



Title	冬期及び融雪期の夜間輻射冷却：積雪内の相変化を考慮した一時元モデルによる熱収支の計算
Author(s)	石川, 信敬; 石田, 完
Citation	低温科学. 物理篇, 31, 107-116
Issue Date	1973-03-25
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/18223">http://hdl.handle.net/2115/18223</a>
Type	bulletin (article)
File Information	31_p107-116.pdf



[Instructions for use](#)

## 冬期及び融雪期の夜間輻射冷却\*

— 積雪内の相変化を考慮した一次元モデルによる熱収支の計算 —

石川 信 敬

(北海道大学院 理学研究科)

石 田 完

(低温科学研究所)

(昭和48年9月受理)

### I. 緒 言

北海道北部の2地点で観測した冬期と融雪期の盆地冷却の結果は以前に報告したが<sup>1),2)</sup>, 顕著な特徴として次の2つが挙げられた。すなわち盆地冷却が生じている時, 山頂においての顕熱輸送量が麓におけるより大きいこと, また, 冬期の方が融雪期よりも強い気温の逆転が観測されたことである。

今回は冬期と融雪期の盆地冷却の強さの違いの原因を解明する第一歩として, 積雪が乾いている場合と湿っている場合に, 簡単な一次元モデルを作って, それぞれの熱収支を求めてみた。その数値計算の方法と計算結果を報告する。

### II. 計 算 方 法

#### (A) 一次元モデル

第1図に計算で用いたモデルを示す。冬期, 融雪期いずれも100 cmの積雪層があり, 地表から250 mの上空に気温が変化しない空気層を考える。これは盆地冷却の観測で麓より250 m高い, 山頂の気温の変化が小さいという結果<sup>1)</sup>に基づいている。さらにこの空気中においては長波長輻射の吸収はないと仮定する。積雪表面において, 凝結や蒸発による潜熱が小さいことから<sup>2)</sup>, この熱量は無視する。また積雪層内への日射の透過は積雪の吸収係数が大であること<sup>3)</sup>から無視する。さらに融雪期においては積雪層内に融解水が一様に分布していると仮定する。

#### (B) 計 算 方 法

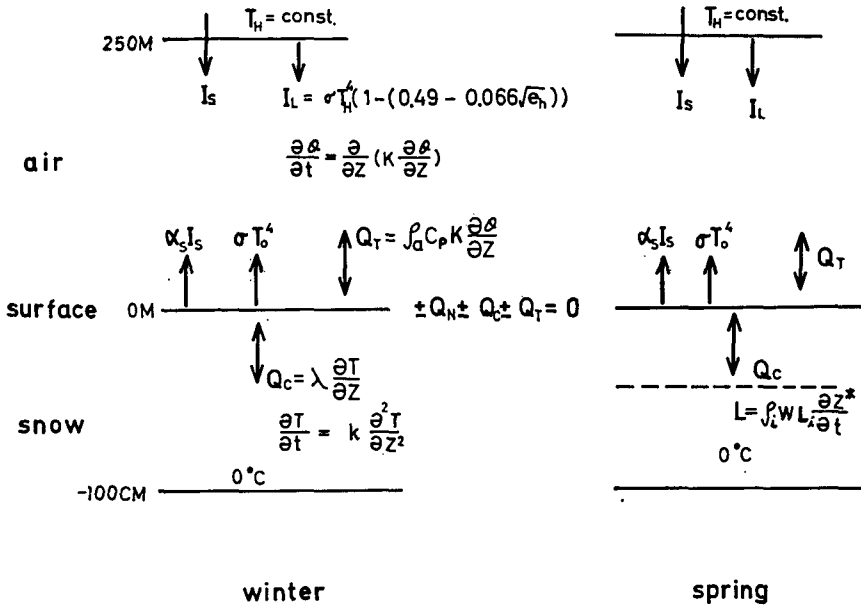
(冬 期)

(A)で考慮した仮定のもとに, 積雪表面での熱収支は, 積雪が乾燥している時,

$$\pm Q_N \pm Q_T \pm Q_c = 0 \quad (1)$$

で示すことができる。ここで $Q_N$ は正味輻射量,  $Q_T$ は顕熱輸送量,  $Q_c$ は積雪内での伝導熱量

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第1267号



第1図 一次元モデル

$$\pm Q_N = (1 - \alpha_s) I_s + I_L - \sigma T_0^4$$

をあらわす。表面に供給される熱を (+), 表面から奪われる熱を (-) の符号で示した。(1) 式の各項はそれぞれ

$$Q_N = Q_{SN} + Q_{LN} = (1 - \alpha_s) I_s + (1 - \alpha_L) (I_L - \sigma T_0^4) \tag{2}$$

$$Q_T = C_P \rho_a K \left( \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{z=z_0} \tag{3}$$

$$Q_C = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial Z} \right)_{z=0} \tag{4}$$

とあらわせる。ここで  $Q_{SN}$ ,  $Q_{LN}$  はそれぞれ短波長, 長波長放射の収支量,  $I_s$  は日射量,  $I_L$  は長波長大気輻射量,  $\alpha_s$  と  $\alpha_L$  は短波長, 長波長に関する積雪の反射率,  $\sigma$  は Stefan-Boltzmann 定数,  $T_0$  は積雪表面温度,  $C_P$  は空気の比熱,  $\rho_a$  は空気の密度,  $K$  は拡散係数,  $\theta$  は温位,  $\lambda$  は積雪の熱伝導率,  $T$  は積雪の温度,  $Z_0$  は粗度である。

積雪は黒体とみなせる<sup>4)</sup> から (2) 式において  $\alpha_L = 0$  として計算は行なう。 $I_s$  と  $I_L$  は近藤の経験式<sup>5)</sup> から, 晴天日において,

$$I_s = J_0 \left( \frac{\bar{d}}{d} \right)^2 \cos \zeta \{ 0.3 + 0.7 \times 10^{-0.055(1+0.04 e_H) \sec \zeta} \} \tag{5}$$

$$\cos \zeta = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos h \tag{6}$$

$$I_L = \sigma T_H^4 \{ 1 - (0.49 - 0.066 \sqrt{e_H}) \} \tag{7}$$

と与えた。ここで  $J_0$  は太陽定数,  $\bar{d}$  と  $d$  は, 地球と太陽間のそれぞれ平均距離とその時期での距離,  $e_H$  は地表附近の一定気温  $T_H$  をもつた気層の水蒸気圧,  $\varphi$  は観測点の緯度,  $\delta$  と  $h$  は太陽の赤緯と時角である。

空気中と積雪中の温度場は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Z} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \quad (9)$$

で示すことできる<sup>6),7)</sup>。κは積雪の温度拡散係数である。

(融雪期)

積雪が融解水を含んでいる時、(1)式の代わりに、表面での熱収支の式を、

$$\pm Q_N \pm Q_T \pm Q_M = 0 \quad (1)$$

とおいた。Q<sub>M</sub>は積雪内で凍結、融解がおこる時の潜熱で(+)の時の凍結、(-)の時に融解をあらわすが、計算は±Q<sub>N</sub>±Q<sub>T</sub>≤0の時、すなわち表面融解が生じない時に限った。さらにクラスト(凍結)層が積雪下部に進行していくとき、融解水は積雪層内を移動せずその場所で凍結すると仮定した。

初め積雪は融解水を含んでいて全層0°Cであるが、±Q<sub>N</sub>±Q<sub>T</sub><0になるとクラスト層ができる。クラスト層内では水はすべて凍結したと考えるとこの層の中に温度勾配が生じ熱伝導がおこる。そうなると(1)式の代わりに再び(1)式を表面での熱収支の式として使う。クラスト層内に関しては、ある時間にできたクラスト層の温度は零度であり、次の時間にその中に温度分布が生じ、その伝導熱量分に等しい熱でさらにクラスト層が成長するという考え方をとった。すなわちクラスト層が進行してゆく先端では伝導で奪われた熱量に見合うだけクラスト層が成長するとして

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial Z} \right)_{z=z^*} \cdot \Delta t = \rho_i W L_i \left( \frac{dZ^*}{dt} \right) \Delta t \quad (10)$$

の関係が成立すると仮定した。ここでΔtは計算の時の時間間隔、ρ<sub>i</sub>は積雪の密度、Wは含水率、L<sub>i</sub>は氷の融解(凍結)潜熱、Z\*はクラスト層の厚さである。

融雪期における温度場は、空気中は(8)式、クラスト層内は(9)式、クラスト層の下の積雪層内は零度としてあらわすことができる。

### (C) 拡散係数

(8)式における拡散係数は、接地境界層内で、気温と風速の関数として与えられているが<sup>8)</sup>、今回の計算では、計算時間がたつに従って(冷却が進むに従って)Kの値が振動して安定しなかったので、Lettauの求めた地上0.1cm~500mまでのKの値<sup>9)</sup>を、安定度を考慮して使った。補正をする時にKの値が分子動粘性係数より小さくなる時は、その係数をKの値とした。

### (D) 数値計算

境界条件と初期条件はそれぞれの観測日に合せて選び、(8)、(9)式を数値計算で解いた。正味輻射量がゼロになる時刻を計算の始めとした。iを時間の指標、jを空間の指標として、用いた差分形<sup>10)</sup>を示す。空気中では

$$\bar{\theta}_j^e = \frac{\theta_j^{e-1} + \frac{2\Delta t}{\Delta Z_{j+1} + \Delta Z_j} \left\{ \frac{K_j^{e-1}}{\Delta Z_j} (\theta_{j-1}^{e-1} - \theta_j^{e-1}) + \frac{K_{j+1}^{e-1}}{\Delta Z_{j+1}} \bar{\theta}_{j+1}^e \right\}}{1 + \frac{2\Delta t K_{j+1}^{e-1}}{(\Delta Z_{j+1} + \Delta Z_j) \Delta Z_{j+1}}} \quad (11)$$

を用いる。(11)式で $\bar{\theta}_n^e$ の値を与えて、 $j=n-1, \dots, 1$ と変化させれば $\bar{\theta}_1^e$ まで求められる。さらに

$$\bar{\theta}_j^e = \frac{\theta_j^{e-1} + \frac{2\Delta t}{\Delta Z_{j+1} + \Delta Z_j} \left\{ \frac{K_{j+1}^{e-1}}{\Delta Z_{j+1}} (\theta_{j+1}^{e-1} - \theta_j^{e-1}) + \frac{K_j^{e-1}}{\Delta Z_j} \bar{\theta}_{j-1}^e \right\}}{1 + \frac{2\Delta t K_j^{e-1}}{(\Delta Z_{j+1} + \Delta Z_j) \Delta Z_j}} \quad (12)$$

を用いる。(12)式では $\theta_0^e$ の値を与えると、 $j=1, n-1$ と変化させれば $\bar{\theta}_{n-1}^e$ まで求められる。積雪中でも同様である。

融雪期の場合、クラスト層内に(9)式を適用するが、クラスト層は成長している。すなわち境界面が下方へ移動するので、計算毎に厚さを調べて $\Delta Z$ (計算では5mm)の格子を組んでいった。

(11)式と(12)式で得られた値の平均値

$$\theta_j^e = \frac{\bar{\theta}_j^e + \hat{\theta}_j^e}{2} \quad (13)$$

$$T_{-j}^e = \frac{\tilde{T}_{-j}^e + \hat{T}_{-j}^e}{2} \quad (14)$$

を $i$ 時刻における $j$ 空間の温度とした。

表面温度の決定は、(1)式を

$$(1-\alpha_s)I_s + (1-\alpha_L)(I_L - \sigma T_0^4) + \rho_a C_P K_i^{e-1} \frac{\theta_1^e - T_0^e}{\Delta Z_1} - \lambda \frac{T_0^e - T_{-1}^e}{\Delta Z} = 0 \quad (15)$$

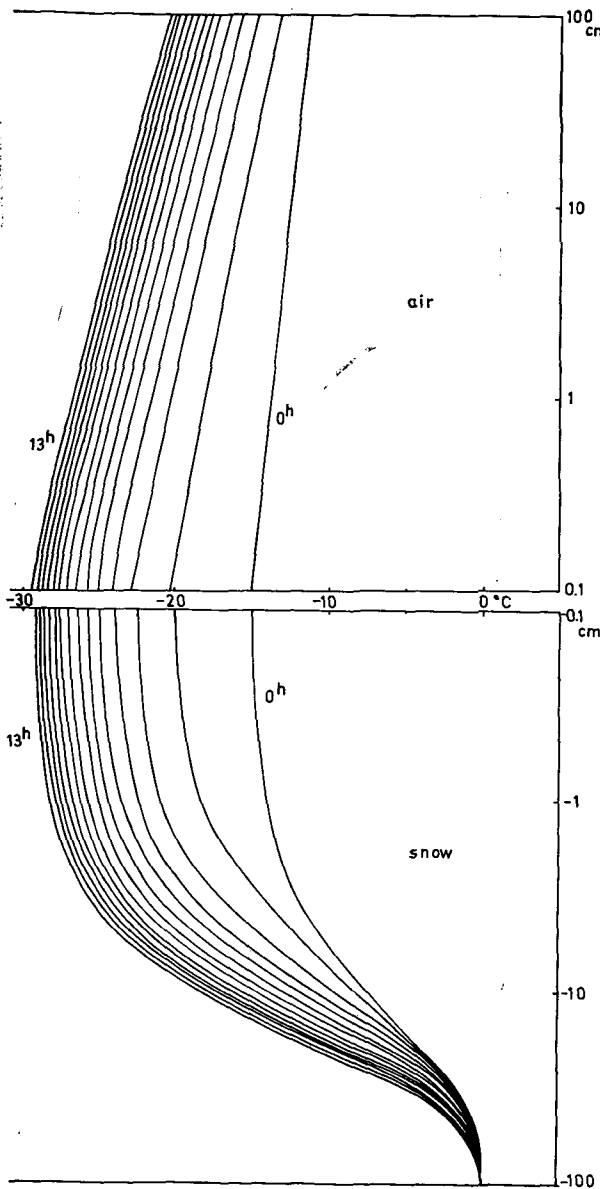
とあらわし、 $T_0^e$ の4次方程式の解として求められる。冬期と融雪期の両計算に共通な定数は、 $\alpha_L=0$ 、 $\rho_a=0.0013 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ 、 $C_{Pa}=0.24 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{C}^{-1}$ 、 $Z_0=0.1 \text{ cm}$ 、 $\lambda=8.0 \times 10^{-4} \text{ cal}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{C}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ 、 $\rho_i=0.35 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ 、 $C_{Pi}=0.5 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{C}^{-1}$ 、気層の厚さ250m、積雪深は100cmである。

### III. 計算結果

冬期(2月7日~8日)と融雪期(4月15日~16日)の計算例を第2, 3図に示した。

条件は

	高さ (z)	初期温度 ( $\theta$ )	風速	水蒸気圧	アルベード
冬期	0.1 cm	-15.0°C	0.0 m·s <sup>-1</sup>	1.75 mb	0.75
	250 m	-10.0°C	3.0 m·s <sup>-1</sup>		
$T(z) = -15 e^{0.069z} \quad (z \leq 0)$					
融雪期	0.1 cm	0.0°C	0.0 m·s <sup>-1</sup>	3.84 mb	0.65
	250 m	5.0°C	3.0 m·s <sup>-1</sup>		
$T(z) = 0.0^\circ\text{C} \quad \text{含水率} = 10\%$					



第2図 冬期(1971年, 2月7~8日)の計算例

縦軸: 高さ(空气中), 深さ(積雪中)

横軸: 気(雪)温

$Q_N=0$ になる時刻を初期時刻0時と

し, 1時間毎の温度を示す。

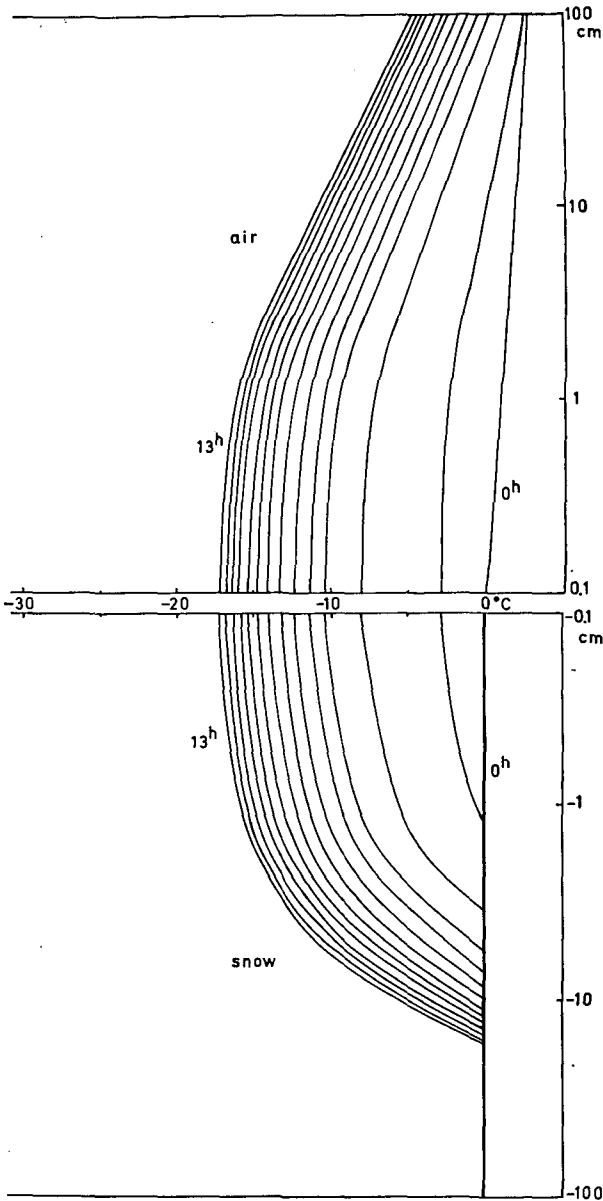
である。計算に使用した時間間隔は20秒である。

両図ともに, 1時間毎の温度分布を示してある。計算では, 積雪表面と1mの間に大きな(約 $10^{\circ}\text{C}$ )逆転があらわれたが, 実際の観測では $4\sim 5^{\circ}\text{C}$ が最高であった。これは計算に用いた拡散係数の値が実際と異なっていたためと思われる。しかし積雪表面や内部の温度は観測値とよく合っている。以下積雪内部に限って計算結果をのべていく。第4図に表面温度の時間変化を示した。実線が観測値, 破線が計算値である。両者の値は良く合っているが, この観測日はいずれも夜間の雲量がゼロで, 風が穏やかな輻射冷却の状態にあり, 冷却のされ方がこの次元モデルに極めて似ていたといえる。

第5図に雪温の時間変化を示した。冬期には60cmの深さまで温度が変化している。一方融雪期においては含水率15%の積雪で約15cmのクラスト層の成長があった。冷却が始まって(正味輻射量が負になって)2時間後に冬期では, 表面附近で $10^{\circ}\text{C}$ 以上の変化をするのに融雪期においては約 $5^{\circ}\text{C}$ の変化であった。両時期における温度変化を比較するために, 初期値からの差(冷却度)をとって第6図に示した。実線は冬期, 破線は融雪期をあらわす。

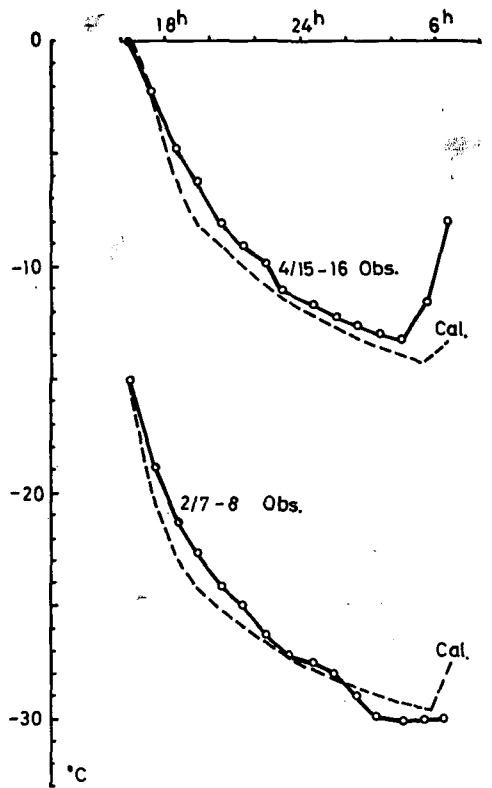
クラスト層の成長のために, 融雪期

の冷却は遅く, 温度勾配は冬に較べて急である。冬期の場合, 表面の影響が深くまで及んでいる。クラスト層の成長を(10)式で表わしたが, この計算値を実測と較べた(第7図)。(I)が計算, (III)が観測値である。最初から5時間までは両者の値は良く合っているが, 時間がたつに従って計算値が小さくなる。計算において, 含水率を時間的にも空間的にも変化させずに一様



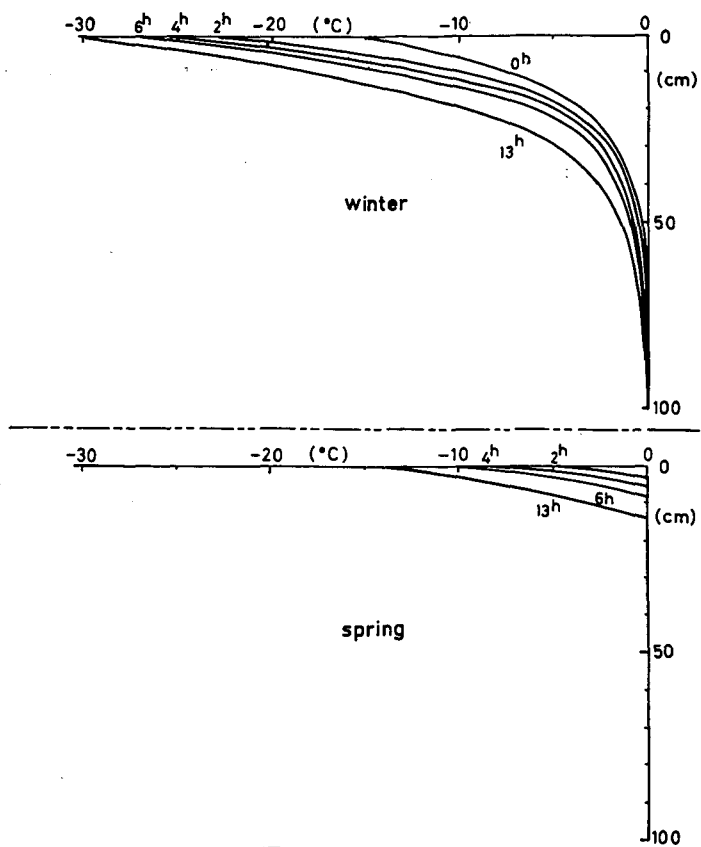
第3図 融雪期(1971年, 4月15~16日)の計算値  
 縦軸: 高さ(空气中), 深さ(積雪中)  
 横軸: 気(雪)温  
 $Q_N=0$  になる時刻を初期時刻0時とし, 1時間毎の温度を示す。

いる。計算においては正味輻射量を凍結開始後約2時間の値を使ったため, エネルギー損失分を大きく見積りすぎたためと思われる。実際には表面温度が下がるに従って正味輻射量の絶対値は小さくなる。



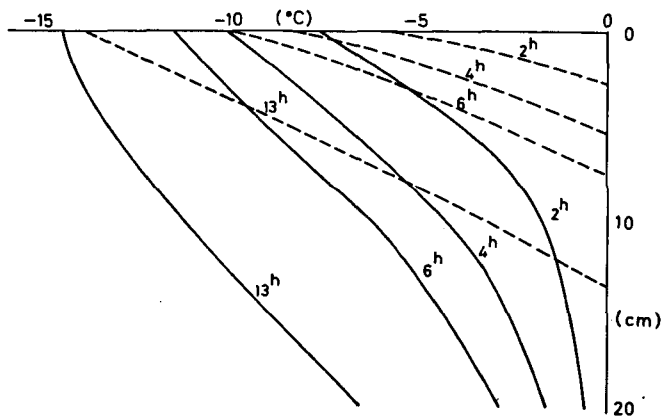
第4図 表面温度の比較  
 —: 実測値  
 ---: 計算値

としてクラスト層を成長させたが, 実際には融解水の一部は積雪の下側へ抜けて含水率は小さくなる<sup>11)</sup>。そのため表面附近の含水率をそのまま積雪全体の含水率として計算を行うことは, ある深さ以上では実際より含水量を多く見積ったことになりその差が現われたのであろう。(II)は松岡の式<sup>12)</sup>を使った計算例である。(II)と(III)も最初は良く合っているが後半にズレが生じ, この場合は計算値が大きくなって



第5図 雪温の時間変化図

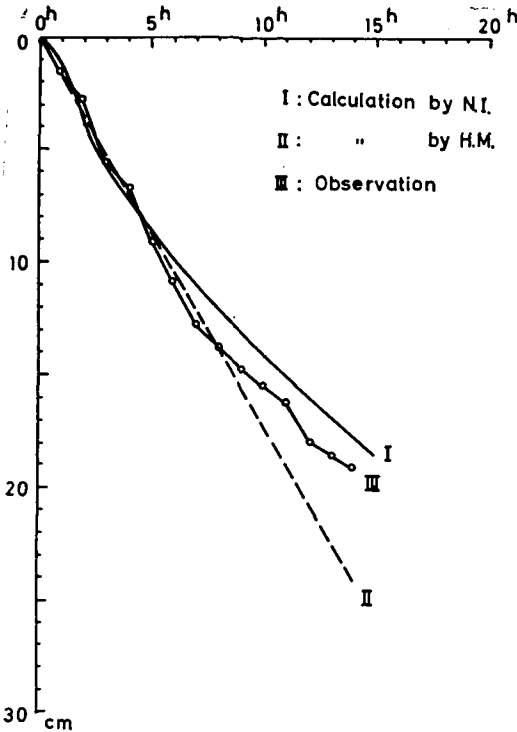
上段：冬 期  
 下段：融 雪 期  
 縦軸：深 さ (cm)  
 横軸：雪 温 (°C)  
 パラメータ：時間



第6図 冷却度の時間変化図

—：冬 期  
 ----：融 雪 期





第7図 クラスト層の発達図

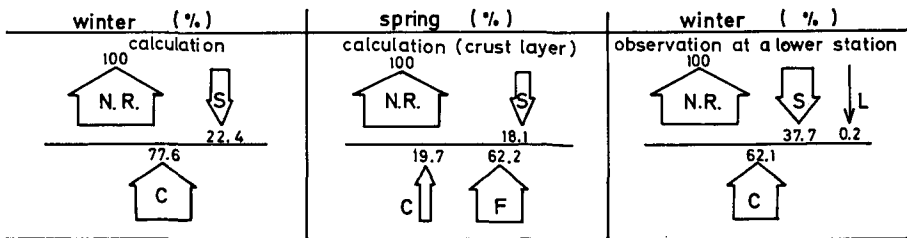
- I: (10)式からの計算値
- II: 松岡<sup>12)</sup>の式からの計算値
- III: 観測値

IV. 輻射冷却下での熱収支

計算で得られた温度を用いて、輻射冷却下にある(夜間における)熱収支を第8図に示した。ここで、N.R.は輻射によるエネルギー、Sは乱流輸送による熱量、Cは積雪内の熱量、Fは凍結に使われる熱量をそれぞれ示し、数字は熱収支全体に対する割合を百分率であらわしたものである。冬、春いずれにおいても夜間、積雪表面から奪われる熱は負の正味輻射によるものであり、また表面に供給される熱は乱流輸送によるものである。冬期においては、両者、N.R.とSの差、約80%が積雪の温度を下げることに使われ融雪期には、積雪の温度を下げる分は20%だけで、約60%は凍結に使われている。第8図には冬期の盆地冷却の観測で得た、麓における熱収支も示してあるが、その結果は冬期の計算結果とほぼ一致する。

今回の計算結果は、積雪表面下ではよく観測事実を説明するが、空気中では合わない。

観測条件に即したさらに複雑なモデルにおいての計算が必要である。



第8図 積雪内の熱収支

- N.R.: 正味輻射量
- C: 積雪内の熱量
- L: 凝結(蒸発)潜熱
- S: 顕熱輸送量
- F: 凍結に使われる熱

数字は百分率(供給, 放出熱量をそれぞれ100とする)を示す。

終りに、この計算を行なうにあたり北海道大学理学研究科学生坂本雄三君に多大な援助を戴いた。ここに記して感謝いたします。計算は北大大型計算機センターの FACOM 230-60 で行なった。

## 文 献

- 1) 石川信敬・石田 完 1971 冬期における盆地冷却の観測. 低温科学, 物理篇, **29**, 115-123.
- 2) Ishikawa, N. and Ishida, T. 1973 Observations of radiative cooling at basins in midwinter and snow-melting season. *J. Meteorol. Soc. Japan*, **51**, 197-204.
- 3) Thomas, C. W. 1963 On the transfer of visible radiation through sea ice and snow. *J. Glaciol.*, **34**, 481-484.
- 4) Munn, R. E. 1966 Descriptive micrometeorology Academic Press, 242 pp.
- 5) Kondo, J. 1967 Analysis of solar radiation and downward long wave radiation data in Japan. *Sci. Rep. Tohoku Univ., Ser. 5*, **18**, 91-124.
- 6) Zdunkowsky, W. G. 1966 The nocturnal temperature minimum above the ground. *Beitr. Phys. Atmos. Bd.*, **39**, S. 247-253.
- 7) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C. 1959 Conduction of heat in solids, *2nd. Ed.*, Oxford Univ. Press, 510 pp.
- 8) Yamamoto, G. and Shimanuki, A. 1966 Turbulent transfer in diabatic conditions. *J. Meteorol. Soc. Japan*, **44**, 301-307.
- 9) Lettau, H. H. 1962 Theoretical wind spirals in the boundary layer of a barotropic atmosphere. *Beitr. Phys. Atmos. Bd.* **35**, 195-212.
- 10) Maykut, G. A. and Untersteiner, N. 1969 Numerical prediction of the thermodynamic response of arctic sea ice to environmental changes. *The Rand Corporation, Santa Monica, California*, RM-6093-PR, Nov., 172 pp.
- 11) 吉田順五 1962 積雪内の融雪水分布. 低温科学, 物理篇, **20**, 181-185.
- 12) 松岡春樹・清水 啓・伊藤文雄 1968 融雪期における融雪及び雪質の日変化の観測例 (I). 福井大学教育学部記要第 II 部, 自然科学, 第 **18** 号, 第 **1** 集, 1-20.

## Summary

The nocturnal radiative cooling was observed at different places in the interior of Hokkaido in winters and springs in 1971 and 1972. The instrumentation has been described previously. One of the results that was found is that the temperature inversion in winter is more developed than in spring, a result to be expected. There are several possible explanations of such a difference of the strength of the temperature inversion, one of which may be the different characteristics of snow covers. In winter the snow is dry. In spring the snow is melting during the daytime and the melt water penetrates through the snow cover thus raising its temperature to the melting point. At night, the surface frequently freezes owing to a long wave radiative loss, and part of the snow melted during the previous day might refreeze.

Some simulations are carried out to calculate the vertical temperature profile by considering a melting-refreezing cycle. The simple model is shown in Fig. 1. In the model the snow depth is assumed to be 100 cm, with a temperature of 0°C at this depth. The thickness of the atmosphere boundary layer is assumed to be 250 m above the snow surface and in this boundary layer the air temperature and water vapor pressure are assumed to be constant. No energy loss or gain by radiation or advection is assumed for this 250 m thick air layer. Then the temperature profile is given by  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Z} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)$  in eq. (8) for air and by  $\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}$  in eq. (9) for snow, where  $\theta$  is potential temperature,  $K$  is eddy diffusivity,  $T$  is snow temperature,  $k$  is thermal

diffusivity of snow.

At the snow surface, the energy balance equation is given by

$$\pm Q_{SN} \pm Q_{LN} \pm Q_T \pm Q_c \pm Q_E = 0 \quad (1)$$

where  $Q_{SN}$  is short wave balance ( $Q_{SN} = I_s - \alpha I_s$ ,  $\alpha = 0.55 \sim 0.8$ , Albedo),  $Q_{LN}$  is long wave balance ( $Q_{LN} = \sigma T_0^4 - \sigma T_H^4 \{1 - (0.49 - 0.066 \sqrt{e_H})\}$ ),  $T_0$  is surface temperature,  $T_H$  is air temperature at 250 m,  $e_H$  is water vapor pressure (mb) at 250 m,  $\sigma$  is Stefan-Boltzmann constant,  $Q_E$  is latent heat flux,  $Q_T$  is sensible heat flux and  $Q_c$  is conductive heat flux in the snow layer. Fluxes towards the surface are considered as positive, fluxes away from the surface as negative.  $Q_E$  is neglected in the calculations: this is a reasonable assumption, because no large values of  $Q_E$  were measured during the observational periods. As long as the snow is wet,  $Q_c = 0$ . It is assumed that the energy loss during night hours is balanced by freezing ( $Q_M$ ), which begins at the surface. A crust layer develops and conduction takes place, as the snow is no longer isothermal near the surface.

Calculations were started at the time the net radiation balance became zero. In the calculations, the values observed at the field when the net radiation balance became zero were taken as the initial values at the boundary. At first, the surface temperature was calculated by using (15). Equations (8) and (9) were calculated by using a numerical method shown in eqs (11) and (12). After this, the temperature distribution in air and snow were obtained by using an iterative process with a time interval of 20~30 sec.

The results are shown in Figs. 2~3, and the components of the heat balance which were obtained by the calculations are shown in Fig. 8. When initial cooling takes place, the temperature decrease near the surface seems to be much slower in spring as compared with winter. We might conclude that, although the model is very simple, the different heat release from the snow cover during winter and spring is one of the causes of the difference in the inversion strength.