HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	積雪面上の冷気流の運動
Author(s)	小林, 俊一; 石川, 信敬
Citation	低温科學. 物理篇, 41, 55-64
Issue Date	1983-03-22
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/18456
Type	bulletin (article)
File Information	41_p55-64.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

Shun'ichi KOBAYASHI and Nobuyoshi ISHIKAWA 1982 Cold Air Flow on the Snow Surface. *Low Temperature Science, Ser. A, 41.* (With English Summary p. 64)

積雪面上の冷気流の運動*

小林俊一・石川信敬
(低温科学研究所)

(昭和57年10月受理)

I. まえがき

冬期の積雪表面は，晴天，微風の下で放射冷却が卓越し，接地逆転層が容易に形成される[1~4]。更に冬期の積雪表面の接地大気は水蒸気量の絶対量が小さくて，積雪の熱伝導度が小さいことが積雪表面の冷却に有利に作用している[5]。この冷気から成る接地逆転層は，安定成層であり，しかもわずかに流れていることが，地物についた樹霜の方向性から明らかである。そして樹霜の方位を調べることによって，弱い冷気流の局地的な分布を得ることができる。またこの冷気層にわずかな流れが伴えば，脈動を伴った間歇的な乱流が発生し，これは内部重力波に起因することが理論的考察により明らかになった。そして煙霧の観測からも内部重力波を可視化することができた。

II. 観測からの知見

1. 煙霧層の頂に現われた波動性

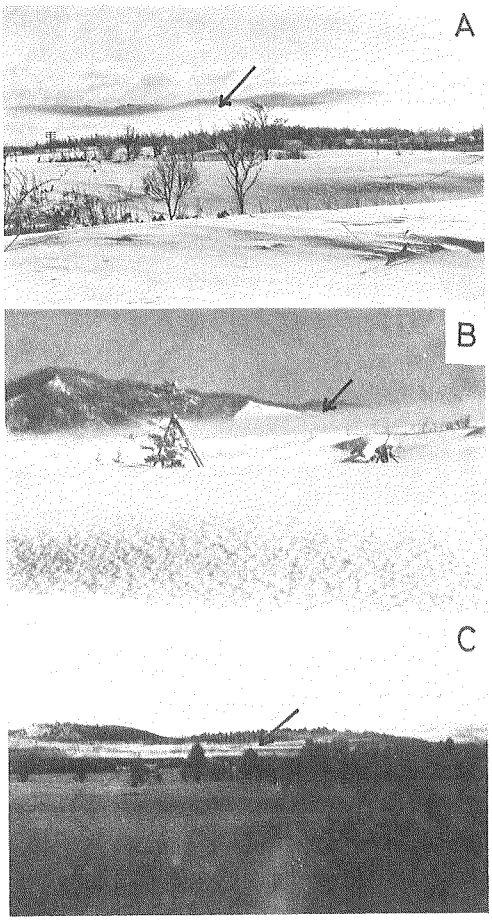
冷気層の運動を可視化するひとつの方法は，煙又は氷霧 (ice fog) の運動形態を観察することである。第1図Aは1972年1月24日早朝，北海道天塩郡幌延町問寒別の北海道大学天塩地方演習林内の民家から出た煙が接地逆転層頂部でたなびいた写真で波動性が現われている。その波長は約1km，逆転層の厚さは約75mと写真から推定した。第1図Bは同じ問寒別で1978年3月17日の朝観測した煙霧である。厚さは約30m，波長は約1kmであった。第1図Cは1977年5月11日朝，北海道北部の雨竜川源流域の北母子里盆地で観測した煙霧の写真である。融雪期の末期で積雪深は30cm前後であった。写真は盆地の南側を撮っており，底の標高は300mで，山の比高は100mなので，煙霧の波長は約1km，高さは25～50mの間にある。この時の盆地内の気温は9.7°Cから下降して4.8°と7.6°Cの間を変動し，煙霧の上の大気の気温は5°Cでほぼ一定であった。

2. 風速と気温の周期的変動

冷気層の運動が波動性を示すとき，風速と気温に周期的変動が顕著に現われる場合がある。第2図は1972年1月23日の問寒別で夕方放射冷却が進行している時の雪面上155cmの高さでの2成分超音波風速計による風速変動の記録例である。鉛直成分の風速変動は振幅0.5m/sで周期約5分を示した。水平成分も鉛直成分に対応して周期的変動を示し，共に乱流

* 北海道大学低温科学研究所業績 第2494号

の発生の間歇性 (intermittency)[6], が現われている。次に第3図は1978年3月17日の朝問寒別で雪面上3mの高さで測った気温の周期的変化の記録例である。丁度6時から7時の間に観測点を煙霧が通過していった時の事例でその煙霧の写真は第1図Bに示されてある。気温変動の周期の平均は約5.2分であった。この時は記録計が1台しかなく，牧野応用測器研究所製の垂直風速計の記録を中止し気温の変化を記録したので垂直風速の記録例はない。しかし同じ場所で1978年3月16日朝6時から8時頃まで垂直風速の測定中振幅が0.1から0.5 m/sの間で乱流の間歇性が現われ約9分の周期を示した。その他南極の斜面滑降風の中でも垂直風速の変動の周期性も観測され[7], 冷気流の運動には波動性を伴うことが以上の観測の知見から示唆された。このことからIII章では冷気流の運動の理論的考察をする。

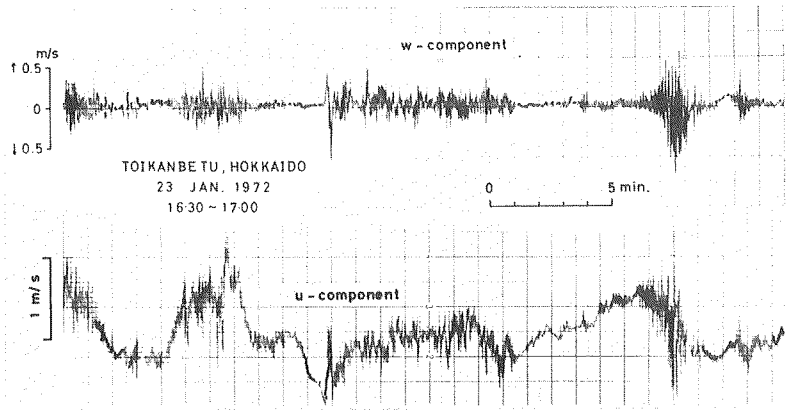


第1図 煙霧で可視化された冷気層の波動，矢印は煙霧層の頂部
A) 1972年1月24日朝，於問寒別
B) 1978年3月17日朝，於問寒別
C) 1977年5月11日朝，於北母子里

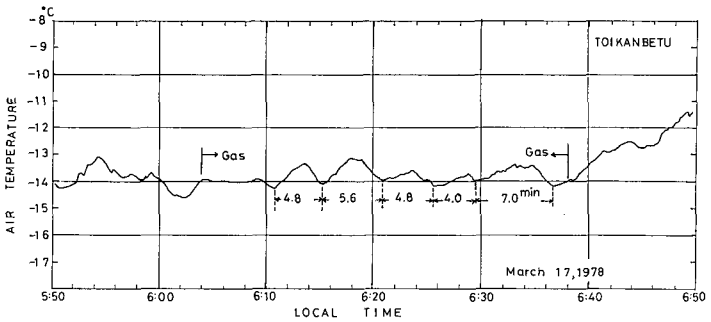
III. 冷気流の運動

1. 冷気流の運動方程式

第4図に示したごとく，厚さh，密度ρの冷気層が地表面に存在し，その上部に密度ρ'の暖かい空気があり ($\rho'<\rho$), 冷気層は一様な速度uでx方向にのみ流れているモデル



第2図 二成分超音波風速計による冷気流中の乱流の間歇性，上は鉛直成分，下は水平成分，いずれも雪面上1.55 mで測定

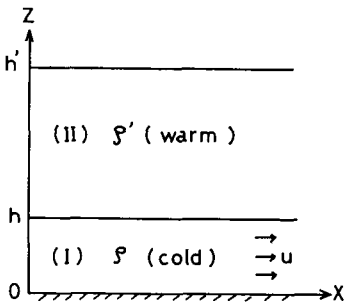


第3図 雪面上3mの高さで測ったサーミスタ温度計による冷気流中の気温の周期的変化

を考える。冷気層内の任意の点 (x, z) の圧力 P は次の(1)式で表わされる。

$$P=(h'-h)\rho' g+(h-z)\rho g \qquad (1)$$

但し g は重力の加速度である。コリオリ力と粘性を無視し，一次元の非定常流を考えて，(1)式をナビェ・ストークスの式に代入すれば，次の運動方程式と連続の式が得られる[8]。



第4図 最も単純な冷気流のモデル

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+g\left(1-\frac{\rho'}{\rho}\right)\frac{\partial h}{\partial x}=0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}+u\frac{\partial h}{\partial x}+h\frac{\partial u}{\partial x}=0 \qquad (3)$$

式(2), (3)の準線型偏微分方程式の特性方程式は，

$$\mathrm{d}x^2-2u\mathrm{d}t\mathrm{d}x+\left[u^2-gh\left(1-\frac{\rho'}{\rho}\right)\right]\mathrm{d}t^2=0 \qquad (4)$$

故に，

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=u\pm\sqrt{gh\left(1-\frac{\rho'}{\rho}\right)}=u\pm C \qquad (5)$$

ここで $C\equiv\sqrt{gh\left(1-\frac{\rho'}{\rho}\right)}$ でその物理的意味を次節で考察する。

2. C の意味

第4図で(I)と(II)を伝わる重力波を仮定すると各層の解は次の式で表わされる[9]。

$$\phi=A\cosh k(z+h)\cos(kx-\omega t) \qquad (6)$$

$$\phi'=B\cosh k(z+h')\cos(kx-\omega t) \qquad (7)$$

ここで A, B はそれぞれの振幅，k は重力波の波数，ω は振動数，t は時間である。

境界条件 (1)：2流体の境界では圧力は連続である。このことから非圧縮性を仮定した圧力の式は次のごとく表わされる。

$$p = -\rho g z - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{8}$$

$z=\zeta$ での平衡を考えると

$$\rho g \zeta + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho' g \zeta + \rho' \frac{\partial \phi'}{\partial t} \tag{9}$$

故に,

$$\zeta = \frac{1}{g(\rho-\rho')}\left(\rho' \frac{\partial \phi'}{\partial t} - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}\right) \tag{10}$$

(10) 式は，振動している境界面の鉛直方向の変位を与える式である。

境界条件 (2)： 境界では 2 流体の速度の法線成分が等しい。すなわち,

$$v_z = v_z', \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \phi'}{\partial z} \tag{11}$$

$$v_z = \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)_{z=\zeta} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \tag{12}$$

従って (10) 式から,

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{g(\rho-\rho')}\left(\rho' \frac{\partial^2 \phi'}{\partial t^2} - \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}\right) \tag{13}$$

故に,

$$g(\rho-\rho')\frac{\partial \phi}{\partial z} = \rho' \frac{\partial^2 \phi'}{\partial t^2} - \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \tag{14}$$

ここで (6), (7) 式を (11) と (14) 式に代入すると A, B に関する 2 元連立方程式が得られる。意味のある解を得るためには，A, B の係数の行列式を 0 とおけばよい。かくして,

$$\omega^2 = \frac{kg(\rho-\rho')}{\rho \coth kh + \rho' \cot kh'} \tag{15}$$

長波の場合，$kh \ll 1$, $kh' \ll 1$ だから,

$$\omega = k\sqrt{\frac{g(\rho-\rho')hh'}{\rho h' + \rho' h}} \tag{16}$$

(16) 式は，境界を伝わる重力波の波数と振動数の関係である。その位相速度 C_i は,

$$C_i \equiv \frac{\partial \omega}{\partial k} = \sqrt{gh\frac{\rho-\rho'}{\rho+\rho'\dfrac{h}{h'}}} \tag{17}$$

この場合 $h \ll h'$ と考えられるから,

$$C_i \fallingdotseq \sqrt{gh\left(1-\frac{\rho'}{\rho}\right)} = C \tag{18}$$

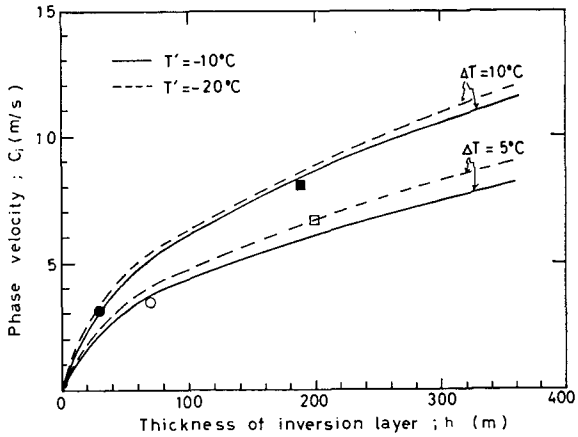
すなわち (18) 式は (5) 式と同じで，前節の C は内部重力波の位相速度である。従って冷気流には内部重力波が付随することが理論的考察により明らかになった。

3. 重力波の位相速度と冷気の厚さの関係

冷気流の運動に伴う重力波の位相速度と冷気の厚さは，逆転の強さ（冷気層内の温度とその上の空気層の温度の差）がわかれば(18)式から計算できる。その結果を第5図に示した。図ではたて軸に位相速度，よこ軸に冷気の厚さを示し，逆転の強さ ΔT が5°Cの場合と10°Cの場合を，冷気層の上部の温度 T' が -20°C（点線）と -10°C（実線）に分けて計算した結果を表わした。空気の密度は次の式で計算した[10]。

$$\rho = \frac{0.001293}{1+0.00367\,T}\ (\mathrm{g/cm^3}) \quad (19)$$

但し T は空気の温度。



第5図 冷気層の厚さとその運動に伴う波動の位相速度の関係。ΔT は冷気層の上部の温度(T')と冷気層内の温度差，実線は $T'=-10$°C のとき，点線は $T'=-20$°C の場合の理論値

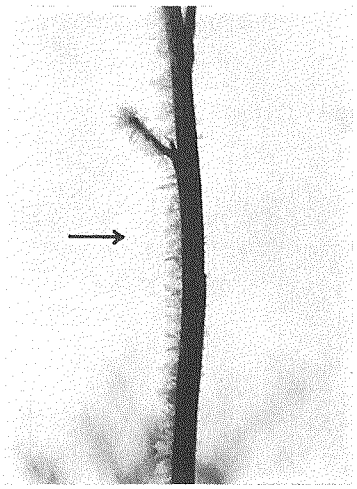
以上の理論結果を検討するために，観測値を4例，図中に掲げた。観測値の例は少いがほぼ理論結果と一致した。各々の観測値について若干の説明をする。図中の○印は1972年1月24日の朝間寒別で観測した煙霧（第1図A）と風速変動の脈動の記録（第2図）から計算したものである。煙霧の頂部は波動性を示しその波長は約1 km，厚さは75 mであった。一方超音波風速計による垂直成分の風速変動は煙霧の観察と同時間の記録ではないが振幅0.5 m/sで周期約5分前後の変動を示した。従って位相速度は3.3 m/s（=1000 m/300秒）と推定した。このときの逆転の強さは $\Delta T=5$°C（地上の気温 -20°C，山頂の気温 -15°C），地上95 cmの高さのリチャードソン(Richardson)数は0.18から0.44の間を変化した。次に●印は1978年3月17日の問寒別で観測した煙霧（第1図B）と気温変動の周期性（第3図）から計算した。煙霧は午前6時から7時の間に丁度観測点を通過し，厚さは約30 m，波長は約1 kmであった。気温の周期は平均で約5.2分であったので位相速度は3.2 m/s（=1000 m/312秒）と推定した。この時地上の気温は -14°C，山頂の気温は -3°Cであったので逆転の強さは $\Delta T=11$°Cであった。又山頂の風速は1 m/sの弱風であった。次に冷気層の厚い例は，北海道では期待できないので南極での結果を引用する。図中の□印は1980年11月29日にみずほ基地の30 mタワーで観測した超音波風速計による垂直成分の周期的変動（周期20秒）から推定した値である[7]。地上の気温が -28°C，風速が6 m/sであった。この日の低層ゾンデの観測はないので気象条件の似た日の低層ゾンデによる接地逆転層の値[11]を使った。すなわち1980年12月2日23時の値は地上気温 -25.3°C，風速6.8 m/s，逆転の強さ $\Delta T=6.1$°C，逆転層の厚さ200 mであった。Kaneto[12]によれば，ケルビン・ヘルムホルツ(Kelvin-Helmholtz)不安定によって起る波状雲の観察から波長が300 mから450 mと推定されている。又Kobayashi他[7]によれば，みずほ基地では一般流が10 m/s位でそれに重力波の位相速度が加わっている。従って見かけの周期は，$T_0=\lambda/(\bar{u}+C_i)$

で計算する。いま $T_0=20$ 秒，$\lambda=330$ m，$\bar{u}=10$ m/s とすれば $C_i=6.5$ m/s となる。又■印は1978年10月17日南極みずほ基地付近のケルビン・ヘルムホルツ不安定による雲の観察[12]からの値である。得られた波長は450 m，雲底の高さは190 m であった。地上の気温は −23.6°C，風速が8 m/s で位相速度は不明であるが一般流と同程度なのでその値を採用し，その計算結果はほぼ理論結果と一致していた。

IV. 冷気流の分布

冷気層は，晴天，微風の気象条件下で地表面の放射冷却によって形成されるので，その流れは一般的に流速が小さく，更に流れに間歇性があるなどして風の測定からその流れの分布を決定するのは困難である。例外として南極大陸上の冷気層から成る斜面滑降風（Katabatic wind）は，地上の風速が10 m/s 前後のため，風と地吹雪によって作られた雪面模様の方位の測定によって流れの分布がいつでも現場に保存されている[13,14]。

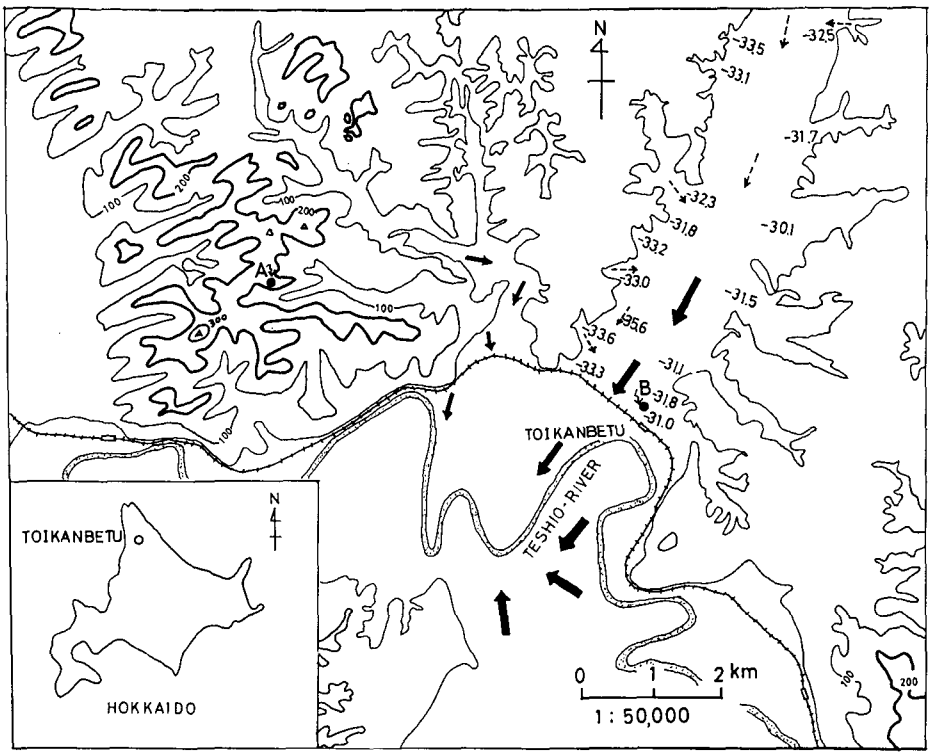
冬期の北海道では，冷気流の分布を樹氷や樹霜の方向から決定することができる[15]。樹霜は地物の放射冷却が卓越し，その地物の温度よりやや高い冷気が地物に接触する時，冷気中の水蒸気が地物に昇華凝結して形成されたもので，第6図の写真に示したごとく霜は風上に向けて発達している。このことから冷気流は地物に対しては冷気でないから冷気流というのは問題であるという熱い議論もある[16]。ここでは自由大気よりも冷たい接地気層の流れを冷気流として第4図で単純化して定義した。又冷気流の分布の可視化のもう1つの方法は，煙霧の流れの方向からも決められる。第7図は問寒別で樹霜の方位と煙霧の方位から決めた冷気流の局地的な分布を示してある。樹霜の方位は1978年3月16日早朝に測定したものであり，煙霧の方位と気温分布は1982年2月5日早朝に測定した結果である。それぞれの観測日の気温の推移を第8図と第9図に示した。図中の T_a は海抜約250 m の尾根上にある低温科学研究所の雪崩観測実験室（第7図のA点）で測定した気温であり，T_b は海抜約10 m の北大演習林庁舎（第7図のB点）で測定した気温である。いずれも約15°C の盆地冷却の例である。又図中の $\bar{U}_a$ は尾根上の期間中の平均風速であり自由大気の風速場も弱い時に盆地冷却が生じている。



第6図 樹霜と冷気流の方向（矢印）

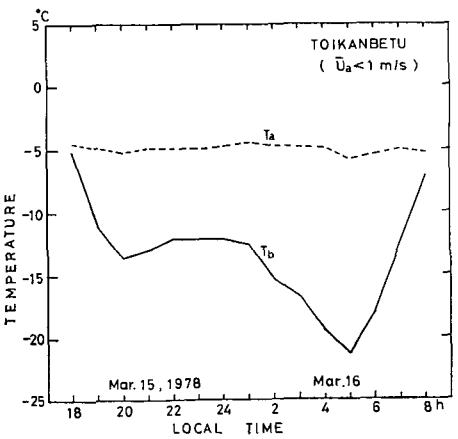
V. 考　　察

冷気流の運動の理論的考察からは，波動的運動に伴う位相速度と逆転の強さや冷気流の厚さの関係がわかったが，波長との関係については論ぜられない。モデルは長波（$\lambda>h$）の場合に成り立つ系であり，観測では波長が約1 km，冷気の厚さが南極の場合を除いて約100 m 以内で妥当と考えられる。又冷気の流れは全層で一様に流れその速度 $u(x, t)$ は高さ h について

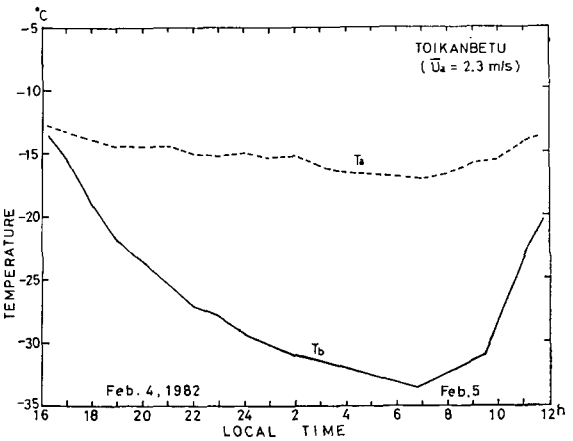


第7図 冷気流の分布

矢印の実線は樹霜の方位から，点線は煙霧の流れの方向から決めた。図中には1982年2月5日朝に測定した気温の値 (°C) も記入してある。A点は雪崩観測実験室，B点は北大演習林庁舎の位置



第8図 問寒別における山頂の気温 (T_a) と盆地の気温 (T_b) の推移 (1978年3月15日～16日)



第9図 問寒別における山頂の気温 (T_a) と盆地の気温 (T_b) の推移 (1982年2月4日～5日)

は独立である。しかしuとhとは90°の位相差をもち，uによる収束・発散の結果，hが変化して波が進行する。南極の場合には，波長が小さくなり，冷気の厚さも大きくなるので，長波の理論が適用されるには限界があるかもしれない。又南極の場合は斜面滑降風なので斜面の効果を考慮した理論式で考察される必要があろう。

次に風速や気温について冷気流の運動に伴う周期性が観測されたが，平均シアーが無視できて，大気が成層している場合には，次のブルント・バイサラ (Brunt-Väisälä) 振動数Nと比較することができる。

$$N = \sqrt{\frac{g}{\bar{\theta}} \frac{\partial \theta}{\partial z}} \tag{20}$$

ここでθは高さzでの温位，$\bar{\theta}$は考えている気層の平均温位で絶対温度で表わす。たとえば問寒別における1972年1月23日16時30分から17時の風速変動の周期が5分であった（第2図)。この時の16時の$T_a=-10°C$，$T_b=-15°C$，17時の$T_a=-12°C$，$T_b=-19°C$であったので，ブルント・バイサラ振動数は16時は$N=0.027\ H_z$，17時は$N=0.0361\ H_z$であり，結局周期 ($T_N=2\pi/N$) は3から4分となり実際よりやや短かい。同じ問寒別における1978年3月17日の6時から7時の気温変動が周期約5.2分であった（第3図)。この時の6時は$T_a=-3.2°C$，$T_b=-13.9°C$，7時では$T_a=-3°C$，$T_b=-11°C$であったのでブルント・バイサラ振動数は6時で$N=0.042\ H_z$，7時で$N=0.036\ H_z$である。したがって周期T_Nは2.5分から3分の間で実際より短かい。1978年12月12日に高知大学農学部付属農場で微風時の高さ11 mで風の乱流と気温の千葉・安達[17]の測定からも周期2分の波動が観測され，その時のブルント・バイサラ振動数から計算した周期は$T_N=1.6$分であった。もしT_Nと実際のくい違いが大きい場合は風のシアーによるものと推定される。例えば，南極の冷気の場合は一般流の流速$\bar{U}$が大きいためこのくい違いが大きい。以上の場合には固定点で観測した見かけの振動数ωと一般流の中の本質的な振動数 (intrinsic frequency) nとの間の次の(21)式の関係を使って実測値を説明できた[7]。

$$n = \omega - k\bar{U} \tag{21}$$

但しkは波数。したがって観測される見かけの周期は$T_0=2\pi/\omega=2\pi/(n+k\bar{U})$となり，$n\approx N$と仮定すれば$T_N>T_0$（南極の場合$\bar{U}=10$ m/sで，$T_0=20$秒，$T_N=1.5$分であった)。問寒別の場合は$\bar{U}\fallingdotseq 1$ m/sの弱風なので実際にはT_0がT_Nよりやや大きいがオーダ的には南極の場合と比較して$T_N\sim T_0$と見てよいだろう。

次に冷気層の中で静流から乱流への転移現象が注目すべき点であるが，一般的に安定成層内では(22)式で定義されるリチャードソン数Riが0.25より小さくなると静流から乱流への転移が起ることが理論的に証明されている[18]。

$$Ri = \frac{g}{\bar{\theta}} \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big/ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 \tag{22}$$

ここで$\bar{u}$は高さzでの平均風速。ちなみに1972年1月23日の問寒別において，風速の間歇性が観測された（第2図）時の高さ95 cmでRi数は0.18 (16時) と0.44 (17時) の間であ

った。

VI. あとがき

冷気流については本論文で触れなかった多くの問題点[16]があるが最近の総合報告としてはYoshino[19]がある。中村は菅平の冷気流の観測[20,21]から冷気流の周期的変化を測定し，冷気流の発現域と流出域を区別している。冷気流の速度や温度の高さ分布や斜面を考慮した問題については又別の機会にあつかいたい。

観測に際しては，北大農学部付属演習林天塩地方演習林長滝川貞夫助教授と同演習林の松田彊講師をはじめ低温科学研究所雪害科学部門の皆様，大学院生海老沼孝郎君並びに北海道教育大学岩見沢分校の油川英明氏より御援助をいただいた。又気象研究所の荒川正一博士には日本気象学会の研究発表の席で有益な助言をいただいた。更に本論文は当研究所の石田完教授より校閲していただいた。ここに記して感謝の意を表わす。

調査は一部，雪崩の研究に対する文部省特別事業費と文部省科学研究費（課題番号354115，代表石田完）によった。

文　献

1) 石川信敬・石田　完 1971　冬期における盆地冷却の観測．低温科学，物理篇，**29**，115–123.
2) Ishikawa, N. and Ishida, T. 1973 Observations of radiative cooling at basins in midwinter and snow-melting season. *J. Meteor. Soc. Japan*, **51**, 197–203.
3) Ishikawa, N. 1977 Studies of radiative cooling at land basins in snowy season. Contr. Inst. Low Temp. Sci., **A**, **27**, 46 pp.
4) 小林俊一 1972　盆地冷却における接地気層の乱流構造．低温科学，物理篇，**30**，93–102.
5) Nakamura, C. and Magono, C. 1982 The extremely low temperature in Hokkaido, Japan during 1976–77 winter and its numerical simulation. *J. Meteor. Soc. Japan*, **60**, 956–966.
6) Kondo, J., Kanechika, O. and Yasuda, N. 1978 Heat and momentum transfers under strong stability in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1012–1021.
7) Kobayashi, S., Ishikawa, N., Ohata, T. and Kawaguchi, S. 1982 Observations of an atmospheric gravity wave by shear instability in katabatic wind at Mizuho Station, East Antarctica. Mem. Natl Inst. Polar Res., Spec. Issue, **24**, 44–54.
8) Freeman, J. C. 1951 The solution of nonlinear meteorological problems by the method of characteristics. *In* Compendium of Meteorology (T. F. Malone, *ed.*), American Meteor. Soc., Boston, Massachusetts, 421–433.
9) ランダウ・リフシッツ 1954　流体力学 1.　東京図書株式会社，東京，p. 280 (訳竹内均).
10) 東京天文台 1982　理科年表．丸善，p. 895.
11) 小林俊一・石川信敬・大畑哲夫・川口貞男 1982　第21次南極地域観測隊気水圏部門観測概報 1980. 南極資料，**75**，57–74.
12) Kaneto, S. 1982 Billow clouds observed at the Mizuho Plateau, East Antarctica. Mem Natl Inst. Polar Res., Spec. Issue, **24**, 印刷中.
13) Mather, K. B. and Miller, G. S. 1967 Notes on topographic factors affecting the surface wind in Antarctica, with special reference to katabatic winds, and bibliography. Geophys. Inst. Rept., UAG, R-189, Univ.of Alaska, 125 pp.
14) 上田　豊 1971　東南極みずほ高原付近の気象状態について．南極資料，**41**，42–61.
15) Okita, T. 1960 Estimation of direction of air flow from observation of rime ice. *J. Meteor. Soc. Japan*, **38**, 207–209.

16) 吉野正敏・佐藤 謙・三原義秋・元田雄四郎 1979 霜害と夜間の気流. 昭和54年度日本農業気象学会大会シンポジウム. 大会講演予稿集, 71-98.
17) 千葉 修・安達隆史 1980 微風時の風の特性 (1報). 天気, **27**, 331-341.
18) Drazin, P. G. 1958 The stability of a shear layer in an unbounded heterogeneous inviscid fluid. *J. Fluid Mech.*, **4**, 214-224.
19) Yoshino, M. M. 1975 Climate in small area. Univ. Tokyo Press, 549 pp.
20) 中村圭三 1976 夜間の緩斜面上の冷気流と気温分布について. 地理学評論, **49**, 380-387.
21) 中村圭三 1978 菅平の大松山の斜面上における冷気流の発現域と流出域. 地理学評論, **51**, 793-803.

Summary

The wavy motion of cold air over the snow surface was suggested from the observations of both the mist layer taken up in the cold air and the phenomenon of pulsation of wind turbulence and temperature. The motion of the wave as illustrated using a simple model as shown in Fig. 4,[8,9] with the result that the relation between the phase velocity and the thickness of the cold air is given by $C_1=\sqrt{gh\left(1-\frac{\rho'}{\rho}\right)}$, where C_1 is the phase velocity, h is the thickness of the cold air, g is the acceleration of gravity, and ρ and ρ' are the density of the cold air and the warm air above it, respectively. Theoretical results agreed well with the data obtained in field observations as shown in Fig. 5. Meanwhile, the direction of cold air flow was obtained from observations of rime ice and mist flow as illustrated in Fig. 7.