



Title	わん曲集成材の半径応力
Author(s)	生田, 晴家
Citation	北海道大學農學部 演習林研究報告, 40(3), 563-580
Issue Date	1983-08
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/21095
Type	bulletin (article)
File Information	40(3)_P563-580.pdf



[Instructions for use](#)

わん曲集成材の半径応力*

生 田 晴 家**

Radial Stresses in Curved Laminated Beams*

By

Haruie IKUTA**

目 次

1. はじめに	563
2. 半径応力の発生機構	564
3. 材料および試験方法	566
3.1 使用材料	566
3.2 わん曲集成材の断面構成	566
3.3 わん曲集成材の作製	567
3.4 ゲージ貼付ラミナの圧縮試験	568
3.5 剛性試験	568
3.6 破壊試験	569
4. 結果および考察	569
4.1 わん曲集成材の作製	569
4.2 ゲージ貼付ラミナの圧縮試験	570
4.3 剛性試験	570
4.4 破壊試験	575
5. おわりに	579
文 献	579
Summary	580

1. はじめに

集成材は任意の断面および長さ寸法の部材を自由に作製出来るばかりではなく、性能の面においても、適切にラミナを配置することにより、所要の剛性および耐力を備えた部材の作製が可能である。このように、形状、性能の両面において合理的かつ優れた木構造材料である集成材の中でも、わん曲集成材はその特長を最大限に発揮させるものであろう。許容曲率内であれば、高強度の任意の曲線材の作製が可能であり、これによって集成材の形状の自由度を更に

* 1982年8月31日受理 Received August 31, 1982.

** 北海道大学農学部木材加工学研究室

** Laboratory of Wood Engineering, Faculty of Agriculture, Hokkaido University.

高めるとともに、鉸節間に木構造の弱点である接合部をもたない3鉸節アーチ構造を可能とした。

しかしながら、このわん曲集成材にも弱点が存在する。それは、木材の終局破壊に対する最も弱い性質である繊維に垂直方向の横引張破壊により、破壊する場合が多々あるからである。この半径応力（半径方向応力度）による横引張破壊は、低応力レベルで発生することに加え、わん曲部のラミナ間に接着不良部が存在するような場合には、非常に危険な破壊要因となる。

わが国では、この半径応力を含めてわん曲材についての研究があまり行なわれてはおらず、中でもL.V.L.ではなく素材ラミナを用いた研究は極めて少ないのが現状である^{1,2,3)}。本研究では、素材ラミナで作製した試験体に、半径応力および曲げ応力によって発生するその断面内の歪分布を中心に実験的検討を加えるとともに、わん曲集成材の曲げ剛性、曲げ強度性能についても検討を加えた。

なお、本研究を行なうにあたり、御指導を賜わった北海道大学澤田稔名誉教授、また実験に協力された当教室の教官各位、ならびに当時専攻生であった守田託満君に対し、感謝の意を表する。

2. 半径応力の発生機構

わん曲材に対して曲げモーメントが作用すると、わん曲の半径方向、即ちわん曲材の材せい方向に応力が発生する。この材せい方向つまり繊維に垂直方向に発生する応力が、いわゆる半径応力（Radial Stress）であり、曲率を増大させるような場合には圧縮応力、逆に減少させるような場合には引張応力として作用する。

このわん曲材に発生する半径応力については、NORRIS⁴⁾による極座標を用いた理論的検討、澤田⁵⁾による薄肉円管理論を用いた検討等があるが、前者の極座標理論は非常に複雑である。ここではより平易な後者に基づいた筆者の検討を述べる。ただし、材質は一樣であると仮定する。

いま、図-1(a)のようにわん曲部の材せい中央面の曲率半径が R であるわん曲材に、その曲率を減少させるような曲げモーメントが作用する場合を考える。曲率があまり大きくない場合には、わん曲材の横断面内に発生する曲げ応力分布を同図(b)のような通直梁の応力分布で近似し得るので、これについて、材せい

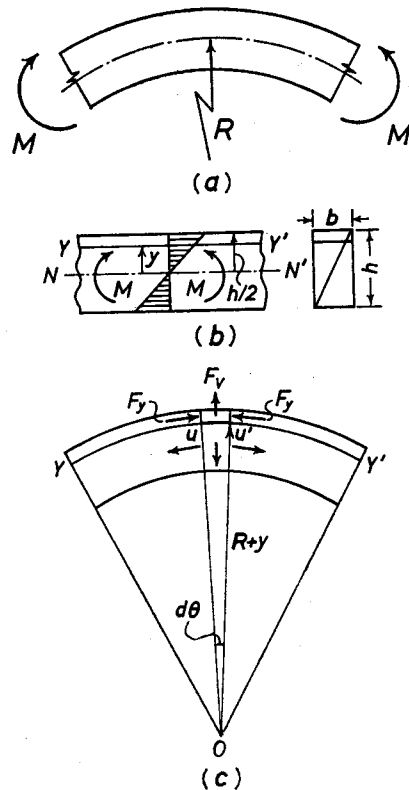


図-1 近似されたわん曲材の応力
Fig. 1. Approximated stresses in the curved beam.

中央面から y なる距離の $Y-Y'$ 面での力の釣合いを考える。

同図(c)のように、 F_y の垂直方向の分力によって $Y-Y'$ 面の上方には F_y による上向き方向の力が発生する。と同時に、同面の下方にはこれに釣り合う逆の下向き方向の力が発生するために、 $Y-Y'$ 面には上下方向即ち半径方向の横引張力が生じることになる。この F_y は次式で示される。

$$F_y = \int_y^{\frac{h}{2}} \sigma dA = \int_y^{\frac{h}{2}} \frac{M}{I} y b dy = \frac{3M}{2h} \left\{ 1 - 4 \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

ここに y : 材せい中央面からの距離, σ : 曲げ応力, h : 材せい, b : 材幅, M : 曲げモーメント, I : 断面2次モーメントである。

いま、 $Y-Y'$ 面上における微小区間 $\widehat{uu'}$ を考えると、

$$\widehat{uu'} = (R+y)d\theta \quad (2)$$

F_y によって $\widehat{uu'}$ 面に垂直に作用する力の合力を F_V とすれば、

$$F_V = 2F_y \sin \frac{d\theta}{2} = 2F_y \cdot \frac{d\theta}{2} = F_y d\theta \quad (3)$$

故に、半径応力度 σ_r は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{F_V}{b(R+y)d\theta} = \frac{F_y d\theta}{b(R+y)d\theta} = \frac{1}{b(R+y)} \cdot \frac{3M}{2h} \left\{ 1 - 4 \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right\} \\ &= \frac{3M}{2A(R+y)} \left\{ 1 - 4 \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに A : 断面積, R : 材せい中央の曲率半径であり、他については(1)式と同様である。

その最大値の発生位置については、 R と h との大小関係にもよるが、一般に材せい中央即ち中立軸と一致すると見なしてよく(本実験の R, h では計算上中央より僅か約 0.7 mm 内縁寄りとなる)、その最大値は $y=0$ として(5)式で与えられる。またこの時の半径応力分布を図-2に示す。

$$\sigma_{r-\max} = \frac{3M}{2AR} \quad (5)$$

逆に、曲率を増大させるような曲げモーメントが作用する場合には、半径方向に圧縮応力が上と同様に発生、分布する。

またこの半径応力は、曲げ応力のような正負の相反する応力の存在によって初めて生じるものであるから、軸力はこの半径応力には関与しないことになる。

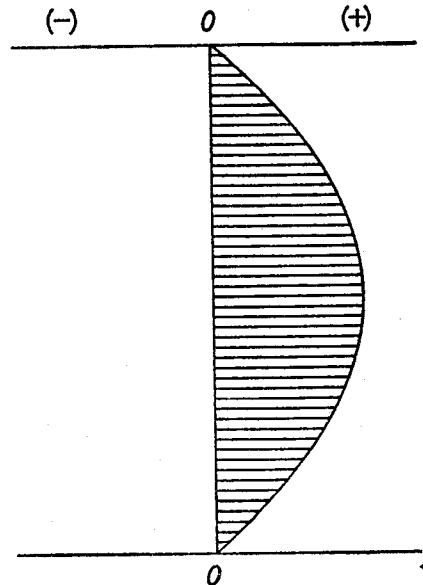


図-2 半径応力の理論的分布
Fig. 2. Theoretical distribution of radial stresses.

ただし、そのポアソン比効果のため半径方向の歪には関与する。

3. 材料および試験方法

3.1 使用材料

使用材料は北大雨竜地方演習林産のアカエゾマツ挽板（一部トドマツ）の人工乾燥材である。まず、断面 2.2×5.2 cm、長さ 123 cm の試験体を 60 体準備し、各々についてスパン 105 cm、分銅による中央集中荷重により、ヤング係数を測定した。次にこれらを厚さ方向に 3 分割し、断面約 0.5×5.2 cm の薄板に仕上げ、わん曲集成材用のラミナとした。さらに、各挽板から分割された 3 枚のラミナを単純に重ね合わせて、スパン 50 cm の中央集中荷重により 3 枚のラミナの平均ヤング係数を求め、分割前のヤング係数との差が目立った一部のものを除外した。これら材料の性質を表-1 に示す。

3.2 わん曲集成材の断面構成

試験体計 10 体の断面はすべて 15 層対称構成とし、通常行なわれているように、外層に向かうほどヤング係数の高いものを配置したが、うち半数の 5 体については、内層にもヤング係数の高いものを配置した。これは横

表-1 使用材料の性質

Table 1. Properties of materials used

	E (10^3 kg/cm ²)	r_u	u (%)	R_w (mm)
Av.	111	0.44	9.0	2.6
Max.	166	0.59	10.2	4.3
Min.	70	0.36	7.7	1.5

(Remarks) E : Modulus of elasticity, r_u : Specific gravity, u : Moisture content, R_w : Average width of annual rings.

表-2 わん曲集成材構成ラミナのヤング係数

Table 2. M.O.E. of laminations in curved laminated beams

No. 1 (A)	No. 2 (A)	No. 3 (B)	No. 4 (B)	No. 5 (A)	No. 6 (A)	No. 7 (A)	No. 8 (B)	No. 9 (B)	No. 10 (B)
145	146	148	147	145	146	147	158	158	159
139	137	125	144	140	137	134	144	145	146
111	110	110	99	115	108	107	111	122	111
98	95	101	87	97	95	94	99	101	101
87	86	92	85	86	86	85	87	88	87
80	80	93	92	79	80	79	93	93	93
75	79	125	139	75	79	74	139	140	139
70	74	166	163	70	74	70	163	166	163
75	79	122	139	75	75	75	139	139	139
80	80	93	92	80	80	79	93	93	93
87	86	92	85	87	86	85	87	88	87
98	97	101	87	97	95	94	99	101	101
111	108	110	98	115	108	107	111	122	111
139	137	125	144	140	134	134	144	145	144
145	146	148	148	145	146	147	159	159	158

(Remark) Unit: 10^3 kg/cm².

ヤング係数と曲げヤング係数との相関関係, およびヤング係数と強度との相関関係に期待し, 内層の繊維垂直方向の強度を高めて, 材せい中央部付近に最大値が発生する半径応力に対する効果をみようとしたものである。前者の集成材をA型, 後者をB型とし, これらのラミナ構成を表-2に示す。

3.3 わん曲集成材の作製

まず, 断面9×25 cm および9×22 cm, 長さ130 cm のハルニレ通直集成材の広い面に線引きされた圧縮面に沿って小型帯鋸盤で鋸断し, 次に同面をベルトサンダーで正確に仕上げ, 2体の成型圧縮治具を作製した。これら治具の外縁の曲率半径はともに $R=100\text{ cm}$ で, 曲率区間の水平距離50 cm, 両端は接線を延長した直線部分とした。わん曲集成材構成ラミナはすべて厚さ0.5 cm であるので, 内縁の曲率半径 R とラミナ厚 t の関係は $R=200t$ となる。木構造設計規準・同解説⁶⁾ では, 針葉樹わん曲集成材で $R \geq 100t$ と規定されているが, 成型圧縮時のラミナ破損の危険性を考慮して, 本実験では $R=200t$ を採用した。

接着剤は尿素樹脂接着剤(三井東圧化学製ユーロイドS121)を使用し, 硬化剤として重量パーセントで2%の塩化アンモニウムを少量の水に溶かして用いた。圧縮治具の対称位置7個所でネジクランプにより成型圧縮したが, 圧縮ブロック直下の試験体ラミナの横圧縮破損を避けるために, 試験体と圧縮ブロック間に当て板として7枚のラミナを挟んだ。圧縮圧はトルクレンチを用いて 10 kg/cm^2 を目標とし, 48時間圧縮した。

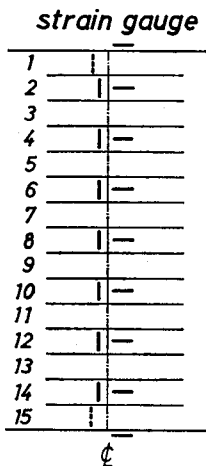


図-3 歪ゲージの貼付位置
Fig. 3. Locations instrumented with strain gauges.

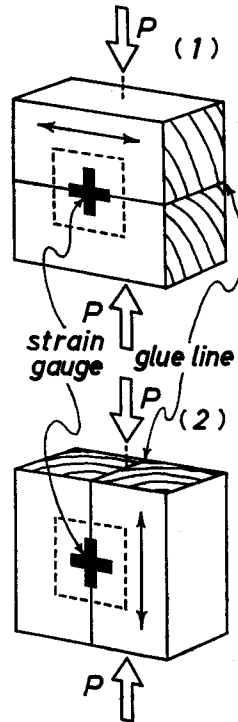


図-4 圧縮試験方法
(1) 横圧縮試験, (2) 縦圧縮試験
(寸法: $4 \times 4 \times 2\text{ cm}$, \leftrightarrow : 繊維方向)

Fig. 4. Compression test
(1) Perpendicular to the grain, (2) Parallel ditto.
(Dimension: $4 \times 4 \times 2\text{ cm}$, \leftrightarrow : Grain direction)

圧縮解除後、試験体側面を鉋盤で仕上げ、材幅5 cm、材せい7.5 cm、材長120 cmのわん曲集成材10体を準備した。これら試験体のわん曲部中央において、図-3に示すように繊維方向に9枚、同垂直方向に9枚(試験体 No. 1, 3, 5, 7は垂直方向7枚)の歪ゲージを貼付した。用いた歪ゲージは、共和電業製ゲージ長3 mmのペーパーベースストレインゲージ(K-3-A1-11)である。

3.4 ゲージ貼付ラミナの圧縮試験

歪ゲージを貼付したラミナについては、ラミナに分割する前の挽板の両端から予め採取しておいた圧縮試験用の小片を用いて、ヤング係数およびポアソン比を測定した。試験体の形状および寸法は図-4に示すとおりで、挽板両端の小片を同方向に接着し、集成材におけるゲージ貼付面と一致する面およびその反対面に、クロスゲージ(新興通信工業製SV 108 T 11)を貼付した。

同一の試験片に対し、その荷重方向を変えることにより横および縦圧縮試験を行なったが、横圧縮試験では 7 kg/cm^2 の応力レベルまで荷重を加え、横ヤング係数 E_V とポアソン比 μ_{VH} を、また縦圧縮試験では応力レベル 145 kg/cm^2 まで負荷し、繊維方向のヤング係数 E_H とポアソン比 μ_{HV} を求めた。

3.5 剛性試験

1週間以上の養生期間をおいて、図-5に示すようにスパン100 cm、荷重点間距離30 cmの2点荷重方式により曲げ剛性試験を行なった。各試験体とも同図に示すように、曲率を減少させる引張型、逆に増大させる圧縮型の両荷重をかけて行ない、荷重点間の相対撓み δ_m とスバ

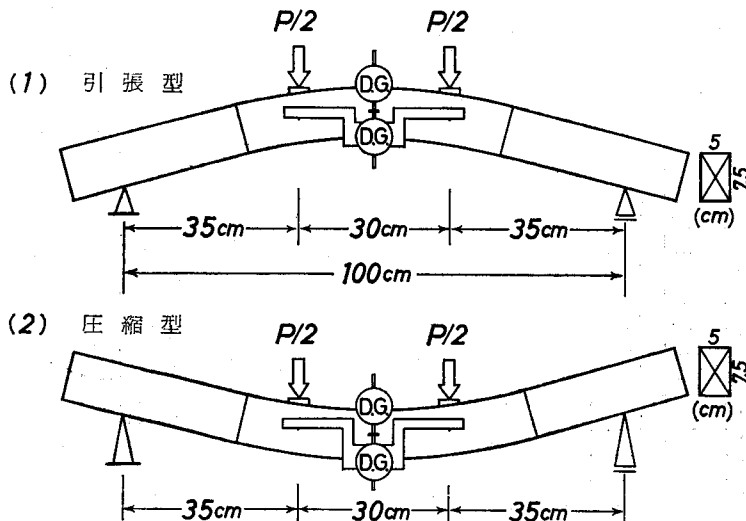


図-5 試験体の形状および試験方法

Fig. 5. Diagram of beam specimen and testing method.
(1) Tension type loading, (2) Compression type loading.

ン中央の全体撓み δ_i を、精度それぞれ 1/1000 mm, 1/100 mm のダイヤルゲージを用いて荷重 50 kg 毎に測定した。荷重は 250 kg までとしたが、これは約 90 kg/cm² の応力レベルに相当する。引張、圧縮両荷重型の平均撓みから、それぞれ荷重点間の曲げヤング係数 E_m とスパン全長の同 E_i を求めた。

撓み測定と同時に、前述の 3 mm 長歪ゲージを自動多点切換器 (共和電業製 ASB 52 E 型) に接続し、デジタル歪測定装置 (同 SD-500 A) により、試験体の純曲げ区間中央部において繊維方向歪 (9 点) と同垂直方向歪 (9 点 or 7 点) を、撓みと同じく 50 kg 毎に 250 kg まで測定した。

3.6 破壊試験

試験体 No. 1~4 の計 4 体を圧縮型破壊, No. 5~10 の計 6 体を引張型破壊試験に供した。スパンおよび荷重方法は剛性試験と同様とし、オルゼン型万能試験機 (5 ton) を用いて荷重きざみ 100 kg で各撓みと歪を測定した。撓みはスパン中央撓み、荷重点間相対撓みのほか、荷重点の撓みを精度 1/100 mm のダイヤルゲージで測定し、前 2 者の撓みは比例限度を越えるまで、荷重点の撓みと歪は破壊直前まで測定した。また、各試験体の曲げ比例限度および曲げ強さを求め、曲げ強さについては計算値との比較も行なった。

4. 結果および考察

4.1 わん曲集成材の作製

治具に沿ってわん曲集成する際、各ラミナには曲げ応力が発生する。この曲げ応力はラミナのヤング係数 E と治具からの距離によって決まるが、 E が高い程、また治具に近い程応力は大きくなる。いま試験体 10 体の、治具に接した最内縁のラミナについてこの曲げ応力 σ を試算してみると、 σ は次式で与えられ、360~395 kg/cm² と計算される。

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI} \quad \text{より} \quad \sigma = \frac{M}{I} \times \frac{t}{2} = \frac{Et}{2R} \quad (6)$$

ここに t : ラミナ厚, R : ラミナの曲率半径, M : 曲げモーメント, I : ラミナの断面 2 次モーメントである。

これらラミナのヤング係数から、圧縮強さ σ_c を $\sigma_c = \epsilon_{oc} E$ により推定した場合、安全側に見て $\epsilon_{oc} = 0.003$ としても $\sigma_c = 435 \sim 475$ kg/cm² が期待できる。これは前述の数値を上回るものであり、事実、本実験においてはわん曲集成時の破損は皆無であった。

また、圧縮解除の際に発生する曲率のハネモドリ (Spring Back) については、そのハネモドリ率 ϕ は付与曲率半径を R 、ハネモドリ後の曲率半径を R_c として $R_c = \phi R$ で定義されるが、この ϕ は次式により与えられる⁷⁾。

$$\phi = \frac{1}{1 - \frac{1}{n^3} \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{(1 + id/R)}} \quad (7)$$

ここに n : ラミナの積層数, k_i : わん曲集成材の見かけのヤング係数 E に対する, 内縁から i 番目のラミナのヤング係数 E_i の比 ($k_i = E_i/E$), d : ラミナ厚, R : 治具の曲率半径である。

(7)式により, 試験体 10 体のハネモドリ率を試算してみると, $\phi = 1.0035 \sim 1.0040$ であって僅か 0.4% 程度と評価される。また, 圧縮中の時間経過に伴う応力の緩和も考えられるため, ϕ は計算された値よりも更に小さくなるはずである。(7)式から積層数が増えるに従い ϕ は小さくなるのが分かるが, 本実験では $n=15$ と積層数も多く, 加えて, 使用した圧縮治具の曲げ剛性が十分であったこと, および接着剤の硬化も完全であったことなどから, 実際のハネモドリは測定出来ないほど小さなものであった。

ちなみに, 各構成ラミナのヤング係数がすべて等しく ($k_i=1$), かつ id/R について $nd/R \ll 1$ と見なし得るような場合には, (7)式は

$$\phi = \frac{1}{1 - \frac{1}{n^3} \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{(1+id/R)}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{n^3} \cdot n} = \frac{n^2}{n^2-1} \quad (8)$$

となり, STEVENS ら⁹⁾ によって与えられた式と一致する。

4.2 ゲージ貼付ラミナの圧縮試験

測定結果を表-3に示すが, 明らかに例外とみられる数値は除いてある。これらは次式により求められる。

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \mu_{HV} = \left| \frac{\varepsilon_V}{\varepsilon_H} \right| \quad \mu_{VH} = \left| \frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_V} \right| \quad (9)$$

ここに E : ヤング係数, ε : 荷重方向の歪, σ : ε に対応した圧縮応力, μ_{HV} : 繊維方向荷重時の同方向歪 ε_H に対する, 繊維垂直方向歪 ε_V のポアソン比, μ_{VH} : 繊維垂直方向荷重時の同方向歪に対する, 繊維方向歪のポアソン比である。

平均をみると, 横ヤング係数 E_V は繊維方向のヤング係数 E_H の 5.7% 程度となり, ほぼ妥当なものと思われる。ポアソン比については, μ_{HV} が 0.487 とこれもほぼ妥当であるのに対し, $\mu_{VH} = 0.039$ の値は少々大きすぎる。この μ_{VH} についてはその数値が非常に小さいことから, 実験上の測定も不安定になるものと考えられる。それ故, μ_{VH} については前述の 3 定数から, 相反定理により求めるのが妥当であろう。

4.3 剛性試験

まず, ヤング係数についての結果を表-4に示す。表中の E_m , E_i は次式によって計算される。

$$E_m I \delta_m = \frac{35}{2} PR^2 (\alpha \sin \alpha + \cos \alpha - 1), \quad I = \frac{bh^3}{12} \quad (10)$$

表-3 圧縮試験結果

Table 3. Results of compression test

	E_H (10^3 kg/cm^2)	E_V (10^3 kg/cm^2)	μ_{HV}	μ_{VH}
Av.	112.4	6.4	0.487	0.039
Max.	166.7	13.4	0.643	0.069
Min.	71.5	2.6	0.342	0.018

(Remarks) E_H : M.O.E. in the direction parallel to the grain, E_V : Ditto perpendicular to the grain, μ_{HV} , μ_{VH} : Poisson's ratios.

表—4 曲げ剛性試験結果
Table 4. Results of flexural rigidity test

Type of loading	No.	<i>b</i> (cm)	<i>h</i> (cm)	<i>E_l</i> (10 ³ kg/cm ²)	<i>E_m</i> (10 ³ kg/cm ²)	<i>E_{m-cal}</i> (10 ³ kg/cm ²)	$\frac{E_m}{E_{m-cal}}$
Compression	1	5.025	7.750	103	123	126	0.98
	2	5.015	7.625	112	130	125	1.04
	3	5.070	7.695	102	127	125	1.02
	4	5.140	7.680	116	130	125	1.04
	Av.	5.063	7.688	108	128	125	1.02
Tension	5	4.910	7.730	109	137	127	1.08
	6	5.070	7.695	107	124	124	1.00
	7	5.075	7.665	104	130	124	1.05
	8	5.100	7.685	113	135	133	1.02
	9	5.100	7.590	113	139	135	1.03
	10	5.160	7.710	118	130	133	0.98
Av.	5.069	7.679	111	133	129	1.03	

(Remarks) *b*: Width of specimen, *h*: Height ditto, *E_l*: M.O.E. measured from mid-span deflection over the span, *E_m*: Ditto relative deflection over the loading points, *E_{m-cal}*: M.O.E. calculated from that of each lamination.

$$\begin{aligned}
 E_l I \delta_l = & \frac{1}{6} P S^3 \cos^2 \beta + \frac{P R}{2} \left[(S \cos \beta + R \sin \beta)^2 (\beta - \alpha) \right. \\
 & - 2R(S \cos \beta + R \sin \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) + \frac{R^2}{4} \left\{ 2(\beta - \alpha) \right. \\
 & \left. \left. + (\sin 2\alpha - \sin 2\beta) \right\} \right] + \frac{35}{2} P R \left\{ R(\alpha \sin \alpha + \cos \alpha - 1) + 35\alpha \right\} \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2 \cos \beta} (50 - h \sin \beta) \quad (12)$$

ここに *I*: 断面2次モーメント, *P*: δ に対応する荷重, *R*: 材せい中央の曲率半径, *b*: 材幅, *h*: 材せい, α, β : 図-6に示す中心角 (rad.), *S*: 同図に示す試験体両端の直線部分の長さである。

これらの式はやや複雑であるので, 試験体を通直梁と見なして近似すると次式のようになる。

$$E_m I \delta_m = \frac{7875}{4} P \quad (13)$$

$$E_l I \delta_l = \frac{219625}{12} P \quad (14)$$

この近似式を用いて各ヤング係数を計算してみると, *E_m* で0.2%, *E_l* でも僅か1%, 厳密計算値を下回るだけであり, 十分な精度で近似され得る。

また, 表中の *E_{m-cal}* は集成材を構成するラミナのヤング係数から計算したものであり, ラミナ厚および幅を一定として次式により与えられる。

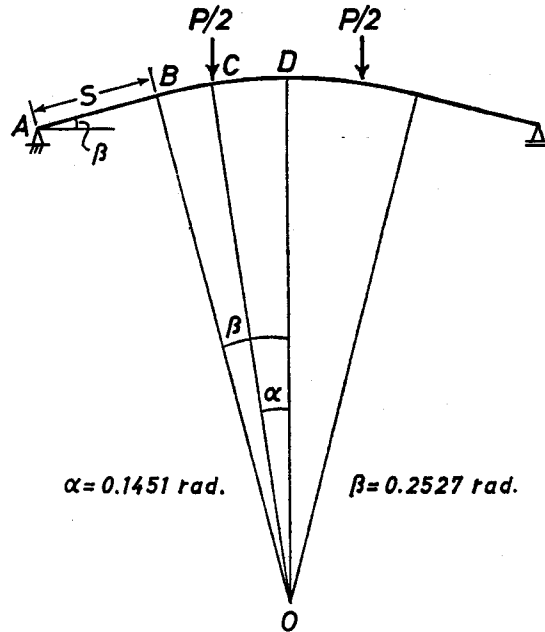


図-6 試験体の線図

Fig. 6. Drawing of the test specimen.

AB: Straight portion (=S)
BD: Curved portion.

$$E_{m-cal} = \frac{1}{15^3} \left\{ (15^3 - 13^3) E_1 + (13^3 - 11^3) E_2 + (11^3 - 9^3) E_3 + (9^3 - 7^3) E_4 \right. \\ \left. + (7^3 - 5^3) E_5 + (5^3 - 3^3) E_6 + (3^3 - 1) E_7 + E_8 \right\} \quad (15)$$

ここで E_i は外層から i 番目のラミナの平均ヤング係数である。

実測された E_m と計算による E_{m-cal} を比較すると、両者の比は 0.98~1.08 の範囲内にあり、平均で 1.02、変動係数も僅か 2.9% と非常によく一致する。このことから、わん曲集成材のヤング係数は、各構成ラミナのヤング係数を用いて十分な精度で計算され得る。と同時に、ラミナをわん曲し成型圧縮した後も、その曲げヤング係数には変化がないことが分かる。

次に、測定された歪分布を図-7~9 に示すが、いずれも上段が半径方向歪、下段が繊維方向歪である。これらはすべて荷重 50 kg 毎に各点の歪を直線で結んだものであり、250 kg までの両荷重型の分布を同時に示してある。図中、A-A' の分布が圧縮型、B-B' のそれが引張型荷重条件によるものである。

試験体には繊維方向および同垂直方向（半径方向）の 2 方向に応力が発生するため、直交異方性材料の平面応力と歪の関係から、実際の繊維方向の歪 ϵ_x と同垂直方向の歪 ϵ_y は一般に次式で与えられる。

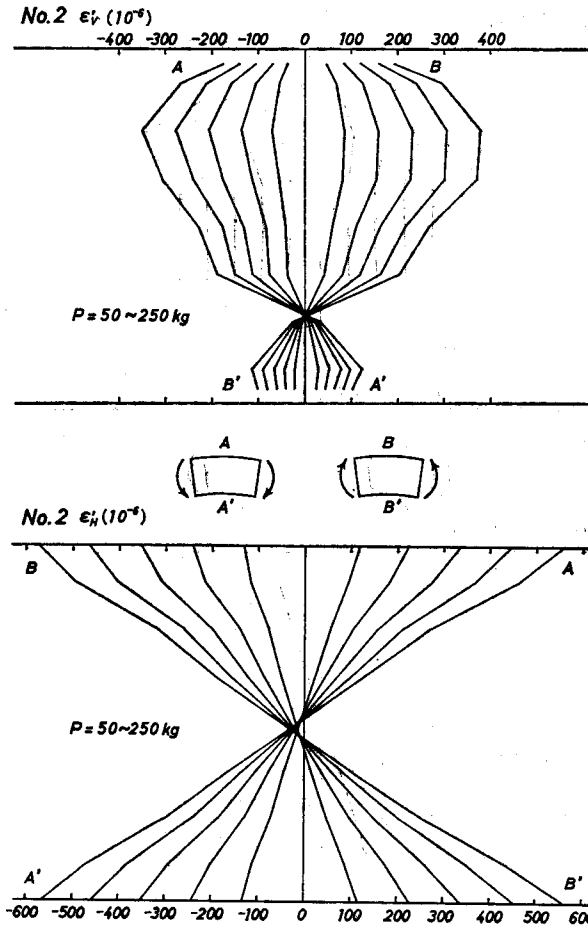


図-7 歪分布 (1)

Fig. 7. Experimental strain distributions (1).

$$\epsilon'_H = \frac{1}{E_H}(\sigma_H - \mu_{HV}\sigma_V) = \epsilon_H - \mu_{VH}\epsilon_V \quad (16)$$

$$\epsilon'_V = \frac{1}{E_V}(\sigma_V - \mu_{VH}\sigma_H) = \epsilon_V - \mu_{HV}\epsilon_H \quad (17)$$

ここで添字の H, V はそれぞれ繊維方向, 同垂直方向を示す。

図に示した半径方向歪については, 各構成ラミナの材質 (ヤング係数, ポアソン比) が異なるために, いずれも連続した曲線形態はとらず, また様々なパターンを示した。しかしながら, 引張型, 圧縮型における逆の曲げモーメントに対しては, 非常によく対称性を示している。また, いずれも試験体の凹面側で歪の符号の逆転がみられる。半径応力は理論上, 断面を通じて符号は常に一定であることから, この歪の符号の逆転は奇異に思われるが, これは繊維方向歪による半径方向歪へのポアソン比効果によるものであろう。各図下段の繊維方向歪によって, 各ラミナのポアソン比に見合った量の歪 (符号は逆) が半径方向に発生するはずである。

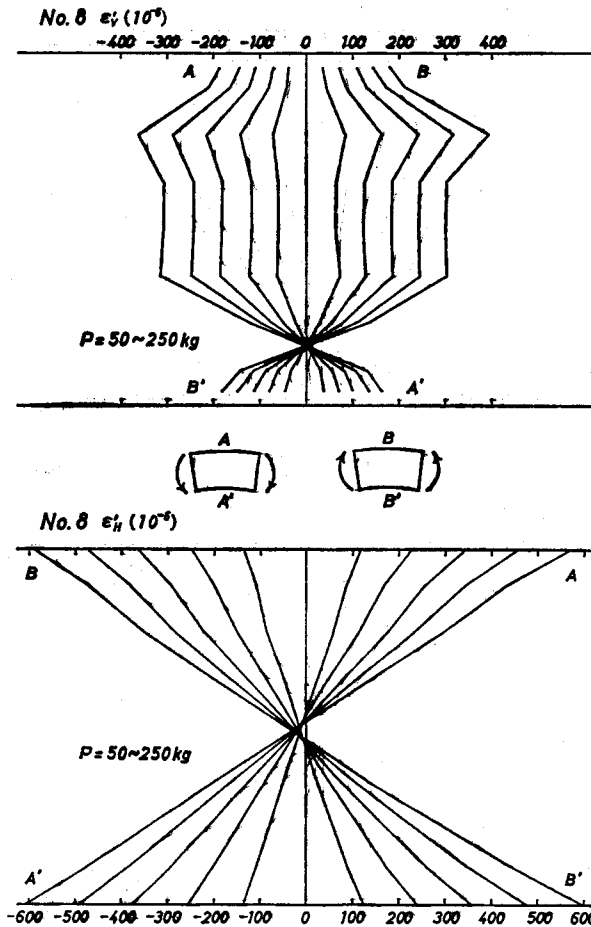


図-8 歪分布 (2)

Fig. 8. Experimental strain distributions (2).

そのため両荷重型を通じて、試験体の凸面側では半径方向歪は増大し、逆に凹面側では減少する結果となる。これにより歪の符号の逆転が生じることとなるが、ポアソン比によって2次的に発生する歪は無応力と考えられるので、半径応力としての符号の逆転はありえない。後述する破壊試験の項で、この半径応力分布について数例をあげる。

次に繊維方向歪については、前出の(16)式中のポアソン比 μ_{VH} (繊維垂直方向の応力によって生じた同方向の歪に対する繊維方向の歪の比)は、1に対して小さいために、 $\epsilon_H \doteq \epsilon_H$ 即ち試験体の実際の繊維方向歪 ϵ_H は、曲げのみによる歪 ϵ_H とほぼ一致すると見なしてよい。図にみられるとおり、繊維方向歪即ち曲げ歪分布は明らかな直線性を示し、この程度の曲率では歪分布が曲線となる曲り梁とはいえず、通直梁と何ら変わりがない。ちなみに、荷重250 kg時の実測歪の比:(凹面の外皮繊維歪)/(凸面のそれ)をみると、試験体すべての平均で1,013であった。また両荷重型に対し、試験体10体すべてにおける両者の歪分布は、ほぼ良好な対称

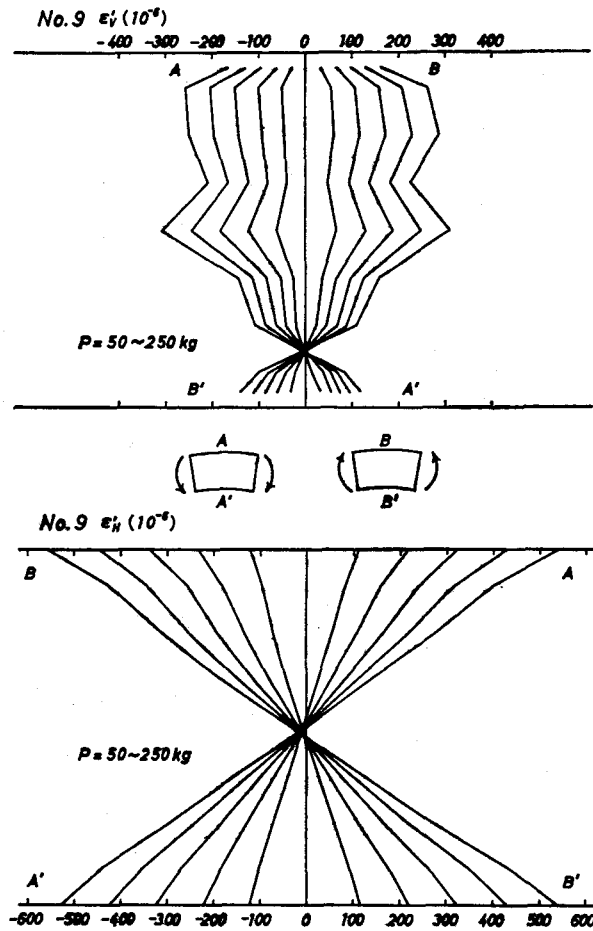


図-9 歪分布 (3)

Fig. 9. Experimental strain distributions (3).

性を示した。と同時に、曲げの基本式 $\epsilon = y/R$ (R : 中立軸の曲率半径) により、曲げ歪 ϵ は構成ラミナのヤング係数とは無関係に、中立軸からの距離 y に比例するという事実が看取される。

これらの歪分布に対応した応力分布は、前述の直線的に変化する歪 ϵ に、 $\sigma = \epsilon E$ により各ラミナのヤング係数 E を乗じて近似出来るので、当然のことながら階段状となる。

4.4 破壊試験

まず、曲げ強度性能についての結果を表-5に示す。見かけの曲げ強さ σ_b については、圧縮型のもので $561 \sim 658 \text{ kg/cm}^2$ 平均 622 kg/cm^2 、引張型で $669 \sim 726 \text{ kg/cm}^2$ 平均 697 kg/cm^2 であり、いずれも十分な曲げ強さを示した。また曲げ強さに対する見かけの比例限度 $\sigma_{b,p}$ の位置 $\sigma_{b,p}/\sigma_b$ は、両荷重型ともに平均で 0.55 であり、いずれも比例限度を越えてから十分な粘りを示して破壊に至っている。しかしながら、両荷重型における平均ヤング係数がほぼ 130 ton/cm^2 と同程度であるのに対して、この σ_b については差異が認められ、引張型の方が圧縮型を1割程

表—5 破壊試験結果

Table 5. Results of destructive test

Type of loading	No.	P_p (kg)	P_{max} (kg)	σ_{bp} (kg/cm ²)	σ_b (kg/cm ²)	$\frac{\sigma_{bp}}{\sigma_b}$	σ_{b-cal} (kg/cm ²)	$\frac{\sigma_b}{\sigma_{b-cal}}$
Compression	1	900	1840	313	640	0.49	738	0.87
	2	1100	1750	396	630	0.63	780	0.81
	3	900	1605	315	561	0.56	762	0.74
	4	1000	1900	346	658	0.53	780	0.83
	Av.	975	1774	343	622	0.55	765	0.81
Tension	5	1100	1870	394	669	0.59	822	0.81
	6	1100	2020	385	707	0.54	744	0.95
	7	1000	1990	352	701	0.50	780	0.90
	8	1300	2000	453	697	0.65	810	0.86
	9	1100	1915	393	684	0.57	834	0.82
	10	1000	2120	342	726	0.47	780	0.94
Av.	1100	1986	387	697	0.55	795	0.88	

(Remarks) P_p : Load at proportional limit, P_{max} : Maximum load, σ_{bp} : Stress of proportional limit, σ_b : Modulus of rupture, σ_{b-cal} : Ditto calculated from M.O.E. of curved laminated beam ($\sigma_b=0.006E$).

度上回っている。これは恐らく成型圧縮時の残留応力によるものであろうが、その定量化を含めて現在のところまだ明らかではない。この残留応力の大きさは、両荷重型の曲げ強さの差異の1/2ということにもなるが、それ程単純なものでもなく、今後この定量化の試みも行なわれる必要がある。

木構造設計規準・同解説⁶⁾では、この圧縮型、引張型には関係なく一律に次の WILSON 式による補正係数 k を乗じて、強度を修正するよう規定している。

$$k = 1 - 2000 \left(\frac{t}{R} \right)^2 \quad (18)$$

ここに t : ラミナ厚, R : わん曲材の中心線における曲率半径である。

本実験においては、 $t/R \approx 1/200$ であるので $k=0.95$ と計算される。コントロールとしての通直集成材の強度を $\sigma_b=0.006E$ として推定し、これに対するわん曲集成材の強度比をみると、0.74~0.95 で平均 0.85 となる。このように本実験においては、WILSON の補正係数をさらに1割程度下回る結果を示した。この WILSON の補正係数については、かつて英国の HUDSON⁹⁾ が異論を唱えた経緯もあり、今後更に需要が増すであろうこのわん曲集成材に対して、我国独自の補正係数の確立が望まれる。

破壊試験における繊維方向および半径方向の歪分布は、剛性試験におけるそれらと相似形を示すため、その分布図は省略する。また曲げにおける中立軸の引張側への移動は、僅か数ミ

リメートルであった。

試験体上下面の外皮繊維歪と、半径方向歪のうち最大歪を示すもの計3点のそれぞれの歪から求めた比例限度はほぼ一致し、かつまた曲げ撓みから求めた比例限度とも良い一致を示した。この比例限度に関して、前の剛性試験の項で述べた半径応力分布についての数例を、対応した歪分布とともに図-10~12に示す(No. 5は比例限度直前の $P=1000$ kg 時)。

これらの応力値 σ_r は、前出の(16),(17)式から導かれた次式により与えられる。

$$\sigma_r = \frac{E_V(\epsilon'_r + \mu_{HV}\epsilon'_H)}{1 - \mu_{rH}\mu_{HV}} \tag{19}$$

各図にみられるとおり、構成ラミナの材質が異なるために応力分布もまた歪分布と同様、不連続な分布形態を示している。しかしながら前述したごとく、歪分布においてみられたような符号の逆転はないことが分かる。

次に、破壊形態について述べる。圧縮型試験体では、4体中3体(No. 2, 3, 4)が引張側破損による曲げ破壊であったが、残り1体は荷重点付近の水平剪断による破壊であった。その剪断面は繊維垂直方向(半径方向)の最大歪の点と一致しており、横圧縮と水平剪断の複合した破壊形態とも考えられる。引張型試験体では、6体中4体(No. 7, 8, 9, 10)が引張側破損による曲げ破壊であったが、No. 5, 6の2体については試験体内層において破壊が生じた。この内層の破壊面は、やはり半径方向歪の最大の点とほぼ一致していたが、しかしながらそれらの破壊荷重(1870, 2020 kg)に対して、半径応力は 14 kg/cm^2 程度(近似計算)であり、半径応力単独による横引張破壊とは考え難い。また水平剪断応力については、約 40 kg/cm^2 と計算され、この程度の応力で剪断破壊するというのもまた考え難い。結局、それぞれ単独では破壊に至らな

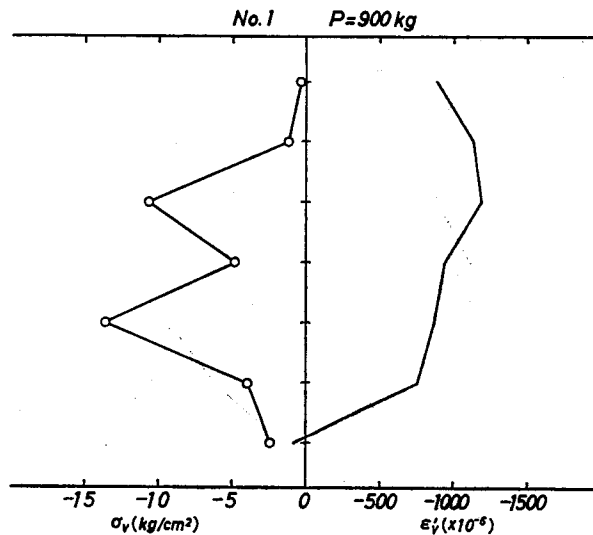


図-10 半径応力分布とそれに対応した歪分布 (1)

Fig. 10. Distributions of radial stresses and observed strains (1).

い応力レベルであっても、それらが複合することによって破壊に至る場合もあろうと考え、この2体については半径応力と水平剪断応力とが複合した破壊であると判断した。

このように本実験における $R=200t$ 程度の曲率では、その殆どが引張側破損による曲げ破壊であった。そのため、前述のヤング係数配置による A, B 両型を比較して σ_{bd} , σ_b , σ_{bd}/σ_b については、その数値上明らかな差異は認められなかった。しかし、先に述べた試験体内層で破壊した3体はすべて A 型、即ち内層のヤング係数が低い試験体であった。

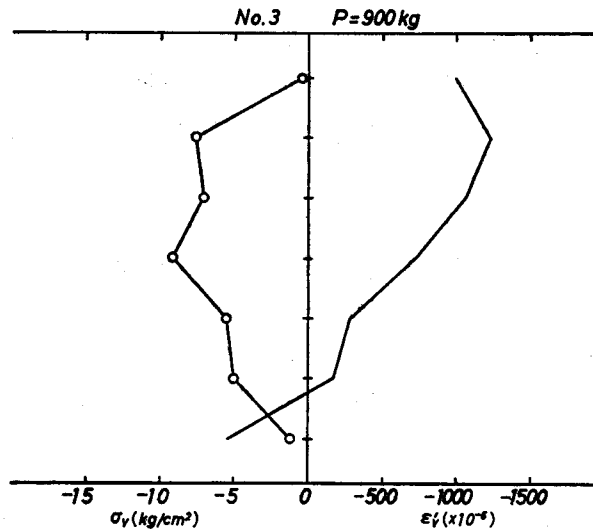


図-11 半径応力分布とそれに対応した歪分布 (2)

Fig. 11. Distributions of radial stresses and observed strains (2).

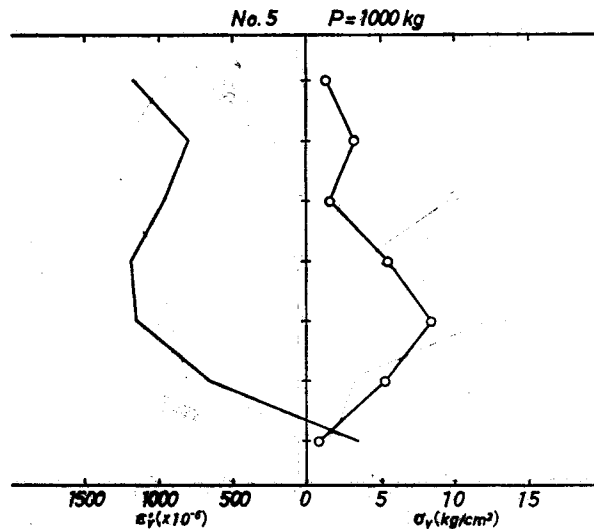


図-12 半径応力分布とそれに対応した歪分布 (3)

Fig. 12. Distributions of radial stresses and observed strains (3).

また両荷重型ともに、曲げの圧縮側において圧縮破壊線が認められたが、圧縮型試験体の方が引張型のものよりもその数も多く、かつより明瞭であった。これは恐らく、成型圧縮時の残留歪によるためであろう。また試験体全数について、接着層で破壊したものは皆無であり、接着は完全であったものと思われる。

5. おわりに

ラミナ厚 $t=0.5$ cm, 圧縮治具外縁の曲率半径 $R=100$ cm (即ち $R=200t$) の 15 層対称構成わん曲集成材 10 体に対して、その横断面内の歪分布および曲げ性能について実験的検討を加えたが、結果は次のように要約される。

1) 測定された半径方向の歪分布は、構成ラミナの材質が異なるために連続した曲線分布とはならず、また様々なパターンを示した。しかしながら、逆の曲げモーメントに対しては非常に良い対称性を示した。また、繊維方向歪のポアソン比効果のために、試験体の凹面側で歪の符号の逆転がみられた。

2) 直交異方性材料における平面応力と歪の関係から求めた半径応力もまた、歪同様不連続な分布を示した。しかし、歪分布においてみられたような符号の逆転はなく、断面を通して符号は一定であった。

3) 繊維方向歪 (曲げ歪) は直線分布を示し、本実験における曲率 ($R=200t$) では通直梁と何ら変わらないといえる。

4) わん曲集成材の実測ヤング係数は、各構成ラミナのヤング係数から求めた計算値と良く一致した。いいかえれば、わん曲集成後もそのヤング係数には変化がない。

5) 曲げ強さについては、圧縮型、引張型両試験体ともに十分な値を示したが、引張型の方が圧縮型を平均で 1 割程度上回った。これは恐らく、成型圧縮時の残留応力によるものであろう。またいずれも、比例限度を越えた後十分な粘りを示して破壊に至った。

6) 破壊形態はその殆どが引張側破損による曲げ破壊であった。しかし、一部の試験体で内層からの破壊がみられたが、それらはいずれも内層のヤング係数の低い A 型試験体であった。

文 献

- 1) 集成材研究班：集成材に関する研究 (第 2 報) わん曲集成材の製造およびその材質試験について。林業試験場研究報告, 109, 1958.
- 2) 飯塚五郎蔵：わん曲集成材の曲率と耐力。日本建築学会論文報告集, 63, 1959.
- 3) 高見 勇：円形集成材の強さについて。木材学会誌, 24-8, 1978.
- 4) NORRIS, C. B.: Stresses within Curved Laminated Beams of Douglas-fir. U.S.F.P.L. Rept, FPL 020, 1963.
- 5) 澤田 稔：わん曲集成材の半径応力。木質材料学 II 講義資料, 1977. (未発表)
- 6) 日本建築学会：木構造設計規準・同解説。丸善, 1973.
- 7) 澤田 稔：わん曲集成材製造時における曲率のハネモドリについて。木質材料学 II 講義資料, 1979. (未発表)

- 8) STEEVNS, W. C., MECH, E, and TURNER, N.: 'Spring-back' of laminated bends. Wood, Feb. 1957.
- 9) HUDSON, W. M.: The effect of initial bending on the strength of curved laminated timber beams. Wood, Jun. 1960.

Summary

In this paper, strain and stress distributions in the curved laminated beams were observed and their bending properties were also estimated using ten beams consisting of fifteen laminations of Ezomatsu (spruce) wood. Each lamination thickness was 0.5 cm (t) and the radius of curvature of a jig was 100 cm (R). (namely $R=200t$)

The results are summarized as follows;

- 1) Because of differences in the properties of laminations, the observed distributions of radial strains showed various patterns and they were not continuous curves. However, they showed symmetrical strain distributions to the opposite bending moments. The sign of strains changed near the concave face of the specimens. (plus→minus, or minus→plus)
- 2) The radial stresses computed from the relation between the plane stress and strain in an orthotropic material also showed various patterns and they were not continuous curves in the same way as the strains. But the change of the sign in the cross section did not occur.
- 3) The observed strains parallel to the grain (bending strains) varied linearly in this curvature ($R=200t$) just like in the straight beams.
- 4) M. O. E. of the curved laminated beams showed a good agreement with those calculated from each lamination.
- 5) For M. O. R., both of the compression and tension type loading specimens showed sufficient values. But the values for the tension type specimens were about 10 percent higher than those of compression ones. This might be due to residual initial stresses in the curved beams. Both loading type specimens had adequate toughness in the range beyond the proportional limit.
- 6) Types of failure in the curved beams were almost tension ones due to bending. In some specimens, however, failure occurred as a separation of the fibers perpendicular to the grain in the inner layers. These beams were all A-type specimens that had lower M. O. E. in the inner layers.