HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	氷の反発係数の測定
Author(s)	荒岡, 邦明; 前野, 紀一
Citation	低温科學. 物理篇, 36, 55-65
Issue Date	1979-03-10
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/18355
Type	bulletin (article)
File Information	36_p55-65.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Kuniaki ARAOKA and Norikazu MAENO 1978 Measurements of Restitution Coefficients of Ice. *Low Temperature Science, Ser. A, 36.* (With English Summary p. 64)

氷の反発係数の測定*

荒岡邦明
(北海道大学大学院　理学研究科)
前野紀一
(低温科学研究所)

(昭和53年10月受理)

I. 緒　　言

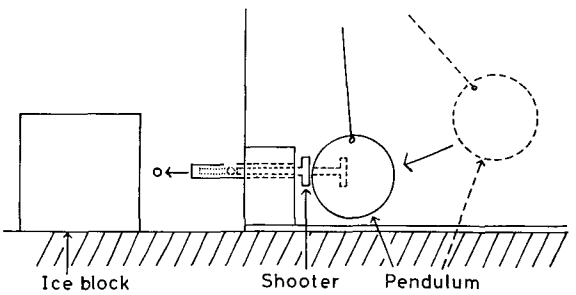
氷や雪の衝突は雪の堆積，吹雪，或いは着雪や着氷などの種々の雪氷現象に於て重要な役割をしている。しかし，これまで，氷の衝突現象を直接的に取り扱った研究はなされていない。本研究では，衝突現象の最も基本的な物理量として反発係数に着目し，氷の平面に粒子が衝突するときの反発係数を，粒子の種類，衝突速度，及び氷表面の性質などの関数として測定した。

II. 測定方法

1. 装　　置

氷表面への粒子の衝突は，二つの方法で行なわれた。一つは第1図に示したように，内径4.80 mmの金属管の中に静止している粒子を錘をつけたふりこによって打ち出す方法で，他の一つは鉛直に固定された内径4.80 mmの金属管の中に静止している粒子を重力の作用で自由落下させる方法である。従がって，前者の方法では，粒子は，氷の側面に衝突し，後者の方法では氷の上面に衝突する。前者は主に大きな衝突速度（約100 cm/sより大）の時使用した。実験は−12°Cに保たれた暗い低温室で行なわれ，衝突前後の粒子の軌跡はストロボ・ライト（菅原研究所PS-240）を使って撮影された（第2図)。

反発係数は，粒子が氷表面に衝突する直前と直後の速度の比によって与えられる。但し，本測定では粒子が必らずしも氷表面に垂直に衝突しないことがある為，氷表面に垂直な方向の成分の比として求めた。写真から衝突速度を求める際，粒子の軌跡のうち氷表面に最も近い2点を使った。自由落下によって衝突させる方法では，この他に，落下及びはね返りの高さの比の平方根としても反発係数を求めた。



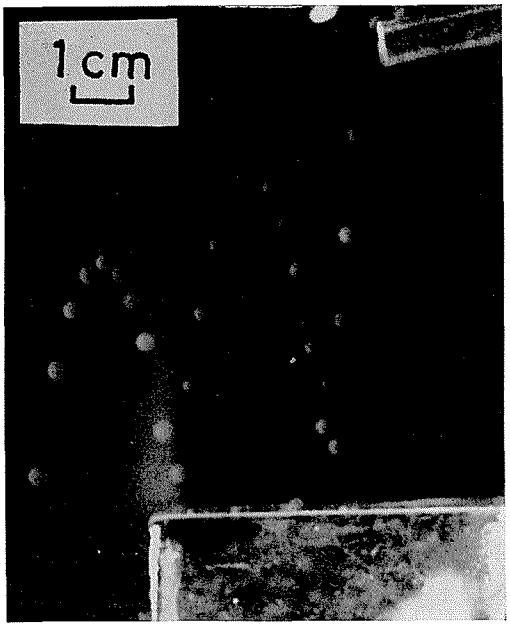
第1図　粒子を打ち出す装置

* 北海道大学低温科学研究所業績　第1960号

2. 試　　料

氷表面に衝突させる粒子としては，弾性係数の異なる3種類の球状粒子を用いた。テフロン球（平均半径 $\bar{r}=1.5$ mm，質量 $m=0.04$ g）とガラス球（$\bar{r}=1.5$ mm, $m=0.03$ g）は市販のものを用い，氷球（$\bar{r}=1.3$ mm, $m=0.009$ g）はマイクロ・ピペット（精度 0.2 μl，仏 Gilson 社，P-20）によって蒸留水を液体窒素に滴下し，できるだけ球形に近く，且つ内部に気泡やクラックを含まない氷粒子を選んで実験に用いた。

粒子を衝突させる氷としては，南極昭和基地近くの大池で採取された不純物を含まない単結晶氷を用いた。氷の衝突表面は，温ためた真鍮板で融かして整形され，その後ガーゼで磨いて平滑に仕上げられた。氷の厚さは約 6 cm であった。



第2図　粒子の軌跡の写真。ストロボ光の点滅時間間隔は 1/250 秒で，粒子はテフロン球である

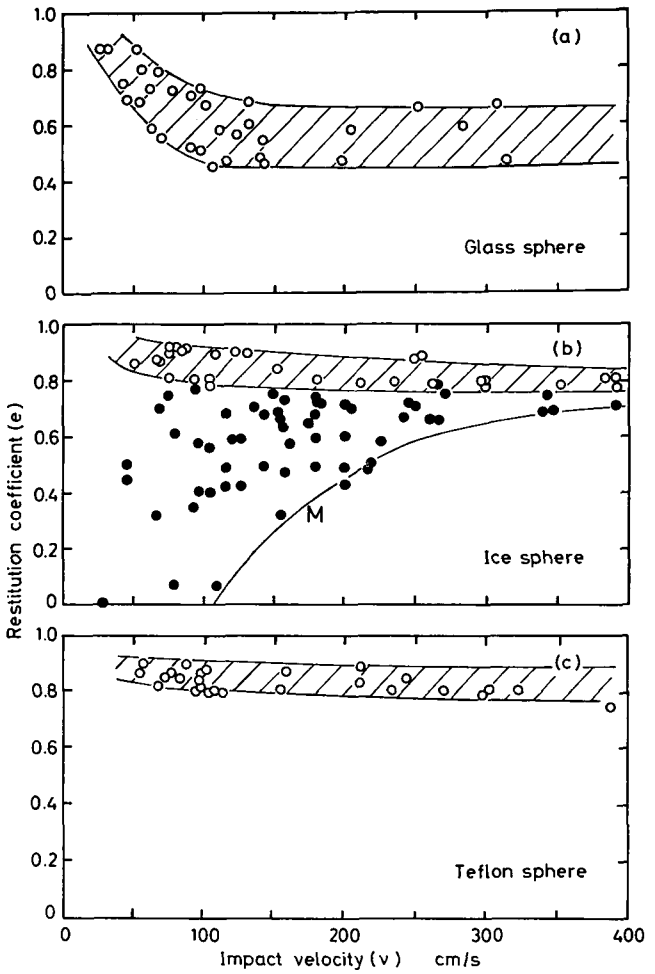
III. 結　　果

1. 平滑な氷表面の反発係数

滑らかな氷表面に粒子を衝突させた時の，反発係数の測定結果を第3図に示す。ばらつきはあるが，反発係数の測定値はおおよそ斜線を引いた領域に分布し，一般的傾向としては，大きな衝突速度では大体一定値を取るが，衝突速度の減少とともに徐々に増加して，1に近づく。斜線領域の上限を理想的な衝突による反発係数とみなすならば，衝突速度が例えば 200 cm/s の時の氷表面の反発係数は，衝突粒子がガラスならば $e=0.68$，氷ならば $e=0.85$，そしてテフロンならば $e=0.88$ となる。つまり，ガラス，氷，テフロンの順に反発係数が大きな値となっているが，この原因が硬い粒子程氷表面に塑性変形を起こし易い為であることは，後で明らかとなるであろう。

氷粒子と氷表面との間の反発係数は Kobayashi[1] によって測定されたことがある。彼の測定によると，衝突速度は明らかではないが，反発係数の値は −12°C 付近で大体 0.72～0.86 の範囲にある。

第3図 (b) の氷粒子の反発係数の測定値に於いて，●印は明らかに正常な衝突と反発を行なわなかった場合の反発係数である。値は正常な衝突と反発をした○印の値より小さく，なんらかの不規則な原因で粒子の運動エネルギーが失なわれたことを示唆している。氷粒子の場合だけこのような非正常な場合の反発係数を示したのは，例えば，反発係数が零ということは氷粒子が氷表面で静止したことを意味し，現実の現象でいえば，雲の中での氷粒子同士の衝突併合，着氷や着雪に於ける氷粒子の付着併合に対応し，重要な現象と考えられたからである。図の曲



第3図 滑らかな氷表面の反発係数 (e) と衝突速度 (v) との関係。(a) ガラス球，(b) 氷球，(c) テフロン球。(b) の●印は，衝突と反発の様子が明らかに正常ではないと判定された場合を示す

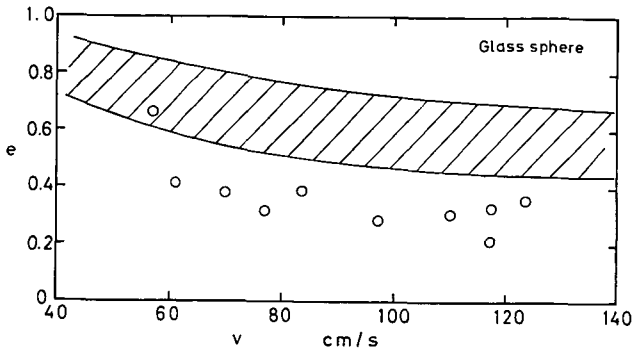
線 M は，そのような非正常な衝突の反発係数の下限を示す。下限の値は衝突速度の増加とともに増し，400 cm/s では実に $e=0.7$ に達している。このことから，非正常衝突は大きな衝突速度では起こりにくく，衝突速度が小さくなる程起り易いことがわかる。従がって，非正常衝突の主な原因は氷粒子あるいは氷表面の微小な凹凸や亀裂にあることが予想される。

2. 粗い氷表面の反発係数

前節で，氷表面の微小凹凸が反発係数を減少させることが示唆されたが，このことを更に調べる為に，単結晶氷の平らな面をサンドペーパーで研磨し，微小な凹凸を作った。顕微鏡観察によると，この凹凸の寸法は約 0.1 mm で，衝突させた粒子の大きさに比べると非常に小さい。

このようにして用意した粗い氷の表面にガラス球とテフロン球を衝突させた時の反発係数

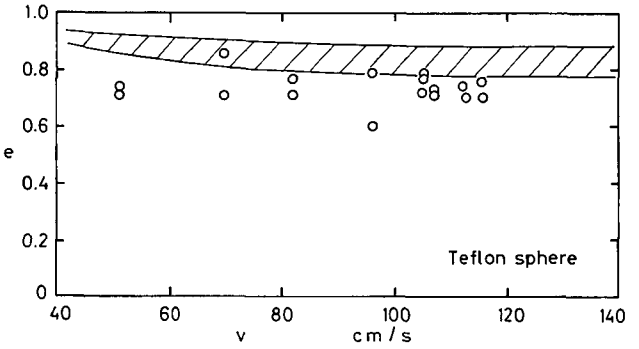
を第4図と第5図に示す。図に於て反発係数は，平滑な氷表面での値(図の斜線で表わされた領域)より小さい。これは，粒子が粗い氷表面に衝突する時，接触部に存在する微小な構造を破壊したり，あるいは多点接触して衝突が不規則になる為，正常な衝突の時より余分にエネルギーが消費される為と考えられる。



第4図 粗い氷表面に於けるガラス球の反発係数(e)。斜線領域は平滑氷表面に於けるガラス球の反発係数の結果(第3図(a))を示す

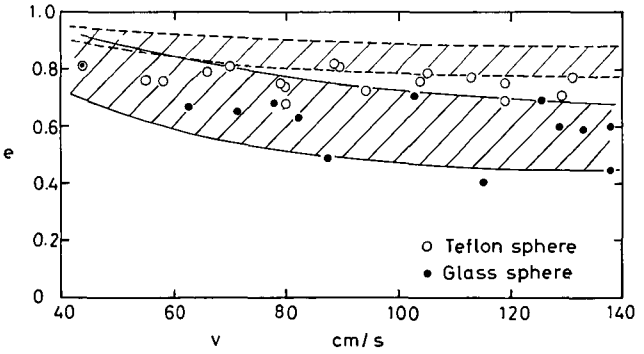
3. 液体層で覆われた氷表面の反発係数

粒子が衝突する氷表面が，もし液体層で覆われているならば，前節で触れたような凹凸は殆んど存在しないであろう。しかしその代わりに，粒子が氷本体に接触する時と氷表面から離脱する時，表面の液体層を押し退ける為の粘性抵抗を受けてエネルギーを損失する可能性がある。この効果を調べる為に，エチレン・グリコールを浸したガーゼで単結晶氷の表面を軽く拭って薄い液体層を作り，この面に粒子を衝突させた。この時の反発係数の測定結果を第6図に示す。



第5図 粗い氷表面に於けるテフロン球の反発係数(e)。斜線領域は平滑氷表面に於けるテフロン球の反発係数の結果(第3図(c))を示す

テフロン球では若干の反発係数の減少がみられるが，ガラス球の反発係数は殆んど変化していない。氷表面の，微小凹凸を除き，液体層で覆う効果がテフロン球の反発係数にのみ現われたのは，球の大きさや重量の違いによるのではなく，滑らかな氷表面でのテフロン球の衝突が理想的な弾性衝突に近い為であろう。また，ガラス球の場合には，液体層の存在によるエネルギー損失よりももっと大きな損失がもともと作用していることを示している。

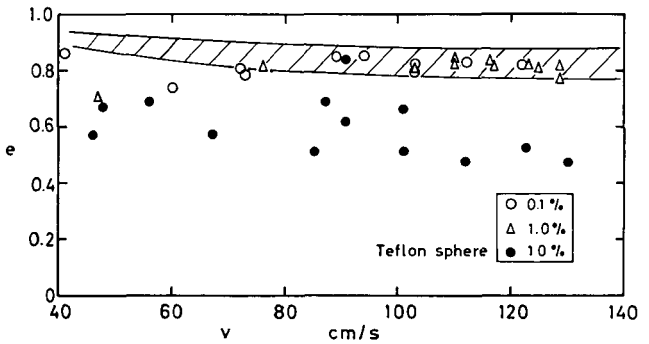


第6図 エチレン・グリコールを塗った氷表面の反発係数(e)。実線と破線の斜線領域は，平滑氷表面の結果(第3図(a)と(c))を表わす

4. NaCl を含む氷の反発係数

食塩水を凍結させて作った氷に，テフロン球を衝突させた時の反発係数を第7図に示す。0.1% と 1.0% (重量濃度) の食塩水を凍結させた氷では，食塩が含まれたことによる効果は反発係数には殆んど現われなかった。10% の食塩水を凍結させた氷ではこの効果が顕著に現われ，理想的な衝突の際に取ると思われる値より，はるかに小さい値を取った。

食塩水が凍結する際，共融点以上の温度では，食塩は全て，濃縮された食塩水の液胞の形で氷の内部に閉じ込められている。氷の全体積に対する体積分率で表わすと，液胞の量は，−12°C において約 0.90 (濃度 10% の氷)，0.09 (濃度 1% の氷)，及び 0.01 (濃度 0.1% の氷) となる。氷の中で液胞の占める割合が大きくなると，氷の部分の結び付きが弱くなったり，氷表面に現われている液胞に粒子が衝突する割合が大きくなる為，反発係数が減少するものと考えられる。また，このことは濃度 10% の氷の反発係数の測定値のばらつきが他と比べて大きい原因の一つと考えられる。



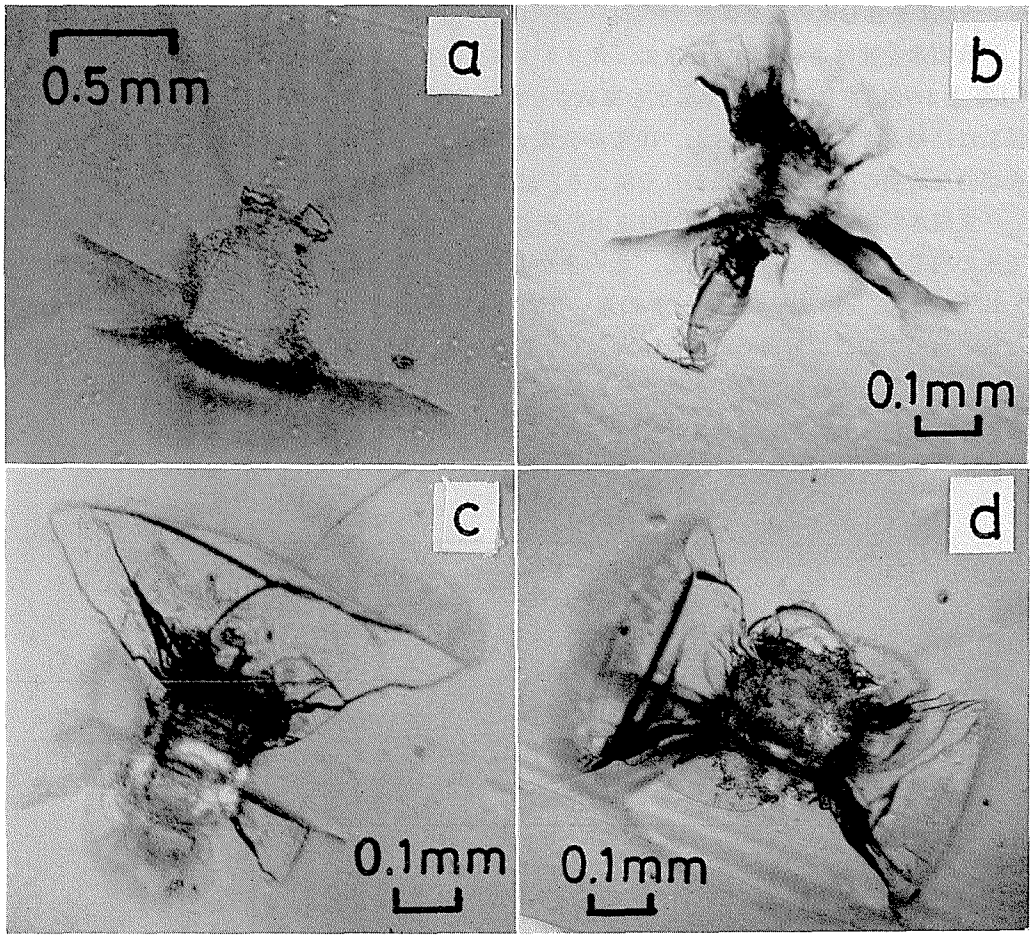
第7図　食塩を含む氷とテフロン球の反発係数 (e)。斜線領域は純氷の滑らかな面の結果 (第3図(c)) を表わす

5. 顕微鏡による衝突痕の観察

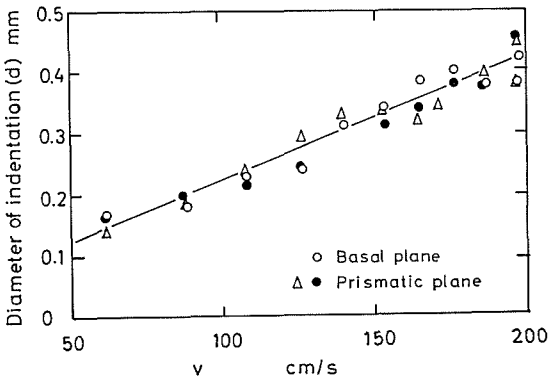
氷表面の反発係数が衝突粒子の種類によって異なるのは，衝突の際の物理過程が粒子によって違うことを意味している。このことを詳しく調べる為には，氷表面と粒子の，衝突による変化を知る必要がある。衝突による粒子の変形や破壊は小さいと考えられるので，ここでは衝突後の氷表面の形状の変化のみを顕微鏡で観察した。

第8図は，直径 3 mm のスチール球を種々の高さから落下させた時，氷表面に生じた衝突痕の顕微鏡写真である。中心部のほぼ円形の穴の他に，複雑な形のクラックが発生している。第9図はこのような衝突痕の直径を測定し，衝突速度に対して目盛ったものである。穴の大きさは，ほぼ衝突速度に比例して増加している。

氷表面には粒子の衝突による塑性変形や破壊の結果として，上に述べたような衝突痕やクラックが生じるが，同時にこの周辺には力学的な歪エネルギーが蓄積される。このことは，衝突痕付近に新らたな微結晶が核生成し，それが時間とともに成長することから確かめられた。第10図はエチレン・グリコールで処理した氷表面に高さ 20 cm から半径 3 mm のスチール球を落下した時の再結晶を示す顕微鏡写真である。微細な再結晶核が 15 分後大きな氷粒子に成長し



第8図 氷表面に生じた衝突痕の顕微鏡写真（スチール球）
(a) 落下距離 $h=1$ cm, (b) $h=10$ cm, (c) $h=10$ cm, (d) $h=20$ cm



第9図 衝突痕の直径 (d) と衝突速度 (v) の関係（ガラス球）
○： 底面，●，△： 柱面

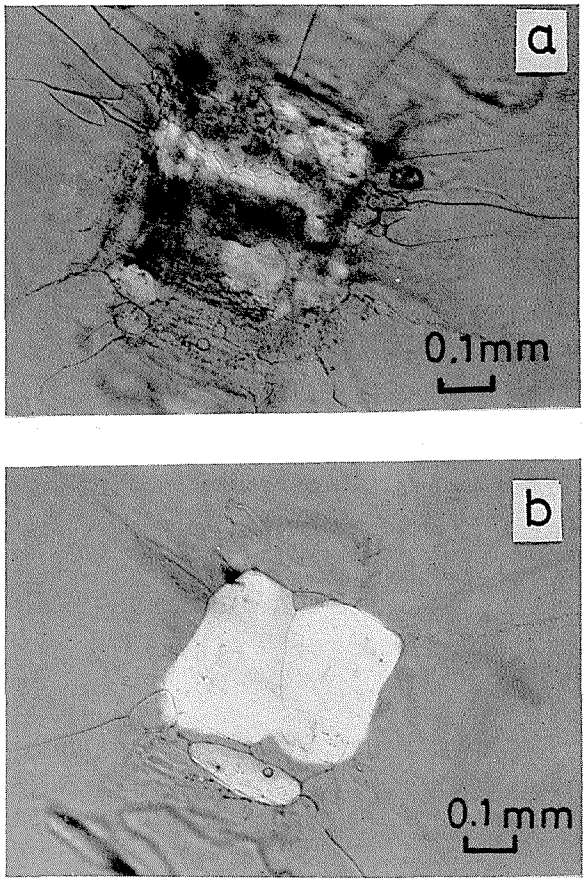
ていることが理解されるであろう。

テフロン球と氷球を衝突させた時，氷表面には有意な衝突痕は発見されなかった。

IV. 考　　察

これまでの実験結果で明らかになったように，氷表面の反発係数 e は常に1より小さく，テフロン球，氷球，ガラス球の順に減少した。このことは，衝突によって $\frac{1}{2}mv^2(1-e^2)$ だけの運動エネルギーを粒子が失なうことを示している。但し m と v は，粒子の質量及び衝突速度である。このエネルギー損失の原因としては主として次の6つが考えられる。

(1) 粒子と氷表面に生じる塑性変形
(2) 氷表面でのクラックの形成
(3) 粒子が氷表面から離脱する際に働らく付着力
(4) 粒子と氷表面の微細な凹凸の破壊
(5) 氷表面に液体状の薄膜が存在する時の粘性抵抗
(6) 粒子と氷塊全体の弾性振動



第10図　衝突による氷表面の再結晶
(a) は直径3 mmのスチール球を高さ $h=20$ cm から落下させた直後の写真である。(b) はその15分後の写真である

氷表面をサンドペーパーで研磨した実験の結果から，(4) の微小凹凸の反発係数に及ぼす効果は無視できないことが明らかとなったが，滑らかな氷表面では，この効果は無視できるであろう。同様に，実験結果から (5) の液体粘性抵抗による効果も，純粋な氷表面では無視できるであろう。また，(6) の弾性振動によるエネルギー損失も，氷塊の厚さが衝突粒子の大きさに比べて非常に厚いから，無視できる。従がって，ここでは (1), (2) 及び (3) の3つの原因によるエネルギー損失を概算してみよう。

(1) 塑性変形によるエネルギー損失 (ΔU_p)

応力 P の下で体積 V の塑性変形を起こす為のエネルギー ΔU_p は

$$\Delta U_p = PV \qquad (1)$$

で与えられる。氷の表面に半径 r の球が直衝突し，球が一番奥深く入り込んだ時の変形体積は，近似的に $\pi d^4/64r$ と書くことができる。但し，d は衝突痕の直径である。次に，球が反発して表面から離脱すると，変形の一部が弾性的に回復して，最終的に曲率半径 r_1 ($r_1>r$) の形にな

ったとすれば，最終的な塑性変形の体積 V は近似的に $\pi d^4/64\,r_1$ と書ける。弾性接触の Hertz の理論によると，d, r 及び r_1 の間には，ポアッソン比を 0.3 とした時に，次の式が成り立つ[2]。

$$d = 2.22\left[\frac{F}{2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)^{-1}\left(\frac{1}{E_i}+\frac{1}{E_p}\right)\right]^{\frac{1}{3}} \qquad (2)$$

ここで，E_i と E_p は，それぞれ氷と衝突粒子のヤング率である。F は，衝突粒子が離脱する直前に接触面にかかっていた力で，接触面全体で応力が一定値 P であったとすると $P\pi d^2/4$ となる。

粒子の衝突によって氷表面が変形した時，変形領域の応力が氷の降伏応力 σ_y に等しいものと考えると，最終的な塑性変形の体積は(2)式から

$$V = \frac{\pi d^4}{64\,r} - 0.21\,\sigma_y d^3\left(\frac{1}{E_i}+\frac{1}{E_p}\right) \qquad (3)$$

となる。第一項は，球状粒子が衝突して最も奥深く入り込んだ時の変形体積を，第二項は，弾性回復による変形の減少体積を表わしている。(1)式と(3)式から，塑性変形に費やされるエネルギー ΔU_p は

$$\Delta U_p = \left\{\frac{\pi d}{64\,r} - 0.21\,\sigma_y\left(\frac{1}{E_i}+\frac{1}{E_p}\right)\right\} d^3\sigma_y \qquad (4)$$

となる。

(2) クラック形成によるエネルギー損失 (ΔU_c)

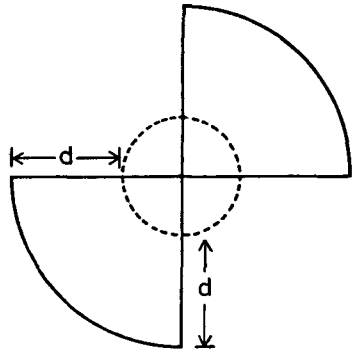
衝突痕の顕微鏡写真(第8図)を参考にして，クラックの形を第11図のように仮定した。つまり，幅が衝突痕の直径 d と等しく長さが $\frac{3}{2}d$ のクラックが氷表面に垂直に4方向に走り，且つ氷表面と平行な面(深さ d)に半径 $\frac{3}{2}d$ の $\frac{1}{4}$ 円形のクラックが2つできたものとする。このクラックを生じる為のエネルギーは，新たに内部表面を形成する為の仕事量に等しいと考えれば，クラック形成の為のエネルギー損失 ΔU_c は

$$\begin{aligned}\Delta U_c &= 2\gamma_i A_c \\ &= 2\gamma_i d^2\left(6+\frac{9}{8}\pi\right)\end{aligned} \qquad (5)$$

と書ける。但し，γ_i は氷の表面エネルギー，A_c はクラックの全面積である。係数2は，1個のクラックの形成によって新らしい氷表面が二枚できることを意味する。

(3) 付着力によるエネルギー損失 (ΔU_a)

付着力に逆らって反発する時のエネルギーの見積りは現象時間が関与する為，厳密に求めることはできないが，第一次近似として，クラック形成によるエネルギー損失の場合と同じように，最終的には氷表面が形成されたと考えて求めた。そうすると付着力によるエネルギー損失 ΔU_a は



第11図 クラックの模式図
(平面図)

$$\Delta U_a = (\gamma_i + \gamma_p - \gamma_{ip}) A_a \qquad (6)$$

と書けるであろう。但し，γ_p は衝突粒子の表面エネルギー，γ_{ip} は氷と粒子の間の界面エネルギーである。ガラスやテフロンの場合，γ_{ip} の正確な値は知られていないが，γ_i や γ_p に比べて無視できる程に小さいであろう。衝突粒子と氷表面の接触面積 A_a が，氷表面に生じた衝突痕の水平面への投影面積 $\frac{\pi}{4}d^2$ に近似的に等しいとすれば，(6) 式は

$$\Delta U_a = \frac{\pi d^2}{4}(\gamma_i + \gamma_p) \qquad (7)$$

となる。

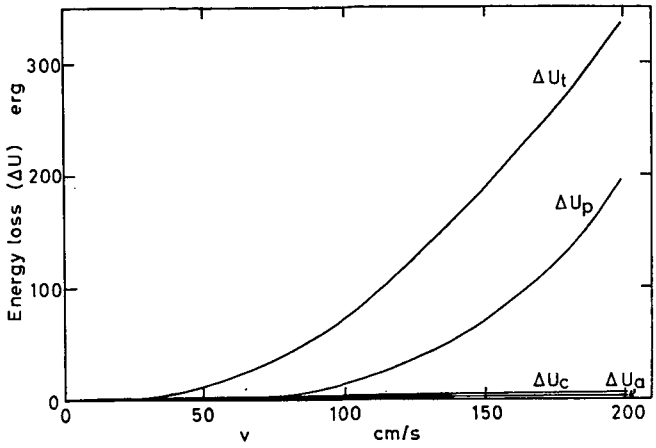
以上 3 つのエネルギー損失は，全て衝突痕の直径 d を実測することによって計算することができる。ガラス球が氷表面に形成した衝突痕の測定値（第 9 図）から計算した各エネルギーの値と，衝突粒子が実際に失なったエネルギー ΔU_t を第 1 表に示す。計算では次の物質定数値を用いた。: $\sigma_y = 2.2 \times 10^8$ dyn/cm^2, $E_i = 1 \times 10^{11}$ dyn/cm^2, $E_p = 8 \times 10^{11}$ dyn/cm^2, $\gamma_i = 100$ erg/cm^2, $\gamma_p = 300$ erg/cm^2.

第 1 表 エネルギー損失の計算値（ガラス球）。ΔU_t は測定された反発係数から求めた全エネルギー損失である。$\Delta U_t = \frac{1}{2}mv^2(1-e^2)$

v (cm/s)	d (mm)	ΔU_a (erg)	ΔU_c (erg)	ΔU_p (erg)	ΔU_t (erg)
50.0	0.11	0.0	0.2	0.9	8.5
75.5	0.16	0.1	0.5	4.3	33.0
100.0	0.22	0.2	0.9	7.2	70.1
125.0	0.27	0.2	1.4	36.0	122.8
150.0	0.32	0.3	2.0	68.6	186.0
175.0	0.36	0.4	2.5	115.2	253.2
200.0	0.41	0.5	3.2	195.6	330.7

ここで用いた σ_y の値は通常用いられている値よりも大きい。これは，Barnes *et al.*[3] が求めた荷重時間 10^{-4} 秒の時の多結晶氷の硬度 $H = 65$ MN/m^2 (-10°C) から，$\sigma_y = \frac{H}{3}$ として計算したものである。Barnes *et al.* の実験結果によると，硬度は荷重時間が短かい程大きな値を取り，それに対応して降伏応力も大きくなる。従がって，衝突のように瞬間的な力がかかる現象では，この値をを用いるのが妥当であると考えられる。

第 1 表を図にしたものが第 12 図である。図から明らかな如く，塑性変形の為に消費されたエネルギーが圧倒的に大きい。これに対して，クラック形成や付着力を断ち切る為に使われたエネルギーは，全体の数パーセントに過ぎない。このことから氷の反発係数が 1 より小さくなる最大の原因は，氷表面に生ずる塑性変形であると考えられる。しかし，衝突粒子が実際に失なったエネルギーは ΔU_p, ΔU_c, ΔU_a の 3 つの和よりも大きい。このことは，ここで行なったエネルギーの計算が余りに近似的すぎることを意味しているのかも知れないし，或いは，ここでは無視した (4), (5), (6) の効果が効いていることを示しているのかも知れない。例えば，滑



第12図 エネルギー損失の計算値（氷の反発係数の測定）

らかな氷表面といっても実際には，細かな凹凸が残っていて，その破壊と塑性変形が反発係数を減少させることは十分に考えられる。

V. 結　　語

以上の測定結果及び考察から，氷表面にガラス球のような硬い粒子が衝突する時，反発係数が1より小さくなるのは，主に塑性変形による衝突痕の形成にあることが明らかにされた。しかし，氷粒子やテフロン球の反発係数も1より小さいが，衝突痕は顕微鏡では発見されなかった。このことは，氷粒子などの場合はガラス球の場合の計算で無視した微小な凹凸などの効果が効いていることを示唆している。

本研究を行なうに当って，石田完教授をはじめ低温科学研究所気象学部門の方々から有益な助言を戴いた。ここに記して感謝の意を表します。

文　　献

1) Kobayashi, D. 1972 Studies of snow transport in low-level drifting snow. *Contr. Inst. Low Temp. Sci.*, **A 24**, 58 pp.
2) エリ・デ・ランダウ，イエ・エム・リフシッツ 1972 弾性理論（佐藤常三訳）東京図書．東京，215 pp.
3) Barnes, P., Tabor, D. and Walker, J. C. F. 1971 The friction and creep of polycrystalline ice. *Proc. Roy. Soc.*, **A 324**, 127–155.

Summary

Restitution coefficients of spherical particles were determined on a flat ice surface at −12°C in the range of impact velocity from 40 cm/s to 500 cm/s. Impact and rebound velocities were obtained from an interval of two spots marked in a photograph of a moving particle taken under a stroboscopic light (Figs. 1 and 2).

Subjected to measurements were ice, Teflon and glass spheres, their diameters ranging

from 2.4 mm to 7.8 mm. Ice particles were prepared by freezing of droplets of pure water in liquid nitrogen.

It was found that restitution coefficients increased with decreasing velocity and had a tendency to approach unity (Fig. 3). In general particles of larger Young's modulus (glass) had smaller values of restitution coefficient than those of smaller modulus (Teflon).

When the ice surface was roughened with a sheet of emery paper, restitution coefficients became smaller comparing with those on a smooth surface (Figs. 4 and 5). The result suggests that the deformation and fracture of fine irregularities on the ice surface caused loss of kinetic energy of particles on bouncing.

A decrease in restitution coefficient was also found when the ice contained some amount of NaCl impurity (Fig. 7). Its cause can be explained by a depression in mechanical strength of ice and the possible existence of liquid solution on the ice surface.

A possible effect of a liquid film on restitution coefficient was checked by treating the ice surface with etylene glycol, whereby restitution coefficients of Teflon spheres became smaller, but those of glass spheres did not (Fig. 6).

The experimental result that the restitution coefficients were always smaller than unity means that a fraction of kinetic energy of an impinging particle is lost on collision. Energy losses due to three main probable causes were discussed, which are plastic deformation of the ice surface, formation of cracks, and adhesive force working at the time of separation. The three energy losses were estimated separately by using the observed diameters of indentation on the ice surface and assuming shapes of cracks based on microscopic observations (Fig. 8). The result of calculations showed that most effective to cause energy losses was the plastic deformation of the ice resulting in creation of indentation marks on the ice surface (Fig. 12). The sum of energy losses due to crack formation and adhesion was no more than a few percents of the total losses of kinetic energy of particles.