



Title	積雪の光に対する散乱・吸収係数測定法試案
Author(s)	大浦, 浩文; 小林, 大二
Citation	低温科学. 物理篇, 23, 87-98
Issue Date	1965-03-30
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/18023
Type	bulletin (article)
File Information	23_p87-98.pdf



[Instructions for use](#)

積雪の光に対する散乱・吸収係数測定法試案*

大浦浩文・小林大二

(低温科学研究所 気象学部門)

(昭和39年11月受理)

I. ま え が き

積雪の光に対する性質として、これまで透過光の減衰係数、積雪表面でのアルベド等が測定されているが、そのときの積雪の状態に関する記述が不明瞭で、単に新雪、旧雪とだけ述べているものが多い。勿論、地球物理学的にはそれだけでも意味があるが、更に掘り下げて、それ等の測定値と積雪各層の構造との関係を見付ける事が望ましい。その為には先づ積雪各層の基本的な光学特性と、減衰係数やアルベドとの関係を調べ、次に積雪の構造と基本的な光学特性との関係を調べる必要がある。

基本的な光学特性としては、散乱係数と吸収係数とが独立変数として認められる。そこで散乱係数、吸収係数を測定する事が第1段の仕事となる。この方針に沿って前に著者の1人は減衰係数とアルベドとから散乱係数と吸収係数とを求め、これ等と単位体積中の積雪粒子数との関係を求めた¹⁾。当時は未だ積雪の薄片を作る方法が知られていなかったので、単位体積中の積雪粒子数は、積雪の密度をその積雪の平均粒径の氷粒の質量で割って求めた。平均粒径は、積雪を崩して積雪粒子の顕微鏡写真を撮り、これから求めた。現在はアニリン法によって容易に積雪の薄片ができ、積雪の構造を顕微鏡で調べることができるようになった。ところが自然積雪では層毎に構造が異っているのに、その層の厚さが薄いので、透過光の減衰係数を測定するのに必要な厚さを持った均一な層を得ることは困難である。したがって、自然積雪をそのまま使ったのでは、積雪の構造と光学的性質との間の関係を調べることができない。そこで、我々は自然積雪の同一層から板状の試料を何枚か採集して積み重ね、減衰係数測定に必要な厚さの積雪を得ることができた。しかし、こうして得られた試料の上面は面積が狭いので広い面積を必要とするアルベドの測定には不向きである。そこで、アルベドに代って散乱・吸収係数を含んでいて、しかも小さい試料を用いても測定できる物理量を求め、これと減衰係数とから散乱・吸収係数を求める事にした。

我々が用いた量は、積雪層の真中に、色によって選択吸収をしない灰色フィルターを挿し入れた時の積雪層の光の透過率 T' と、フィルターを入れない場合の透過率 T との比 $F=T'/T$ である。これをフィルター率と呼ぶ事にする。このフィルター率と減衰係数とから散乱係数と

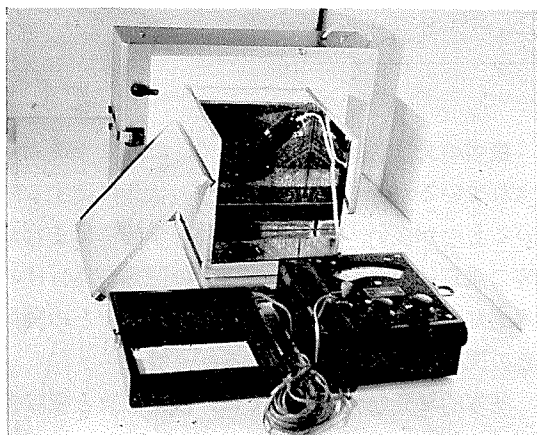
* 北海道大学低温科学研究所業績 第699号

吸収係数とを算出することができる。ここでは、これ等の係数の算出に必要な実験と算出の手続きとを述べ、数種類の積雪について試みた結果を報告する。将来はこの方法を使って得られる散乱係数、吸収係数と積雪粒子の大きさ、密度との関係を調べたいと考えている。

II. 測定装置及び測定法

測定装置全体を第1図に示してある。拡散光の光源としては、プラスチックの乳白板を15 Wの蛍光灯2本で照らしたものをを用いた。光源の前には、光源面に垂直な軸を持った、したがって、軸が水平な四角筒が置いてある。

四角筒の断面は内法が20 cm×20 cmで長さが25 cmである。積雪の試料を入れるのが容易な様に、四角筒の1つの側面は取外しができる。写真では上面が取り外され、横に立てかけてある。四角筒の内面には鏡が貼りつけてある。したがって、断面が20 cm×20 cmで或る厚さを持った積雪の板をこの中に入れると、鏡による像ができるため、その厚さの無限に広い積雪の板となる。積雪の板の後面には黒い板を押しつけてある。これで



第1図 測定装置

反射率がほとんど零の面上に積った積雪に相当するものが出来上る。黒い板の中央には黒い色をした東芝製の光電池照度計を埋め込んだ。写真では積雪の板はよく見えないが、後面にある照度計を埋め込んだ黒い板は見える。又よく注意すれば内側面に鏡が貼つてある事もわかる。

積雪の試料は一樣であると思われる1つの層から何枚も採集し、必要な厚さになるまで重ねて用いた。

フィルター率 F の測定には一応16 cmの厚さの積雪を用いた。透過率 $t=0.79$ のフィルターを中央、すなわち表面から8 cmの所に入れた時の照度と、入れない時の照度との比を測定して F を求めた。又フィルターの代りに5.5 mm幅の黒い薄板を格子状に並べて隙間の面積の割合が0.79になる様にしたもの、或いは1.1 cm幅の黒い薄板で作った同様のものも用いたが、測定誤差の範囲で同じ結果が得られた。

減衰係数を求めるには積雪の厚さをだんだん薄くして底面に達する光の量を測定し、厚さと底面での照度との関係を調べ、それから計算によって求めた。

III. 透過光の減衰とフィルター率

ここでは問題を1次元に限定して考える。積雪は均一な構造を持っており、表面は水平であるとする。表面には方向性の無い拡散光が上方から入射する。表面での照度は何処でも一樣である。表面から x の深さに水平面を考え、その単位面積を上から下へ通過する光の総量を

A 、上に向う光の総量を B とする。厚さ dx の層を通過する間に、 A はその $2s dx$ 倍、即ち $2sA dx$ だけ散乱され、 $kA dx$ だけ吸収される。散乱に方向性が無いとすれば、散乱光の半分 $sA dx$ は下方に向い、残りの $sA dx$ は上方に向う。 B についても同様の事が起る。これ等を式に書くと

$$\frac{dA}{dx} = -kA - s(A-B), \quad \frac{dB}{dx} = kB - s(A-B) \quad (1)$$

となる。但し、 $k \geq 0$, $s \geq 0$ である。ここに k を吸収係数、 s を散乱係数と呼ぶ。斎藤鍊一は積雪の厚さを h とし

$$x = 0 \text{ で } A = A_0; \quad x = h \text{ で } B_h = \mu A_h, \quad (2)$$

として (1) 式を解いた²⁾。 μ は $x=h$ なる面における反射率で $0 \leq \mu \leq 1$ なる制限がある。斎藤の得た解を書き直すと次の様になる。

$$\frac{A}{A_0} = \frac{(s-s\mu+k+\lambda)e^{\lambda(h-x)} - (s-s\mu+k-\lambda)e^{-\lambda(h-x)}}{(s-s\mu+k+\lambda)e^{2h} - (s-s\mu+k-\lambda)e^{-2h}} \quad (3)$$

$$\frac{B}{A_0} = \frac{(s-s\mu-k\mu+\lambda\mu)e^{\lambda(h-x)} - (s-s\mu-k\mu-\lambda\mu)e^{-\lambda(h-x)}}{(s-s\mu+k+\lambda)e^{2h} - (s-s\mu+k-\lambda)e^{-2h}} \quad (4)$$

ここに

$$\lambda = \sqrt{k(k+2s)} \quad (5)$$

である。

反射率が μ である面上に厚さ h の均質な積雪があると考える。透過度 $T \equiv A_h/A_0$ 、表面でのアルベド $R \equiv B_h/A_0$ は (3), (4) 式より μ, s, k, h の函数として求められ、次式の様に表わされる。

$$\begin{aligned} T(\mu, s, k, h) &= \frac{2\lambda}{(s-s\mu+k+\lambda)e^{2h} - (s-s\mu+k-\lambda)e^{-2h}} \\ &= \frac{2\lambda e^{-2h}}{s-s\mu+k+\lambda} \left/ \left(1 - \frac{s-s\mu+k-\lambda}{s-s\mu+k+\lambda} e^{-2h} \right) \right. \end{aligned} \quad (6)$$

$$R(\mu, s, k, h) = \frac{s-s\mu-k\mu+\lambda\mu}{s-s\mu+k+\lambda} \cdot \frac{1 - \frac{s-s\mu-k\mu-\lambda\mu}{s-s\mu-k\mu+\lambda\mu} e^{-2h}}{1 - \frac{s-s\mu+k-\lambda}{s-s\mu+k+\lambda} e^{-2h}}, \quad (7)$$

$$R(\mu, 0, k, h) = \mu e^{-2h} \quad (7a)$$

(6), (7) 式中にある e^{-2h} の係数

$$\alpha \equiv \frac{s-s\mu+k-\lambda}{s-s\mu+k+\lambda}, \quad \beta \equiv \frac{s-s\mu-k\mu-\lambda\mu}{s-s\mu-k\mu+\lambda\mu}$$

を考える。これ等は μ が 0 から 1 まで増加すると単調に減少する函数である。 α は $s \geq 0, k \geq 0, 0 \leq \mu \leq 1$ なる条件の下では s, k, μ の如何なる値に対しても絶対値は 1 を超えない。 β は、 μ を

$$0 \leq \mu \leq \frac{s}{k+s} \quad (8)$$

の範囲に限れば

$$|\beta| \leq 1 \quad (9)$$

である。いま

$$\lambda h > 2.65 \quad (10)$$

ならば、 $e^{-2\lambda h}$ は、ほぼ 0.005 であるから、(6) 式は 0.5% 以下の誤差で、(7) 式は 1% 以下の誤差で、次の様に表わす事ができる。

$$T(\mu, s, k, h) \doteq \frac{2\lambda}{s-s\mu+k+\lambda} e^{-2\lambda h} \quad (6')$$

$$R(\mu, s, k, h) \doteq \frac{s-s\mu-k\mu+\lambda\mu}{s-s\mu+k+\lambda} = \frac{s}{s+k+\lambda} \quad (7')$$

減衰係数測定法 これまで減衰係数の測定には、いろいろな深さに照度計を挿入して照度 A を測定し、 $A=A_0 \exp(-\lambda x)$ から求めていた。しかし、照度計の反射或は吸収のため、正しい A 、すなわち、照度計を挿入しない場合のその面での照度を測定する事が出来なかった。しかもその誤差がどれ程であるかを算定する手段も無かった。この様な理由と、まえがきに述べた様に、均一な積雪について構造と光学特性との関係を調べるといふ目的を達するため、今回は自然に積った積雪ではなく、そこから採集した小さな試料によって λ を決定する事にし、 λ を求める方法を少し変えた。すなわち、底面の μ 一定のまま雪の厚さを変えて A_h を測定すれば (6') 式により λ を求める事ができる。実際は測定装置である光電池照度計が黒いので $x=h$ の底面には黒い板を置き、その中に照度計を埋め込んで A を測った。この方式のよい点は、照度計の反射率をも考えに入れた (6') 式を使うことができる点である。

(6') 式の係数 $2\lambda/(s-s\mu+k+\lambda)$ は、 h の大きな場合の照度測定から外挿して得られる $h=0$ における照度と、 $h=0$ における実際の照度との比である。したがって、上記の方法で λ の値を求めると同時に (6') 式の係数を求めることによって、 k 、 s を求める事ができる。しかし、我々の装置では $h=0$ における照度を正しく求める事は難しいし*、又外挿による誤差も小さくないと思われるので、今回はこの方法は用いない事にした。

フィルター率測定法 まえがきで定義した様に、フィルター率 F は積雪層にフィルターを挿入した時の積雪層の透過率 T' と、フィルターが無い場合の透過率 T との比、すなわち、 $F=T'/T$ である。

$x=p$ の面に透過率 t のフィルターを入れた場合の F は理論的にはどう表わされるのだろうか。フィルター両面での反射をひとまとめにして、入射光に対する反射光の割合を r 、残りの光がフィルターの厚みを通る間に吸収される割合を a とすると、 t 、 r 、 a の関係は

* 我々の装置では拡散光源として乳白色板で拡散された光を使ったので、乳白色板と $x=0$ の面との距離が数 cm しかなかった。したがって、照度計の反射率が光源の明るさに影響するから、照度計を $x=0$ に置いて得られた値は、実際に雪の表面がそこにあった場合と異った値を示している筈である。

$$t = (1-r)(1-a) \quad (8)$$

であらわされる。

フィルターの上面の A , B の値を A_p , B_p とし, 下面の値を A'_p , B'_p とすると

$$A'_p = tA_p + rB'_p \quad (9)$$

$$B_p = tB'_p + rA_p \quad (10)$$

なる関係がある。(9), (10) 式から

$$\frac{A'_p}{A_p} = \frac{t}{1-rR'_p} \quad (11)$$

$$\frac{B_p}{A_p} = \frac{t^2}{\left(\frac{1}{R'_p} - r\right)} + r \equiv \mu_p \quad (12)$$

が得られる。ここに

$$R'_p \equiv B'_p/A'_p \quad (13)$$

である。 R'_p はフィルターより深い均質層 $p \leq x \leq h$ を考えた時における表面 $x=p$ でのアルベドを表わしているから, 底面 $x=h$ における反射率 μ が決まれば (7) 式から求められる。すなわち

$$R'_p = R(\mu, s, k, h-p) \quad (14)$$

で表わされる。(12) 式の μ_p は, 挿入したフィルターより上の均質層 $0 \leq x \leq p$ を考えたときの底面, すなわちフィルターの上面での反射率をあらわしている。

フィルター挿入時における底面での照度を A'_h とすると, この時の透過率 T' は

$$T' = \frac{A'_h}{A_0} = \frac{A_p}{A_0} \cdot \frac{A'_p}{A_p} \cdot \frac{A'_h}{A'_p} \quad (15)$$

である。(15) 式の右辺第 1 項は均質層 $0 \leq x \leq p$ の透過率で, (6) 式により

$$A_p/A_0 = T(\mu_p, s, k, p), \quad (16)$$

第 3 項は均質層 $p \leq x \leq h$ の透過率で, 同様にして

$$A'_h/A'_p = T(\mu, s, k, h-p) \quad (17)$$

で表わされる。したがって (15) 式は, (16), (11), (17) 式により

$$T' = T(\mu_p, s, k, p) \cdot \frac{t}{1-rR'_p} \cdot T(\mu, s, k, h-p)$$

で表わされる。ここに R'_p , μ_p は (14), (12) 式で与えられる。

したがって, フィルター率 F は

$$F = \frac{T'}{T(\mu, s, k, h)} = \frac{T(\mu_p, s, k, p) T(\mu, s, k, h-p)}{T(\mu, s, k, h)} \cdot \frac{t}{1-rR'_p} \quad (19)$$

で与えられる。 λh が充分大きく, (6') 式の近似が使えるときは

$$F \doteq \frac{2\lambda}{s+k+\lambda-s\mu_p} \cdot \frac{t}{1-rR'_p} \quad (19')$$

となる。又 μ が (8) 式の条件を満足し、(7') 式の近似が用いられるときは、 $R'_p \doteq \frac{s}{s+k+\lambda}$ となり F の計算には次の形を用いるのが便利である。

$$\left. \begin{aligned} F &\doteq \frac{2(\lambda/s)\delta}{\delta-\mu_p} \cdot \frac{t}{\delta-r}, \\ \mu_p &\doteq \frac{t^2}{\delta-r} + r, \\ \delta &\doteq 1 + \frac{k}{s} + \frac{\lambda}{s}. \end{aligned} \right\} \quad (19'')$$

我々が実際に用いた測定装置の大きさは、 $h=16$ cm, $p=8$ cm で、フィルターの透過率は $t=0.79$ であった。照度測定値の誤差程度、即ち 1% の誤差が F の計算値に許されるとすれば、(10) 式により、 $\lambda=0.34$ 以上の場合には (19) 式の代りに (19'') 式を使うことができる*。積雪の散乱係数 s と、フィルター常数 $t=0.79$, $r=0.085$ を使って計算したフィルター率 F との関係、 λ をパラメーターにして第 2 図に示してある。このグラフを利用すると、測定された λ , F の値から s の値を知る事ができる。したがって、 k の値も、アルベド R の値もわかる。第 3 図には $\lambda=0.5$ に固定してフィルター率の a をいろいろに変えた場合の F と s との関係を示してある。第 4 図は λ , s , k の関係、第 5 図は λ , s , R の関係を表わしている。

放浪指数 w の決定 一般にフィルター率 F は、そのフィルター率の透過率 t より小さい。これはフィルターを一度通過した光が積雪内で散乱されて再びフィルターを通過するからである。若しフィルターが光を反射しなければ、即ち、 $r=0$ ならば

$$F = t^w, \quad \text{又は} \quad w = \frac{\log F}{\log t} \quad (20)$$

で表わされる w は 1 つの光線がフィルターを何回通過したかを示す目安になる。 $r \neq 0$ の場合も r が小さければ (20) 式の w で通過回数を示すものとして大きな誤りは無いと仮定し、 $t=0.79$ の場合の F と w との関係を (20) 式から求めて第 6 図に示した。

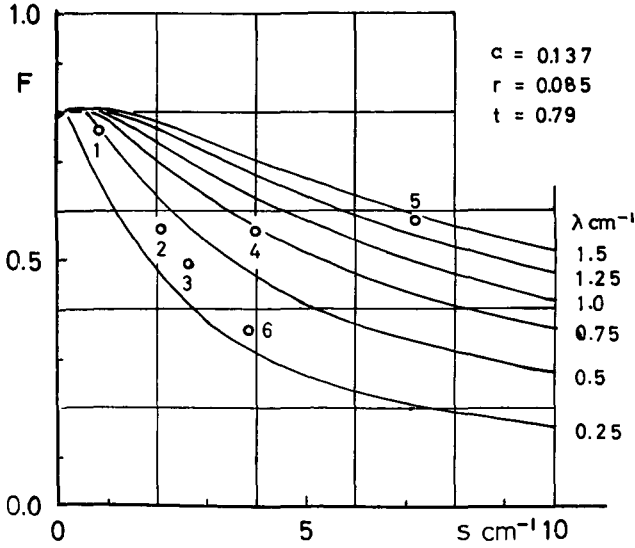
* (19'') 式を使った時の F の誤差の割合は

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta T(\mu_p, s, k, p)}{T(\mu_p, s, k, p)} + \frac{\Delta T(\mu, s, k, h-p)}{T(\mu, s, k, h-p)} + \frac{\Delta T(\mu, s, k, h)}{T(\mu, s, k, h)} + \frac{r}{1-rR'_p} \Delta R'_p$$

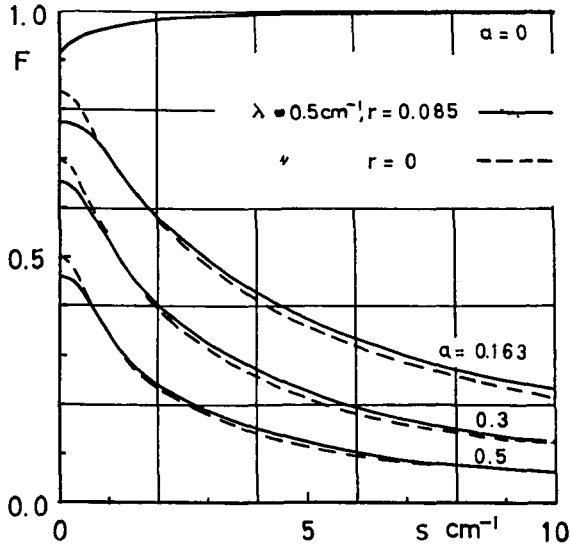
である。 $p=h/2$, $r=0.085$ とすれば

$$\frac{\Delta F}{F} < e^{-\lambda h} + e^{-\lambda h} + e^{-2\lambda h} + 0.093 \times 2e^{-\lambda h} \sim 2e^{-\lambda h}$$

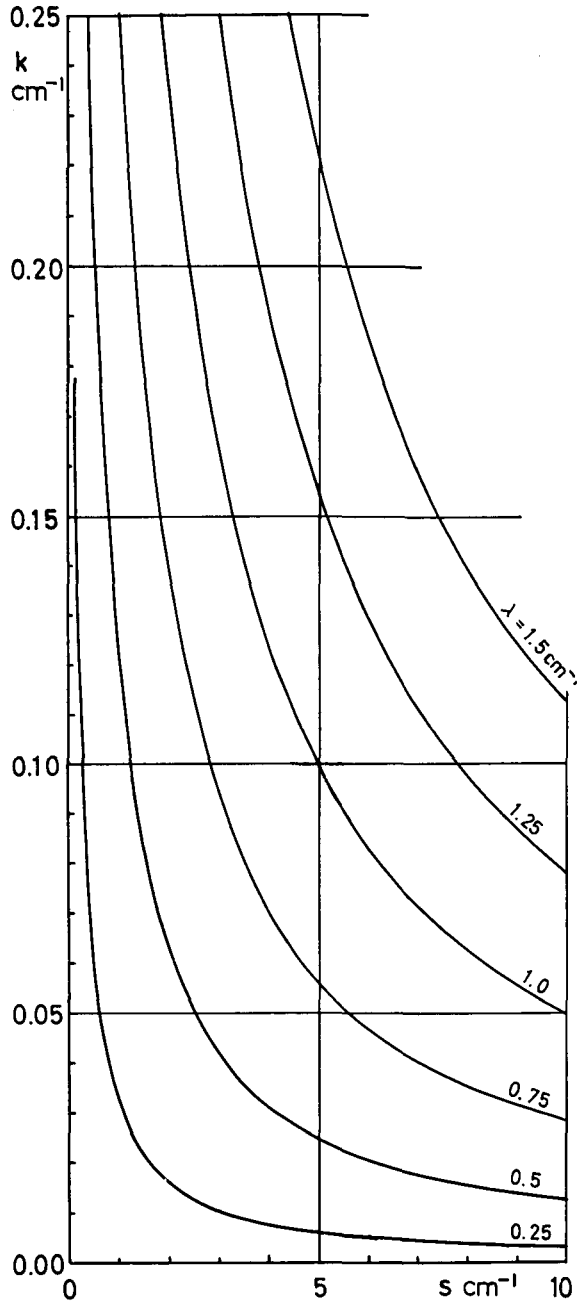
となる。故に $e^{-\lambda h}$ が 0.005 ならば $\Delta F/F$ は約 1% である。



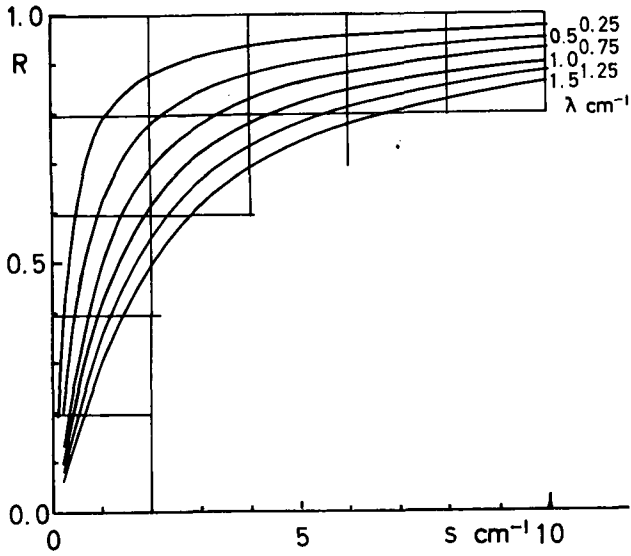
第2図 減衰係数 λ をパラメーターとした時の積雪の散乱係数 s とフィルター率 F との関係 但し、透過率 $t=0.79$ のフィルターを厚さ16cmの積雪の中央に挿入した場合。(19')式による。 $\lambda=0.25$ の曲線だけは(19)式による



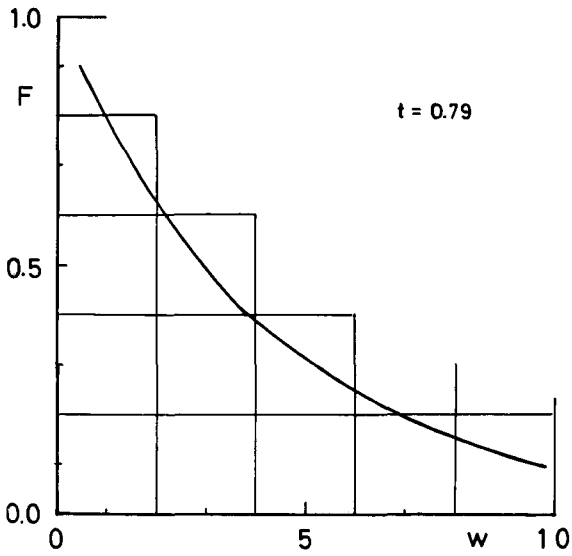
第3図 $\lambda=0.5$ の場合の s と F との関係 但し、実線はフィルターの反射係数 $r=0.085$ で、吸収係数 $a=0, 0.163, 0.3, 0.5$ の場合。点線は $r=0$ で a は上記と同じ場合。(19')式による



第4図 λ をパラメーターとした吸収係数 k と
散乱係数 s との関係。(5)式による



第5図 λ をパラメーターとしたアルベド R と s との関係。(7')式による



第6図 フィルター率 F と放浪指数 w との関係 但し、 $t=0.79$ の場合。(20)式による

IV. 測定結果

試料は低温室に保存してあった積雪を用いた。これ等は昭和39年3月低温科学研究所のテニスコートに積っていたものである。これ等の中から取出したしまりゆき、ざらめゆき、及び各々を崩して圧縮したものについて測定した。その他、梨地のガラス板を重ねたものを氷板の代用として使ってみた。最後に昭和39年12月に降った新雪を追加した。これ等の構造の顕微鏡写真を第7図に示してある。第1表には測定された密度、 λ , F の値と共に、これ等の値を使って第2図から求めた s , (5)式から求めた k , (20)式から求めた w , (7)式から求めた R の値を示してある。

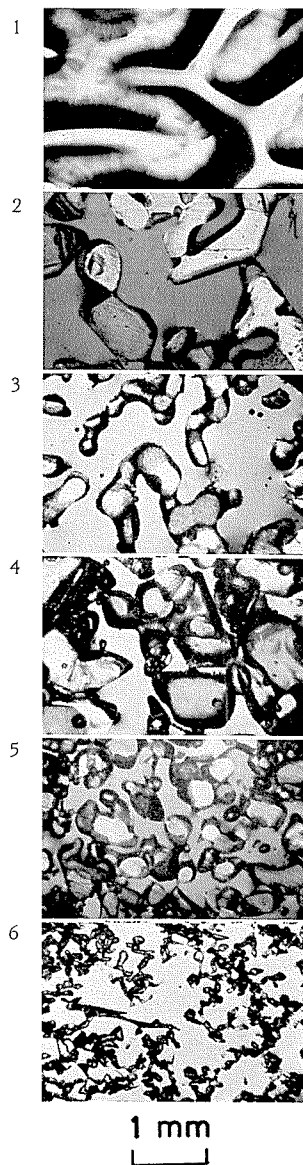
第1表

	密度 g/cm ³	F	λ cm ⁻¹	s cm ⁻¹	w	k cm ⁻¹	R
1. 梨地ガラス		0.76	0.49	0.85	1.16	0.13	0.58
2. ざらめゆき	0.30	0.56	0.34	2.1	2.46	0.027	0.85
3. しまりゆき	0.35	0.49	0.38	2.7	3.03	0.027	0.94
4. 圧縮した ざらめゆき	0.49	0.56	0.73	4.0	2.46	0.066	0.84
5. 圧縮した しまりゆき	0.51	0.58	1.43	7.2	2.31	0.141	0.82
6. 新雪	0.128	0.357	0.309	3.87	4.37	0.012	0.92

人工的に圧縮した積雪は、光の減衰が大きいので、ざらめゆきでは厚さを12 cm, しまりゆきでは厚さを8 cmに減らして測定した。この時も(10)式の制限を満足しているので第2図其の他の曲線は変らない。圧縮したゆきは、圧縮する前に較べて λ , k , s が共に増加している。しかし、 w だけは逆に減少している。この理由はよくわからないが、散乱は確かに増えているが k も増えて減衰が甚しいから、フィルターを通過する光の量はかえって減っているのであろう。新雪は s も大きい w は最も大きい。そして k は最も小さい。

V. あとがき

積雪中の1つの層だけの散乱係数 s , 吸収係数 k 等を調べるため、わずかな試料で測定する方法を考えた。そこで s , k の函数である減衰係数 λ とフィルター率 F とを測定し、これから散乱係数, 吸収係数を求めることにした。第2図 $F-s$ の曲線

第7図 試料の顕微鏡写真
横幅約3 mm

1. 梨地ガラス, 2. ざらめゆき, 3. しまりゆき,
4. 圧縮したざらめゆき,
5. 圧縮したしまりゆき,
6. 新雪

の形からみて、 λ が大きく s が小さい場合、又 λ が小さく s が大きい場合には、 F の値から s を求める際に大きな誤差が出そうである。しかし、我々の試みた6つの場合には問題が無かった。大粒のざらめゆきについての測定が無かったので、速断は許されないが、この方法を使ってあらゆる雪についての k 、 s を求める事が出来ると思う。今後は測定例を増やすと共に粒子構造と k 、 s との関係を掘り下げていきたいと考えている。

尚この報告作成の際、当研究所の鈴木義男講師に多くの有益な助言をいただいた事を感謝する。

文 献

- 1) 大浦浩文 1951 積雪による光の反射及び透過について. II. 低温科学, **6**, 35-40.
- 2) 斎藤鍊一 1948 散乱媒質中の輻射の減衰(積雪の輻射に対する性質の研究 1). 気象集誌, **26**, 208-215.

Summary

Many authors have assumed that the intensity of light, A_x , in deposited snow, x cm below the surface, decreases with Lambert's law, that is, $A_x = A_0 e^{-\lambda x}$. Values for λ were determined by measuring A_x at several depths. The distribution of illumination in deposited snow near the surface is not in fact as simple as Lambert's law, although the illumination, A_h , at the bottom of the snow of sufficiently large thickness, h , may be expressed as $A_h \propto e^{-\lambda h}$, which expression is similar to Lambert's law. The value of λ is easily found to be a function of the coefficients of absorption, k , and light scattering, s , that is, $\lambda = \sqrt{k(k+2s)}$. Different layers in deposited snow have different structures and, therefore, different values of λ , k and s . In order to estimate the values for k and s in each layer from a small sample, we defined the filter ratio, F . When the filter is inserted in the middle of a snow layer, the illumination at the bottom of snow layer will change from A_h to A'_h . The filter ratio was defined as $F = A'_h/A_h$. Since F is a function of k and s , we can calculate the values for k and s from the measured values of λ and F . An instrument was devised to measure λ and F which consisted of a rectangular tube, 20×20 cm, with four mirrors on its inner walls. A block of snow was made from several 20×20 cm samples from a single layer of snow piled to a thickness of 16 cm and the block was placed in the rectangular tube. A photocell was imbedded in the centre of a piece of wood which had been painted black and this board was placed at the bottom of block of snow. The surface of the block of snow was illuminated by a diffuse light source. Values for λ were determined by measuring the illumination at the bottom of the block of snow while decreasing the thickness of the block. The transmissivity of the filter used in measuring the filter ratio was 0.79. The samples used in this report were 1. a glass plate with a wrinkled surface, 2. firn snow, 3. compact snow, 4. artificially compressed firn snow, 5. artificially compressed compact snow, 6. new snow. Their microscopic features are shown in Fig. 7, and the density of the snow, ρ , the measured values for F and λ , the calculated values for s , k , w and the albedo, R , are tabulated in Table 1. As is shown

in the sixth column of Table 1, w is a wandering index defined by the equation $F = t^w$, which indicates the number of times a ray passes through the filter inserted in the middle of the layer of snow, as determined by the light scattering of the snow particles.