



Title	斜面積雪の挙動の研究 : 論文 の補遺
Author(s)	吉田, 順五
Citation	低温科学. 物理篇, 40, 25-35
Issue Date	1982-03-10
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/18435">http://hdl.handle.net/2115/18435</a>
Type	bulletin (article)
File Information	40_p25-35.pdf



[Instructions for use](#)

## 斜面積雪の挙動の研究 VIII\*

— 論文 VII の補遺 —

吉田 順五

(北海道大学名誉教授)

(昭和56年9月受理)

### I. ま え が き

この論文は、おなじ表題の前論文 VII<sup>1)</sup> の補遺である。北海道大学低温科学研究所の雪害科学部門が、北海道北部で、山の斜面につき、二次元歪の条件をみたしつつ斜面を緩慢に流下する積雪の内部に生ずる歪速度を数年にわたって測定し、それから積雪の二次元内部応力を算出した<sup>2)</sup>。この二次元流動がおこる、斜面の最大傾斜方向に立つ鉛直面を流動面とよぶことにする。論文 VII では、一例として、斜面中腹の中立区で昭和49年の前冬に得られた内部応力を図示し、そのなかに「単独鉛直主応力」が多数みられることを指摘した。単独鉛直主応力とは、流動面内にあるふたつの主応力の一方  $\sigma_3$  がほぼ鉛直に立ち、それに直角な他方の主応力  $\sigma_1$  が、絶対値において、 $\sigma_3$  にくらべて著しく小さい応力に、筆者があたえた名である。そして、斜面積雪内の任意の点 P に単独鉛直主応力が現れるための条件のひとつとして、次の事項をあげた。すなわち、積雪が圧縮性粘性流体であること、点 P の上部近傍内で、積雪の性質および内部応力が持続的に斜面方向に均一であり、かつ、積雪の斜面方向の伸縮歪速度  $\dot{\epsilon}_x$  が 0 にひとしいことである。

自然現象の連続性からみて、 $\dot{\epsilon}_x$  が 0 にひとしいときになりたつ事柄は、 $\dot{\epsilon}_x$  が 0 に近い値に止る限りは、少くとも近似的に、成立するといえる。本論文 VIII は、うへの事項のうちの最後の制限をはずして、 $\dot{\epsilon}_x$  を 0 でないとしたばあいの応力の検討である。そして、 $\dot{\epsilon}_x$  が 0 でなくても小さい値でさへあれば、単独鉛直主応力が正確な形で出現しうることが証明される。また、 $\dot{\epsilon}_x$  に適当に大きい値を与えれば、単独主応力でない普通の応力も本論文の理論で説明されることが示される。しかし、普通の応力のすべてが説明されるわけではない。実際に、歪速度の測定値から算出された普通の応力のなかに、本論文の理論では作ることのできないものの存在することが指摘される。そして、この事実にもとづき、歪速度から応力を算出する従来の方法が、常には正しくないことが示される。

積雪は流動面に平行に、二次元的に流動する。それで、以下、紙面を流動面とみなし、記述はすべて紙面上についておこなう。地面および積雪表面は、紙面上の左上から右下へむかう、水平線と角  $\theta$  をなす、2本の平行直線 G および S で表す。直線 G 上に座標原点 O をおき、直

\* 北海道大学低温科学研究所業績 第2380号

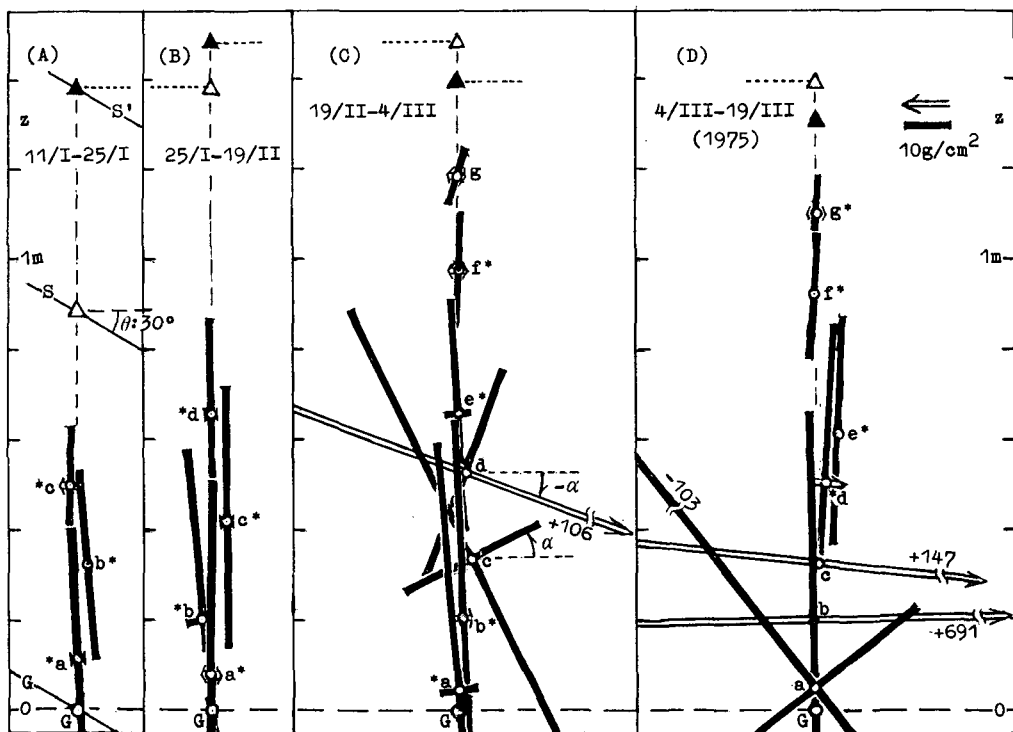
線  $G$  にそい右下方に座標  $x$  を、それに直角上方に座標  $z$  をとる。流動面と直角に座標  $y$  をおく。また、 $x'$  および  $z'$  を、流動面内での水平座標および鉛直座標として用いる (論文 VII の第 2 図参照)。その他の記号や用語にも、論文 VII で用いたものをそのまま使う。

## II. 斜面方向の伸縮歪速度と附加応力

### 1. 実測された応力の例

斜面積雪内の二次元応力は直接測定されたわけではない。直接測定されたのは、2 週間ないし 3 週間のあいだに生じた流動面内の歪である。その歪から歪速度の主軸の方向が定められ、応力的主軸が歪速度の主軸と一致することを利用して、あるひとつの仮定のもとに、応力が計算によって求められた。それで、直接測定されたものでないにせよ、歪速度の実測がなければ知りえない応力であることから、この算出された応力を、理論的に導かれる応力と区別するため「実測応力」とよぶことにする。

まえがきで述べたように、論文 VII に第 1 図として、昭和 49 年の前冬に斜面の中立区で



第 1 図 斜面積雪の中立区で実測された積雪内主応力図。縦軸の  $z$  は、斜面上の点  $G$  から、斜面と直角に積雪表面にむかってはかった距離である。十字に交る太い線により、十字の中心で測定された主応力の大きさと方向とが示される。太い黒線は圧力の主応力を、なか白の二重線は張力の主応力を表す。星印\*をつけたローマ字が添えてある応力が単独鉛直主応力である。白三角形と黒三角形とは、 $z$  で表した、歪測定期間の初日と終日における積雪表面  $S$  および  $S'$  の位置をあたえる。図では、点  $G$  から斜め上方にはかった距離  $z$  を鉛直方向にとってあるから、実際の積雪表面は、直線  $S$  および  $S'$  よりもっと高い所にある

測定された実測応力を図示した。ここに更に、斜面上はほぼ同じ地点で昭和50年の前冬に測定された実測応力を第1図として示す。この図の縦軸が、斜面上の点を表す白丸印Gから斜面に直角上方にはかった距離 $z$ であること、先端が突然に切れた太い黒線が圧力である主応力を、先端に矢尻の印をつけた二重線が張力である主応力を表すことなどを含めて、表現形式は、論文VIIの第1図のばあいと同じである。

星印をつけたローマ字\*a, b\*などで示した応力が単独鉛直主応力である。第1図にある21個の実測応力のうち、単独鉛直主応力は半数をこえる15個に達する。論文VIIに示した昭和49年の測定結果では、22個の実測応力の半数の11個が単独鉛直主応力であった。

積雪初期の応力を示す第1図(A), (B)では、実測応力が全部単独鉛直主応力である。積雪中期および後期では、図(C)および図(D)にみられるように、非単独鉛直主応力が現れる。しかし後期には、単独鉛直主応力の存在範囲が積雪の上中層部から下方へひろがり、積雪全層を再び単独鉛直主応力が占めるような傾向をうかがわせる。この傾向は、論文VIIの昭和49年の測定結果では更に著しい。

うえのように、全体として単独鉛直主応力の出現頻度が高いこと、一度非単独鉛直主応力が現れてもそれは消失し、斜面積雪全体が再び単独鉛直主応力で占められる傾向にあることは、単独鉛直主応力に特別な意味のあることを想像させる。

次の第2節から先で、まえがきで述べたような意味での、論文VIIの理論の拡張をおこなう。

## 2. 持続上部均一状態にある点の応力

斜面積雪は等方均質な多数の雪層の重畳である。各雪層は圧縮性粘性流体であって、その特性は密度 $\rho$ 、粘性係数 $\eta$ 、塑性ポアソン比 $\nu$ で定められるとする。積雪内の一点Pを通る、 $z$ 座標軸および $z'$ 座標軸に平行な2本の直線と積雪表面を表す直線Sとがひとつの三角形をつくる。この三角形の内部と、三角形をすこしはみだした部分とを合せた範囲を、論文VIIで、点Pの上部近傍となづけた。また、上部近傍内の積雪の性質と応力とが座標 $x$ によって変化しないとき、点Pは上部均一状態にあるということにした。そして、点Pが上部均一の条件をみたすならば、点Pにおける $xy$ 面上の応力成分が

$$\sigma_z = -w \cos \theta, \quad \tau = w \sin \theta, \quad w = g \int_z^h \rho dz \quad (1)$$

で与えられることを、論文VIIの第IV章第2節で述べた。この式(1)の $\tau$ は、 $\tau_{zx}$ の添字 $zx$ を省略した記号である。また、 $w$ の積分の下限 $z$ は点Pの $z$ 座標であり、 $h$ は $z$ 方向の積雪の厚さである。

点Pが上部均一状態にあれば、上部近傍内で雪層境界は積雪表面Sに平行である。積雪が流動しても、雪層境界の傾斜に変わりがおこらずに上部均一状態が保持されるとき、点Pは持続上部均一状態にあると、論文VIIで呼んだ。いま、点Pが持続上部均一状態にあるとしよう。そして、 $b$ および $c$ を同一雪層内では場所によって変化しない常数として

$$\sigma_x = bw + c \quad (2)$$

とおく。すると、論文VIIの第V章第2節での考えかたと同じ考えかたによって

$$\sigma_x = -\frac{\nu}{1-\nu} w \cos \theta + c \quad (3)$$

となることが証明される。式(1)および式(3)の応力成分は、重力と応力との釣合関係を定める微分方程式を満足する。論文 VII であつかったのは、 $c$ が0にひとしい特別なばあいであった。

塑性ポアソン比 $\nu$ は雪層ごとに値が変わる。よって常数 $b$ も雪層ごとに値が異なる。常数 $c$ もまた、次節で示すように、雪層ごとに値をかえる。

無限に長い平らな斜面に均一につもった無限斜面積雪内の応力は、式(1)と $c=0$ とおいた式(3)とで与えられる。すなわち、論文 VII でえた応力である。この無限斜面積雪内応力を斜面積雪内応力のひとつの標準と考え、 $c$ を、それに附加されたものとみて、「附加応力」とよぶことにしよう。

### 3. 斜面方向の伸縮歪速度と附加応力

積雪の斜面方向の伸縮速度を表す歪速度成分 $\dot{\epsilon}_x$ と応力成分とのあいだには

$$\dot{\epsilon}_x = \left\{ (1-\nu) \sigma_x - \nu \sigma_z \right\} / 2\eta \quad (4)$$

の関係がある。この式に、式(1)および式(3)の応力成分を代入すると

$$\dot{\epsilon}_x = \left\{ (1-\nu)/2\eta \right\} c \quad (5)$$

をうる。よって、 $c$ が0であることは $\dot{\epsilon}_x$ が0にひとしいことを意味する。同一雪層内では $c$ も $\nu$ も $\eta$ も常数だから、 $\dot{\epsilon}_x$ もまた同一雪層内では一定値を保ち、場所によって変らない。

積雪の流動速度の $x$ 成分を $u$ とすると $\dot{\epsilon}_x = \partial u / \partial x$ である。よって $u$ は

$$u = x \cdot \dot{\epsilon}_x + f(x) \quad (6)$$

で与えられる。それゆえ、もし $\dot{\epsilon}_x$ の値が雪層ごとに異なるならば、相隣る雪層の境界では $u$ が不連続となり、雪層間にずれが生じ、そのずれの速度 $\Delta u$ は $x$ によって変る。ずれによって生ずる摩擦力は $\Delta u$ の関数であり、この摩擦力は、また、境界における剪断応力成分 $\tau$ にひとしい。よって、応力が $x$ 方向に均一であるためには、 $\dot{\epsilon}_x$ は雪層によって値を変えてはならない。すなわち、 $\dot{\epsilon}_x$ は各雪層に共通な常数值をとる必要がある。かくして、点Pが持続上部均一の条件をみたすなら、点Pの上部近傍全体にわたって $\dot{\epsilon}_x$ は一定であるという結果に達した。附加応力 $c$ の値は、 $\dot{\epsilon}_x$ を一定値とする式(5)をみたすように、上部近傍内の雪層ごとにかわる。

## III. 附加応力のある応力場

### 1. 主 応 力

前章でえた附加応力のある応力の主応力が、式(1)と式(3)とから次の形に導かれる。すなわち

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{w}{2(1-\nu)} \left\{ -\cos \theta + (1-\nu)\beta \pm \sqrt{M} \right\} \quad (7)$$

$$\tau = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{-\cos \theta + (1-\nu)\beta + \sqrt{M}}{-\cos \theta + (1-\nu)\beta - \sqrt{M}} \quad (8)$$

$$M = (1 + 3 \sin^2 \theta) - 4\nu(1 + \sin^2 \theta) + 4\nu^2 + 2(1 - \nu)(1 - 2\nu) \cos \theta \cdot \beta + (1 - \nu)^2 \beta^2 \quad (9)$$

$$\tan 2(\alpha + \theta) = \frac{2\tau}{\sigma_x - \sigma_z} = \frac{2(1 - \nu)}{1 - 2\nu} \tan \theta \left/ \left\{ 1 + \frac{(1 - \nu)\beta}{(1 - 2\nu) \cos \theta} \right\} \right. \quad (10)$$

$$\beta = c/w = 2\eta\epsilon_x/w(1 - \nu) \quad (11)$$

である。主応力の値は、張力のとき正に圧力のとき負にとり、代数的に大きい方を第一主応力  $\sigma_1$  に、小さい方を第三主応力  $\sigma_3$  に定める。よって、式(7)右辺の中括弧内の復記号を正号にとれば  $\sigma_1$  が、負号にとれば  $\sigma_3$  がえられる。主応力の方向は、水平座標  $x'$  の正の方向から反時計まわりに第一主応力  $\sigma_1$  の方向まではかった角  $\alpha$  で表す。角  $\alpha$  の値は  $-90^\circ$  と  $+90^\circ$  との間にえらぶ。

式(11)で定義される  $\beta$  は、雪層ごとに値を異にするばかりでなく、同一雪層内でも、 $w$  が  $z$  によって変るから、一定ではない。しかし、表面から距った深い雪層でならば、そのなかの  $w$  の変化が  $w$  の値自体にくらべて小さいから、近似として、一定の値であるとみてよい。

主応力の比  $\gamma$  も角  $\alpha$  も、積雪表面の傾斜角  $\theta$  を副変数とする、 $\nu$  と  $\beta$  との関数である。斜面積雪内のある点 P で歪速度を実測することにより、点 P での  $\gamma$  と  $\alpha$  との値が定められる。よって、点 P が持続上部均一の状態にあるならば、その定められた値を式(8)の  $\gamma$  と式(10)の  $\alpha$  とに用いて、 $\nu$  と  $\beta$  とを未知量とする2個の方程式を得、それを解いて点 P での  $\nu$  と  $\beta$  との値を決定できる。

しかし、歪速度の測定値から定められた  $\alpha$  と  $\gamma$  とのうちには、解  $\nu, \beta$  が存在しないような方程式を作りだすものもあるであろう。そのような  $\alpha$  と  $\gamma$  とが得られた点は、持続上部均一の条件をみたさないことになる。あとでわかるように、単独鉛直主応力でない普通の応力が得られた点のなかには、その種の点が確かに見いだされる。よって、斜面の中立区にある点といえども、持続上部均一状態から外れることのあることが判る。しかし、単独鉛直主応力を与えるような  $\alpha$  と  $\gamma$  とで作られる方程式ならば、必ず、解をもつ。

## 2. 完全単独鉛直主応力

角  $\alpha$  を 0 とおいた式(10)をみたす  $\nu$  を  $\nu_0$  で表すと、 $\nu_0$  は

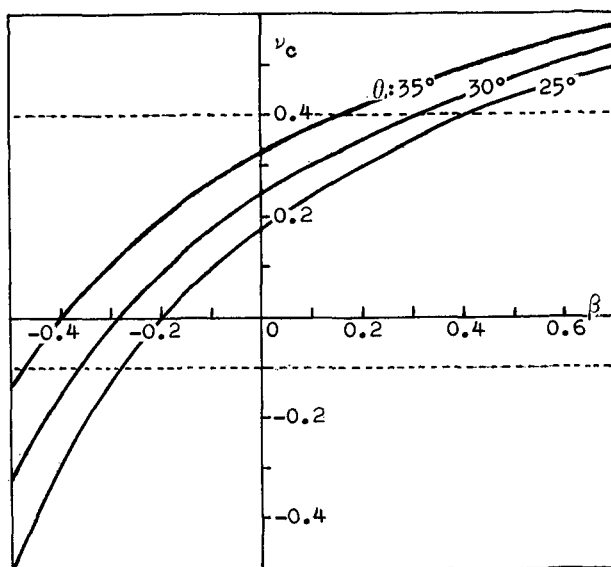
$$\nu_0 = 1 - \left\{ \cos^2 \theta / (1 + \beta \cos \theta) \right\} \quad (12)$$

で与えられる。この  $\nu_0$  を式(8)の  $\nu$  として用いると  $\gamma$  が 0 になることが証明される。すなわち、持続上部均一状態にあるうえ、塑性ポアソン比  $\nu$  が  $\nu_0$  にひとしいような雪層が斜面積雪内があれば、この雪層内では  $\alpha$  も  $\gamma$  も共に 0 である。つまり、この雪層内の応力は完全単独鉛直主応力にほかならない。完全単独鉛直主応力とは、第三主応力  $\sigma_3$  の方向が正確に鉛直で第一主応力  $\sigma_1$  の値が正確に 0 にひとしい応力に、論文 VII で与えた名である。論文 VII の第 V 章第 3 節にある  $\nu_0$  は、附加応力  $c$  を 0 にひとしくおいた時の  $\nu_0$  に一致する。

上のように  $\alpha$  と  $\gamma$  とが同時に 0 になることから、 $\alpha$  か  $\gamma$  かのどちらかが絶対値において小さければ、他方もまた必ず絶対値において小さいといえる。よって、持続上部均一の条件をみたす点には、 $\alpha$  が小さくて  $\gamma$  の大きい応力、あるいは  $\gamma$  が小さくて  $\alpha$  が大きい応力は出現しえない。この種の非単独鉛直主応力の発生が認められたら、その発生点は持続上部均一の条件を

みたさないといい。この種の応力は、前節で述べた方程式を解けないようにする応力、つまり本論文の理論では作ることのできない応力である。

式(12)で与えられる  $\nu_c$  と  $\beta$  との関係、 $\theta$  に 3 種の値  $25^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $35^\circ$  を選んで、第 2 図の曲線として表した。論文 VII で、積雪の塑性ポアソン比  $\nu$  の実験値が  $-0.1 \sim +0.4$  の範囲にあることを述べた。この範囲の上限と下限とが、第 2 図に 2 本の水平点線で示してある。塑性ポアソン比  $\nu$  の値にこの



第 2 図 斜面の傾斜角  $\theta$  を  $25^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $35^\circ$  としたときの  $\nu_c$  と  $\beta$  との関係。完全単独鉛直主応力は、塑性ポアソン比  $\nu$  がこの曲線で表される  $\nu_c$  にひとしい雪層内に、 $\beta$  の値に応じて現れる

ような制限範囲があるため、第 2 図の曲線のうち、実現しうる  $\nu_c$  と  $\beta$  との関係を表すのは、2 本の水平点線の間にある部分に限られる。それで、例として  $\theta=30^\circ$  のばあいをとれば、 $\beta$  の値が  $-0.35$  以下であっても、 $+0.30$  以上であっても、完全単独鉛直主応力は出現できない。附加応力  $c$  が、正の張力であるにせよ負の圧力であるにせよ、絶対値で、それが  $w$  のほぼ 3 割以下の小さい値でないと、完全単独鉛直応力は生じえないわけである。

斜面積雪内の任意の点 P での  $\nu$  の値が  $\nu_c$  の値と一致することは極めて稀である。しかし、 $\nu$  の値が  $\nu_c$  の値にちかければ、点 P における応力は完全単独鉛直主応力にちかひ応力、すなわち、単独鉛直主応力になるに違いない。このことと、 $\beta$  の絶対値が小さければ完全単独鉛直主応力に出現の可能性があることから、単独鉛直主応力も  $\beta$  の絶対値が小さいばあいには出現しうるといえる。

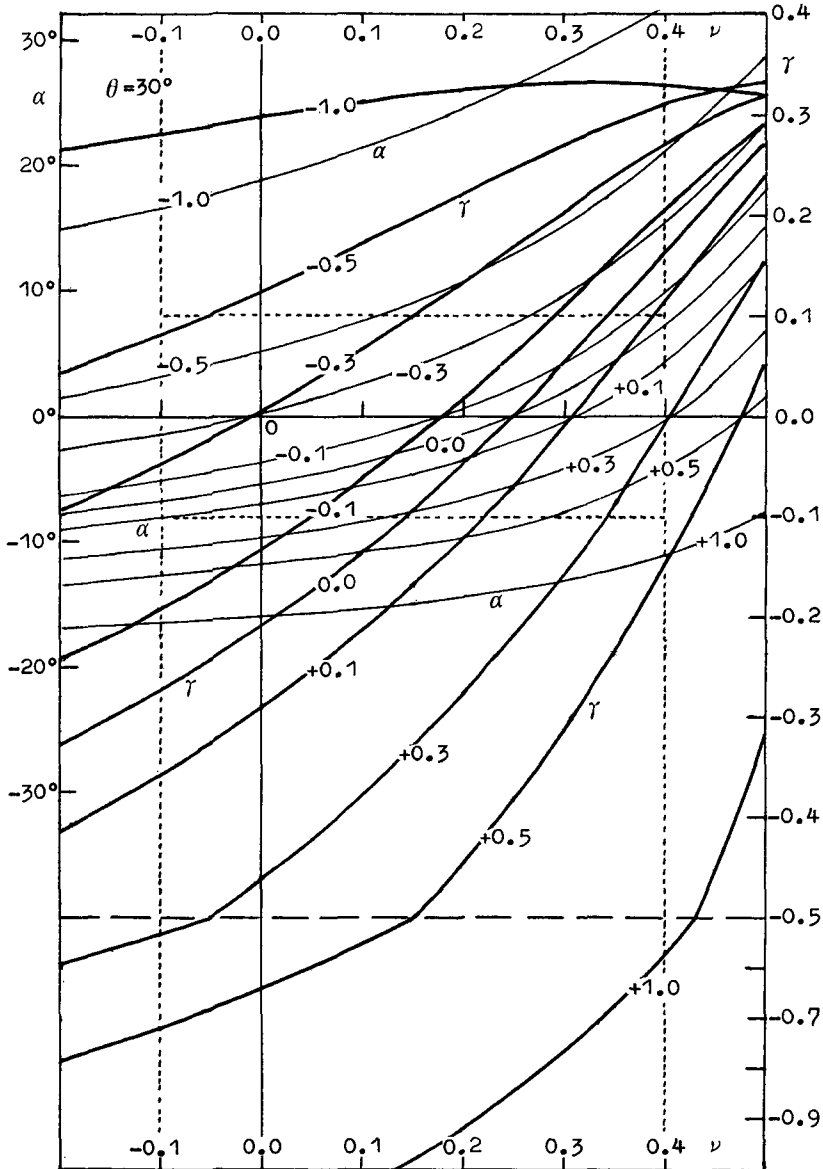
式(11)により、 $\beta$  が小さいことは  $\epsilon_x$  が小さいことを意味する。かくして、附加応力  $c$  が存在するときでも、まえがきで述べたように  $\epsilon_x$  が小さくさえあれば、単独鉛直主応力の出現しうることが証明された。

### 3. 単独鉛直主応力

第 3 図は、斜面の傾斜角  $\theta$  を  $30^\circ$  に定め、 $\beta$  にいろいろな値を与えたときの、 $\gamma$  および  $\alpha$  と  $\nu$  との関係を示す曲線である。太い曲線が  $\gamma$ - $\nu$  曲線で、細い曲線が  $\alpha$ - $\nu$  曲線である。各曲線につけた数字は  $\beta$  の値を示す。横軸に  $\nu$  の値、縦軸に  $\gamma$  と  $\alpha$  との値がとってある。同じ値の  $\beta$  の太い曲線と細い曲線とは、原点 O を通る水平直線上で交る。その交点の  $\nu$  の値が、 $\beta$  に対応する  $\nu_c$  の値である。第 1 節の終りで述べたふたつの方程式を数量的に解くには手数がかかるであろう。もっと細かく  $\beta$  の値を選んでかいた第 3 図を使えば、与えられた値の  $\gamma$  と  $\alpha$  とに対応する  $\nu$  と  $\beta$  との値を定めることも困難でなくなる。

第3図の曲線群から、 $\beta$ の絶対値が大きいほど $\gamma$ および $\alpha$ の絶対値が大きくなる傾向がよみとられる。これによっても、単独鉛直主応力の発生に $\beta$ の絶対値が小さいことの必要性がわかる。

積雪の塑性ポアソン比 $\nu$ の値は $-0.1$ と $+0.4$ との間に限られるから、第3図で有効な



第3図 斜面の傾斜角 $\theta$ を $30^\circ$ とし、特定な値を $\beta=c/w$ にあてて描いた、主応力の比 $\gamma=\sigma_1/\sigma_3$ および主応力の方向を定める角 $\alpha$ と塑性ポアソン比 $\nu$ との関係を表す曲線。太い曲線が $\gamma-\nu$ 曲線、細い曲線が $\alpha-\nu$ 曲線である。各曲線に添えた数字が $\beta$ の特定値を示す。おなじ $\beta$ の特定値をもつ太い曲線と細い曲線とは、原点 $O$ をとる水平線上、 $\nu$ が $\nu_c$ にひとしい点で交叉する



は2本の縦の点線ではさまれた範囲である。単独鉛直主応力を、 $\gamma$ および $\alpha$ いずれもの絶対値が小さい応力と定義したが、その絶対値の上限は定めてない。それで、仮に、 $\gamma$ の絶対値の上限は0.1、 $\alpha$ の絶対値の上限は $8^\circ$ としてみよう。すると第3図で、縦の2本の点線と水平な2本の点線とでかこまれた、原点Oをふくむ横長の長方形の内部が、単独鉛直主応力の存在範囲となる。この存在範囲の左上隅と右下隅とには、絶対値が0.3をこえる $\beta$ の領域がある。しかし、この領域は存在範囲全体にくらべると余り広くない。それで、単独主応力も、完全単独主応力と同様に、出現するとすれば $\beta$ の絶対値がだいたいにおいて0.3をこえないばあいであると言ってよいであろう。

第1図にみられるように、積雪期間の初期にあたる1月中2月中は、斜面積雪内応力が全層にわたり単独鉛直主応力である。したがって、単独鉛直主応力が本論文の理論にしたがって発生するとする限りは、積雪全層内のすべての点が持続上部均一状態にあらねばならない。ところで、最下の雪層は地面に接し、地面は積雪にくらべれば非常に硬く、地面の $\epsilon_x$ は實際上0とみられる。すると、雪層と雪層との間に $\epsilon_x$ の差異が生じえないとした第II章第3節の理由とおなじ理由により、最下の雪層の $\epsilon_x$ は0にひとしいことになる。それにより、すべての雪層の $\epsilon_x$ も0となる。つまり、積雪期初期の全層にわたる単独鉛直主応力は、 $\epsilon_x=0$ とおいた前論文VIIの理論で説明される。

しかし、 $\epsilon_x$ が0でないばあいが全くありえないわけでもない。もし、積雪の底と地面との間の摩擦力が、固体間の運動摩擦力のように、両者の間の相対速度 $du$ に無関係であり、式(1)で与えられる積雪の底の剪断応力成分 $\tau$ が摩擦力と一致するならば、積雪内の $\epsilon_x$ は0でない値をとりうる。積雪の底の $\tau$ が、 $\epsilon_x$ が0でなくても、 $x$ によって変らないからである。ただ、このようなことは、条件がきびしいから、稀にしか起らないであろう。起ったら、特別なばあいみなすべきである。

#### 4. 非単独鉛直主応力

積雪期間の中期後期の応力を示す第1図の図(C)および図(D)には、単独鉛直主応力でない普通の応力もみられる。この、 $\alpha$ と $\gamma$ とが共には小さくない普通の応力を、非単独鉛直主応力とよんできた。第3図からわかるように、 $\beta$ が増大すれば $\alpha$ も $\gamma$ も増大する。よって、非単独鉛直主応力も、 $\beta$ に適当に大きい値を用いることにより、本論文の理論で、その全部をではないが、説明できる。第1節で述べた方程式が解けるような $\alpha$ と $\gamma$ とを持つ応力が、この説明できる応力であって、この種の応力の発生点は、必ずとはいえないにせよ、持続上部均一状態にある可能性に富む。

第1節の最後で予告した、本論文の理論では説明できない非単独主応力の例として、第1図(D)の応力bと応力cとがあげられる。(応力cの $\sigma_3$ は不自然に大きい229 g/cm<sup>2</sup>の圧力であるため、書きいれを省いた)。このふたつの応力は $\alpha$ が小さいにも拘らず $\gamma$ が小さくない。よって第2節で述べたことにより、これらの応力に適合する $\nu$ 、 $\beta$ は存在せず、また、これらの応力の発生点は持続上部均一の条件をみたさない。

第1図(C)では、応力cおよび応力dの出現した非単独鉛直主応力の雪層が、その上下につづく単独鉛直主応力の雪層にはさまれている。積雪全体が持続上部均一状態にあるとして図

(C) の応力分布を説明するためには、非単独鉛直主応力の雪層の  $\epsilon_x$  を、その上下にある単独鉛直主応力の雪層の  $\epsilon_x$  より大きくとらなければならない。ところが、これは、第 II 章第 3 節で述べたことと矛盾する。

以上のように、非単独鉛直主応力の出現する第 1 図 (C) (D) の応力分布は、持続上部均一状態を前提とする本論文の理論で説明するのが困難である。歪速度の測定値から  $\epsilon_x$  は計算によって求められる。この  $\epsilon_x$  の  $x$  方向の分布を調べることが、非単独鉛直主応力も説明できる方向に理論を改善する手がかりになるかも知れない。それはそれとして、持続上部均一の条件をみたくない雪層が現実存在することは、次の章で述べるように、本論文で研究の対象としてきた実測応力の正確さに疑問を投げかけることになる。

#### IV. 論義とあとがき

##### 1. 実測応力算出法についての論義

一般に、二次元応力場内の一点 P の応力は、点 P における主応力の方向と、主応力面に垂直な、点 P を中心とする或るひとつの微小面  $dS$  の上の応力成分とが与えられれば決定される。微小面  $dS$  の方向は、 $dS$  が主応力の方向をふくまない限り、任意でよい。

積雪は等方均質な雪層の重畳である。よって、ひとつの雪層内の点 P で歪速度を測定して歪速度の主軸を求めれば、その主軸の方向が主応力の方向を与える。したがって、点 P における応力を定めるには、あと、点 P をふくむ或るひとつの微小面上の応力成分を求めさえすればよい。従来の実測応力算出方法を案出するにあたって、清水と藤岡とは、ひとつの雪層内では歪速度の主軸の方向が場所によって変らないと仮定した<sup>3,4)</sup>。すると、点 P をふくみ斜面上に平行な  $xy$  面上の応力成分が、第 II 章第 2 節の式 (1) で与えられることが証明される。密度  $\rho$  の測定値から  $w$  の値が知られるから、式 (1) の応力成分の値はきまる。結局、従来の方法では、点 P をふくむ微小な  $xy$  面を微小面  $dS$  とし、式 (1) の応力成分と歪速度の主軸の方向とを組合せて、実測応力を算出したわけである。

積雪の応力と歪速度との関係は複雑である。未だ正確には知られていないし、積雪の性質が変りやすいため不安定である。従来に応力決定法は、この不正確で不安定な歪速度と応力との関係を全く使わない点で、優れた方法といえるであろう。しかし、実は、本論文の理論と同様に、従来に応力決定法にも、積雪の持続上部均一状態が前提としておかれているのである。

従来に応力算出法では、積雪内のすべての点で式 (1) が成立するとする。ところで、式 (1) の  $\tau$  を応力平衡微分方程式

$$\partial\sigma_x/\partial x + \partial\tau/\partial z + \rho g \sin\theta = 0$$

に代入すると  $\partial\sigma_x/\partial x = 0$  となり、 $\sigma_x$  および  $\tau$  と同様に  $\sigma_x$  もまた  $x$  によって変化しないことがわかる。逆に、論文 VII で述べたように、任意の点 P の上部近傍内で応力が  $x$  方向に変化しなければ、点 P の応力成分  $\sigma_x$  と  $\tau$  とは式 (1) で与えられる。よって、式 (1) の成立と持続上部均一状態の成立とは同等である。かくして、従来に応力算出方法が上部均一状態の仮定に立っていること、したがって、従来の方法で算出された応力は、上部均一状態にある点でのものならば正確であるが、さもない点でのものは、必ずしも、正確でないことが知られる。

前章の最後の第4節で述べたように、第1図に示された単独鉛直主応力でない実測応力には、上部均一状態にない点におけるものがある。したがって、従来の方法で得られた実測応力のうちには、不正確なものが、現実に、混在するとしなければならない。

## 2. あとがき

まえがきで述べたように、論文 VII の理論を拡張して、式(11)で定義される  $\beta$  を用いる間接的方法によってではあるが、斜面積雪内の応力が単独鉛直主応力であるために必要な  $\epsilon_x$  の値の上限を定めることができた。斜面方向の伸縮歪速度  $\epsilon_x$  に任意の値を与えうる理論としたため、 $\epsilon_x$  を適当に大きくとって非単独鉛直主応力も部分的には説明しうることになった。そして、その理論の結果を第1図に示した実測応力と対比したところ、前節で述べたように、歪速度の測定結果から応力を算出する従来の方法が、常には正しくないことが判明した。この論文 VIII につづく次の論文 IX は、持続上部均一状態にない点の応力の算出にも使える、新しい応力算出法の提案である。

無限に長い斜面に均一につもった無限斜面積雪のなかの点は、すべて持続上部均一状態にある。よって、もし地面の摩擦がなければ、無限斜面積雪内にも、附加応力  $c$  の大きい非単独鉛直主応力が出現できる。ところが、論文 VII の第 II 章第4節の最後に、無限斜面積雪中には非単独鉛直主応力が現れえないと書いた。これは、附加応力  $c$  を考慮しなかったために生じた誤りである。それで、論文 VII の第 II 章第4節の最後の部分は取消す。

この論文を書くにあたっては、低温科学研究所の藤岡敏夫教授から、いくたの教示と助言とをうけた。ここに記して感謝の意を表す。

## 文 献

- 1) 吉田順五 1980 斜面積雪の挙動の研究 VII. 低温科学, 物理篇, **39**, 1-16.
- 2) 藤岡敏夫・他 1978, 1979 斜面積雪の歪速度と応力 I, II. 低温科学, 物理篇資料集, **36-37**, 39-69; **38**, 33-37.
- 3) 清水 弘 1968 斜面積雪の内部歪 I. 低温科学, 物理篇, **26**, 143-168.
- 4) 藤岡敏夫 1974 斜面積雪の挙動の研究 IV. 低温科学, 物理篇, **32**, 105-112.

## Summary

The present paper is a supplement to the previous Paper VII<sup>9</sup>. Some of the staffs of the Institute of Low Temperature Science measured two-dimensional strain rate in the interior of a snow cover, which flew down a wide and long sloping ground. They calculated from the measured strain rates internal stresses and those stresses obtained by them in 1974 were shown in Fig. 1 of Paper VII. It was found that half of the stresses shown there turned out to be 'single vertical principal stress', a stress represented almost solely by a principal stress which stands nearly vertical. Another example of the stresses is shown in Fig. 1 of the present paper; they were obtained in 1975 and, as will be seen from the figure, single vertical principal stresses marked by starred letters amount in number to more than half of the total.

In the previous Paper VII, appearance of the single vertical principal stress was theoretically explained by putting  $\dot{\epsilon}_x$  equal to zero,  $\dot{\epsilon}_x$  being strain rate of snow parallel to the surface of the sloping ground. The theory of the present paper differs from that of Paper VII only in that the restriction of  $\dot{\epsilon}_x=0$  is removed. If not equal to zero, the value of  $\dot{\epsilon}_x$  must lie in a limited range for a stress to be a single vertical principal stress, and the limits of that range are determined by the present theory of this paper. Let term 'ordinary stress' mean a stress which is not a single vertical principal stress. The present theory can build some of the ordinary stresses by assigning appropriate values to  $\dot{\epsilon}_x$ ; the remainders that the present theory fails to build shall be called 'stress N'. Stresses marked b and c in Fig. 1(D) of the text give examples of stress N.

A two-dimensional stress is determined at point P, if the directions of its two principal axes are known at point P and if its components are given on small plane  $dS$ , which intersects at point P the plane of the principal axes perpendicularly. The normal of  $dS$  can have any direction in the plane of the principal axes provided that it does not coincide with either of them. On calculating the stress in the snow cover, the above mentioned staffs of the Institute determined the principal axes of the strain rates, which they obtained through actual measurements, and they regarded these axes as the principal axes of stress, because the snow cover is composed of a number of snow layers which are isotropic and homogeneous in nature. They took as  $dS$  a small plane lying parallel to the surface of the sloping ground and considered the stress components on it given by Eqs. (1) of the text. Thus they could calculate the stresses with no reference to the quantitative relationship between stress and strain rate of snow, which can hardly be expressed in a correct and concrete form.

A state of snow named 'state A' was defined in the English summary of the previous Papers VII. The theories developed in Papers VII and VIII are applicable only to such stresses as arising at those points in the snow cover that are in state A. It results from this that a point in the snow cover is not in state A if the stress at the point happens to be a stress N. The method of calculation used by the staffs of the Institute can also correctly be applied only when points of its application in the snow cover are in state A, because it is shown that every point in the snow cover is in state A if Eqs. (1) are valid at every point in the snow cover and that the inverse of this statement is also true. Therefore the stresses N such as marked b and c in Fig. 1(D) obtained by the staffs turn out to be inaccurate because the points of their appearance are not in state A as mentioned above.

The next Paper IX will propose a method of calculating stresses from the measured strain rates, which is available regardless of whether points of its application are in state A or not.