



Title	船の上下動に伴う横動揺の不安定に就いて
Author(s)	川島, 利兵衛
Citation	北海道大學水産學部研究彙報, 5(4), 368-376
Issue Date	1955-02
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/22890">http://hdl.handle.net/2115/22890</a>
Type	bulletin (article)
File Information	5(4)_P368-376.pdf



[Instructions for use](#)

# 船の上下動に伴う横動揺の不安定に就いて

川 島 利 兵 衛

(北海道大学水産学部運用学教室)

## On the Instability of Ship's Rolling due to the Heaving caused by Waves

Rihei KAWASHIMA

### Abstract

It is very important to know the amount of instability of a ship resulting from various sea conditions. As connected with the manoeuvring of a ship, the author studied from the view point of dynamics the instability of rolling due to the heaving caused by waves.

It is considered that the transverse metacentric height is reduced on any wave crest when ship is lying transversely on the wave, and the loss of GM is given as follows, under the condition defined by G.S. Baker.<sup>4)</sup>

$$\Delta m = 20 \cdot h / L_w^2 (0.42 BM + 0.07 D)$$

where;

$\Delta m$  : Loss of GM  
h : Wave height  
L<sub>w</sub> : Wave length  
BM : Transverse metacentric height  
D : Draft in still water

But, the loss of GM is periodical and has the same period of encounter as the wave or the time between the passing of successive wave crests.

Then, considering this loss of GM, the author assumed that GM was given as follows :

$$m_w = m \pm \Delta m \quad \begin{array}{l} + : \pi/P > t > 0 \\ - : 2\pi/P > t > \pi/P \end{array}$$

where;

m<sub>w</sub> : GM under above mentioned condition  
m : GM in still water  
T<sub>w</sub> = 2π/P : The period of encounter as the wave

Further, the equation of rolling motion was given as follows:

$$d^2\theta / dt^2 + Wm (1 \pm \Delta m / m) \theta = 0$$

Solving this equation, and given the boundary conditions, the author finally got the critical range of period for ship's rolling due to the heaving caused by waves. It is shown in Fig. 1.

According to these theories, the author calculated each value for two kinds of fishing boats and discussed their instability.

### I 緒 言

船舶運航者にとって、所要の船舶の航海性能を知ることは、安全航行の遂行に最も必要であるが、之を須知することは非常に困難である。船舶の復原性の安全に関して多くの研究がされている。例えば J. Rahola<sup>1)</sup> は多数の遭難船に関する資料に就いての統計的研究から最小の静的及び動的復原挺を提案し、渡辺<sup>2)</sup> は復原性の安全示数を提唱している。特に、小型航洋船に就いては、加藤<sup>3)</sup> が多くの資料の理論的調査の結果、船に対する適当な標準を定め、之に就いて横傾斜を与える原因として、定常風、突風、旋回による遠心力、舵圧、及び波浪を考え、船の復原性能に対して最も、severe な条件の下に於て、限界線を決定し、この線に就いて船の復原性の適否を判定している。

著者は、之等の静力学的考察に対して、波浪による船の上下動によつて起る GM の週期的変動に伴う横動

揺の安定性を動力学的に研究した。

## II 船の上下動によるGMの変動

船が波浪によつて上下動をする時、波頂に於ける船の水面からの浮上りと、船に対する浮心降下によつてGMの変動が起る。このGMの変動はG. S. Baker<sup>1)</sup>によつて、次の条件に於て与えられている。即ち

- (1) 所要の船は、船の中心線を波頂に平行に航行している。
- (2) 吃水線附近では、側壁が垂直である。
- (3) 船巾の範囲内では、波の傾斜面の曲率は無視出来る。
- (4) 船に排除される水に作用すべき力は、船に対しても作用している。

$$\Delta m = \frac{20hD}{L_w^2} \left\{ 0.42 BM + 0.07D \right\} \dots\dots\dots (1)''$$

$\Delta m$  = GMの変動量,  $h$  = 波高,  $L_w$  = 波長,  $D$  = 船の静的吃水,  $BM$  = メタセンター半径  
 $\Delta m$ は、船が波頂にあるときは負、波底に於ては正、且つ、波頂及び波底で最大値を取る。又前掲条件に於ては、周期的変動をなし、船と波との出会周期に一致する。従つて

$$\Delta m_w = \Delta m \sin pt \quad \text{但し} \quad P = \frac{2\pi}{T_w} \dots\dots\dots (2)$$

$\Delta m_w$  = 船の上下動によるGMの変動

$T_w$  = 船と波との出会周期

次に(1)式を変形して、 $\Delta m$ と波の Steepness 及び船の長さとの関係に就いて考察する。

(i)  $\Delta m$  と Steepness

(1)式に就いて、任意の船の  $D$ ,  $BM$ が決まり、今、 $L_w = L_{pp}$ の場合に就いて、 $X_1 = h/L_w$ (Steepness)と  
おくと、次式を得る。

$$\Delta m = k_1 X_1 \quad \text{但し} \quad k_1 = \frac{20D}{L_{pp}} \left\{ 0.42 BM + 0.07D \right\} \dots\dots\dots (3)$$

(ii)  $\Delta m$  と船の長さ波長比

同様にして、船舶の強度計算に於ける標準波の Steepness, 即ち船の長さに等しい波長で波高がこの  $\frac{1}{20}$ なる波に就いて、 $L_w/L_{pp} = X_2$ と  
おくと

$$\Delta m = k_2 \times \frac{1}{X_2} \quad \text{但し} \quad k_2 = \frac{D}{L_{pp}} \left\{ 0.42 BM + 0.07D \right\} \dots\dots\dots (4)$$

## III GMの周期的変動による船の横動揺

船舶の静水中に於ける無抵抗横動揺の運動方程式は次式で与えられる。

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + W \cdot GM \cdot \theta = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$I$  : 重心を通る縦軸に対する船体質量慣性モーメント

$W$  : 船の排水量

$\theta$  : 鉛直軸に対する船の横傾斜角

(5)式に於けるGMに、船の上下動によるGMの周期的変化を考慮すると、(5)式は次の様になる。

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + w(m + \Delta m_w) \theta = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + w m \left( 1 + \frac{\Delta m}{m} \sin pt \right) \theta = 0 \dots\dots\dots (6)'$$

(6)式は、Mathieu の方程式であるが、之に就いて  $\Delta m_w$ を半周期毎にGMを中心として、 $\pm \Delta m$ 変動すると仮定する。(2)式と比較すればこの仮定は、船のGMの変動に対する考察としては、より severe なものであり、従つて安全性に就いては safe side を取ることを意味する。

故に  $\frac{d^2\theta_1}{dt^2} + \frac{wm}{I} \left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right) \theta_1 = 0 \quad \frac{\pi}{p} > t > 0 \dots\dots\dots (7)$

$\frac{d^2\theta_2}{dt^2} + \frac{wm}{I} \left(1 - \frac{\Delta m}{m}\right) \theta_2 = 0 \quad \frac{2\pi}{p} > t > \frac{\pi}{p}$

$\omega^2 = \frac{wm}{I}$   $\omega_1^2 = \omega^2 \left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right)$   $\omega_2^2 = \omega^2 \left(1 - \frac{\Delta m}{m}\right)$  とおくと、(7)式の解は、

$\theta_1 = A_1 \cos \omega_1 t + B_1 \sin \omega_1 t \dots\dots\dots (8)$

$\theta_2 = A_2 \cos \omega_2 t + B_2 \sin \omega_2 t$

(8)式の係数  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$  及び  $B_2$  を次の様な条件によつて定める。

$(\theta_1)_{t=\frac{\pi}{p}} = (\theta_2)_{t=\frac{\pi}{p}} \quad (\dot{\theta}_1)_{t=\frac{\pi}{p}} = (\dot{\theta}_2)_{t=\frac{\pi}{p}} \dots\dots\dots (9)$

$(\theta_2)_{t=\frac{2\pi}{p}} = s(\theta_1)_{t=0} \quad (\dot{\theta}_2)_{t=\frac{2\pi}{p}} = s(\dot{\theta}_1)_{t=0}$

(8)を(9)に代入すると、

$A_1 \cos \pi \frac{\omega_1}{p} + B_1 \sin \pi \frac{\omega_1}{p} - A_2 \cos \pi \frac{\omega_2}{p} - B_2 \sin \pi \frac{\omega_2}{p} = 0 \dots\dots\dots (10)$

$-A_1 \omega_1 \sin \pi \frac{\omega_1}{p} + B_1 \omega_1 \cos \pi \frac{\omega_1}{p} + A_2 \omega_2 \sin \pi \frac{\omega_2}{p} - B_2 \omega_2 \cos \pi \frac{\omega_2}{p} = 0$

$A_1 s - A_2 \cos 2\pi \frac{\omega_2}{p} - B_2 \sin 2\pi \frac{\omega_2}{p} = 0$

$B_1 s \omega_1 + A_2 \omega_2 \sin 2\pi \frac{\omega_2}{p} - B_2 \omega_2 \cos 2\pi \frac{\omega_2}{p} = 0$

(10)式が常に成立する為には、係数の行列式は零でなければならない。従つて

$$\begin{vmatrix} \cos \pi \frac{\omega_1}{p} & \sin \pi \frac{\omega_1}{p} & -\cos \pi \frac{\omega_2}{p} & -\sin \pi \frac{\omega_2}{p} \\ -\omega_1 \sin \pi \frac{\omega_1}{p} & \omega_1 \cos \pi \frac{\omega_1}{p} & \omega_2 \sin \pi \frac{\omega_2}{p} & -\omega_2 \cos \pi \frac{\omega_2}{p} \\ s & 0 & -\cos 2\pi \frac{\omega_2}{p} & -\sin 2\pi \frac{\omega_2}{p} \\ 0 & s\omega_1 & \omega_2 \sin 2\pi \frac{\omega_2}{p} & -\omega_2 \cos 2\pi \frac{\omega_2}{p} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

之を解くと

$s_2 - 2Ns + 1 = 0 \dots\dots\dots (12)$

但し  $N = \cos \pi \frac{\omega_1}{p} \cos \pi \frac{\omega_2}{p} - \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2\omega_1 \omega_2} \sin \pi \frac{\omega_1}{p} \sin \pi \frac{\omega_2}{p}$

又は

$N = \cos \pi \frac{\omega}{p} \left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \cos \pi \frac{\omega}{p} \left(1 - \frac{\Delta m}{m}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2}} \sin \pi \frac{\omega}{p} \left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \pi \frac{\omega}{p} \left(1 - \frac{\Delta m}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$

(12)式に就いて不安定振動の限界を求める。即ち(9)式より明かな様に、 $|S| > 1$  なるときは、振動は不安定である。又  $S = \pm 1$  従つて  $N = 1$  とおいて  $\frac{\Delta m}{m}$  と  $\frac{\omega}{p}$  の関係を求める(詳細は力学書に依る)と、第1図の如き限界範囲曲線が得られる。 $\omega/p$  に就いては、 $T_s$  を船の横動揺周期、 $T_w$  を船と波との出会周期とすれば、 $T_s = \frac{2\pi}{\omega}$ 、 $T_w = \frac{2\pi}{p}$  であるから  $\omega/p = T_w/T_s$  となる。

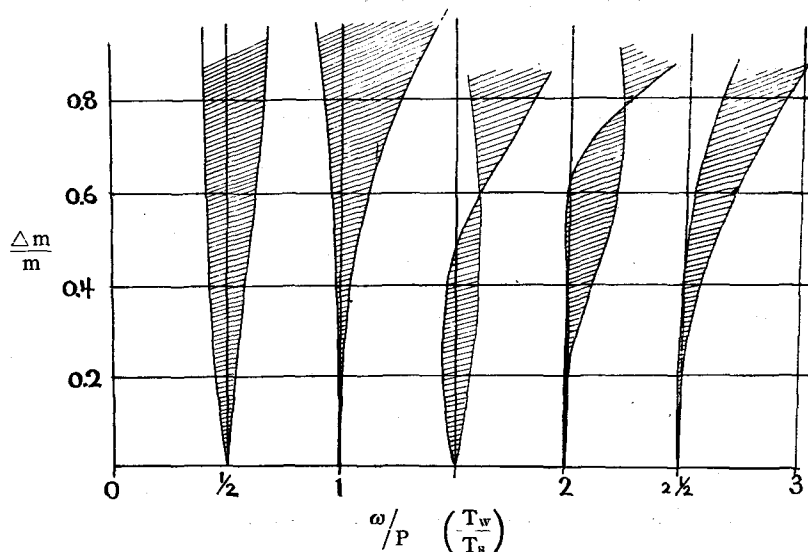


Fig. 1. Diagram for instability of ship's rolling  
 ////: The critical ranges of period for which the instability of rolling motion occurs.

#### IV 漁船に於けるGMの変動

次に、実例について、最近竣工したトロール漁船、第36大洋丸<sup>6)</sup>及び、鮪延縄漁船、第12海王丸<sup>7)</sup>に就いて、その傾斜試験結果を用いて  $L_{pp} = L_w$  の波で、Steeptness 1/20 の場合の  $\Delta m$ 、及び  $\Delta m/m$  を求めると第1表及び第2表となる。

Table 1.  $\Delta m/m$  for No. 36 TAIYO-MARU

Gross tonnage 744,42 tons  
 Length P. P. 54.95 m  
 Breadth 9.50 m  
 Depth 5.09 m

Item No.	1		2	3	4
	Light condition		Full conditions		
Condition			Leaving port	Fishing ground	Arriving port
Mean draft (m)	2.92		3.85	3.93	3.77
BM (m)	2.95		2.28	2.24	2.33
GM (m)	0.587		0.851	0.647	0.531
$\Delta m$ (m)	0.076		0.086	0.087	0.085
$\Delta m/m$ (-)	0.129		0.102	0.134	0.160

BM : Metacentric Radius  
 GM : Metacentric Height  
 $\Delta m$  : The change of GM

Table 2.  $\Delta m/m$  for No. 12 KAIIO-MARU

Gross tonnage 309.64 tons  
 Length P. P. 43.34 m  
 Breadth 7.20 m  
 Depth 3.60 m

Item No.	Condition	1	2	3	4
		Light condition	Full conditions		
			Leaving port	Fishing ground	Arriving port
Mean draft	(m)	1.87	2.97	3.14	2.95
BM	(m)	2.56	1.61	1.53	1.63
GM	(m)	0.70	0.46	0.51	0.51
$\Delta m$	(m)	0.052	0.061	0.063	0.061
$\Delta m/m$	(-)	0.074	0.133	0.123	0.120

更に、 $\frac{\Delta m}{m}$  と  $L_w/L_{pp}$  及び Steepness との関係が (3), (4)式より得られる。即ち 第2, 3, 4 及び 5 図となる。

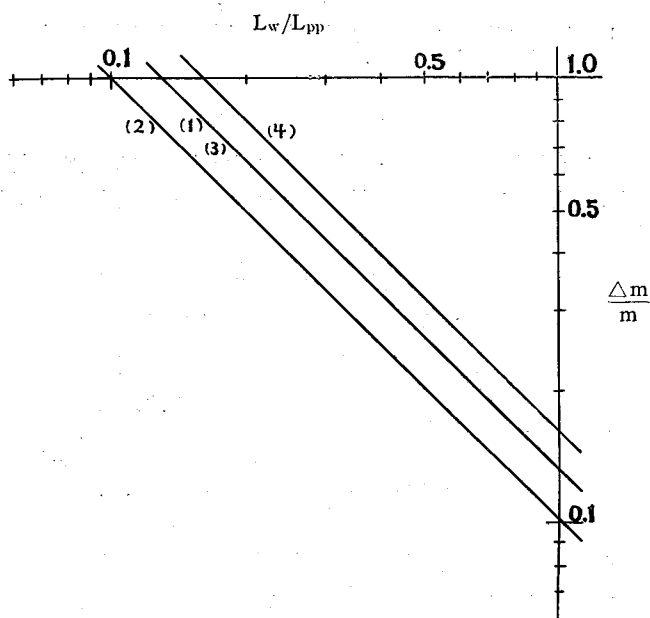


Fig. 2.  $\Delta m/m$  for wave and ship's length ratio, No. 36 TAIYO-MARU

- (1)  $\Delta m/m = 0.13 \times 1 / L_w/L_{pp}$       (2)  $\Delta m/m = 0.10 \times 1 / L_w/L_{pp}$   
 (3)  $\Delta m/m = 0.13 \times 1 / L_w/L_{pp}$       (4)  $\Delta m/m = 0.16 \times 1 / L_w/L_{pp}$

\* Numbers in the parentheses in Figs. 2, 3, 4, and 5 correspond to the numbers in Tables, that is, they indicate ship's conditions.

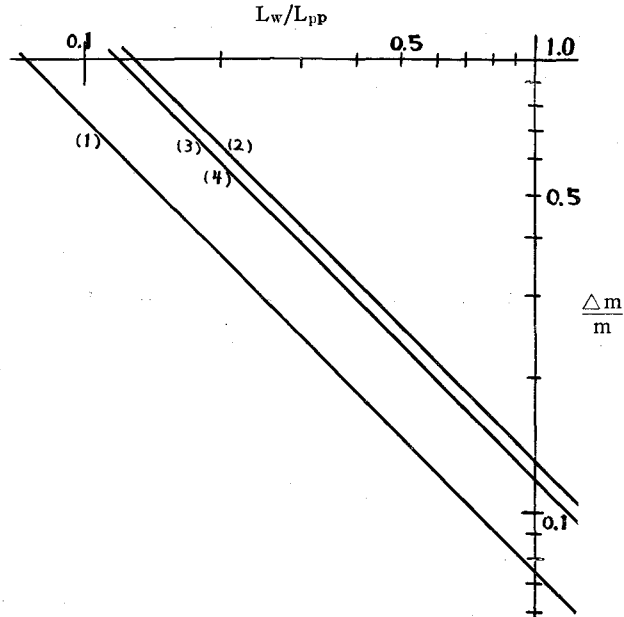


Fig. 3.  $\Delta m/m$  for wave and ship's length ratio, No. 12 KAIO-MARU

- (1)  $\Delta m/m = 0.075 \times 1 / L_w/L_{pp}$       (2)  $\Delta m/m = 0.13 \times 1 / L_w/L_{pp}$   
 (3)  $\Delta m/m = 0.12 \times 1 / L_w/L_{pp}$       (4)  $\Delta m/m = 0.12 \times 1 / L_w/L_{pp}$

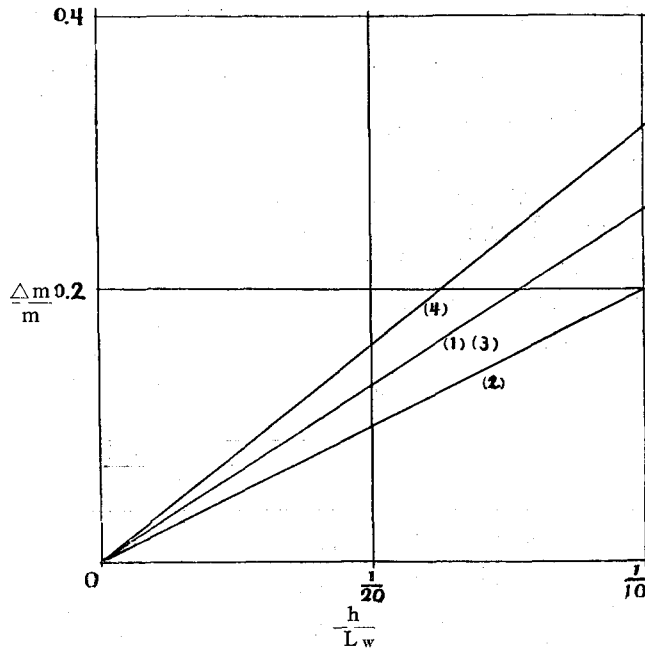


Fig. 4.  $\Delta m/m$  for wave steepness, No. 36 TAIYO-MARU

- (1)  $\Delta m/m = 2.60 \times h/L_w$       (2)  $\Delta m/m = 2.00 \times h/L_w$   
 (3)  $\Delta m/m = 2.60 \times h/L_w$       (4)  $\Delta m/m = 3.20 \times h/L_w$

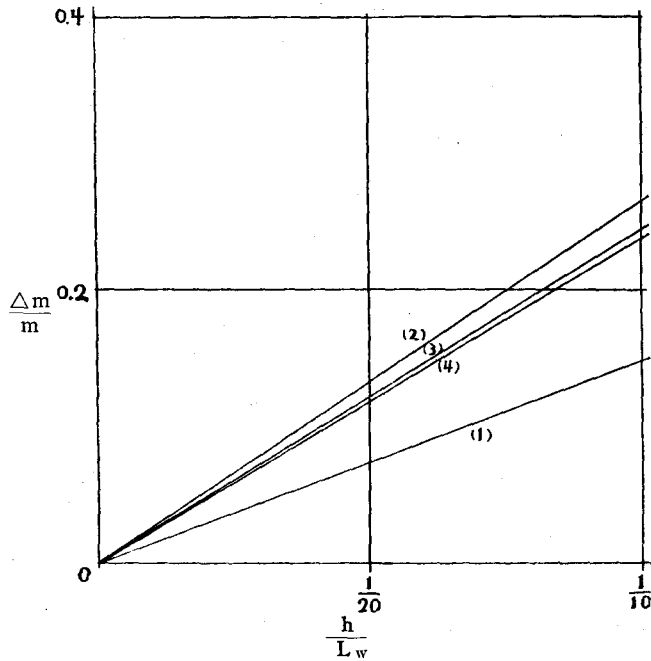


Fig. 5.  $\Delta m/m$  for wave steepness, No. 12 KAIO-MARU

- (1)  $\Delta m/m = 1.49 \times h/L_w$       (2)  $\Delta m/m = 2.65 \times h/L_w$   
 (3)  $\Delta m/m = 2.47 \times h/L_w$       (4)  $\Delta m/m = 2.40 \times h/L_w$

次に、同船の各状態に於ける  $T_s$  を計算する。一般に  $T_s$  は次の諸式で与えられる。

$$T_s = 2.01 \sqrt{\frac{cB}{GM}}$$

但し、 $c^8$  に就いては、

Light Condition に於ては  $c = 0.265n + 0.273$

Full Condition に於ては  $c = 0.170n + 0.229$        $n = D'/B$

鮪延縄漁船では  $D'/D = 1.35$

トロール漁船では  $D'/D = 1.20$

従つて、第3及び4表となる。

Table 3. Rolling period for No. 36 TAIYO-MARU

Item No.	Condition	1	2	3	4
		Light condition	Full conditions		
			Leaving port	Fishing ground	Arriving port
Mean draft (m)		2.92	3.85	3.93	3.77
GM (m)		0.587	0.851	0.647	0.531
c (-)		0.443	0.346	0.338	0.355
$T_s$ (sec)		11.0	7.2	8.0	9.2

$T_s$  : Rolling period of ship



Table 4. Rolling period for No. 12 KAIO-MARU

Item No.	Condition	1	2	3	4
		Light condition	Full conditions		
			Leaving port	Fishing ground	Arriving port
Mean draft	(m)	1.87	2.97	3.14	2.95
GM	(m)	0.70	0.46	0.51	0.51
c	(-)	0.452	0.359	0.344	0.360
Ts	(sec)	8.0	7.6	6.9	7.2

$T_w$ に就ては、IIの(i)で用いた様に  $L_w=L_{pp}$  とすると、今所要の波を トロコイド波とすると、 $T_w$ は次の式で与えられる。<sup>10)</sup>

$$T_w = \sqrt{\frac{\pi}{g} \cdot L_w}$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{g} \cdot L_{pp}}$$

故に、前掲の漁船について  $T_w$  を計算すると、

第36大洋丸に対する  $T_w = 4.2 \text{ sec.}$       但し  $L_w = L_{pp} \approx 55 \text{ (m)}$

第12海王丸に対する  $T_w = 3.6 \text{ sec.}$        $L_w = L_{pp} \approx 43 \text{ (m)}$

一方、波の Steepness に就ては、Stokes 波の最も阻しい限度は Michel によると  $1/7$  であり、観測による最高の波は  $1/8$  であると云われている。<sup>9)</sup> 又航海者が海洋に於て目撃した記録の大浪では  $\frac{1}{10} \sim \frac{1}{11}$  である。<sup>10)</sup> 且つ、多くの資料の結果として波長と Steepness との関係は次式で与えられる。<sup>2)</sup> 即ち第6図となる。

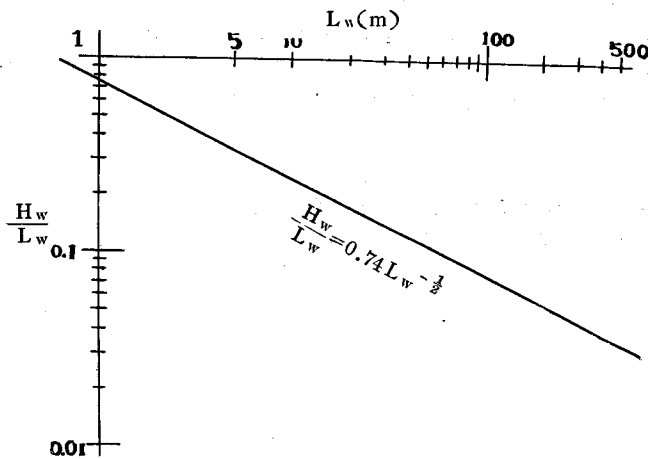


Fig. 6. Wave length and steepness

$$\frac{H_w}{L_w} = 0.74 \frac{1}{L_w^{1/2}}$$

今  $L_w=L_{pp} \approx 55 \text{ (m)}$  及び

$L_w=L_{pp} \approx 43 \text{ (m)}$  において第6図より求めると Steepness  $\approx \frac{1}{10}$  となる。

従つて、以上の諸計算の結果次の事が分る。

(i)  $\omega/p = T_w/T_s$  に就いて

第36大洋丸、第3表に於て  $T_w=4.2 \text{ Sec.}$  として各状態に於ける  $T_w/T_s$  を計算すると Full condition の出港時について、 $T_w/T_s \approx \frac{1}{2}$ 、他の場合には、 $L_w$ の僅少の増減により  $\frac{1}{2}$  に近づく。

第12海王丸、第4表に於て

$T_w = 3.6 \text{ sec.}$  とすると、Full condition 帰港時  $T_w/T_s = \frac{1}{2}$  となる。

第1図より  $T_w/T_s = \frac{1}{2}$  に於て 不安定となることは明かである。

(ii)  $\Delta m/m$  に就いて

第1、及び2表により、即ち Steepness  $= \frac{1}{20}$  なる場合、両船に対して  $\frac{\Delta m}{m} = 0.074 \sim 0.160$  となるから、

第1図に於けるこの  $\frac{\Delta m}{m}$  の範囲では不安定域は狭いが、 $\omega/p = \frac{1}{2}$  及び  $\frac{3}{2}$  で比較的広い範囲をもつ。

Steepness  $= \frac{1}{10}$  とすると、第36大洋丸 第4図(2)に於て  $\frac{\Delta m}{m} = 0.32$  となり最大である。之は、前者に

比して更に広い範囲の不安定域となる。

(iii)  $L_w/L_{pp}$  に就いて

(1)式については、 $L_w > 10 \times D$  を条件としている<sup>4)</sup>従つて、 $L_w/L_{pp}$  の最小値、即ち  $\frac{\Delta m}{m}$  の最大値には限界がある。第36大洋丸、第2図(4)に於て  $L_w/L_{pp} > 0.53$ 、故に  $\frac{\Delta m}{m} < .031$  又、第12海王丸、第3図(2)に於て  $L_w/L_{pp} > 0.43$ 、故に  $\frac{\Delta m}{m} < 0.31$  となり、 $L_w/L_{pp}$  が増大するにつれて  $\frac{\Delta m}{m}$  は減少し、即ち安定となる。

## V 考 察

このGMの変動の復原性能への影響は、緒言に於て既に述べた安全示数又は限界線を提示する際に考慮された最も severe な状態に、更にこの dynamical な GM の変動を合せて考慮することによつて明かにされる。G. S. Baker<sup>5)</sup>も述べている様に、特に漁船の様な GM の小さな場合には、波頭に於て負となり、若し相当期間最大動揺を続け、更に風が加われば、船は危険状態に陥ると考えられる。

実際船舶に於ては、所要の水域を波浪の方向に直角に航行している場合、危険を伴う様な横動揺は針路を変換する等の処置によつて避け得るとも考えられるが、船舶運航者として  $T_s$  を知るにより横動揺の同調を起す如き波の週期を知ることが勿論であるが、更にこゝに論述した様な不安定動揺を伴う波の週期も知つておかねばならない。

## 文 献

- 1) Rahola, J. (1939). *The judging of the stability of ships and determination of the minimum amount of stability.*
- 2) 渡辺恵弘 (1947). 船舶の復原性より見たる安全示数. 造船協会々報 (79), 9—21.
- 3) 加藤 弘 (1951). 小型船の復原性について. 同誌, (83), 95—107.
- 4) Baker, G. S. & Baker, D. M. (1941). The effective wave slope. *Trans. Inst. Nav. Arch.* (83), 1—10.
- 5) ——— (1946). *Ship efficiency and economy.* 2nd Ed. 145p. Liverpool.
- 6) 漁船協会 (1954). 漁船 (71), 37—39.
- 7) ——— (1953). 漁船 (67), 147—152.
- 8) 近藤忠夫 (1954). 漁船の環動半径の推定について. 北大水産彙報 5 (3), 308—312.
- 9) Sverdrup, H. U. & Munk, W. H. (1947). *Wind, sea and swell; theory of relation for forecasting.* 37p. H. O. Pub. 601.
- 10) 物部長穂 (1946). 水理学. 603p. 東京; 岩波.