



Title	多結晶氷の反覆一時部分除荷クリープ
Author(s)	八木, 鶴平; 吉田, 順五
Citation	低温科学. 物理篇, 27, 1-16
Issue Date	1970-03-31
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/18097">http://hdl.handle.net/2115/18097</a>
Type	bulletin (article)
File Information	27_p1-16.pdf



[Instructions for use](#)

## 多結晶氷の反覆一時部分除荷クリープ\*

八木 鶴平

(国立防災科学技術センター, 東京)

吉田 順五

(低温科学研究所)

(昭和44年7月受理)

### I. ま え が き

一定荷重で圧縮試験, 引張試験, 曲げ試験をおこなうと, 多結晶氷はクリープをおこし, 徐々に変形する。時間を横軸に, 変形の度合いを縦軸にとって表わしたクリープ曲線は, 多くのばあい, 最初, かなりな角度で上昇する。しかし, 上昇率は次第に減じて, ある時間たつと, クリープ曲線は上昇のゆるやかな直線になる<sup>1)</sup>。はじめの上昇率の高い部分を第一段階クリープまたは遷移クリープ, あとの直線で表わされるクリープを第二段階クリープ, 定常クリープあるいは最小歪速度クリープという。クリープの機構は第一段階と第二段階とで違うはずである。よって, クリープの途中で, 一時, 荷重を少し減らし, すぐもとの荷重にかえせば, すなわち一時部分除荷をおこなえば, 第一段階と第二段階とで一時部分除荷曲線に差異が現われるであろう。しかも, クリープ曲線全体は, 一時部分除荷をおこなわなかったときと, あまり変わらないと考えられる。

細長い氷の板を両端で水平にささえ, 中央に荷重をかけ, 一定時間ごとに短時間荷重を2割ほどへらしながら, 板の中央のさがり  $d$  を連続的に記録した。その結果, 一時部分除荷のあいだの  $d$  の曲線の形が, クリープが第一段階から第二段階へ移るにつれ, 次第に変化することを確かめた。

### II. 実験方法

実験も試料の製作も, すべて,  $-10 \pm 1^\circ\text{C}$  の低温実験室内でおこなった。

#### 1. 実験試料

氷の試料には, 市販の氷を長さ約 25 cm, 幅 3 cm, 厚さ 1 cm に切り出した平角板をつかった。氷は直径数 mm, 長さ 5~10 cm の柱状単結晶が平行に集った組織であった。試料の平角板は, 柱状単結晶粒が板の広い面に, すなわち面積  $3 \times 25 \text{ cm}^2$  の面に直角に立つように切った。ポラロイドにはさんで着色をみた限りでは, 結晶主軸が結晶柱の軸にはほぼ直角, すなわち平角板の面にはほぼ平行であると判断された。柱状単結晶粒が板の広い面に平行に, そし

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第 969 号

て板の長さの方向に直角に配列する平角板もつくった。しかし、このような試料は、荷重をかけると、急速に曲り、20分か30分で折れてしまった。

市販の氷を、まず、電気のコギリで、試料の寸法よりやや大きめの板に切りだす。これを少なくとも10数日、 $-10^{\circ}\text{C}$ の低温実験室内に保存する。実験直前に、かんなどで、上記の寸法にけずる。木製の治具をつかって、 $0.02\text{ mm}$ 以内の誤差で、正確な平角板にしあげることができた。早くから仕上げておくと、氷が昇華して、平角板の形がくずれる。それで、仕上げは実験直前におこなった。氷の平角板には非常に細かい気泡がふくまれていた。しかし亀裂のようなものは見られなかった。

## 2. 実験装置

真鍮製の丈夫な台に、真鍮製の支持枕を2本、 $14\text{ cm}$ へだてて横たえ、その上に氷の平角板試料をおいた。支持枕は、試料にくいこまないように、その上部を直径 $1\text{ cm}$ の円筒面にした。試料の上面、支持枕の間の中央に、やはり直径 $1\text{ cm}$ の円筒面で試料と接する荷重枕をおく。荷重枕の両端から紐で皿を吊し、皿におもりをのせる。試料中央の沈下距離 $d$ は、上方から荷重枕に接触させた差動トランス型変位計を通じて、記録紙に連続記録した。読取り顕微鏡で変位計を検定し、 $0.01\text{ mm}$ 以下の変位が記録紙のうえに充分記録されることを確めた。

試料の中央にかかる全荷重は $2600\text{ g}$ とした。そのうちの $20.5\%$ にあたる $532\text{ g}$ を、皿にのせたおもりの一部を吊上げることにより、10分おきに1分間または30秒間へらし、また元の荷重 $2600\text{ g}$ に戻した。あい次ぐふたつの一時除荷の、はじめの除荷のおわりと次の除荷のはじめとの間を9分あるいは9分30秒としたわけである。

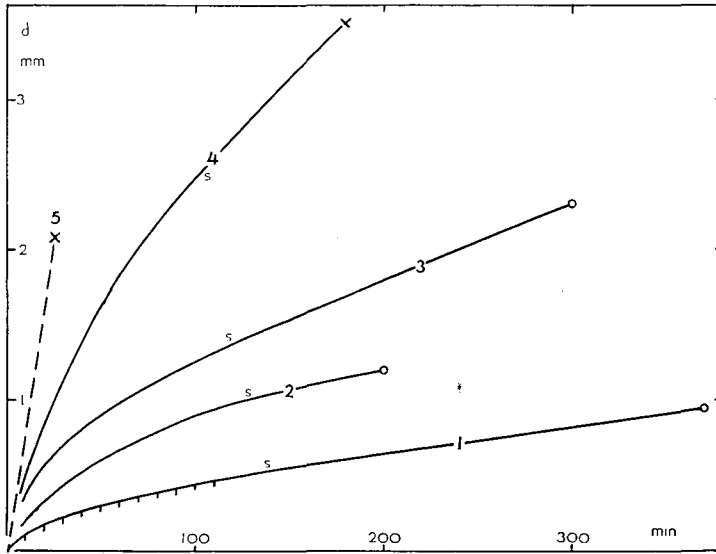
実験は、 $d$ が $1\sim 3\text{ mm}$ に達した時、時間でいえば5時間以内でうちきった。5時間以内なら、昇華のために実験試料の形が崩れることは、ほとんどなかった。ただ、試料の表面に、結晶粒界の腐蝕による紋様が現われた。

## III. 実験結果

### 1. クリープ曲線

第1図に、5箇の試料についてえたクリープ曲線を示す。縦軸に試料中央の沈下距離 $d$ を $\text{mm}$ 単位で、横軸に荷重をかけはじめからの時間を分単位でとった。荷重をかけた途端、弾性沈下がおこる。 $d$ は実際の沈下距離から、この弾性沈下を差引いたものである。破線で表わした曲線5は、まえに触れた、氷の柱状結晶粒の軸が板の広い面内にあるように切った試料のクリープ曲線である。この試料は急速に曲り、25分で折れた。残りの4本の曲線は、単結晶粒の軸が板の面に直角に立つように切った試料についてのものである。一時除荷をおこなうと沈下距離 $d$ は100分の1か $2\text{ mm}$ 減少し、荷重を元にもどすと、再び同じ程度増大する。この $d$ の減少と増大との曲線が、すなわち一時除荷曲線が、時間軸をつめた第1図の上では、曲線から下むきに生えた棘のような、多くの短い直線となって現われる。第1図では、このとげを曲線1のはじめの部分にだけ書きいれてある。

番号1から4までの四本の曲線とも、sの印をつけたあたりから右はほぼ直線である。よって、s印の付近をクリープの第1段階と第2段階との境界とみることができる。曲線の右



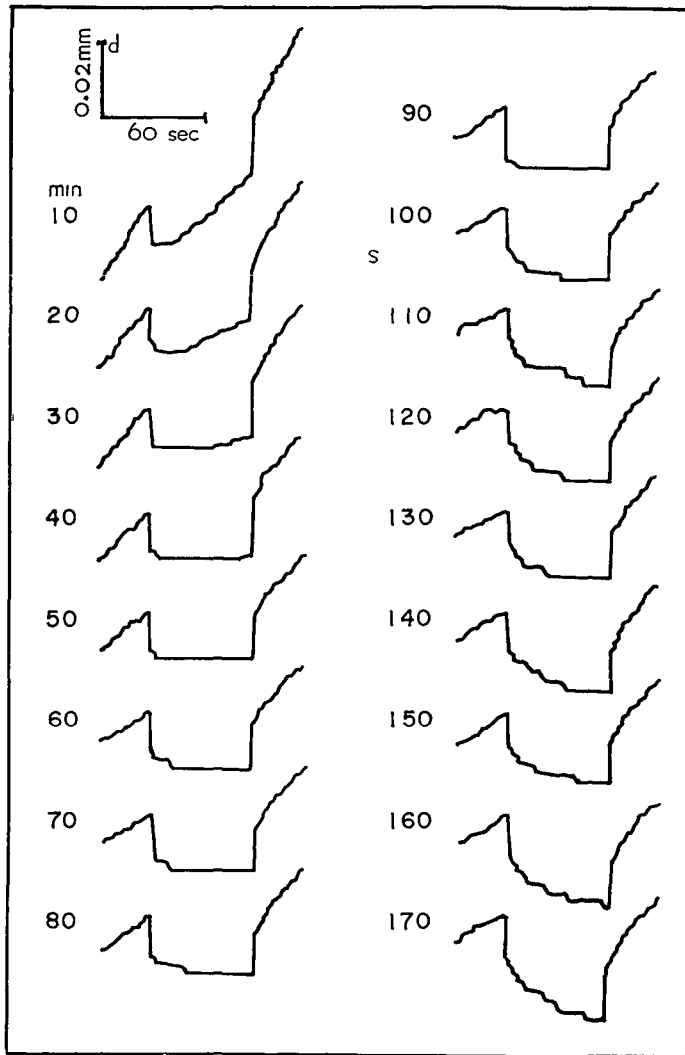
第1図 クリープ曲線。-10°C。曲線1, 2, 3, 4は柱状単結晶粒が板状実験試料の面に直角、曲線5は平行で試料長軸に直角なばあい。縦軸にとった $d$ は、試料中央の実際の沈下距離から、荷重開始のときにおこる弾性沈下距離を差引いたもの。曲線1のはじめの部分にかきいれた棘のような短かい直線は、一時部分除荷による $d$ の変化をあらわす。とげの実際の長さは0.02 mmである。ここには誇張して、すこし長くかいた。クリープ曲線の他の部分では、とげの書込みを省いた。柱状単結晶粒の平均直径は、曲線1, 2, 3, 4の試料で、それぞれ10.3, 8.2, 6.2, 6.8 mmである

の端につけた白丸印は、そこで測定を中止したことを、×印は、そこで試料が折れたことを示す。

同一荷重をかけたにも拘らず、試料の番号がすすむにつれて、同一時間内におこる沈下距離 $d$ が増している。つまり試料は曲りやすく軟かくなる。氷を構成する柱状結晶粒の平均直径は、曲線1, 2, 3, 4の試料で、それぞれ10.3, 8.2, 6.2, 6.8 mmであった。これから、柱状結晶粒が細くなるにつれて、試料は軟かくなったと言える。平角板試料の広い面に現われた結晶粒の断面すべてについて最大直径と最小直径とをはかり、それを全部平均して平均直径とした。

## 2. 一時除荷曲線

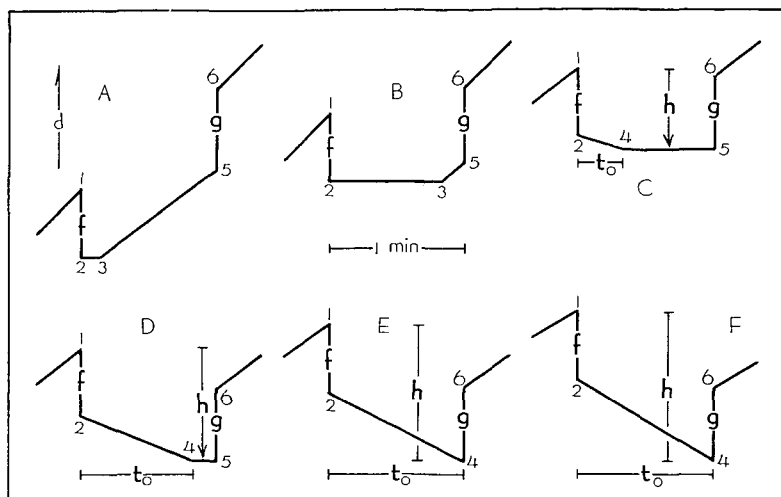
試料4のばあい、すなわち、第1図のクリープ曲線4のばあいにはえられた一時除荷曲線を第2図に示す。クリープ曲線に下むきに生えた棘としてしか、第1図では表わせなかった $d$ の変化の、精しい形である。一時除荷は1分間おこなわれた。17箇の曲線の左に、荷重開始から各一時除荷までの時間を分でかきいれた。左の行がクリープの第1段階に、右の行が第2段階に属する。各曲線に細かい屈曲がみられる。しかしこれは見かけ上のものにすぎない。図の左上隅の目盛りからわかるように、一時除荷による $d$ の変化は非常に小さく、0.01~0.02 mmの程度である。それで、一時除荷曲線の形を記録するには、記録装置の感度を最高値まであげなければならなかった。そのため、記録針の運動が円滑を欠いた。これが屈曲の原因である。い



第2図 第1図クリープ曲線4のばあいには得られた一時除荷曲線。除荷時間は1分である。全荷量2600gの20.5%にあたる532gを除荷した。各一時除荷曲線の左の数字は、クリープ実験開始後の時間(単位、分)を表わす

ちど優秀な記録装置を借用して実験をおこなった。そのときは、屈曲が現われなかった。

第2図でみられるように、一時除荷のはじめ、 $d$ は0.01mmほど瞬間的に減る。この瞬間減少はクリープの進行程度の大小にかかわらず、同じようにおこる。しかし瞬間減少のあとに続く1分間の $d$ の変化の有様は、クリープの進行とともにかなり変る。この変化の有様を模式的にあらわしたのが第3図である。クリープの初期では、図Aに示したように、点1から点2までの $d$ の瞬間減少 $f$ がおこったあと、 $d$ は数秒間変化しない。この $d$ の不変期間が点2から点3までの水平直線部分である。点3のあと $d$ は、全荷重によるクリープにおけるより僅かに小さい速度で、漸増しつづける。そして点5で荷重が全荷重に戻されると、 $d$ は瞬間的に点6の値にはねあがる。この瞬間増大 $g$ は、はじめの瞬間減少 $f$ より少し大きい。クリープ



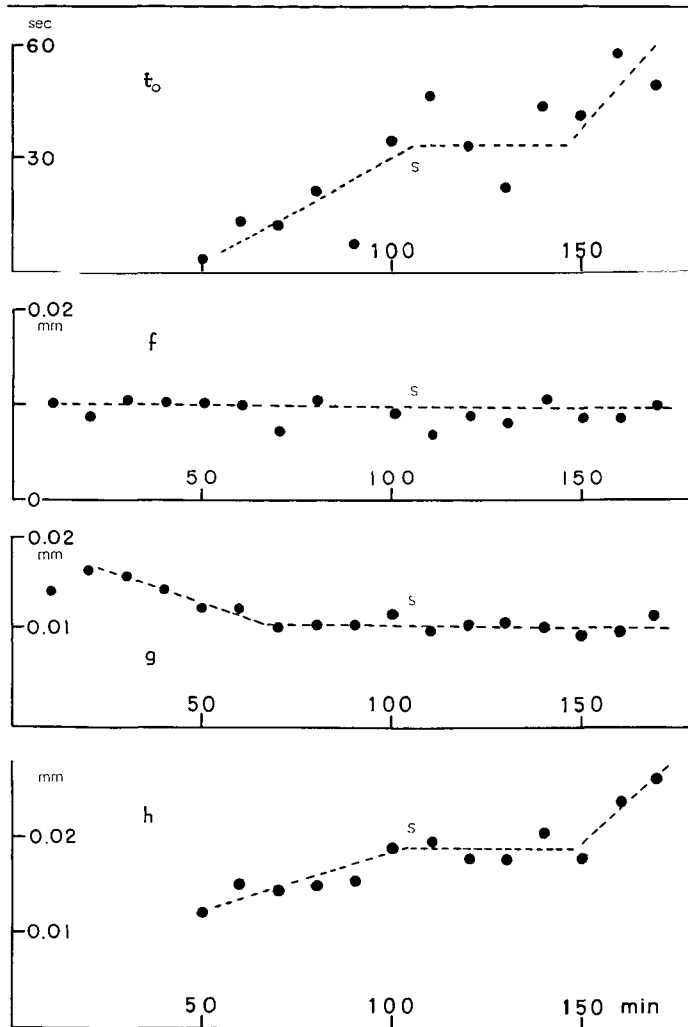
第3図 第2図の一時除荷曲線の模式図。図A, B, C, D, Eは、それぞれ、第2図の、クリープ実験開始後10分、30分、80分、150分、160分、170分の一時除荷曲線に対応する

がやや進んだ時の一時除荷曲線が図Bである。点2～点3の不変期間が長くなり、点3～点5の漸増期間がちぢんだ。クリープが第1段階から第2段階に移ろうとするころには、図Cの形になる。点3～点5の漸増は全くみられず、その代りに、はじめの瞬間減少のつぎに、点2～点4で表わされる  $d$  の漸減がしばらく続く。点4から先には、まだ、不変期間が残っている。クリープが第2段階にはいると、点2～点4の漸減期間が長くなり、不変期間は短縮される。クリープの進行につれ不変期間はますます短くなり、遂に消滅する。そして漸減速度が次第に大きくなる。

一時除荷開始直前の  $d$  の値を示す点1は、はじめ、一時除荷終了直後の  $d$  の値を示す点6よりも低い。しかし、クリープの進行につれ、点6は点1に対して次第に降下する。そして、クリープが第2段階にはいる少しまえあたりから、点6の方が、かえって、点1より低い位置を占めるようになる。

### 3. 一時除荷曲線の寸法

一時除荷曲線におこる以上のような形の変化を、多少とも数量的にあらわす目的で、第4図の4箇の図をかいた。いずれの図でも、横軸は、分で表わした全荷重開始の時から時間である。最上段の図は、一時除荷のはじめにおこる  $d$  の瞬間減少につづく、 $d$  の漸減期間の長さ  $t_0$  である。はじめの50分間  $d$  の漸減はおこらなかった。よって、この間、 $t_0$  は0である。クリープが進行すると、 $d$  の漸減が一時除荷のあいだ中、継続するようになる。それで、実験の終りちかくでの  $t_0$  は、形式上、一時除荷時間1分と一致する。2段目、3段目の図は、それぞれ、一時除荷開始および終了のときの  $d$  の瞬間減少  $f$  と瞬間増大  $g$  との大きさを示す。瞬間減少量  $f$  は、終始、一定値  $0.01 \text{ mm}$  をたもつ。瞬間増大量  $g$  の方は、はじめの  $0.015 \text{ mm}$  から次第に値を減じ、クリープの第1段階が終るころ、 $f$  とおなじ  $0.01 \text{ mm}$  になり、その後は変わらない。最下段の  $h$  は、一時除荷によってもたらされる  $d$  の減少量の最大値である。第3図の、



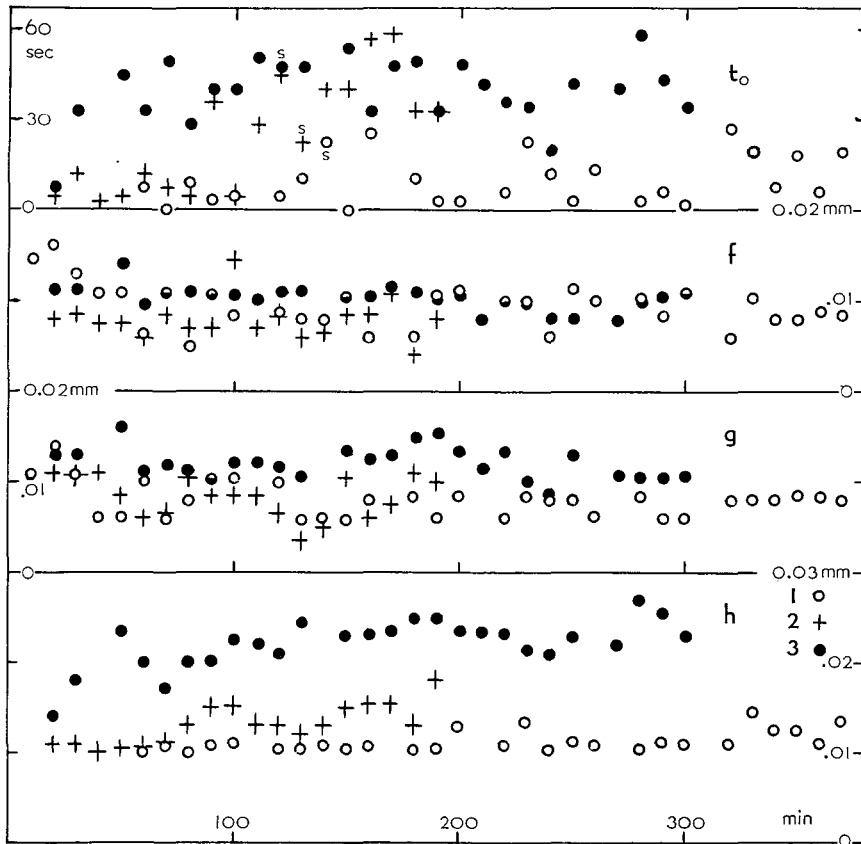
第4図  $d$ の漸減期間  $t_0$ 、瞬間減少量  $f$ 、瞬間増大量  $g$  および  $d$ の最大減少量  $h$  とクリープ時間との関係。第1図のクリープ曲線4のばあい

点1と一時除荷曲線の最低点との高さの差が  $h$  である。同図 A, B の段階では、すなわちクリープの初期においては、 $h$  と  $f$  とは相ひとしい。第4図最下段の  $h$  の図では、 $h=f$  のときの  $h$  の測定点が省略されている。いうまでもなく  $h \geq f$  である。そして  $t_0$  が0でないのは、 $h > f$  のばあいに限られる。

第4図の測定点は散乱している。ことに  $t_0$  の測定点の散乱は激しい。 $t_0, f, g, h$  の値の決定につかわれる第3図の1から5までの点のうち、点2, 3, 4, 6は、もともと、あまり明確な点ではない。実際の一時除荷曲線には、第2図に示されているように、細かい屈曲がある。この屈曲が点2, 3, 4, 6の決定をさらに困難にした。測定点の分散の原因は、このような事情にある。それにしても  $t_0, f, g, h$  の値とクリープ時間との関係は、だいたい、点線で示したようなものであると考えてよいであろう。

氷の試料 1, 2, 3, すなわち第 1 図のクリープ曲線 1, 2, 3 が観測された試料について, 第 4 図と同様なものを書いたのが第 5 図である。白丸印が試料 1, 十字印が試料 2, 黒丸印が試料 3 に関する  $t_0, f, g, h$  の値である。 $d$  の瞬間減少量  $f$  は, 試料 3 と第 4 図のばあいの試料 4 とで殆ど変わらず, 0.01 mm にちかい。しかし試料 1 と 2 とでは 0.007 mm ほどしかない。 $f$  は試料の弾性によるものと考えられ, 弾性係数は  $f$  が小さいほど大きい。したがって試料 1, 2 は試料 3, 4 より弾性的に硬いといえる。そして前にも述べたように, クリープに関連した硬さも, 試料番号が 1 から 4 へ進むにつれ小さくなる。一時除荷終了のときの  $d$  の瞬間増大  $g$  も, やはり弾性による。 $g$  についても,  $f$  についてと同じことがいわれる。

第 4 図のばあいと同様, 第 5 図でも,  $t_0$  と  $h$  とには, クリープの進行にともなう可成り大きな変化がみられる。試料 2 と 3 とでは, クリープの初期から  $t_0$  が 0 でない。これは第 3 図の A 図と B 図とに対応する期間が短いことを意味する。試料 2 では  $h$  が小さく, 試料 3 では  $h$  が大きい。これは, 第 3 図の点 2 と点 4 とを結ぶ線分の傾斜が, 試料 2 ではゆるやかで試料 3 では急なことを意味する。試料によって以上のような差異はあるにせよ, これは程度の差異にすぎない。いずれの試料のばあいでも, クリープ進行にともなう一時除荷曲線の形の変化



第 5 図 第 1 図のクリープ曲線 1, 2, 3 のばあいの, 第 4 図とおなじ性質の図。白丸印が曲線 1, 十字印が曲線 2, 黒丸印が曲線 3 のばあい。一時除荷時間は, クリープ曲線 1 のばあい 30 秒, 他のばあいは 1 分であった



は、試料4のばあいと本質的には変らない。それで次のIV節の論義では、試料4についてえられた実験結果だけをもとにして考察をすすめる。

#### 4. 氷の試料の変形様式

以上、実験試料としてつかった細長い氷の板の中央の沈下距離  $d$  のみに注目してきた。ここで試料全体の曲りかたについて述べる。横からみると、氷の板は、中央部では湾曲しているが、中央から遠ざかるにつれて湾曲の度合が減じ、次第にまっすぐになるような変形をした。簡単のため、試料の厚さを無視して考え、試料がその中央で荷重杖と接する所を荷重点、両側で支持杖と接する所を支点とよぶことにしよう。荷重点から支点までの距離を  $l$ 、荷重点と支点とのあいだの任意の点の荷重点からの距離を  $x$ 、その点の沈下距離を  $v$  で表わす。もし試料が均質等方質の弾性体ならば、 $K$  を常数として、 $v$  は

$$v = K \left[ 2 - 3 \left( \frac{x}{l} \right)^2 + \left( \frac{x}{l} \right)^3 \right] \quad (1)$$

で与えられる。試料の実際の変形が軽微なため、正確な比較はできなかったが、目でみたところ、だいたい(1)式にあう変形であった。ただ、多少、(1)式で与えられる形にくらべると、中央部の湾曲がつよい。中谷は、結晶底面が板の面に平行な氷の単結晶の平角板試料で、今のばあいと同様な曲げ試験をおこなった<sup>2)</sup>(p. 137-151)<sup>3)</sup>。単結晶の板は荷重点で折れ曲り、荷重点と支点との間は湾曲せず、まっすぐであった。すなわち、単結晶の板はV字形に変形した。今の実験につかった氷の試料にも、多少、このV字変形の傾向がみられたわけである。しかし、今のばあい、この傾向は、いわゆる剪断力効果<sup>4)</sup>(p. 39)によるものとして弾性論的に説明できるであろう。

中谷の実験で、単結晶の試料は支点でも折れまがり、支点の外に余ってでた試料の端の部分は、ほぼ、水平のままであった。しかし、今の実験の試料は、支点では全く折れまがらなかった。

式(1)の  $K$  は  $Wl^3/Eh^3b$  で与えられる。 $W$  は荷重、 $E$  はヤング弾性率、 $h$  と  $b$  とは、それぞれ、試料の厚さと幅とである。荷重  $W$  による試料中央の沈下距離  $d_E$  は、(1)式で  $x=0$  とおき、

$$d_E = 2Wl^3/Eh^2b \quad (2)$$

と表わされる。 $d_E$  の添字  $E$  は、 $d_E$  が弾性による沈下量であることを示す。一時部分除荷のはじめにおこる  $d$  の瞬間減少  $f$  は弾性的におこる。よって、 $d_E$  を  $f$  とおき、 $W$  に部分除荷量 532 g を用いれば、(2)式から氷のヤング弾性率  $E$  が求められる。前項でのべたことにより、 $f=0.01$  mm とする。 $l=7$  cm、 $h=1$  cm、 $b=3$  cm として計算すると、 $E=1.2 \times 10^{11}$  dyne/cm<sup>2</sup> となる。実験温度  $-10^\circ\text{C}$  での値である。ほかの人びとが定めた氷のヤング率の値に、ほぼひとしい。

#### 5. 試料の割れ

一時部分除荷をおこなっても、おこなわない場合に近いクリープをおこさせるには、全荷重に対する部分除荷量の割合を小さくしなければならない。今の実験ではその割合を、比較的

大きく、2割にとった。それでも、全荷重を2600gという大きな値にしないと、こまかい形が見分けられるほどの一時除荷曲線が得られなかったわけである。全荷重が大きいと、荷重すると直ぐ割れてしまう試料が多かった。直ぐ割れなくても、少し変形すると割れた。このため、一時除荷曲線観測の成功が、上記の試料1, 2, 3, 4のばあいに限られることになった。

割れは、すべて、荷重点すなわち試料の中央のごく近くで起った。少し変形して割れるばあいには、割れに先だて、試料の中央下面、試料の長さの方向に直角な結晶粒界に亀裂のほいのが観察された。また試料の中央上面に皺が現われるばあいもあった。

#### IV. 論 議

前節第4項でのべたように、変形した氷の試料の形は、均質等方性物質の弾性論からみちびかれる形に近い。これは、実験につかった氷が試料の長さの方向に平行な鉛直面内では均質等方であり、かつその内部で、歪および歪速度が応力にほぼ比例して変化したことを意味する。それで、以下、試料の変形機構が、第6図Aに示したようなMaxwell模型IとVoigt模型IIとを結合した粘弾性模型の変形機構と同じであると仮定して、一時部分除荷のあいだの歪の変化を考察する。この粘弾性模型では歪および歪速度が応力に比例してかわる。

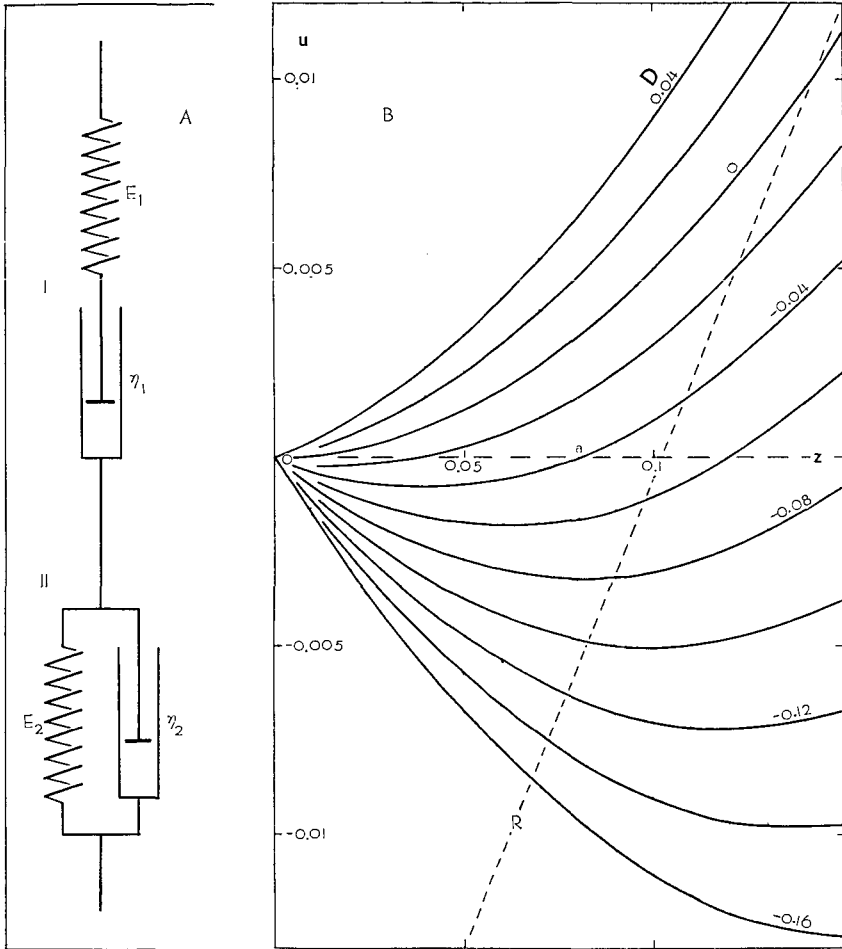
##### 1. クリープ進行にともなう粘弾性模型の係数の変化

JellinekとBrillとは、多結晶氷の試料に引張り荷重をかけ、60分ないし90分ののち、荷重を完全にとりさり、歪の変化を測定した<sup>5)</sup>。測定された歪の変化を表わす実験曲線は、粘弾性模型が、同様に荷重をうけ、また完全除荷されたときに示すべき歪を表わす理論曲線と、形の上では同じになった。しかし一致はしなかった。この不一致は、模型の弾性係数粘性係数が、変形の進行とともに値をかえるとすれば、消滅させることができるであろう。実験曲線を荷重を加えてから除荷までの部分と、除荷のあとの部分とにわけると、そして、それぞれの部分に理論曲線ができるだけ一致するように模型の係数をえらんだら、除荷のままとあととで、たいていの場合、係数の値に差異ができた。たとえば、Voigt模型に固有な遅延弾性の指性時間 $\tau = \eta_2/E_2$ は、16箇の試料のうちの10箇で違う値になった。逆にいえば、模型の係数を変化させることによって、実験曲線と理論曲線との一致をよくすることができたわけである。このことから、上記の模型によって氷の変形機構を理解しようとする限りは、模型の係数が変形の進行とともに値をかえるとしなければならない、といえる。

Maxwell模型とVoigt模型とを、1箇ずつではなく、多数組合せ、それぞれの弾性係数粘性係数を時間的に変化しない適当な値に選ぶ。すると、測定された歪は、この組合せ模型の歪によっても、忠実に表わすことができるであろう。しかし複雑な組合せ模型は、直截な理解のためには適当でない。それで以下では、上にのべたように、第6図Aの簡単な模型を用いる。そして模型の常数の値が、クリープの進行につれて変化すると考える。

第6図Aに示したように、Maxwell模型およびVoigt模型の弾性係数と粘性係数とを、それぞれ $E_1, \eta_1; E_2, \eta_2$ とする。以後、Voigt模型による遅延弾性の指性時間 $\tau = \eta_2/E_2$ を、簡単に、遅延時間とよぶことにしよう。

JellinekとBrill<sup>6)</sup>によると、多結晶氷の $\tau$ は10分前後である。したがって、氷のなか



第 6 図 A 図, Maxwell 模型 I と Voigt 模型 II との結合。B 図, 氷が A 図の模型の変形機構とおなじ機構で変形するときの, 一時除荷曲線の形を示す曲線群。各曲線にそえた数字は  $D = \left[ \left\{ \frac{(\sigma_0 - \sigma)}{\sigma} \right\} \left\{ \frac{\eta_2}{\eta_1} \right\} - 1 \right]$  の値をあらわす。クリープの進行にともなって, 一時除荷曲線は, 上部の曲線の形から下部の曲線の形にかわる。破線 R は一時除荷終了のときの  $z$  の値を示す。 $z = t/\tau, u = Dz + (1/2)z^2$

に応力変化がおこったのち, 10 分をすぎれば, この応力変化に対応する遅延弾性の効果は, すでに, かなり小さい。第 1 図でみられるように, クリープの第 1 段階の期間は 100 分をこえる。よって, 第 1 段階のクリープ曲線の湾曲を, 最初にかけた全荷重のためにおこった遅延弾性によるとしては説明がつかない。遅延弾性によるクリープ曲線の湾曲は, 第 1 回の一時部分除荷のときですら, かなり弱いはずである。それで, 第 1 図のクリープ曲線は Maxwell 模型の粘性にもとづくものであり, 曲線は粘性係数  $\eta_1$  がクリープ進行に伴って増大したために湾曲したと考えなければならない。

若浜は, 市販の氷を 1 mm 以下の厚さの薄板とし, 板の面に平行に一定速度で圧縮しつつ, 氷の組織の変化する有様を観察した<sup>6)</sup>。圧縮にともない結晶粒界は移動したり, すべったり,

剥離したりした。結晶粒内では底面すべり、屈折面の形成などが起こった。結局、氷の組織は著しい不可逆変化を蒙ったわけである。このことから、氷の変形機構の模型として採用した上記粘弾性模型の係数は、変形とともにその値を変えなければならないであろう。

一時部分除荷は10分間隔でおこなった。したがって、ある一時部分除荷による遅延弾性が次の一時部分除荷のあいだの歪の変化に及ぼす影響は小さい。それで、この影響を無視しよう。実際、一時部分除荷では、荷重を、部分的に1分間減少させ、またもとの値に増大させる。したがって、荷重の減少と増大ともとずく遅延弾性の効果は、おのおのが10分間に衰弱するばかりでなく、たがいに、その大部分を相殺する。

## 2. 粘弾性模型の一時部分除荷

氷の試料にかかる全荷重による試料内任意の点の応力を  $\sigma_0$ 、一時部分除荷による同じ点での応力の減少量を  $\sigma$  とする。上に述べたことにより、始めの荷重と先行する一時部分除荷とによる遅延弾性の影響は無視できる。すると、氷と粘弾性模型との変形機構を同じとする立場に立つから、一時除荷のあいだに起こるその点の歪  $e$  の変化は

$$\left. \begin{aligned} e - e_2 &= \frac{\sigma_0 - \sigma}{\eta_1} t - \frac{\sigma}{E_2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \\ \tau &= \eta_2 / E_2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

と与えられる。一時部分除荷開始直後の  $e$  の値を  $e_2$ 、一時部分除荷開始からの時間を  $t$  とした。また、一時部分除荷時間は短いから、その間に生ずる弾性係数、粘性係数の値の変化は無視した。

一時部分除荷で応力が  $\sigma$  だけへると、Maxwell 模型の歪は  $\sigma/E_1$  だけ瞬間的に減る。この歪の瞬間減少直後の  $e$  の値が  $e_2$  である。しかし、Maxwell 模型の歪は直ちに、直線的に増大しはじめる。その歪の変化を示すのが (3) 式右辺の第1項  $(\sigma_0 - \sigma)t/\eta_1$  である。除荷の瞬間、Voigt 模型の歪に変化はおこらない。しかし、Voigt 模型の歪も、最終的には  $\sigma/E_2$  の減少量に達すべき、はじめは速かな、のちには緩慢な、減少を始める。式 (3) の右辺第2項は、この Voigt 模型の遅延弾性による歪の減少をあらわす。

式 (3) は

$$e - e_2 = \frac{\sigma}{E_2} \left[ \left( \frac{\sigma_0}{\sigma} - 1 \right) \frac{\eta_2}{\eta_1} \frac{t}{\tau} - (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \right] \quad (4)$$

と書きかえられる。一時部分除荷の時間は1分であるから、 $t$  は1分をこえない。遅延時間  $\tau$  は10分前後である。よって  $t/\tau$  は1よりかなり小さく、(4) 式は

$$e - e_2 = \frac{\sigma}{E_2} \left[ \left( \frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma} \frac{\eta_2}{\eta_1} - 1 \right) \frac{t}{\tau} + \frac{1}{2} \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right] \quad (5)$$

と書きなおされる。

実験試料の中央、荷重点の降下距離  $d$  は  $e$  に比例する。したがって、一時部分除荷開始直後の  $d$  の値を  $d_2$  とすれば、 $d - d_2$  が (5) 式の右辺に比例する。つまり (5) 式は、第3図の点2を原点とする一時除荷曲線の形を与える。簡単のため

$$z = \frac{t}{\tau}, \quad D = \frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} - 1 \quad (6)$$

とおくと、一時除荷曲線の形は、曲線

$$u = Dz + (z^2/2) \quad (7)$$

の形と相似である。今の実験では全荷重の2割を部分的に除荷した。よって(6)式の $(\sigma_0 - \sigma)/\sigma$ は4である。

一時部分除荷開始のときにおこる  $d$  の弾性的瞬間減少量  $f$  は、前節でのべたように、クリープが進行しても余り変化しない。それで Maxwell 模型の弾性係数  $E_1$  は、クリープの進行とは無関係に、一定値を保つとしよう。 $E_2$  もまた弾性係数であるから、これも  $E_1$  と同様に変わらないと考える。粘性係数  $\eta_1$  は、先に述べたように、クリープの進行につれて増大する。それで  $\eta_2$  もまた、クリープの進行とともに増大すると仮定しよう。すると、 $\tau = \eta_2/E_2$  も、クリープが進むにつれて長くなる。 $D$  の値は  $\eta_2/\eta_1$  の比の値できまる。 $\eta_1$  も  $\eta_2$  も、クリープの進行にもなって増大するが、 $\eta_1$  の増大率の方が  $\eta_2$  の増大率より大きいと仮定する。すると  $D$  はクリープの進行につれて減少することになる。。

第6図Bは、 $D$  に +0.04 から -0.16 までのいろいろな値をとって書いた、 $u$  と  $z$  との関係を示す曲線である。各曲線に添えた  $D$  の値が示すように、下の方にある曲線ほど  $D$  が小さい。すなわち、下の曲線ほどクリープ進行の度合いが高いばあいに相当する。右上隅から斜め左下に急にさがる破線 R は、一時部分除荷終了のときの  $z$  の値を示す。クリープが進行するにつれて  $\tau$  は長くなるが、一時除荷時間はかわらない。よって、一時除荷終了に対応する  $z$  の値は、破線 R で表わされるように、曲線が下にあるほど、小さくなる。

結局、実験につかった氷の試料の変形機構が第6図Aの模型の変形機構とおなじなら、一時除荷曲線が、第6図Bの曲線群の破線Rから左にある部分で表わされることになった。そして実際に、曲線群のこの部分の形は、次にのべるように、観測された一時除荷曲線とかなりよく合致する。

### 3. 一時部分除荷の理論曲線と実験曲線との対応

第6図Bの最上部にある  $D$  が正または0の3本の曲線は、クリープの初期に対応する。曲線は右あがりであるが、原点0の近くでは傾斜が非常にゆるい。しかし、原点から離れると急傾斜で上昇する。これを屈折直線で表わすとすれば、短い水平直線の右端に右上りの直線をつないだものになるであろう。まさに第3図のAの点2から点5までの屈折直線とおなじである。 $D$  が負になると  $u$  の曲線には極小点があられる。しかし  $D$  の絶対値が小さいうちは、たとえば  $D = -0.04$  の曲線のばあいには、極小点は  $z$  軸からあまり離れていない。よって、原点0から、曲線が極小点を過ぎて上昇し  $z$  軸と交る点 a までの間を、 $z$  軸より少し低い水平直線でおきかえることができる。点 a から右は右上りの直線で表わされる。かくして、第3図Bの点2から点5までの屈折直線がえられる。クリープが更に進行して、 $D = -0.06$  になると、曲線の極小点は低くなるとともに右へ移動する。よって、 $u$  の変化の小さい極小点付近の曲線部分を水平線分でおきかえ、その左端と原点0とを右下りの直線でむすべば、第3図Cの点2から点5までの屈折直線になる。 $D = -0.08$  の曲線では、極小点が曲線と斜線Rとの交

点、すなわち一時部分除荷終了点のすぐ前にある。よって、 $D=-0.06$ の曲線のばあいと同様に極小点付近を水平線分で置きかえても、その線分のうち一時部分除荷終了前に属する部分は短い。すなわち第3図Dの屈折直線がえられる。この屈折直線は、実は、第2図のクリープ時間150分の実物除荷曲線をモデル化したものである。第6図の $D=-0.08$ の理論曲線は、第3図のモデル曲線よりも、むしろ、第2図の実物曲線に以ている。 $D=-0.1$ の曲線より下の曲線は第3図のE図、F図にあたる。これらもまた、第2図にあるクリープ時間160分、170分の実物除荷曲線の方を、むしろよく、再現する。

以上、クリープの進行にともなう一時除荷曲線の形の変化の大筋が、氷の変形機構を第6図Aの粘弾性模型の変形機構にひとしいと仮定することによって、説明された。ただし、粘弾性模型の弾性係数 $E_1$ 、 $E_2$ はクリープが進行しても変わらず、粘性係数 $\eta_1$ 、 $\eta_2$ は共に増大するとした。また、 $\eta_1$ の増大率が $\eta_2$ の増大率より高いと仮定した。

Glen<sup>7)</sup>は、一連の多結晶氷圧縮実験のなかで、部分除荷の実験をおこなった。ただし反覆除荷ではなく、一回だけの除荷である。また、全荷重に対する部分除荷量の比率も、今の著者のばあいに比べて大きい。除荷開始とともに起こる歪の瞬間減少のあと、第3図Aのように歪が直ちに漸増しはじめる場合と、同図D、E、Fのように漸減しはじめる場合とがあると述べている。ポイトコフスキー<sup>8)</sup>も、おなじく多結晶氷を圧縮し、圧縮力を段階的に減らしながら、歪の変化をしらべた。圧縮力を減らすたびに、瞬間減少直後の歪は、すべて、漸減した。

## V. む す び

温度 $-10^{\circ}\text{C}$ の低温実験室で、市販の氷から切りだした多結晶氷の板を両端で水平にささえ、中央に荷重した。10分おきに、荷重を20%、1分間へらしては元へ戻しながら、クリープによる荷重点の降下距離 $d$ の時間的变化を連続記録した。部分除荷量の全荷重に対する比率は小さいし、部分除荷時間も短い。よって氷の板のクリープ自体は、一時部分除荷をおこなわなかったばあいと、ほとんど変わらないと考えられる。一時除荷曲線、すなわち一時部分除荷のあいだの $d$ の変化を表わす曲線の形は、クリープの進行とともに次第に変化した。一時部分除荷開始とともに $d$ は瞬間的に減少するが、この瞬間減少は、クリープの進行程度には関係なく、ほとんど一定である。しかし、瞬間減少後の $d$ は、クリープの初期では漸増し、クリープ進行とともに漸増速度をおとし、クリープが第2段階にはいる前あたりから漸減するようになった。

氷のクリープ変形機構がMaxwell模型とVoigt模型とを結合した粘弾性模型の変形機構とおなじであると考えた。そして、模型の弾性率に変化はないが、粘性係数は変形の増大とともに大きくなると仮定して、実験でえられた一時除荷曲線の形がクリープ進行とともに変る有様を説明した。

一時部分除荷が氷の変形にもたらす変化は非常に小さい。この小さい変化を観測するため、応力状態は複雑であるが、変形が大きく現われる曲げ試験法を使ったわけである。それにしても、一時部分除荷開始のときにおこる $d$ の瞬間減少を弾性によるものとみなし、弾性論から導かれる $d$ に関する公式を応用してヤング弾性率を計算したら、 $1.2 \times 10^{11}$  dyne/cm<sup>2</sup>となっ

た。これは、圧縮試験引張試験で定められている氷のヤング弾性率の値に近い。よって、今の実験につかった氷の板のなかの応力分布は、均質等方弾性物質の板のなかの曲げ試験における応力分布と、余り違わなかったと考えられる。

筆者のひとり八木鶴平は、昭和44年4月から同年12月まで、低温科学研究所に助手として勤務している間、および、それにひき続く国立防災科学技術センター所員と低温科学研究所員との併任の3箇月の間に、この仕事をおこなった。仕事をすすめるにあたっては、低温科学研究所の多くの人びとから、多大の助力をうけた。ここに記して感謝の意をあらわす。

## 文 献

- 1) Krausz, A. S. 1968 Plastic deformation of fresh-water ice. *In Ice Pressure against Structures*, Compiled by L. W. Gold and G. P. Williams, *Nat. Res. Council Canada*, 5-12.
- 2) 中谷宇吉郎 1958 北極の水. 宝文館, 東京, 172 pp.
- 3) Nakaya U. 1958 Mechanical properties of single crystals of ice. *SIPRE Res. Rep.*, **28**, 42 pp., Pls. 42.
- 4) Timoshenko, S. and Goodier, J. N. 1951 *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill Co., London, 506 pp.
- 5) Jellinek, H. H. G. and Brill, R. 1956 Viscoelastic properties of ice. *J. Appl. Phys.*, **27**, 1198-1209.
- 6) 若浜五郎 1964 氷の塑性変形について V, 多結晶氷の塑性変形. 低温科学, 物理篇, **22**, 1-24.
- 7) Glen, J. W. 1955 The creep of polycrystalline ice. *Proc. Roy. Soc.*, **A 228**, 519-538.
- 8) Voitkovsky, K. F. 1967 The relaxation of stresses in ice. *In Physics of Snow and Ice*, Part 1 (H. Ôura, ed.), *Inst. Low. Temp. Sci., Sapporo*, 329-337.

## Summary

When subjected to a constant load, polycrystalline ice creeps at a speed which gradually diminishes from the large value at the beginning of the creep. Such a variation in speed seems to indicate that some changes are occurring in the mechanism of creep with the lapse of time. Thus, it was surmised that, if the load is reduced by a small amount for a short time at regular intervals, the strain of the ice will show varying decreases at each reduction of the load depending upon the different stages of the creep.

A plate of polycrystalline ice (1 cm thick, 3 cm wide and 25 cm long) was placed horizontally on two metal pillows placed 14 cm apart. From the center of the ice plate a pan with pieces of metal amounting to 2600 g in total weight was suspended. Every ten minutes the load at the center of ice plate was reduced slightly and temporarily by removing one of the metal pieces weighing 532 g (20% of 2600 g) by hand and putting it back again on the pan after one minute. The dip  $d$  of the ice plate at its center was continuously registered on a moving sheet of paper by an automatic recorder. Figure 1 of the text shows the creep curves of  $d$  obtained on different plates of ice used for the experiment. The short thorns like appendages growing downwards from the first portion of curve 1 represent the decrease in  $d$  caused by the reductions of load. Although the appendages are seen only on that portion of curve 1, actually they

are present all along the entire length of the curves 1, 2, 3 and 4. As the reductions of load are small in amount and short in time, the general form of the creep curves would not be much different from that to be expected without the reductions of load.

Details of the change in  $d$  caused by the reductions of load can be seen from the 17 curves in Fig. 2. These curves are those obtained on the ice plate which gave curve 4 of Fig. 1. The numerical figure to the left of each curve is the time of creep in minutes counted from the start of the experiment at which the constant load is applied. It was found that at the instant the load is reduced,  $d$  decreases rapidly by the same definite amount regardless of the time of creep. But the subsequent change in  $d$  depends largely upon the time of creep as may be clearly seen in Fig. 2. At the early stage of creep,  $d$  increases throughout the entire period of reduced load, to rise sharply again after one minute when the load is returned. But the increasing rate of  $d$  gradually declines as the reduction of load is repeated. Soon  $d$  turns to decrease and the rate of decrease grows as the creep proceeds. Figure 3 gives a schematic representation of the  $d$ -curves in various stages of the creep. The lengths of the parts of figures of Fig. 3 such as  $t_0$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $h$  are plotted against the time of creep in Figs. 4 and 5 for the cases of creep curves 4, 1, 2, 3 shown in Fig. 1.

If it is assumed that the mechanism of creep of ice is similar to that of a viscoelastic model as shown in Fig. 6 A, and that the elastic constants  $E_1$  and  $E_2$  of the model remain unchanged while the coefficients of viscosity  $\eta_1$  and  $\eta_2$  increase as the creep advances, the form of the  $d$ -curve during the periods of reduced load is shown to be almost the same both for the ice and viscoelastic model. Let a constant load  $W_0$  acting on the viscoelastic model be reduced by an amount  $W$  at time  $t=0$ . If strains of the model just after the reduction of load and in the following period are denoted respectively by  $e_2$  and  $e$ , the difference of the two strains  $e-e_2$  may be shown to change in proportion to

$$u = Dz - \frac{1}{2} z^2, \quad z = t/\tau, \quad \tau = \eta_2/E_2,$$

$$D = \left[ (W_0 - W)/W \right] (\eta_2/\eta_1) - 1.$$

In Fig. 6 B are drawn curves of  $u$  versus  $z$  for different values of  $D$  ranging from 0.04 to  $-0.16$ , with the value of  $D$  being the greater as the position of the curve increases in height. Let it be assumed that the rate of increase with the time of creep is greater in  $\eta_1$  than in  $\eta_2$ . Then  $D$  decreases and the curve of  $u$  descends in Fig. 6 B as the creep proceeds. The characteristic time  $\tau$  of retarded elasticity becomes longer as the creep proceeds, because  $\eta_2$  increases with the time of creep. Therefore the period of reduced load becomes shorter with decreasing  $D$  when expressed in terms of  $z$ . The broken line R in Fig. 6 B gives the approximate time of finishing the reduction of the load. Thus the change in strain of the viscoelastic model during the period of reduced load is given by those parts of the curves in Fig. 6 B lying to the left of the broken line R. They are similar in form to those parts of the observed curves of  $d$  in Fig. 2 that lie between the two vertical segments representing the quick decrease and increase in  $d$  at the beginning and the end of each of the reductions of load.

The plate of ice bent in a form similar to that which the theory of elasticity gives



for a beam of homogeneous isotropic material. If the strain and its time derivative both change in proportion to the stress, a beam loaded in a similar manner to the present experiments will increase its bend retaining its similarity with the above form predicted by the theory of elasticity. This may be taken as evidence for the assumption which has it that the ice is deformed in a similar manner to the viscoelastic model.

The quick decrease and increase in  $d$  at the beginning and the end of the reductions of load can be considered to be elastic. From this Young's modulus of the ice at  $-10^{\circ}\text{C}$  was calculated to be  $1.2 \times 10^{11}$  dyne/cm<sup>2</sup>. All of the present experiments were carried out in a cold room held at a temperature of  $-10^{\circ}\text{C}$ .