HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	火山岩塊の運動再考 (1) : 放出火山岩塊の運動方程式
Author(s)	鈴木, 建夫; 新井田, 清信; 西田, 泰典; 大島, 弘光; 室伏, 誠
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 70, 53-65
Issue Date	2007-03-15
DOI	10.14943/gbhu.70.53
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/20435
Type	bulletin (article)
File Information	70-6.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学地球物理学研究報告
Geophysical Bulletin of Hokkaido University, Sapporo, Japan.
No.70, March 2007, pp.53-65

火山岩塊の運動再考（１）
－ 放出火山岩塊の運動方程式 －

鈴木　建夫
職業能力開発総合大学校
新井田　清信
北海道大学理学研究院自然史科学専攻
西田　泰典・大島　弘光
北海道大学理学研究院地震火山研究観測センター
室伏　　誠
職業能力開発総合大学校通信システム工学科

（2006 年 12 月 25 日受理）

Reconsideration of volcanic block kinematics (1)
－ Equation of motion for ejected volcanic blocks －

Takeo SUZUKI
Polytechnic University
Kiyoaki NIIDA
Department of Natural History Sciences, Faculty of Science, Hokkaido University
Yasunori NISHIDA, Hiromitsu OSHIMA
Institute of Seismology and Volcanology, Faculty of Science, Hokkaido University
and
Makoto MUROFUSHI
Department of Telecommunication Systems Engineering, Polytechnic University

(Received December 25, 2006)

Many authors have discussed the eruption time sequence and the mechanism of volcanic eruptions by estimating the ejected velocity of the volcanic blocks, with the aid of other factors of eruptive phenomena. Equations of motion for the volcanic blocks have been proposed by considering the factors, such as the air resistance, the influence of the wind, the inclination of the explosion principal axis and so on. However, the equation of motion and its solution has not been considered that the air resistance power was vector quantity for the flight of volcanic blocks. In this paper a new equation of motion for the ejected volcanic blocks is proposed by considering the air resistance power as vector quantity.

I. は　じ　め　に

火口から放出される物質の噴出速度を見積もることは，火山噴火の運動エネルギーを論ずるうえで極めて重要である．特に放出岩塊はガス成分や微細粒子と比べ質量が大きいことを考えると，出来るだけ噴出速度を正確に見積もることが必要になってくる．そのためには，岩塊の地表散布状況，サイズや質量，などの解析を通して行われるのが通常であるが，それらのデータから逆算して火口での岩塊の噴出速度や噴出角度を推定するのは，かなりの誤差を含むと思われる．また近年では，ビデオ撮影などによる岩塊の空中飛行軌跡の解析から岩塊の噴出速度や噴出角度を推定する手法が試みられており，噴出速度や噴出角度は高い精度で推定されるが，映像と個々の岩塊との対応が不十分である。本研究は，（1）まずかって提出された放出岩塊の幾つかの運動方程式の問題点を指摘し，改良をおこなう．それにもとづいて（2）岩塊の空気抵抗，（3）風の効果，（4）爆発主軸の傾きなどをパラメータとして種々のモデル弾道計算をおこない，それらの効果を評価すると同時に，（5）一例として 2000 年有珠山噴火の放出岩塊に適応することを目的としている．本報告はそれらの第１報として（1）について詳しく吟味するものである．

Ⅱ. 松澤武雄の運動方程式

Matuzawa(1933)は火山弾を球体に近似し，空気抵抗を考慮してその飛行速度を調べ，直径 1 m ていどの大きさであれば，普通の噴火の場合には空気の抵抗は考えなくても差し支えないが，50cm ぐらいの球体では 2km も飛行すると空気抵抗の影響が無視出来ないことを示した．同時に，1911 年 10 月 22 日，1913 年 8 月 12 日，1929 年 9 月 18 日浅間山噴火，1932 年 10 月 23 日白根山噴火，1888 年 7 月 15 日磐梯山噴火，1893 年 6 月 4 日吾妻山噴火などで放出された火山弾・火山岩塊についてその弾道を計算して，日本の火山の例ではその放出速度は，大きい場合で 200－210m/s ぐらいのものであると報告している．

その計算に用いた運動方程式は，

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\lambda\left(1-\frac{\beta}{T_0}z\right)^A\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2=0\,, \\ &\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}+\delta\lambda\left(1-\frac{\beta}{T_0}z\right)^A\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2+g=0\,. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

ただし，$\mathrm{d}z/\mathrm{d}t \geqq 0$ のとき　$\delta=+1$，　$\mathrm{d}z/\mathrm{d}t \geqq 0$ のとき　$\delta=-1$，

$$\lambda=\frac{6K\rho_0}{\pi d\rho'}\,,\qquad A=\frac{\rho_0 T_0}{p_0\beta}g\,.$$

β ：大気の温度勾配，K ：経験的に決められる抵抗係数，g ：重力加速度，

d ：火山岩塊の直径，ρ' ：火山岩塊の密度，$p_0 : z=0$ における大気圧，

$T_0 : z=0$ における大気温度，$\rho_0 : z=0$ における大気密度

である．

翌年発表した論文(Matuzawa,1934)において，「空気の中を飛ぶ物体に働く抵抗は飛ぶ方向に反対な力であってベクトル量である．これを厳密に解こうとすると計算が大変めんどうになる．前の論文では上下の抵抗には上下の運動だけ，横の抵抗には横の運動だけある場合を考えて計算を簡単にした．それでも抵抗の影響のあらましを知るには役に立つと思われる．」と前論文の運動方程式の訂正を行って，正しい運動方程式として，

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\lambda(1-\frac{\beta}{T_0}z)^A(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t})^2\sqrt{(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)^2+(\mathrm{d}z/\mathrm{d}t)^2}=0\,,\\&\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}+\lambda(1-\frac{\beta}{T_0}z)^A(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t})\sqrt{(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)^2+(\mathrm{d}z/\mathrm{d}t)^2}+g=0\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

を示している．

しかし，松澤の空気抵抗値の項，

$$\lambda(1-\frac{\beta}{T_0}z)^A$$

は高さ z の関数であり，上記の運動方程式を厳密に解くことは出来ない．

Ⅲ．小平吉男の運動方程式とその解

Matuzawa(1933)の空気抵抗が z の関数であるのは，物体の空気抵抗が大気密度の関数であり，大気密度が高さ z の関数であることに起因している．

一方，この空気抵抗値の項全体が一定の定数 k の場合については，小平吉男(1931)がすでにその解法を示していた．

すなわち，質点に働く空気の抵抗力が速度 v の自乗に比例する場合には，空気の抵抗力は κv^2 で表される．$\kappa=mk$ と置いて，x 軸と放体曲線の切線との角を θ とすれば運動方程式は，

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-kv^2\cos\theta\,,\quad \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}=-g-kv^2\sin\theta\qquad(3)$$

である．

原点から計った放体曲線路の長さを s とおけば，

$$\mathrm{d}s=\sqrt{\mathrm{d}x^2+\mathrm{d}z^2}\,,\quad v=\mathrm{d}s/\mathrm{d}t=\sqrt{(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)^2+(\mathrm{d}z/\mathrm{d}t)^2}\,,$$

$$v\cos\theta=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t\,,\quad v\sin\theta=\mathrm{d}z/\mathrm{d}t$$

である．これを上式に代入すれば，

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)=-k(\mathrm{d}s/\mathrm{d}t)(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)\,,\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathrm{d}z/\mathrm{d}t)=-g-k(\mathrm{d}s/\mathrm{d}t)(\mathrm{d}z/\mathrm{d}t)\,.$$

これをパラメータ　$p = \mathrm{d}z/\mathrm{d}x$ を用いて解けば,

$$k\mathrm{d}x\frac{\mathrm{d}p}{\Phi(p)-C_2}, \quad k\mathrm{d}z\frac{p\mathrm{d}p}{\Phi(p)-C_2}$$

であり，これを積分すれば、放体の路の x と z が得られる.
ただし,

$$\Phi(p) = \sqrt{1+p^2} + \log\,(p+\sqrt{1+p^2}\,),$$

$$C_2 = \Phi(\tan\alpha) + \frac{g}{kV^2\cos^2\alpha}$$

であり，V,α は最初の放出速度と放出角度を示す．この積分の際に k を z の関数として数値積分すれば，松澤の提案を取り込むことが可能である.

Ⅳ. 日本における、火山岩塊・火山弾の弾道学その後

Nagata(1938)は Matuzawa(1933)を引用し，大気密度を火口高度に固定した以下の運動方程式を提示した：

$$\left.\begin{aligned} &M\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + K\rho_0 d^2(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t})^2 = 0, \\ &M\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} + \delta K\rho_0 d^2(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t})^2 + Mg = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

ただし，$\mathrm{d}z/\mathrm{d}t \geqq 0$ のとき　$\delta = +1$,　$\mathrm{d}z/\mathrm{d}t \leqq 0$ のとき　$\delta = -1$,
M ＝岩片の質量，d ＝岩片の平均直径，　ρ_0 ＝空気の密度,
K ＝経験的に決められる空気抵抗の係数.

Nagata(1938)はこの運動方程式を用いて，1938 年 8 月 11 日三原山小活動の際に噴出した直径数センチの溶岩片の分布からその放出速度を解析して，この噴火の爆発圧力を推定した.

Minakami(1942)は Nagata(1938)を引用し，さらに風速の効果を取り入れた運動方程式を提案した.

$$\left.\begin{aligned} &m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + c(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - v_0\cos\phi)^2 = 0, \\ &m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + c(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - v_0\sin\phi)^2 = 0, \\ &m\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} + \delta c(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t})^2 + mg = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

ただし，$\mathrm{d}z/\mathrm{d}t \geqq 0$ のとき $\delta = +1$，$\mathrm{d}z/\mathrm{d}t \leqq 0$ のとき $\delta = -1$，

$m = \frac{1}{6}\pi\rho' d^3$：火山岩塊の質量，　d ＝火山岩塊の直径，　ρ' ＝火山岩塊の密度，

$c = \frac{1}{8}\kappa\rho\pi d^2$：火山岩塊への空気抵抗，　ρ ＝空気の平均密度，　κ ＝抵抗率，

ϕ ＝ x 軸に対する風下方向の角度，　v_0 ＝風の平均速度.

さらにこの運動方程式を用いて浅間火山における 1935 年 4 月 20 日噴火，1936 年 2 月 7 日噴火，1937 年 4 月 16 日噴火，1938 年 6 月 7 日噴火の爆発によって噴出した火山弾の落下分布から，その放出初速度を解析して「噴出した多数の火山弾はほぼ等しい初速度を以つて噴出したこと，また火山弾落下域の形は火口の深さ，および火口底における爆発発生の位置と火口縁の相対的位置によって定まる事が判った.」と報告している.

井口ら(1983)は，火山岩塊の軌道の解析と初速度と放出角度を実測する目的で，桜島火山における夜間の火山爆発を 35mm スチールカメラで自動的に撮影し「(1) 垂直に放出された火山岩塊の初速度が最大である. (2) 最大初速度 V_{max} の値は 110m／s から 160m／s に分布している. (3) 放出角度 e に対する初速度は $V_{max}\cdot\sin^{1.5} e$ を越えない. (4)火山爆発の圧力として 130－270bars が見積もられる.」と報告している．この論文では、Minakami(1942)の運動方程式の解が引用されている.

さらに井口・加茂(1984)は，Minakami(1942)の運動方程式とその解を引用し，放出角度 e に対する初速度の関係式 $V_{max}\cdot\sin^{1.5} e$ を加えて，火山岩塊の到達距離に関するパラメータ（①山体地形，②岩塊直径，③最大初速度，④爆発主軸の傾き，⑤風速）の効果を見積っている.

ここで不思議なのは，Nagata(1938)以降，Minakami(1942)，井口ら(1983)，井口・加茂(1984)において，Matuzawa(1934)が全く引用されていない．これは何故なのだろうか.

Ⅴ. 火山岩塊の運動方程式再考（１）

松澤武雄の第２論文（Matuzawa,1934）に述べられているように，空気中を飛行する物体に働く抵抗は飛ぶ方向に反対な力であってベクトル量である．この考えに従って、火山岩塊の運動方程式を一から見直してみることにする.

物体の質量を m，飛行速度をベクトル V，重力加速度をベクトル g，空気抵抗力をベクトル f とすると，この物体の運動方程式は,

$$m\frac{\mathrm{d}\mathsf{V}}{\mathrm{d}t} = m\mathsf{g} + \mathsf{f} \qquad (6)$$

で与えられる.

空気抵抗を速度の２乗とした場合は，抵抗力の大きさは V^2 に比例し，その方向は $-\mathsf{V}$ の方向である．したがって空気抵抗力 f は,

$$\mathsf{f} = -k'V^2(\mathsf{V}/V) = -k'V\cdot\mathsf{V}$$

である．ただし k' は比例係数.

ここで，x, y 軸を地表面にとり，上方に z 軸をとると，

$$\mathsf{V} = V_x\mathsf{i} + V_y\mathsf{j} + V_z\mathsf{k},\quad \mathsf{g} = -g\mathsf{k}.$$

ただし $\mathsf{i}, \mathsf{j}, \mathsf{k}$ は x, y, z 方向の単位ベクトルである.

ここで，$k'/m = k$ と置くと，運動方程式は,

$$\frac{\mathrm{d}\mathsf{V}}{\mathrm{d}t} = -g\mathsf{k} - kV\cdot\mathsf{V}.$$

即ち,

$$\frac{\mathrm{d}(V_x\mathsf{i} + V_y\mathsf{j} + V_z\mathsf{k})}{\mathrm{d}t} = -g\mathsf{k} - kV\cdot(V_x\mathsf{i} + V_y\mathsf{j} + V_z\mathsf{k})$$

となる．これを x, y, z 成分に分けて，連立方程式として表現すると,

$$\frac{\mathrm{d}V_x}{\mathrm{d}t} = -kV\cdot V_x,$$

$$\frac{\mathrm{d}V_y}{\mathrm{d}t} = kV\cdot V_y,$$

$$\frac{\mathrm{d}V_z}{\mathrm{d}t} = -g - kV\cdot V_z.$$

物体の運動する軌跡を $x\,z$ 面にとり，$V = \sqrt{V_x{}^2 + V_z{}^2}$ と置くと,

$$\frac{\mathrm{d}V_x}{\mathrm{d}t} + k\sqrt{V_x{}^2 + V_z{}^2}\cdot V_x = 0,$$

$$\frac{\mathrm{d}V_z}{\mathrm{d}t} + g + k\sqrt{V_x{}^2 + V_z{}^2}\cdot V_z = 0.$$

これを x, z で表現すると，運動方程式は,

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + k\sqrt{(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)^2 + (\mathrm{d}z/\mathrm{d}t)^2}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right) = 0,$$

$$\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} + g + k\sqrt{(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)^2 + (\mathrm{d}z/\mathrm{d}t)^2}\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right) = 0$$

となり，小平(1931)の運動方程式と同じものとなる．ここで抵抗係数 k を,

$$k = \lambda\left(1 - \frac{\beta}{T_0}z\right)^A$$

と置くと，Matuzawa(1934)の運動方程式そのものである.

ただし，Matuzawa(1933) と同様に,

$$\lambda = \frac{6K\rho_0}{\pi d\rho'},\quad A = \frac{\rho_0 T_0}{p_0\beta}g,$$

β ：大気の温度勾配， K ：経験的に決められる抵抗係数，

d ：火山岩塊の直径， ρ' ：火山岩塊の密度， $p_0 : z=0$ における大気圧，

$T_0 : z=0$ における大気温度， $\rho_0 : z=0$ における大気密度，

である．

小平(1931)の運動方程式を，パラメータ $p = \mathrm{d}z/\mathrm{d}x$ を用いて解けば，

$$k\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{d}p}{\Phi(p) - C_2}, \qquad k\mathrm{d}z = \frac{p\mathrm{d}p}{\Phi(p) - C_2}$$

となり，これを積分すれば，放体の軌跡 x と z が得られる．この積分の際に k 値を z の関数として取り込めば，Matuzawa(1934)の運動方程式の解としての放体の軌跡 x と z が得られる．

ただし，

$$\Phi(p) = \sqrt{1+p^2} + \log(p + \sqrt{1+p^2}),$$

$$C_2 = \Phi(\tan\alpha) + \frac{g}{KV^2\cos^2\alpha},$$

V，α は最初の放出速度と放出角度．

なお，Nagata(1938)の運動方程式は，$k = K\rho_0 \mathrm{d}^2/M$ と置いた場合の，Matuzawa(1933）の運動方程式と同じものである．

Ⅵ．火山岩塊の運動方程式再考（２）：風速場における運動方程式

次に，風速の場における飛行物体について考える．

Minakami(1942)では，

$$\left.\begin{aligned} &m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + k'\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - U_x\right)^2 = 0, \\ &m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + k'\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - U_y\right)^2 = 0, \\ &m\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} + \delta k'\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2 + mg = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

という運動方程式で表現されている．

ただし， $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t \geqq 0$ のとき $\delta = +1$, $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t \leqq 0$ のとき $\delta = -1$.

井口ら(1983)、井口・加茂(1984)の論文においても，この運動方程式が踏襲されている． ここで改めて，風速 ベクトル U の場における飛行物体について考えると，空気の抵抗は大気との相対速度ベクトル W に関係するので，空気抵抗を速度の２乗とした場合は，抵抗力の大きさは W^2 に比例し，その方向は －W の方向である．飛行速度ベクトル V の物体の大気との相対速度 W は， W＝V－U であり，この場合の空気の抵抗力ベクトル F は，

$$\mathsf{F} = -k'W^2(\mathsf{W}/W) = -k'W \cdot \mathsf{W}.$$

ここで,

$$\mathsf{V} = V_x\mathsf{i} + V_y\mathsf{j} + V_z\mathsf{k}, \quad \mathsf{U} = U_x\mathsf{i} + U_y\mathsf{j}$$

と置くと,

$$\mathsf{W} = (V_x - U_y)\mathsf{i} + (V_y - U_y)\mathsf{j} + V_z\mathsf{k}.$$

したがって，この場合の運動方程式は,

$$m\frac{\mathrm{d}\mathsf{V}}{\mathrm{d}t} = m\mathsf{g} + \mathsf{F}.$$

即ち,

$$m\frac{\mathrm{d}\mathsf{V}}{\mathrm{d}t} = m\mathsf{g} - k'W \cdot \mathsf{W},$$

$$W = \sqrt{(V_x - U_x)^2 + (V_y - U_y)^2 + V_z^2}$$

であるから，これを x, y, z で表現すると,

$$\left.\begin{aligned} &m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + k'W\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - U_x\right)^2 = 0, \\ &m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + k'W\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - U_y\right) = 0, \\ &m\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} + k'W\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right) + mg = 0. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

この（8）式が，Matuzawa(1934)において指摘されている「空気中を飛行する物体に働く抵抗は飛ぶ方向に反対な力であってベクトル量である」を考慮した場合の風速場 U における，運動方程式である.

Ⅶ. 運動方程式の違いによる弾道曲線の異なり度合

Matuzawa(1934) において「前の論文では上下の抵抗には上下の運動だけ，横の抵抗には横の運動だけある場合を考えて計算を簡単にした．それでも抵抗の影響のあらましを知るには役に立つと思われる.」と述べているが，Matuzawa(1933) と Matuzawa(1934) の計算結果が実際にはどの程度似ていて，どの程度異なるのか検証しておくことが必要である.

そこで，小平(1931)の運動方程式による弾道曲線と，Matuzawa(1933)の運動方程式で空気抵抗を一定とした場合に相当する運動方程式(Nagata,1938)の弾道曲線を，同じ空気抵抗を仮定して計算しその比較を試みた．Fig.1(a)，(b)，(c) は空気抵抗値を，Katsui et al.(1978)において報告されている，直径 70～80cm の岩塊に対応する k 値 0.0006 m^{-1} を用いて，放出初速度を 150 m/s，250 m/s，350 m/s とした場合の，放出角度 40 度から 80 度間の弾道曲線の比較である．Fig.1 の結果を整理して，空気抵抗値を一定の 0.0006 m^{-1} とした場合の初速度と着地距離差の関

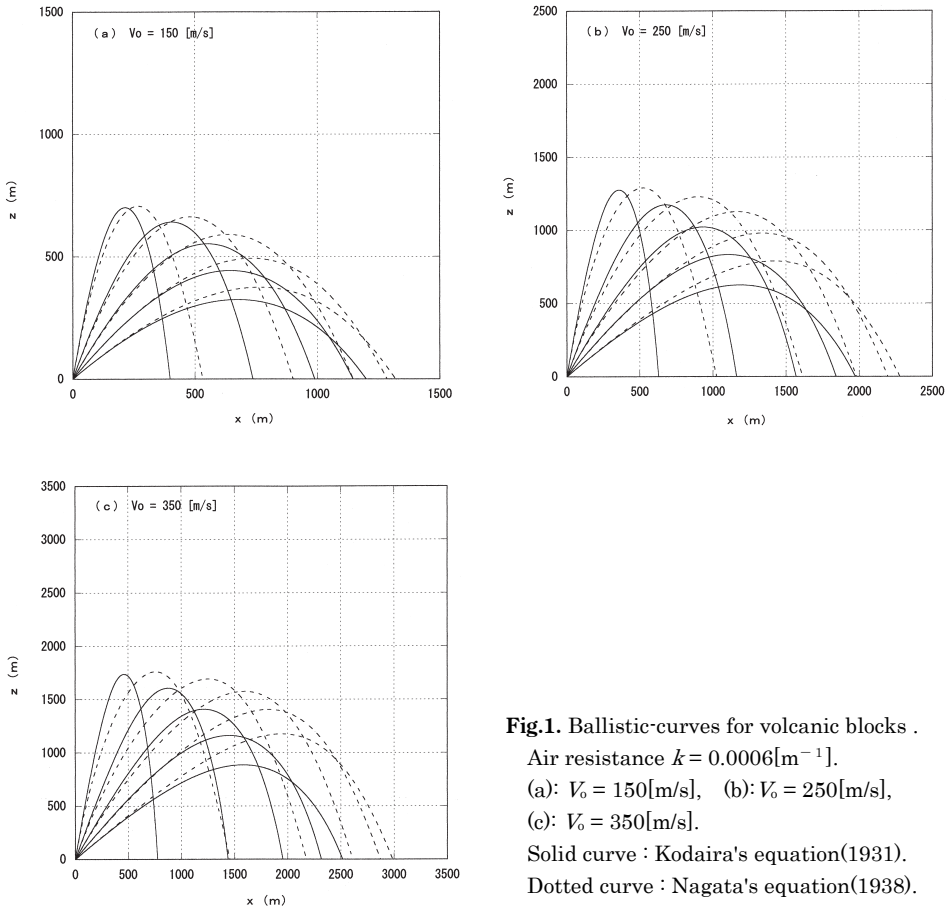

Fig.1. Ballistic-curves for volcanic blocks .
Air resistance $k = 0.0006[\mathrm{m}^{-1}]$.
(a): $V_o = 150$[m/s], (b): $V_o = 250$[m/s],
(c): $V_o = 350$[m/s].
Solid curve : Kodaira's equation(1931).
Dotted curve : Nagata's equation(1938).

係を Fig.2 に示した．初速度が大きいほど着地距離差が拡大することが明らかである．Fig.3(a), (b) は放出速度を一定の 250 m/s として，空気抵抗を半分の 0.0003 m^{-1}，２倍の 0.0012 m^{-1} とした場合の弾道曲線の比較である．これを整理して，空気抵抗値と着地距離差の関係を示したのが Fig.4 である．空気抵抗値が大きくなると着地距離差が小さくなる傾向が見られる．

この弾道曲線の違いの原因は，岩塊飛行の運動方程式において，

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -kv^2\cos\theta, \qquad \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} = -g - kv^2\sin\theta$$

とすべき運動方程式(小平,1931)を，

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -k(v\cos\theta)^2, \qquad \frac{\mathrm{d}^2\mathrm{z}}{\mathrm{d}t^2} = -g - k(v\sin\theta)^2$$

とした運動方程式(Matuzawa,1933)に起因しており，このためにこの運動方程式は，

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -(k\cos\theta)v^2\cos\theta\,, \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = -g-(k\sin\theta)v^2\sin\theta$$

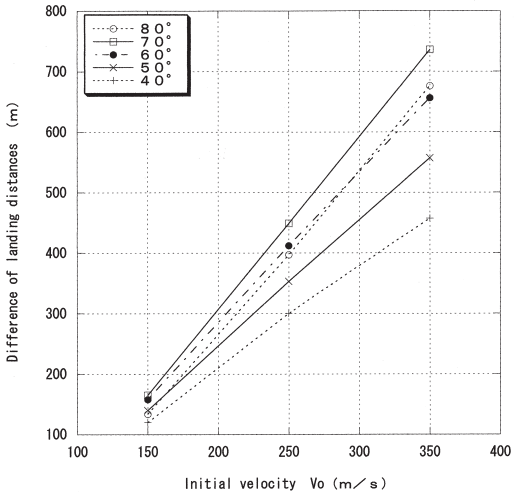

Fig. 2. Difference between the landing distances in Kodaira's equation(1931) and in Nagata's equation(1938), for initial veloity and angles of projection. Air resistance $k = 0.0006$ [m^{-1}].

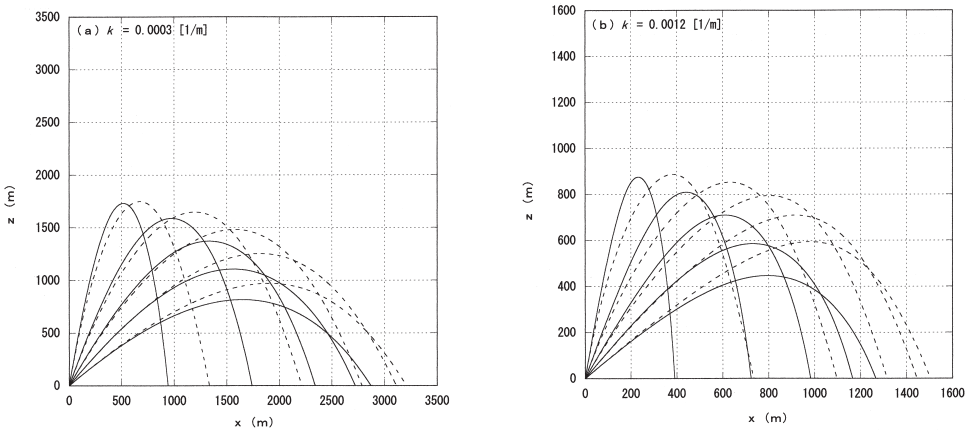

Fig. 3. Ballistic-curves for the initial velocity V_o = 250[m/s].
(a):$k = 0.0003$ [m^{-1}], (b):$k = 0.0012$ [m^{-1}].
Solid curve : Kodaira's equation(1931). Dotted curve : Nagata's equation(1938).

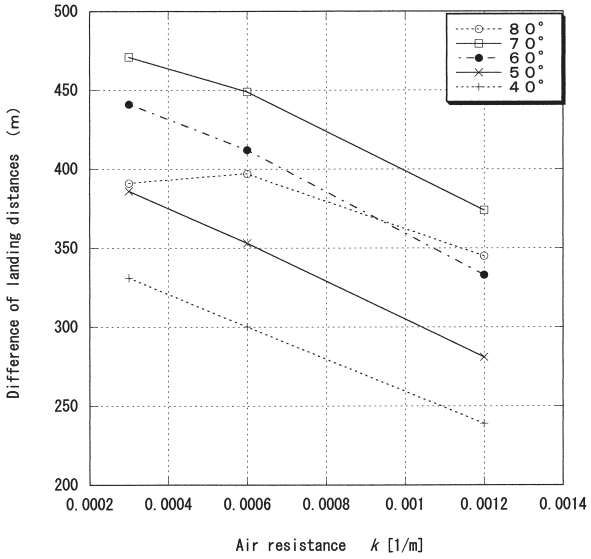

Fig. 4. Difference between the landing distances in Kodaira's equation(1931) and that in Nagata's equation(1938) for air resistance and angles of projection.
Initial velocity V_0 = 250[m/s].

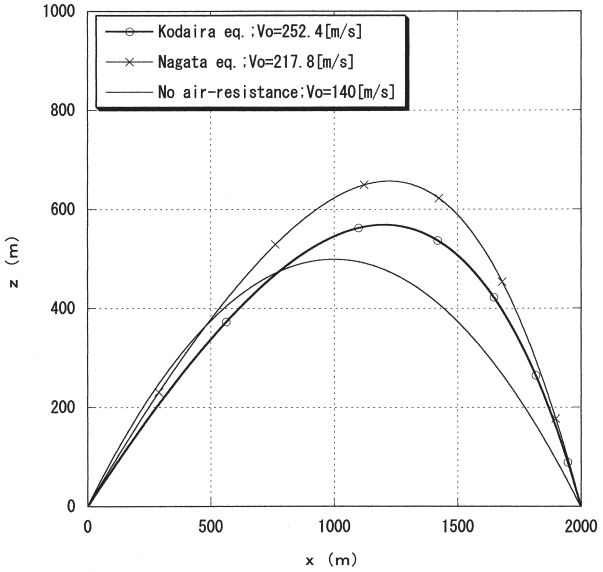

Fig. 5. Ballistic-curves for maximum landing distance 2km . Air resistance k = 0.0006 [m^{-1}] for Kodaira's equation(1931) and Nagata's equation(1938) and k = 0 [m^{-1}] for no-resistance equation.

となり，見かけ上，横方向の運動では空気抵抗値が $(k\cos\theta)$ となり，上下方向の運動では空気抵抗値が $(k\sin\theta)$ となってしまったことにもともとの原因がある．

次に，放出岩塊分布の最大到達距離を説明する初速度を両方程式で求めた場合，どの程度の違いが出るか検証してみた．空気抵抗値を 0.0006 m^{-1} として，放出点と同一平面上における最大到達距離を２ｋｍと設定したときの小平(1931)式と Nagata(1938)式による弾道曲線, および空気抵抗ゼロの弾道曲線を Fig.5 に示す．岩塊の空気抵抗が無視出る場合は初速度 140 m/s，放出角度 45 度で最大距離 2km の地点に着地するが，空気抵抗値を 0.0006 m^{-1} の岩塊に Nagata(1938)式を用いると初速度は 217.8 m／s，放出角度 39 度～40 度が最大距離 2km の地点に着地する条件となり，小平(1931)式を用いると初速度は 252.4 m／s，放出角度 36 度～37 度が放出の条件となる．小平(1931)式と Nagata(1938)式においては，水平最大距離が 2km となるための条件としての放出角度は，36 度～37 度，39 度～40 度とかなり異なるが，偶然にも着地角度（入射角度）はほぼ等しい．

Ⅷ. お　わ　り　に

火山噴火の際に火口から放出される火山弾や火山岩塊の放出速度を推定し，噴火現象の他のファクターと比較しながら噴火の推移やメカニズムを考察するためには，火山弾や火山岩塊の放出速度を推定する方法を，きちんと整理検討しておく必要があると考えてこの論文に着手した．Matuzawa(1933) は空気抵抗に大気密度の高度変化を考慮に入れるべきであると考えて論を展開した．しかし空気抵抗力がベクトル量であることを見落とし，訂正論文(Matuzawa,1934）ではそのことを指摘するにとどまった．Minakami(1942)は火山弾や火山岩塊の飛行においても風の影響は無視出来ないと考えて，運動方程式に風の項を取り入れた．井口ら(1983)は火山弾の弾道を映像でとらえて，それを解析することで火山弾の放出初速度を推定し，放出角度と放出速度の関係を実測値から示した．井口・加茂(1984)は火山岩塊の放出角度と放出速度の関係から，爆発主軸の傾きが山体における火山岩塊の分布域を大きく支配することを示した．しかしながら，これまでの研究においては空気抵抗力がベクトル量であることを考慮に入れた運動方程式やその解を用いた火山弾や火山岩塊の飛行については検討されてこなかった．本稿ではそれらを考慮した（８）式を提案した．今後の火山岩塊の弾道計算に役立つことを期待したい．

謝辞　著者らは職業能力開発総合大学校名誉教授の村瀬　勉氏には本報告の草稿を読んで頂き、有益な指摘と助言をいただき、深く感謝いたします。

文　　献

井口正人・石原和弘・加茂幸介，1983．火山弾の飛跡の解析－放出速度と爆発圧力について－，京大防災研

究所年報，**26**，B-1，9-21.

井口正人・加茂幸介，1984．火山爆発により放出される火山岩塊・レキの到達距離，京大防災研究所年報，**27**，B-1，15-27.

Katsui,Y., Y.Oba, T.Suzuki, Y.Kondo, T.Watanabe, K.Niida, T.Uda, S.Hagiwara, T.Nagao, J.Nishikawa, M.Yamamoto, Y.Ikeda, H.Katagawa N.Tsuchiya, M.Shirahase, S.Nemoto, S.Yokoyama, T.Soya, T.Fujita, K.Inaba and K.Koide, 1978. Preliminary report of the 1977 eruption of Usu Volcano, *J. Fac. Sci., Hokkaido Univ., Ser.4,* **18**, 385-408.

小平吉男，1931．物理数学，岩波書店，§15．速度の自乗に比例する抵抗が働く場合の抛體の運動，61-64.

Matuzawa,T., 1933. Fluggeschwindigkeit einiger vulkanischen Bomben, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo,* **11**, 329-346.

Matuzawa,T., 1934. Wieder eine Bemerkung zu meiner Arbeit "Fluggeschwindigkeit einiger vulkanischen Bomben, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo,* **12**-2, 260.

Minakami,T., 1942. On the distribution of volcanic ejecta. (Part1.) The Distribution of volcanic bombs ejecta by the recent explosions of Asama, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo,* **20**, 65-92.

Nagata,T., 1938. Geophysical studies of Mihara Volcano,Oosima Island IV. A minor activity of Volcano Mihara, August 11, 1938, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo,* **16**, 714-720.