研究所の鈴木秀次博士に感謝致します。

なお、この研究に費した費用の一部は、文部省の科学研究費から支出された。

## 文 献

- 1) 若浜五郎 1962 氷の塑性変形について I, II, III. 低温科学, 物理篇, **20**, 57-116.
- 2) Nakaya, U. 1958 Mechanical properties of single crystals of ice, I. SIPRE Research Report, **28**, 1-44.
- 3) 若浜五郎 1960 積雪の薄片を応用した積雪の組織と内部歪の研究 I. 低温科学, 物理篇, **19**, 37-72.
- 4) Steinemann, S. 1954 Results of preliminary experiments on the plasticity of ice crystals. Jour. Glaciol., **2**, 404-412.
- 5) Jellinek, H. H. G. and Brill, R. 1956 Visco-elastic properties of ice. Jour. Appl. Phys., **27**, 1198-1209.

(註) 一般的な参考書としては

Cottrell, A. H. 1953 Dislocations and plastic flow in crystals. Oxford.

## Résumé

(1) **The length of Frank-Read sources in ice crystals.** In the previous papers a theory on the plastic deformation of ice crystal was developed upon the assumption that there are located in the basal planes of the crystal Frank-Read sources of dislocation of different lengths  $l_0, l_1, l_2, \dots$ . But no mention was made on the frequency distribution of the lengths of the sources, that is, on how many sources would have the lengths lying between  $l$  and  $l + \Delta l$ . Here a consideration will be offered on that frequency distribution.

That the stress rises linearly with time in the early stage of extension or compression of the ice plate as mentioned in the previous papers suggests that the Frank-Read source

in one basal plane is brought into play every time the shear stress  $\tau$  on the basal planes is increased by a certain definite amount  $\Delta\tau_0$ . Then the number  $\Delta N$  of Frank-Read sources set to work by an increment  $\Delta\tau$  of  $\tau$  is given by

$$\Delta N = \Delta\tau / \Delta\tau_0. \quad (1)$$

Since  $\tau = Gb/l$  as stated in the previous papers, formula (1) is transformed into

$$\Delta N = -\left(\frac{Gb}{\Delta\tau_0}\right) \frac{1}{l^2} \Delta l, \quad (2)$$

which gives, when integrated,

$$N = \frac{Gb}{\Delta\tau_0} \left( \frac{1}{l} - \frac{1}{l_0} \right). \quad (3)$$

Formulae (2) and (3) give respectively the frequency distribution of  $l$  and the number of Frank-Read sources that have lengths between  $l$  and  $l_0$ ,  $l_0$  being the largest length allowed for a Frank-Read source to have. As seen from formula (2), the Frank-Read sources of shorter lengths are more in number than those of longer lengths.

When the ice crystal is undergoing deformation under such a force as to produce a shear stress  $\tau$  on the basal planes, the Frank-Read sources of lengths from  $l_0$  down to  $l_N = Gb/\tau$  are causing slips on the basal planes in which they are located. From the above formulae the mean value  $l_m$  of the lengths of such Frank-Read sources is known to be

$$l_m = \frac{Gb \log_e(\tau/\tau_c)}{\tau - \tau_c} = \frac{l_0 l_N \log_e(l_0/l_N)}{l_0 - l_N}. \quad (3)$$

Here  $\tau_c$  is connected to  $l_0$  by the relation  $\tau_c = Gb/l_0$ . The values of  $l_N$  and  $l_m$  are listed in Table I of the text for different values of  $\tau$  of practical interest.

(2) **The layer-structure of ice crystal.** Ice crystal is known to be of layer-structure, being a pile of thin plates called elementary layers lying at right angles to the c-axis of the crystal. Nakaya found by the method of shadowing that the elementary layers are  $60 \mu$  thick.

As mentioned in the previous papers, those basal planes of ice crystal that can actually slip are restricted to a small number because of the interferences between the dislocations located in different near basal planes. Then the elementary layers will likely be such layers lying between two adjacent slipping planes. But, as stated before, the present author found that spacing between two nearest slip lines on the surface of stressed ice crystal is  $10 \sim 20 \mu$  in contradiction to Nakaya's value.

If the spacing between two adjacent slipping planes under shear stress  $\tau$  is denoted by  $h$ , it is shown by the formulae obtained so far that  $h$  is given by

$$h = \frac{\tau_1 - \tau_c}{\tau - \tau_c} h_1, \quad (4)$$

where  $h_1$  means the spacing at shear stress  $\tau_1$ . Therefore the spacing at any  $\tau$  can be calculated if the spacing at a special value of  $\tau$  is known. In Table II of the text are listed the values of  $h$  calculated on the basis of the experimental result that  $h_1 = 15 \mu$  for  $\tau_1 = 3.2 \text{ kg-wt/cm}^2$  at  $-10^\circ\text{C}$ . The critical shear stress  $\tau_c$  is equal to  $200 \text{ gr-wt/cm}^2$ . As

seen from that table  $h$  is near  $60 \mu$  when  $\tau$  is  $1 \text{ kg-wt/cm}^2$ . Nakaya's observations were made on rods cut out of large single crystals of ice loaded at their centres. The present author supposes that Nakaya's rods were subjected to shear stresses near  $1 \text{ kg-wt/cm}^2$  on their basal planes.

(3) **The work-softening of a single crystal of ice.** Jellinek and Brill (Reference 5) found that the extensive strain  $\epsilon$  of a single crystal of ice stressed by a constant load increases according to the formula

$$\epsilon = kt^2 \quad \text{or} \quad \dot{\epsilon} = 2kt, \quad (5)$$

where  $t$  is time counted from the moment of applying the load. That the time rate  $\dot{\epsilon}$  of change in the strain increases with time means that the ice crystal becomes soft as the work done by the load is accumulated. In that sense this phenomenon is called work-softening.

The phenomenon of work-softening can be explained as below if it be taken into consideration that the advancing speed of dislocation in ice crystal is very small and that the Frank-Read sources are located at different distances from the surfaces of the ice crystal. In Fig. 1 of the text a column of ice crystal is loaded at its lower end with load  $W$ . In this case, unlike the cases so far considered in which the ice crystals were extended or compressed at constant speeds, every basal plane is subjected to a definite shear stress  $\tau_w$  from the beginning. Therefore all those Frank-Read sources of lengths larger than  $Gb/\tau_w$  begin to generate dislocations at the application of the load. The oblique lines in Fig. 1 are those basal planes that have such Frank-Read sources represented by dotted circles. With expansion of the generated dislocations the basal planes begin to slip, but those slips remain partial at first because it takes much time for the dislocations to reach the surfaces of the column on account of their small speed of advancement. Figure **b** of Fig. 1 shows this situation with a little increase in  $\epsilon$  due to the partial slips. Then comes the situation of figure **c** where the dislocations from the Frank-Read sources located near the surfaces have already reached the surfaces resulting in a larger increase in  $\epsilon$ . Finally all the basal planes come to make whole slips as shown in figure **d**. The calculation made on this line of thought by the use of the formulae obtained so far gives

$$\dot{\epsilon} = at, \quad (6)$$

which equation is the same as that obtained experimentally by Jellinek and Brill.

The time  $T$  needed to reach the final state (figure **d** of Fig. 1) of steady creep is given by

$$T = a/v_w. \quad (7)$$

Here  $a$  is the linear dimension of the basal planes while  $v_w$  represents the advancing speed of the dislocations. In Table III of the text are shown  $T_c$ , the values of  $T$  calculated by equation (7) and  $T_o$ , the values of  $T$  observed by Steinemann (Reference 4). Good agreement is seen between  $T_c$  and  $T_o$ .