Zyungo YOSIDA 1976 Flying of Snow Caused by a Local Drop in Atmospheric Pressure. I. Fundamental Matters Necessary for Studying the Phenomenon of Snow Flying. *Low Temperature Science, Ser.* ***A, 34.*** (With English Summary p. 14)

気圧の局所急速降下による積雪の飛散 I*

——基 礎 的 考 察——

吉 田 順 五
(北海道大学名誉教授)

(昭和51年10月受理)

I. まえがき

積雪内空気の圧力，すなわち，積雪を構成する雪粒と雪粒とのあいだの空隙をみたす空気の圧力は，大気圧にひとしい。大気圧が変動すれば，積雪表面を通じて空気の流出あるいは流入がおこって，積雪内空気は膨脹あるいは収縮し，その圧力が大気圧と同一の値に保たれる。流出流入する空気は，自身の流れの方向に積雪の雪粒を拉致（らち）しようとする。ただ，大気圧の変動は一般に緩漫だから，流出流入の速度は極めて小さく，雪粒を動かすほどの力は現れない。しかし，積雪表面全体にわたってではなく，その一部分についてならば，次の第II節で述べる例が示すように，気圧の急速な変動がおこりうる。このとき，変動にともなう気圧の降下が充分に速ければ，流出する空気の流速が大となり，積雪表面にある雪粒はつぎつぎに大気中に拉致され飛散するであろう。

このような気圧の急速降下による積雪飛散現象を，それと知って観察した例を筆者は聞かない。しかし，充分に起りうる現象と考え，それを，この一連の論文で理論的に考察することにした。論文Iは，積雪内空気の圧力微分方程式，運動方程式，雪粒を拉致するに必要な空気流の速度など，飛散現象の基礎的事項の検討にあて，論文II以下で，現実にありそうな飛散現象をいくつか選んで具体的に考察する。

II. 気圧急速降下の例

1. ほうなだれに伴う気圧急速降下

新雪なだれの一種である「ほうなだれ」は，破壊力が強いことと巨大な雪けむりを立てることとで知られている。富山県の黒部峡谷でほうなだれを研究中の清水その他の報告によると[1]，ほうなだれには瞬間的な気圧の急速降下がともなう。なだれの通路のかたわらに置いた自記差圧計と自記気圧計とのペン書き記録に，ほうなだれが通過した瞬間，大気圧を示す水平線に直角に立つ短い直線があらわれた。つまり，気圧が急速に降下し，ついで，急速に上昇回復したわけである。記録された気圧降下の最大値は，差圧計では2.3 mb，気圧計では21 mbであった。同じほうなだれについての値ながら，後者は前者の10倍に近い。両方の計器の設置

* 北海道大学低温科学研究所業績 第1790号

場所の違いが原因かも知れないが，記録値のこの喰い違いをそれだけに帰してよいかどうか，今のところ判らない。しかし，この観測結果から，ほうなだれには，数 mb あるいは数 10 mb に達する気圧の急速降下が先行あるいは随伴すると考えて差つかえないであろう。巨大な雪けむりは，この急速気圧降下が，うえに述べた機構によって発生させるのではあるまいか。

2. 列車がおこす気圧急速降下

雪のつもった鉄道線路を列車が走ると，車輛の床下空間に線路上の雪が舞いあがる。舞いあがった雪は床の下面にとりつけてある機械器具に付着し，いろいろな障害をもたらす。列車に引きづられておこる床下空間の風の平均速度は，床の下面と道床面とに接する境界層内を除外すれば，列車速度 U_0 の半分 ($U_0/2$) にひとしい[2]。この平均風が雪を舞いあがらせる原因であることに疑いはない。しかし，床下空間の風速は変動がはげしいから，風速変動によって誘起される気圧変動もまた雪を舞いあがらせる原因となりうるであろう。気圧変動の半分は気圧の急速降下だからである。福地は，雪のない東海道線で，線路の中心線上の一点に白金線風速計をおいて通過列車の床下風速 U を測定した[2]。その記録によると，U の変動の幅 ΔU と U_0 との比は 0.3 である。この結果を用い，$U_0=25$ m/s$=90$ km/hr として，気圧変動幅 Δp をベルヌイの定理によって計算すると，$\Delta p=1.2$ mb となる。

福地は，さらに，列車がひきおこす気圧変動を直接測定した[3]。車輛床下の気圧変動そのものではないが，それにほぼ同等な気圧変動である。東海道新幹線の線路の中心線から 3 m へだてて，長さが 10 m で車輛の屋根とおなじ高さの塀を線路にそって立て，塀の一箇所に圧力計をとりつけた。圧力計に現われる圧力 φ は，塀にかかる実際の気圧 p と大気圧 p_0 との差にひとしい。車輛の側面と塀との間隔は 1.3 m で，車輛の床の下面と道床面との間隔は 1 m だから，両方の間隔に大差はない。したがって，道床面も，大気圧 p_0 に加えて φ に近い圧力をうけると考えてよい。時速 102 km で走る全長 100 m の新幹線列車の先端が圧力計の正面をすぎるとき，φ は急に $+20$ mmAq に上昇したあと急降下し，0.3 sec 後に -20 mmAq になった。その後は 0 近くの値にかえり，列車が圧力計の正面を通過しおわるまでの間，3 ないし 4 mmAq の振幅で不規則に変動した。

ぬれ雪と密度の大きい乾き雪とでは，雪粒同志の結合が強いため，気圧が急降下しても雪粒は拉致されにくい。それで，以後，この論文にあらわれる「積雪」は，主として，雪粒間の結合が弱い「乾き新雪」を意味するものとする。

III. 積雪の初通気度

気圧の急速降下による積雪からの空気の流出速度を知るには，積雪内空気の運動を支配する運動方程式が必要である。この第 III 節では，それを定めるための準備として，積雪の通気抵抗を考察する。

1. 積雪内空気に関するいろいろな量

積雪内の任意の一点 P を中心として，小さい球面 S を考えよう。球面 S は，内部の体積 ΔV は小さいけれども，多数の雪粒を包みこむ程度には大きいとする。球面 S 内にある雪粒が占める体積の総和を ΔV_1 とすれば，S 内の空隙の体積は $\Delta V_2=\Delta V-\Delta V_1$ にひとしい。

$$\varepsilon = \Delta V_2/\Delta V = 1-(\Delta V_1/\Delta V) \tag{1}$$

は，P点における積雪の「空隙率」と呼ばれる。

点Pを含む任意の平面で球面Sを切断して得られる円内の面積をΔA，またΔAのうち雪粒の切断面の総和が占める面積をΔA_1とする。$\Delta A_2=\Delta A-\Delta A_1$が空隙の切断面積にひとしいことは言うまでもない。雪粒の形にも配置にも規則性はない。このことから

$$\Delta A_2/\Delta A = \Delta V_2/\Delta V = \varepsilon \tag{1'}$$

の関係が導かれる。

積雪の空隙を流れる空気の微視的流動は非常に複雑である。球面S内の空隙を微小体積dVに分割し，dV内にある空気の微視的運動の速度ベクトルを$\boldsymbol{w}$で表わそう。S内の空隙の体積ΔV_2全体にわたっての$\boldsymbol{w}$の積分値

$$\Delta \boldsymbol{w} = \int \boldsymbol{w}\,\mathrm{d}V \tag{2}$$

は1箇のベクトルである。ここで

$$\boldsymbol{v} = \Delta \boldsymbol{w}/\Delta V_2 \tag{3}$$

を，積雪内空気のP点における「空隙流速」と名づけよう。空隙流速$\boldsymbol{v}$は，球面S内の空気の速度の平均値にほかならない。$\Delta \boldsymbol{w}$を球面Sの体積ΔVで割った

$$\boldsymbol{v}' = \Delta \boldsymbol{w}/\Delta V \tag{4}$$

も，一種の平均値である。$\boldsymbol{v}'$はP点における「みかけの流速」あるいは「濾過流速」と言われる。式(1)により

$$\boldsymbol{v}' = \varepsilon \boldsymbol{v} \tag{5}$$

の関係がなりたつ。

空気が流れると，空気の圧力qも，空隙内の場所によって複雑に変わる。式(2)の$\boldsymbol{w}$をqでおきかえて得られる積分値をΔQで表わすと，

$$p = \Delta Q/\Delta V_2 \tag{6}$$

は球面S内の空気の圧力の平均値を与える。このpを球面Sの中心であるP点での空気の「圧力」という。「平均圧力」というべきであろうが，一般にqのpからの偏差が小さいから，形容詞「平均」は省く。P点における空気の密度ρについても同様に考える。

氷の密度をρ_Iで表わすと，P点での積雪の密度ρ_Sは

$$\rho_\mathrm{S} = (\rho\,\Delta V_2 + \rho_\mathrm{I}\,\Delta V_1)/\Delta V = \rho\varepsilon + \rho_\mathrm{I}(1-\varepsilon) \tag{7}$$

で与えられる。空気の密度ρは氷の密度ρ_Iの1000分の1程度だから，εが1に非常に接近する極端に軽い新雪のばあいを除けば，(7)式左辺の第1項は第2項に対して無視できる。よって，一般に，空隙率εの値は

$$\varepsilon = 1-(\rho_\mathrm{S}/\rho_\mathrm{I}) \tag{8}$$

によって定められる。新雪の密度は0.1 g/cm^{3}附近にある。$\rho_\mathrm{S}=0.1$ g/cm^{3}とすると，$\rho_\mathrm{I}=0.917$

g/cm^3 だから，$\varepsilon=0.89$ となる。それで，これから先の議論で空隙率の数値が必要なときは，その代表値として 0.9 を用いることにする。

2. 清水の積雪—空気透過実験

性質が均一な積雪を考える。直角坐標 (x, y, z) をおき，積雪内空気の空隙流速 $\boldsymbol{v}$ の x, y, z 成分を u, v, w で表わす。微小体積 $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 内にある質量 $\varepsilon\rho\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ の空気に，(1′) 式の関係を考慮して運動法則をあてはめると，x 方向に関する運動方程式として

$$\varepsilon\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\varepsilon\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{\varepsilon^2}{B}u \tag{9}$$

がえられる。右辺第 2 項は積雪の単位体積が空気に加える抵抗力で，B は u の関数である。式 (9) は空隙内空気の平均流動に関する巨視的運動方程式だから，B の値は，次に述べるような実験によって定めなければならない。空隙内の微視的流動に関する運動方程式は，粘性流体についてのナビエ・ストークスの微分方程式である。

一本の管に，積雪の板を管の軸と直角にはめこみ，板の両面にかかる空気の圧力に差をつけると，高い圧力のかかった面から低い圧力のかかった面にむかって，積雪の板のなかを空気が流れる。管に直角な任意の平面上で，空隙流速のベクトル $\boldsymbol{v}$ は一様であり，かつその方向は管の軸の方向と一致する。よって，管の軸にそって，空気が流れる向きに x 坐標をとれば $v=w=0$ となる。それ故，板の両面の圧力差を一定に保つことによって得られる定常状態については，(9) 式が

$$\rho u(\mathrm{d}u/\mathrm{d}x)=-(\mathrm{d}p/\mathrm{d}x)-(u'/B) \tag{10}$$

の形をとる。u' は濾過流速 $\boldsymbol{v}'=\varepsilon\boldsymbol{v}$ の x 成分を表わす。

清水は，-10°C の低温実験室で，いろいろな種類の雪の板を管にはめこみ，板の両面にかかる空気の圧力差もいろいろに変えて，u' を測定した[4]。これを積雪-空気「透過実験」と呼ぶことにしよう。その結果，同一の雪の板については，u' が $\mathrm{d}p/\mathrm{d}x$ に非常によく比例して変化することがわかった。清水が用いた圧力勾配 $\mathrm{d}p/\mathrm{d}x$ の値の最大値は 30 dyne/cm^3 で，測定された u' の値は 1.5 cm/s 以内にあった (文献 4 の第 2 図による)。

3. 清水の実験結果の吟味

うえの透過実験のばあい，空気の流れが定常だから，連続方程式は

$$\rho u=\mathrm{const} \tag{11}$$

として表される。空気は，積雪の板のなかを進むにつれ圧力がさがって膨脹する。ところで，空気は水蒸気で氷飽和の状態にある。よって，膨脹が断熱膨脹にちかければ，水蒸気の一部が雪粒の表面に凝固するであろう。等温膨脹にちかければ雪粒の表面から水蒸気が蒸発する。しかし，水蒸気の凝固蒸発は空気の温度には殆ど影響を与えない。熱伝導率でも積雪 1 cm^3 中の熱容量でも，空気は雪粒の 100 分の 1 にも達しない。そのため，凝固の潜熱にせよ蒸発の潜熱にせよ，雪粒に取込まれるか雪粒によって賄われることになるからである。かくして，氷飽和の積雪内空気の膨脹は，乾燥空気の膨脹とおなじものとして取扱えることになる。それで，単位体積についての乾燥空気の気体常数を $r=2.87\times10^6$ erg/g·deg とし，絶対温度を T で表わ

して

$$dp = \kappa r T d\rho \qquad (12)$$

と書けば，膨脹が等温なら $\kappa=1$ であり，断熱なら，κ は乾燥空気の定圧比熱 c_P と定積比熱 c_V との比 $\gamma=c_P/c_V=1.40$ にひとしい。

式(11)と(12)とを用いると，(10)式の左辺は

$$\rho u(du/dx) = -(u^2/\kappa r T)\,dp/dx \qquad (13)$$

と書きかえられる。測定室の温度 $-10°C$ に対応する $T=263°K$ を用いると $rT=7.55\times10^8$ $(cm/s)^2$ である。それで，空隙流速 u が 10 m/sec という大きな値に達することは実際にはありえないが，仮にこの値に達したとしても，u^2/rT は 0.01 以下に止まる。したがって，空気の膨脹が等温であれ断熱であれ，あるいはその中間の多方変化であっても，(10)式の左辺は右辺の第1項 dp/dx に対して無視してよい。まして，清水の測定で用いられたような小さい u についてなら，(10)式の左辺は完全に0に等しいとおける。つまり(10)式は

$$B = u'/(-dp/dx) \qquad (14)$$

とすることができ，清水がえた u' と dp/dx とが非常によく比例するという結果は，B が，u' によって変化しない，積雪と空気との性質だけで定まる常数であることを意味する。つまり，積雪のなかを流れる空気が積雪からうける抵抗は，空気の濾過速度 u' に，したがってまた空隙速度 u に比例するというダルシー(Darcy)の法則がなりたつわけである。清水は，なお，同一の雪の板が空気の流れと灯油の流れとに与える抵抗を調べて，ダルシー則が，空気のばあい，少くとも，$u'=4.7$ cm/s までは成立することを確かめた(文献4の p. 14)。

4. 積雪の初通気度の値

雪の板のかわりに土その他の多孔体の板を用い，空気のかわりにいろいろな種類の流体を使った透過実験が数多くおこなわれている[5]。いずれの場合にも(14)式が通用する。流体が気体のときは B を「通気度」と，液体のときは B を「透水係数」という。通気度と透水係数とをまとめて「透過係数」と呼ぶことにする。濾過流速 u' を広い範囲に変えたいくつかの実験の結果によると，透過係数 B は，u' が小さいあいだは，ダルシー則が成立して，常数であるが，u' がある値 u'_D を超えると減少しはじめる。このことから，ダルシー則の成立範囲内での B を「初透過係数」と名づけ B_0 で表わそう。清水が定めた B は，積雪の「初通気度」である。その値を第1表に示す。気圧の急速降下による積雪飛散の問題では，u'_D より大きい濾過流速が現われる。しかし u'_D をこえる u' を使って積雪の通気度 B を測定した例は，今のところ，見あたらない。

第1表　積雪の初通気度 B_0 (1気圧，$-10°C$)

雪質	密度 ρ_S (g/cm³)	初通気度 B_0 (cm⁴/s·dyne)
新雪	0.05～0.16	0.2 ～0.5
しまり雪	0.15～0.50	0.03～0.22
ざらめ雪	0.35～0.52	0.15～0.33

種類がおなじ積雪であっても，その密度 ρ_s と初通気度 B_0 との間にきまった関係は存在しない。たとえば ρ_s が同じ 0.3 g/cm^3 のしまり雪であっても，試料ごとに B_0 がちがい，その値は第1表に示した範囲にちらばる。ρ_s が 0.4 g/cm^3 のしまり雪についても同様である。ただ，新雪としまり雪とには，ρ_s が増すと B_0 が減る傾向が，かすかに認められる。

IV. ダルシー則成立範囲外の新雪通気度

気圧の急速降下による雪の飛散現象では，積雪内空気の流速が大きく，ダルシー則が成立しなくなる場合が多い。この第IV節は，そのような場合の新雪の通気度 B についての考察である。

1. 積雪内空気の流動相似則

積雪–空気の透過実験で，空隙流速 u が 10 m/s 以下ならば (10) 式の左辺は近似的に 0 とおけることを前節第3項で述べた。式 (10) の左辺が 0 ならば $\mathrm{d}u/\mathrm{d}x=0$ である。すると，(11) 式から $\mathrm{d}\rho/\mathrm{d}x=0$ が導かれる。つまり，積雪–空気透過実験での空気は非圧縮性とみることができる。u が 10 m/s という大きな値になることはないから，u を 10 m/s 以下に限るという制限は無いにひとしい。よって透過実験に関するかぎり，微視的流動についても「1. 連続方程式は流体が空気であっても液体であっても同じである」といえる。さらに「2. 積雪の空隙内の空気の微視的流動も一般の多孔体のなかの流体の微視的運動も，おなじナビエ・ストークスの運動方程式によって支配される」ことは言うまでもない。構成粒子の形と分布とが，積雪の雪粒の形と分布とに幾何学的に相似な多孔体を「相似多孔体」と名づけよう。すると，上の1と2との事項によって，相似多孔体を用いた透過実験での流体の微視的流動と，積雪–空気透過実験での空気の微視的流動とのあいだに力学的相似のなりたつことが証明される。その結果として，巨視的運動方程式 (14) で定義される透過係数 B が，両方の透過実験に共通して，レイノルズ数 R の同一の関数 $\mathrm{B}(R)$ で与えられることが導かれる。

それゆえ，相似多孔体の板を用い，u'_D より大きい u' についても透過係数を測定した透過実験があれば，それによって定められる $\mathrm{B}(R)$ を，そのまま，積雪のダルシー則成立範囲内外の通気度を表す関数として用いることができる。その種の透過実験として，Schneebeli の実験をとりあげる。

2. Schneebeli の実験

Schneebeli は，直径 27 mm のガラス玉の集合体と，花崗岩を砕いて作った直径 30 mm ないし 40 mm の粒の集合体とを多孔体とする透過実験をおこなった[6]。流体としては水および粘性係数が水の15倍の液を用いた。また，水および液のなかに墨汁の細い線を流しこんで，流動形態を，すなわち流れが層流か乱流かを観察した。花崗岩粒の形は積雪の雪粒の形に近いであろう。花崗岩粒集合体の空隙率 ε は 0.47 であった。これは密度 0.49 g/cm^3 の積雪の ε にひとしい。したがって，花崗岩集合体は，この密度の積雪の相似多孔体とみなされる。

多孔体構成粒子の平均直径 D を使って，Schneebeli は，レイノルズ数 R を

$$R=u'D/\nu \tag{15}$$

で定義した。u' および ν は，それぞれ，流体の濾過流速および動粘性係数である。花崗岩粒集

合体を用いた透過実験でえられた結果をとりまとめると次のようになる。流速を増大しても，R が 2 になるまではダルシー則がなりたち，B は一定値 B_0 であった。R が 2 をこえると，B は

$$\mathrm{B}(R) = B_0\left\{1.054/(1+0.027R)\right\} \tag{16}$$

の式にしたがって減少しはじめた。しかし，流れは層流のままで，R が 60 に達して初めて乱流にかわった。それから先も B は減少を続けるが，$\mathrm{B}(R)$ の関数形は (16) 式と別になる。層流でありながら B が (16) 式にしたがって減るのは，微視的流動における慣性力が，R の増大とともに次第に優勢になるためと解釈される。

3. ダルシー則成立範囲外の新雪通気度

第 II 節の最後でのべたように，急速気圧降下で雪が飛散するのは，主として新雪からである。新雪でも，雪粒の形は花崗岩粒に似ている。しかし，新雪の空隙率 ε は 0.9 付近にあって，花崗岩粒集合体の ε の 2 倍にちかい。よって (16) 式は，ε が 0.47 にひとしい仮想の新雪にならよいが，実際の新雪には用いられない。ただ，R の増大にともなう B の減少の度合が，実際の新雪においては，(16) 式の与える減少度より弱いと言うことはできる。微視的流動の流線は複雑に屈曲するが，ε が増大して雪粒間の空隙がひろがれば，屈曲の度合は衰える。すると流体の加速度も小さくなって，R の増大にともなって慣性力が優勢になるとしても，その趨勢がにぶるに違いないからである。かくして，ダルシー則成立範囲外での新雪の通気度 B は，B_0 と (16) 式の $\mathrm{B}(R)$ とのあいだの値になると言うことができる。

新雪内空気の流動に関するレイノルズ数 R を定めるのに必要な雪粒の直径 D として，0.25 mm を採用することにしよう。新雪の薄片の顕微鏡写真をみると[7,8]，雪粒の多くは，長さ 0.5〜1 mm 太さ 0.1 mm 足らずの，形の整わない氷の柱である。雪粒と同じ体積の球の直径を「有効直径」と名づければ，長さ 1 mm 直径 0.1 mm の円柱状雪粒の有効直径は 0.25 mm にひとしい。大浦は南極で，新雪面から地ふぶきとして飛ばされる雪粒の顕微鏡観測をおこなった[9]。有効直径 0.2〜0.25 mm の雪粒が，最多数ではないが，質量としてはいちばん多かった。小島は，札幌で，晴れた日に，前日つもった新雪から飛びあがる地ふぶきの雪粒をしらべた[10]。雪粒をとかした水滴の直径の頻度分布は，有効直径 0.1〜0.25 mm の雪粒が最も多量であることを示した (文献 10 の第 1 表)。以上の事実を根拠として $D=0.25$ mm とおくわけである。1 気圧，-10°C の空気の動粘性係数 ν は 0.125 cm²/s である。よって，D にこの値を用いると

$$R = 0.20\,u' \tag{17}$$

となる。u' は，cm/s で表わした新雪内空気の濾過流速である。

あとの第 VI 節第 2 項でのべるように，新雪表面から雪粒を拉致するのに必要な流出空気の最小濾過流速 u'_{K} は 45 cm/s である。また，論文 III の第 III 節第 3 項で示すように，飛散のため積雪表面が下降すると，空気の流出速度が増大する。それでも，その空気の流出濾過流速は $2u'_{\mathrm{K}}$ を超えない。それゆえ，新雪内部の空気は $2u'_{\mathrm{K}}=90$ cm/s 以上の速度にはなりえないわけである。式 (17) の u' を 90 cm/s とおいてえられる $R=2R_{\mathrm{K}}=18$ を (16) 式にいれると，$B(2R_{\mathrm{K}})=0.71B_0$ となる。したがって，u' が $2u'_{\mathrm{K}}$ に達したときの新雪の通気度を $B_{2\mathrm{K}}$ とすれば，前の段落の終りでのべたことにより

$$B_0 > B_{2K} > 0.71 B_0 \tag{18}$$

である。つまり，新雪の通気度 B は，u' が u'_D をこえたために小さくなるとしても，その最大減少率が初通気度 B_0 の 30% 以内にとどまる。実際の減少率は，おそらく 10% 程度であろう。この B_0 からの外れは，さほど大きいものではない。それで，これを無視し，新雪の通気度は常に B_0 にひとしいと考えることにしよう。そして，これからあと，B_0 を単に B で表す。

V. 積雪内空気の圧力微分方程式と運動方程式

1. 運動方程式の簡略

積雪内部での空気の巨視的流動に関する方程式は，第 III 節第 2 項にある (9) 式と，これと同形な y-方向および z-方向についての微分方程式とで与えられる。通気度 B は，前節でのべたことにより，空隙流速 (u, v, w) には無関係な一定値であるとする。ところで，空隙速度は第 VI 節第 2 項でのべる基本拉致空隙流速の 2 倍，すなわち $2u_K = 2u'_K/\varepsilon = 100$ cm/s を超えない小さい値だから，ストークス近似法を用いよう。つまり，(9) 式の左辺の第2第3第4項を第1項の $\partial u/\partial t$ に対して省略する。y-方向，z-方向の式についても同様である。一方，空気の密度 ρ の変化率が，次の段落で述べるように，非常に小さい。それで大気圧 p_0 における空気の密度を ρ_0 とすると，運動方程式は

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{B} u, \qquad \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\varepsilon}{B} v, \qquad \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{B} w \tag{19}$$

と書かれる。連続方程式も，密度の変化率が小さいため

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \tag{20}$$

としてよい。

まえがきであげた例から判断して，気圧の急速降下量は，多くのばあい，20 mb をこえない。率にすれば大気圧 p_0 の 2% 以下である。気圧の急降下は極めて短い時間で終了するし，空気の流速は，100 cm/s 以下であるとはいえ，透過実験のばあいより遙かに大きいから，空気の膨脹は，ほぼ断熱的であろう。すると

$$\mathrm{d}p/p = \gamma\, \mathrm{d}\rho/\rho, \qquad \gamma = c_P/c_V = 1.40 \tag{21}$$

の関係により，密度 ρ の変化率は圧力 p の変化率より更に小さいことになる。

2. 圧力微分方程式

式 (19) として示した 3 箇の運動方程式を，左のものから順次 x, y, z で微分して加えあわせ，(20) 式を代入する。こうして得られた式に，(12) 式あるいは (21) 式から導かれる

$$\partial p/\partial t = \gamma r T (\partial \rho/\partial t) \tag{22}$$

を用いると圧力微分方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon}{B \rho_0} \rho + \frac{1}{\gamma r T} \frac{\partial p}{\partial t} \right) = \Delta p \tag{23}$$

に達する。Δ はラプラス演算記号である。

この(23)式の左辺括弧内の第2項は第1項にくらべ著しく小さい。第III節第4項の第1表にある通り，新雪の通気度 B は0.2ないし0.5 $cm^4/s\cdot dyne$ である。それで，その平均値を代表値にとって $B=0.35\ cm^4/s\cdot dyne$ としよう。まえに述べたように $\varepsilon=0.9$ とする。$\rho/\rho_0=1$ とおける。よって，第1項は3 $s\cdot dyne/cm^4$ にほぼ等しい。第III節第3項でみた通り $rT=7.55\times 10^8 (cm/s)^2$ だから，$\gamma rT=10^9 (cm/s)^2$ である。したがって，第2項が大きさのうえで第1項と同じになるためには，$\partial p/\partial t$ の絶対値が $3\times 10^9\ dyne/s\cdot cm^2=3\times 10^6\ mb/s$ である必要がある。気圧の降下速度を β とすると，$\partial p/\partial t$ の絶対値が β をうわ回ることはない。ところで，論文IIの第1表，第2表にあげる β の数値からみて，β が $10^5\ mb/s$ を超えるのは特別なばあいに限られると考えられる。それで，$\beta>10^5\ mb/s$ の場合は除外することにしよう。すると，(23)式の左辺括弧内の第2項は第1項の1/30以下にとどまることになる。おそらく1/100を超えないであろう。

以上のことにより，(23)式の左辺括弧内の第2項を省略する。かくして，(23)式は，ふたたび(22)式を用いることにより

$$\partial p/\partial t = k\Delta p\,, \qquad k=\gamma rTB\rho_0/\varepsilon \tag{24}$$

という，固体内熱伝導の微分方程式と全く同じ形の圧力微分方程式に書きかえられる。k に「圧力拡散係数」の名を与えよう。積雪内空気の実際の圧力 p よりも，それと大気圧 p_0 との差

$$\varphi = p - p_0 \tag{25}$$

を考えた方が便利である。こんご，φ を単に「積雪内空気の圧力」と呼ぶことが多い。φ も(24)式と同じ形の微分方程式

$$\partial\varphi/\partial t = k\Delta\varphi \tag{26}$$

にしたがう。この(26)式もまた圧力微分方程式の名でよぶ。

新雪に関する圧力拡散係数 k の代表値としては $\gamma=1.40$, $rT=7.55\times10^8\ cm^2/s^2$, $B=0.35\ cm^4/s\cdot dyne$, $\rho_0=0.00134\ g/cm^3$, $\varepsilon=0.9$ とおいてえられる

$$k = 5.5\times10^5\ cm^2/s \tag{27}$$

を用いる。

3. 運動方程式

仮に，3箇の運動方程式(19)の左辺をA項と，右辺の第2項をB項となづけよう。式(23)の左辺括孤内の第1項はB項に由来し，第2項はA項に由来する。それゆえ，A項がB項に対して無視できるほど小さくなかったなら，(23)式左辺括孤内の第2項は第1項に対して無視できない筈である。よって，A項はB項に対して無視しうるほど小さくなければならない。かくして，空気の慣性力を表わす項は完全に無視して，(19)式を

$$-\partial p/\partial x = \varepsilon u/B\,, \qquad -\partial p/\partial y = \varepsilon v/B\,, \qquad -\partial p/\partial z = \varepsilon w/B \tag{28}$$

または

$$-\partial\varphi/\partial x = \varepsilon u/B\,, \qquad -\partial\varphi/\partial y = \varepsilon v/B\,, \qquad -\partial\varphi/\partial z = \varepsilon w/B \tag{29}$$

と書いてよいことになる。つまり，この(28)式あるいは(29)式が，積雪内空気の巨視的流動についての運動方程式である。空隙流速ベクトルを $\boldsymbol{v}(u, v, w)$ とすれば，(28)式(29)式は，それぞれ

$$\boldsymbol{v} = -(B/\varepsilon)\,\mathrm{grad}\,p\,, \qquad \boldsymbol{v} = -(B/\varepsilon)\,\mathrm{grad}\,\varphi \tag{30}$$

で表わされる。

急速気圧降下による積雪飛散の問題では，時間と坐標との既知関数である積雪表面の気圧 p_S が境界条件として与えられる。それで，この境界条件にあう圧力微分方程式(24)あるいは(26)の解 $p(x, y, z, t)$ あるいは $\varphi(x, y, z, t)$ を求めれば，(28)式あるいは(29)式をつかって，微分演算だけで積雪内空気の空隙流速 (u, v, w) が得られる。p あるいは φ を温度，k を温度伝導度と考えれば，圧力微分方程式(24)あるいは(26)は固体内熱伝導方程式にほかならない。よってよく研究されている熱伝導方程式の解法が $p(x, y, z, t)$ または $\varphi(x, y, z, t)$ を求めるのに利用できる。

4. 膨脹流出と流動流出

積雪表面の一部分をＪ面となづける。Ｊ面上で気圧が急降下したとすると，もとから積雪内にあった空気が膨脹してＪ面から流出する。これを「膨脹流出」と呼ぶ。しかし，Ｊ面からの空気の流出はこれだけではない。Ｊ面外の積雪面で大気が積雪内に流入して，積雪内空気が流動するために生ずるＪ面からの流出もある。これを「流動流出」と名づける。Ｊ面のさしわたし或は幅が積雪の厚さより長ければ膨脹流出が優勢になり，反対に短ければ流動流出が優勢になる。また，個々のばあいについて言えば，Ｊ面の中央部では膨脹流出が，周辺部では流動流出が卓越する。

VI. 拉致流速と拉致圧力勾配

1. 拉致流速，拉致圧力勾配

前節の最後で考えた，気圧の急速降下がおこるＪ面を「気圧降下面」となづけよう。一般に，Ｊ面の全体にわたって同じ速さで，気圧が降下するわけではない。したがって，Ｊ面は等圧力面ではなく，Ｊ面上の一点Ｐで流出する空気の空隙流速 $\boldsymbol{v} = -(B/\varepsilon)\,\mathrm{grad}\,\varphi$ の方向は，Ｐ点におけるＪ面の外向き法線に対して，ある角度 θ だけ傾く。この法線方向の $\boldsymbol{v}$ の成分 $|\boldsymbol{v}|\cos\theta$ を W で表そう。そして，Ｐ点にある雪粒は，W がある値 W_C 以下に止まるあいだは動かず，W_C に達すると流出気流に拉致されて飛散すると仮定する。そして W_C を「拉致空隙流速」となづけ，$W_C' = \varepsilon W_C$ を「拉致濾過流速」とよぶ。Ｐ点における，Ｊの内向き法線にそって，すなわち積雪内部にむく法線にそって，Ｐ点を起点とする距離 n をとれば，$W = (B/\varepsilon)\,\partial\varphi/\partial n$ である。よって，Ｐ点にある雪粒が拉致されるときの $\partial\varphi/\partial n$ を G_C と書くと

$$G_C = W_C/(B/\varepsilon) \tag{31}$$

となる。この G_C を「拉致圧力勾配」と名づける。

表面の雪粒が拉致されるための条件として，$W = |\boldsymbol{v}|\cos\theta$ ではなく $|\boldsymbol{v}|$ そのものが W_C に達することを採ってもよいであろう。この条件と上の仮定とのどちらが事実にあうかは，実験

で確かめるより他ない。しかし，今までのところ，その種の実験の例がない。多くのばあい，θ は0にちかいであろうから，いずれを採っても大きな差異は生じないと思われる。それで，数学的取扱いのうえで便利な，前段落で述べた仮定の方を用いる。

拉致圧力勾配 G_C は，雪粒が拉致されるのに必要な圧力勾配の最小値である。G_C より大きい圧力勾配が出現すれば，それによって誘起される気流が雪粒を拉致することは言うまでもない。そして，論文 III の第 III 節で述べるように，G_C を超える圧力勾配は出現しうる。気圧の急速降下によって積雪表面の圧力勾配 G が G_C に達して雪粒の飛散がはじまり，積雪表面が下降しだすと，下降する積雪表面の圧力勾配は G_C を上廻って増大する。

2. 基本拉致流速，基本拉致圧力勾配

気圧降下面の J 面が水平であるとする。また，新雪を構成する雪粒同志のあいだに付着力は存在しないとしよう。すると，流出空気の流速の鉛直成分である $W=|\boldsymbol{v}|\cos\theta$ が，雪粒に，その重さ mg にひとしい力を鉛直上方にむかって加えるなら，雪粒は浮きあがって大気中に拉致される。すなわち雪の飛散がおこる。m は雪粒の質量，g は重力加速度である。よって，J 面が水平なばあいの拉致空隙流速 W_C を特に W_0 と書くと，W_0 は表面の雪粒を浮きあがらせる流速にほかならない。このことは，W_0 が，雪粒が大気中を自由に落下するばあいの落下終速度 W_f にひとしいことを意味する。

地ふぶきのとき，新雪の表面から飛びあがる雪粒を顕微鏡でしらべた小島の報告によると[10]，その形は柱状，砲弾形，鼓形および不整形である。中谷と寺田とは，これらの形の雪の結晶をこな雪 (powder snow) の名にまとめてよび，こな雪の結晶の落下終速度 W_f が，結晶の大小にかかわらず，50 cm/s であることを示した[11]。気圧の急速降下で飛散する雪粒もこな雪と考えられるから

$$W_0 = W_f = 50\ \mathrm{cm/s} \tag{32}$$

とおくことができる。W_0 を「基本拉致空隙流速」，$W_0'=\varepsilon W_0$ を「基本拉致濾過流速」，

$$G_0 = W_0/(B/\varepsilon) \tag{33}$$

を「基本拉致圧力勾配」と名づける。

面 J が水平面に対して角 α だけ傾いていれば $W=|\boldsymbol{v}|\cos\theta = mg\cos\alpha$ になるときに雪粒は J 面から押しだされて飛散する。よって，このばあいの拉致空隙流速 W および拉致圧力勾配は，それぞれ

$$W_C = W_0\cos\alpha\,, \qquad G_C = G_0\cos\alpha \tag{34}$$

で与えられる。

新雪の空隙率 ε の値として 0.9 を用いれば，基本拉致濾過流速 W_0' の値は 45 cm/s となる。第 IV 節第 3 項で基本拉致濾過流速を u_K' と書き，その値に 45 cm/s を用いたのは，このことによる。式 (33) で $B=0.35\ \mathrm{cm^4/s\cdot dyne}$，$\varepsilon=0.9$，$W_0=50$ cm/s とおいてえられる

$$G_0 = 130\ \mathrm{dyne/cm^3} = 0.13\ \mathrm{mb/cm} \tag{35}$$

を，新雪についての G_0 の代表値にとる。

実際の積雪表面には細かい凹凸があり，この凹凸は拉致圧力勾配の値を減少させる。他方，雪粒同志のあいだの付着力はその値を増大させる。式(35)のG_0の代表値は，凹凸の減少効果と付着力の増大効果とを，共に，無視して導いた値である。それゆえ，もし両効果が相殺すれば，(35)式の値が実際の積雪表面に関する正しい代表値を与えることになる。この点については，後続の論文の適宜な場所で考察を加える予定である。

3. 基本拉致空隙流速 W_0 と通気度 B との関係および表面飛散

第III節第2項でのべたように，(9)式の右辺第2項の$\varepsilon^2 u/B$は，積雪の単位体積が空隙流速uで流れる空気に加える抵抗力Fである。よってFは，単位体積内にある個々の雪粒に空気があたえる力fの総和にひとしい。もし$u=W_0$ならば，fは1箇の雪粒の重さmgにほぼ等しいから，Fは積雪の単位体積の重さ$\rho_S g$と，だいたい一致する。ρ_Sは積雪の密度である。かくして，近似的に

$$\varepsilon^2 W_0/B = \mathrm{F} = \rho_S g \qquad (36)$$

の関係がなりたつことになる。

この(36)式で$\varepsilon=0.9$，$W_0=50$ cm/s，$\rho_S=0.1$ g/cm^3，$g=980$ cm/s^{2}とおくと，$B=0.41$ cm^4/s·dyneとなる。この値は，新雪の通気度Bの代表値に選んだ0.35 cm^4/s·dyneとあまり違わない。

あらかじめ，地下に管を埋めこんで，その一方の口Aを上向きに，地面に開いておく。雪がつもるのを待って，管の他方の口から空気をおしこめば，空気が口Aから吹出して，つもった雪を飛散させるであろう。飛散直前の雪のなかの空気の圧力は口Aのところで最も高く，そこから距るにつれて急速にくだる。圧力勾配も空隙流速も口Aで最も大きい。それゆえ，最初に運動をおこすのは，口Aの付近にある雪粒である。このように，雪粒の運動が積雪内部ではじまる飛散現象を「内部飛散」と呼ぶことにしよう。それに反し，気圧の急速降下による飛散現象では，圧力勾配が最大値をとるのは積雪表面である。よって，空隙流速は，積雪表面でいちばん早く拉致流速に達し，表面の雪粒が運動をはじめることによって飛散現象が開始する。この飛散を「表面飛散」となづける。

気圧の急降下による飛散でも，第V節第4項でのべた流動流出があるばあいには，時に内部飛散がおこるかも知れない。しかし，この一連の論文では，表面飛散に考察をかぎる。内部飛散の現象は，表面飛散の現象にくらべ遙かに複雑である。

VII. まとめ

(1) 積雪表面のある範囲にわたって気圧が急速に降下すると，積雪内部から空気が吹き出して積雪表面にある雪粒を飛散させるであろう。雪粒が軽く，雪粒同志の付着力の弱い新雪では，殊に，飛散がおこりやすいに違いない。

この論文Iでは，気圧の急速降下による雪粒の飛散をII以降の論文で取扱うための準備として，積雪内空気の圧力分布を定める圧力微分方程式(24)，(26)と流動を定める運動方程式(28)，(29)，(30)とを導き，さらに，積雪表面から雪粒が飛散するための条件を検討した。

(2) 気圧の降下速度を10^5 mb/s以下に限定すれば，圧力微分方程式は固体内熱伝導微分方程式

と同じ形になる。飛散は，積雪表面から流出する空気の流速が表面の雪粒を大気中に拉致するに必要な値に達したとき開始する。この流速に「拉致空隙流速 W_C」の名をあたえた。水平な雪面では，雪粒の自由落下終速度が拉致空隙流速を与えるとし，それを「基本拉致空隙流速 W_0」と呼ぶことにした。新雪のばあいの W_0 は 50 cm/s である。

(3) 空気の流動に対する積雪の抵抗の逆数にあたる通気度 B に関しては，ダルシー則が成立する程度の小さい流速についての，初通気度 B_0 の測定しか行われていない。しかし，拉致空隙流速 W_C は，ダルシー則成立範囲の限界を遙かにこえる。しかも，飛散がはじまって積雪表面が下降しだすと，空気の流出速度が $2W_C$ まで昇りうることが論文 III で示される。それで,流体流動に関する相似則と Schneebeli の実験結果とを使い，積雪内空気の流速が拉致空隙流速の2倍に達するときの B の値を推定した。その結果，その値が，新雪においては，B_0 より 30% 以上は小さくならないことが判明した。このことにより，B は常に B_0 の値のままであると仮定して，理論をすすめることとした。

(4) 新雪の密度 ρ_S，新雪の通気度 $B(=B_0)$ の代表値として，それぞれ，0.1 g/cm^3 および 0.35 cm^4/s･dyne を用いることにした。すると，上記の基本拉致空隙流速を発生させるのに必要な「基本圧力勾配 G_0」は 0.13 mb/cm となる。また，圧力微分方程式 (24), (26) に現われる「圧力拡散係数 k」には 5.5×10^5 cm^2/s の値が与えられる。

この論文を書くにあたって，北海道大学低温科学研究所の藤岡敏夫，若浜五郎両教授ならびに日本国有鉄道鉄道技術研究所の福地合一防災・雪氷研究室長および後藤巌主任研究員から親切なお世話と有益な御教示とをいただいた。ここに記して深い感謝の意を表す。

文　　献

1) 清水 弘・藤岡敏夫・秋田谷英次・成田英器・中川正之・川田邦夫 1973 黒部峡谷高速なだれの研究, III. 低温科学, 物理篇, **32**, 113–127

2) 福地合一 1962 列車風による道床砂利飛散の推定. 東海道新幹線に関する研究 (鉄道技術研究所), 第3冊, 149–153.

3) Fukuchi, G. 1964 Application of axially non symmetric half bodies. Proceedings of the 14th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1964, 127–131.

4) Shimizu, H. 1970 Air permeability of deposited snow. Contributions from the Institute of Low Temperature Science. Ser. A, No. 22, 1–32.

5) 田淵俊雄・他 1969 土壌水の運動. 土壌物理学 (山崎不二夫監修, 養賢堂, pp. 387), 第4章.

6) Schneebeli, G. 1955 Expériences sur la limite de varidité de la loi de Darcy et l'apparation de la turbulence dans en écoulement de filtation. La Houille Blanche, No. 2, 141–149.

7) 日本雪氷学会 1970 積雪の分類名称. 雪氷の研究, No. 4, 39.

8) 若浜五郎 1963 積雪内における融雪水の移動 I. 低温科学, 物理篇, **21**, 45–74.

9) Ôura, H. 1967 Studies on blowing snow, I. *In* Physics of Snow and Ice, Part 2 (H. Ôura, *ed.*), Inst. Low Temp. Sci. Sapporo, 1085–1097.

10) 小島賢治 1969 顕微鏡による飛雪粒子の観測. 低温科学, 物理篇, **27**, 115–129.

11) Nakaya, U. and Terada, T. 1935 Simultaneous observations of the mass, falling velocity and form of indvidual snow crystals. Journ. of the Faculty of Science, the Hokkaido Imperial University. Ser. II, **1**, 191–200

Summary

A sudden drop in atmospheric pressure exceeding 20 mb was recorded by an aneroid barograph placed near the bottom of a steep valley at the instant when a *hô-nadare* running down it passed in front of the barograph (Ref. 1). *Hô-nadare* is an avalanche often bursting in the mountaineous area of the central Japan; it accompanies a strong wind and a huge mass of snow smoke, inviting bitter disasters. Air pressure on the railroad track rises and then drops when the head of a train is approaching; it changes irregularly afterwards while the passenger carriages are passing over (Refs. 2 and 3). If such a local drop in atmospheric pressure as described above takes place on a snow cover, the air in the snow will be drawn out, and, if flow of the drawn out air is fast enough, snow particles located near the surface of the snow cover will fly off into the atmosphere to form a snow smoke. To the knowledge of the author no report has been published on this kind of phenomenon of snow flying. As there is much likelihood of its occurrence, theoretical studies are made on it in this series of papers, whereby this Paper I is devoted to a discussion of the fundamental matters necessary for the studies.

(1) Let that part of the surface of a snow cover over which atmospheric pressure drops be called 'area J'. Two causes make the air in the snow cover flow out through area J: the one is expansion of the air in the snow cover, while the other is migration toward area J of the atmospheric air mass which flows into the snow cover through the surface extending outside of area J. Flow out due to the former and the latter causes shall respectively be called 'expasion flow out' and 'migration flow out'. The expansion flow out prevails in the central part of area J, while near its border the migration flow out is predominant.

(2) Numerical discussion will be made on the basis of data concerning new snow which is lightest among snows and is most likely to fly off. Snow particles detached by a wind from the surface of a snow cover are found to fall at the speed of 50 cm/s if they are let go in a still air. This falling speed is adopted as the value for the least speed W_0 which the air flowing out from the snow cover must have in order to take off snow particles from its surface, and is named 'take off speed'. It will be shown in Paper III that a flow speed of the air in the interior of a snow cover can rise up to $2W_0$ but does not exceed it.

(3) Shimizu measured in a cold room of $-10°C$ initial permeability B_0 of air through many kinds of snow, using so small speeds of air flow that it might obey the Darcy's law (Ref. 4). As $2W_0$ lies far beyond the limit of the range of flow speed where the Darcy's law is available, permeability B for large speeds of air flow was estimated by use of the results of Schneebeli's work (Ref. 6). He made water and other liquids flow through an assemblage of crushed stones of $30 \sim 40$ mm in diameter and succeeded in establishing a relationship between permeability and Reynolds number for its wide range. Law of similitude was applied to the results of Shimizu's and Schneebeli's experiments on the ground that the snow particles were almost similar in shape to the crushed stones, with the result that permeability B of air through new snow decreased with the increasing flow speed but the decrease in B remained, even at a flow speed of

$2W_0$, less than 30% of its initial value B_0. As this decrease in B was not very great, it was decided to develop the theory of snow flying by regarding the permeability of air through snow to be kept constant at its initial value for the whole range of flow speed. Thus permeability B of new snow is given the value $0.35\,\mathrm{cm^4/s\cdot dynes}$ which Shimizu determined.

(4) As the speed of air flow is limited to $2W_0$ of which the value scarcely reaches 1 m/s in the case of new snow, Stokes' approximation may be applied to the equations govering motion of the air flowing in the interior of snow. The application yields

$$\rho \partial w/\partial t = -\partial p/\partial z - (\varepsilon/B)\, w \qquad (1)$$

and similar others for coordinates x and y, z being taken downward. Here ρ and ε are density of air and porosity of snow respectively. By use of the equation of continuity and the equation of state for air, equation (1) can be transformed into

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon}{B\rho_0}\rho + \frac{1}{\gamma r T}\frac{\partial p}{\partial t}\right) = \Delta p\,, \qquad (\Delta:\ \text{Laplacian}) \qquad (2)$$

where T is absolute temperature while ρ_0, r, γ denote respectively standard density, gas constant and ratio of the two specific heats of air. So long as the dropping speed β of atmospheric pressure does not exceed 10^5 mb/s, the second term remains less than one hundredth of the first term in the parenthesis on the left side of equation (2), and this equation can be simplified

$$\partial p/\partial t = k\,\Delta p \qquad (3)$$

with

$$k = \gamma r T B \rho_0/\varepsilon\,, \qquad (4)$$

which may be termed 'pressure diffusivity'. For new snow the value of k turns out to be $5.5\times10^5\,\mathrm{cm^2/s}$. In the following Papers equation (3) will be used for determining the air pressure in the interior of snow, to the exclusion of the cases in which β rises above 10^5 mb/s.

(5) The above exclusion of very high values of β reduces also equation (1) to

$$\partial p/\partial z = -(\varepsilon/B)\, w\,, \qquad (5)$$

which yields flow speed w of air by simple differentiation of p. If

$$G_0 = -(\varepsilon/B)\, W_0 \qquad (6)$$

is introduced, any problem of snow flying can be solved by the use of G_0 and p, with no reference to the flow speed w of air. The name 'take off pressure gradient' will be given to G_0, of which the value is found to be 0.13 mb/cm for new snow.