



Title	結節強度の研究 : .クビレ量の算出
Author(s)	山本, 勝太郎
Citation	北海道大學水産學部研究彙報, 23(2), 94-101
Issue Date	1972-08
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/23473
Type	bulletin (article)
File Information	23(2)_P94-101.pdf



[Instructions for use](#)

結節強度の研究 I. クビレ量の算出

山本 勝太郎*

Studies on the Tensile Strength of the Knot

I. Calculation of the constrictive area

Katsutaro YAMAMOTO*

Abstract

The purpose of this study is to solve the mechanism of the tensile strength of the knot. It has been well known that the tensile strength of the twine or rope decreases at the knot, however there are a few reports in regard to this study.

As one reason for this decrease of tensile strength, the forced constriction at the knot will be considered, namely, as the constriction occurs when the knot is tied up, the sectional area decreases and the stress concentration arises in the place, in consequence the tensile strength decreases. This constriction depends on the dynamic character of the material, the tension and a kind of knot. First in this paper we explain the formula about the problems of two bodies in contact and apply this formula to the contact between a column and a sphere considered both a simple and a foundation to model the knot, and we calculate the constrictive area of the circular rod in tied up.

We have compared the calculated value with the experimental value of the constrictive area for one example, the result did not show good agreement but a similar curve in tendency was obtained.

結 言

結節を作ると、網糸、網等の引張強度が減少することは良く知られている事実である。結節強度機構の理論的説明としては、田内¹⁾の結節における網糸抗張力の減少を屈曲によって解いたものがあるが、結節強度は屈曲だけでなく種々の要因が重なり合って決まるものであろう。その要因の一つとして、結節部が締めつけられることによっておこる強制クビレが考えられる。すなわち、クビレを生ずることによって結節部の断面積が減少し、そこに応力の集中をおこすために強度が減少するのではないかと考えられる。そして、このクビレの大きさは、網糸、網等の材料力学的特性、その時の張力、結節の種類等によって決まるものと思われる。ここでは、結節をモデル化して考えるのに最も単純かつ基礎的と思われる丸棒の巻縮めにおけるクビレ量の算出について計算式を導き一つの例について実験値との比較をおこなった。

稿を進めるのに先立ち、本研究に対し、終始適切なる御助言をたまわった北海道大学水産学部佐藤修助教授、梨本勝昭講師に深甚の謝意を表す。

* 北海道大学水産学部漁具設計学講座
(Laboratory of Fishing Gear Design, Faculty of Fisheries, Hokkaido University)

理 論

一般式の解説 末沢²⁾は Föppl の接触理論を用いて、2個の樽形ローラ $A(r_{11}, r_{12})$ と $B(r_{21}, r_{22})$ が接触し、しかもその軸が互いに θ なる角をなしている場合の両物体の近寄り α を、その時の接触力を P として次式で与えている。ただし $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$ はそれぞれ樽形の凸面の曲率半径および樽形の最大の曲率半径である (Fig. 1. 参照)。

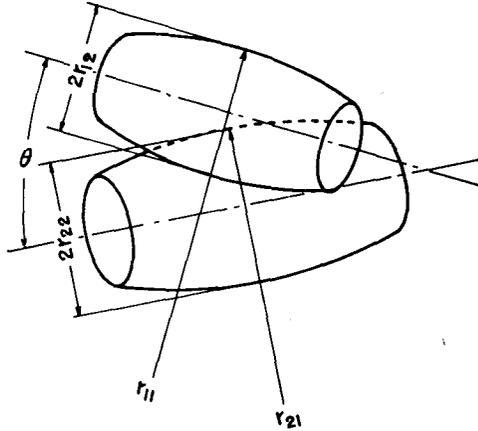


Fig. 1. Illustration of the contact between two cask rollers.

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9}{64} P^2 \frac{I_1^3}{I_2} \frac{\gamma_2}{\pi^2} \left(\frac{m_1 - 1}{m_1 G_1} + \frac{m_2 - 1}{m_2 G_2} \right)^2} \quad (1)$$

上式において m_1, m_2, G_1, G_2 はそれぞれ両物体の材料力学的特性を示すポアソン数、横弾性係数であり、 $(\gamma_1), \gamma_2, I_1, I_2, (I_3)$ は両物体の形状および接触の状態によって以下の式で与えられる常数である。

$$\gamma_1 = \frac{\cos^2 \theta_1}{2r_{11}} + \frac{\sin^2 \theta_1}{2r_{12}} + \frac{\cos^2 \theta_2}{2r_{21}} + \frac{\sin^2 \theta_2}{2r_{22}} \quad (2)$$

$$\gamma_2 = \frac{\sin^2 \theta_1}{2r_{11}} + \frac{\cos^2 \theta_1}{2r_{12}} + \frac{\sin^2 \theta_2}{2r_{21}} + \frac{\cos^2 \theta_2}{2r_{22}} \quad (3)$$

$$I_1 = \int_0^\pi (1 - \kappa^2 \cos^2 \varphi)^{-1/2} d\varphi \quad (4)$$

$$I_2 = \int_0^\pi \cos^2 \varphi (1 - \kappa^2 \cos^2 \varphi)^{-3/2} d\varphi \quad (5)$$

$$I_3 = \int_0^\pi \sin^2 \varphi (1 - \kappa^2 \cos^2 \varphi)^{-3/2} d\varphi \quad (6)$$

ここに $\theta = \theta_1 + \theta_2$ であって

$$\left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{11}} \right) \sin 2\theta_1 = \left(\frac{1}{r_{21}} - \frac{1}{r_{22}} \right) \sin 2\theta_2 \quad (7)$$

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{I_3}{I_2} = f(\kappa) \quad (8)$$

の関係があり, (4), (5), (6), (8) 式中の κ は両物体の接触面を楕円と考えた時の長径 $2k$ と短径 $2l$ から $\kappa^2 = 1 - (l/k)^2$ と書け, $1 > \kappa \geq 0$ である。

末沢は実務上の便を図るため式 (4), (5), (6) の楕円積分を κ の全範囲にわたって数値計算をおこない, その結果を数値表にして示した。Fig. 2. は末沢の与えた数値表から横軸に $f(\kappa)$ をとり縦軸にそれぞれ両物体の近寄り α を計算するのに必要な I_1, I_2 を示したものである。

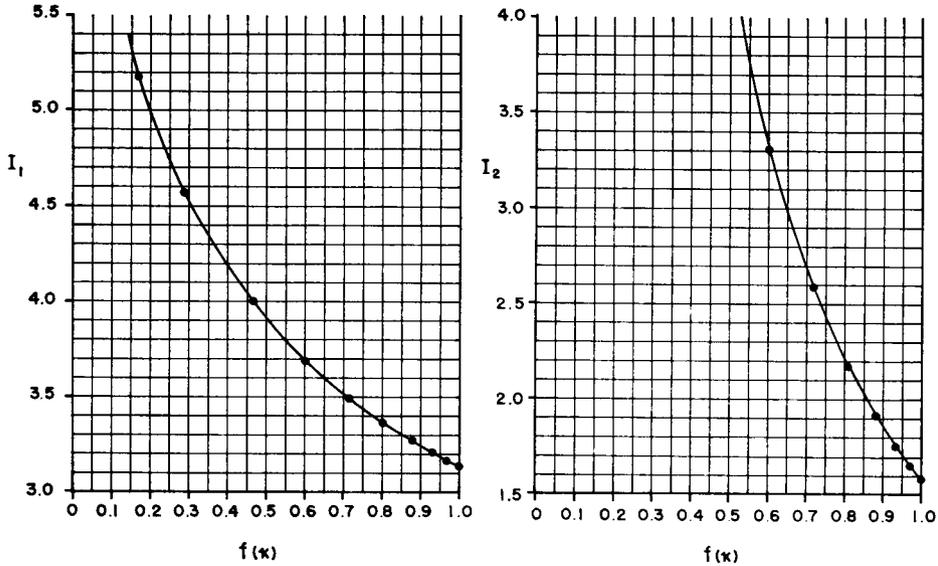


Fig. 2. Values of I_1 and I_2 to $f(\kappa)$.

以上の式より両物体の主要半径 r_1, r_2 と接触力 P およびその関係位置を知って, 両物体の近寄り α を求めるには, (2), (3) 式より γ_1, γ_2 を求め, (8) 式の $f(\kappa)$ を知り, Fig. 2. によって I_1, I_2 を知れば, 後は両物体の材料力学的特性 m, G が判れば (1) 式によって求めることができる。

丸棒の巻縮めへの適用 いま, 丸棒の巻縮めを円柱と球との連続的な接触とみなせば, (1) 式を使って円柱と球との接触による近寄り α を求め, これを円周にそって一回り積分すれば, 丸棒の巻縮めによる断面積の減少量が求まるものと考えられる (Fig. 3.)。

円柱と球との接触の場合 $r_{11} = \infty, r_{12} = R_1, r_{21} = r_{22} = R_2$ とおけば, (2), (3) 式は

$$\gamma_1 = \frac{1}{2R_2}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2} \quad (9)$$

となる。したがって (1), (8) 式は次のようになる。

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9}{64} P^2 \frac{I_1^3}{I_2} \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2} \right) \left(\frac{m_1 - 1}{m_1 G_1} + \frac{1}{m_2 G_2} \right)^2} \quad (10)$$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{I_3}{I_2} = f(\kappa) \quad (11)$$

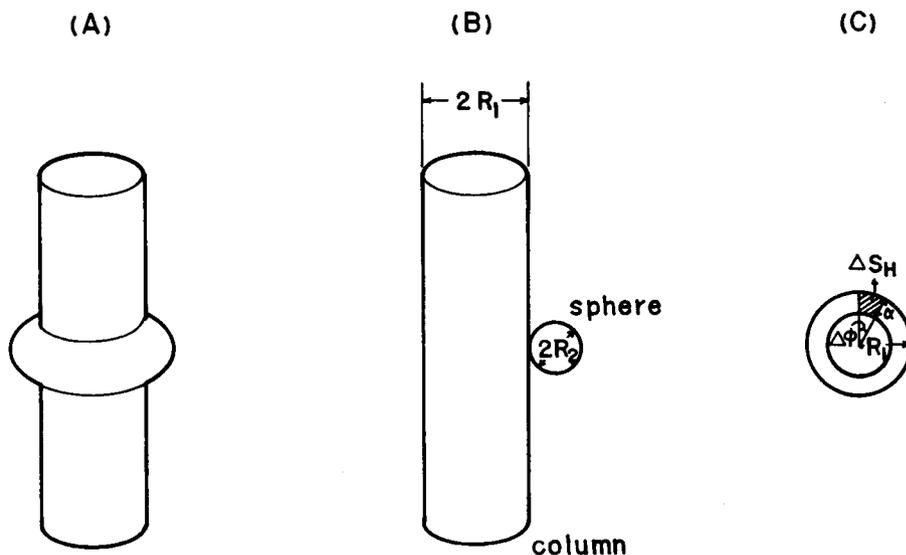


Fig. 3. Explanatory figures for the calculation of constrictive area, (A) shows a circular rod in tied up, (B) shows the contact between a column and a sphere and (C) shows the constrictive area.

(10) 式において、 $G_2 \gg G_1$ とすれず、球の方のつぶれを無視して近寄り α は円柱のつぶれ分を表わすと考えてよい。また、接触力 P を巻締め力 F の関数として $P=f(F)$ とおけば、丸棒の巻締めにおける断面積の減少分 S_H は次のように書ける。

$$S_H = 2\pi R_1 \sqrt{\frac{9}{64} [f(F)]^2 \frac{I_1^3}{I_2} \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2} \right) \left(\frac{m_1 - 1}{m_1 G_1} \right)^2} \quad (12)$$

この断面積の減少分 S_H をクビレ量と呼ぶ。

実 験

材料 実験には玩具屋等で売っている縄とび用のビニール紐を使用した。直径は約 4.81 mm であった。Fig. 4. にこの紐の縦歪と応力の関係を、また Fig. 5. に横歪と縦歪の関係を示す。この2つの図の直線の傾きから、縦弾性係数 E とポアソン数 m が求まる。温度 25°C、湿度 82% でポアソン数 m は 3.25、横弾性係数 G は E から計算すると $162 \times 10^{-3} \text{ kg/mm}^2$ と求まった。

方法 Fig. 6. に示すように、上記のビニール紐に直径 0.69 mm の銅線を一卷きし、 F なる力で両側から引張り、ビニール紐にクビレを作った。この時ビニール紐に張力をかけてできるだけビニール紐が真つ直ぐになるようにした。張力 F に歪計で測定し、クビレ量と直径はクビレ部正面から 35 mm カメラで撮影しこれを読みとった。実験室温度、湿度は 25°C、82% になるよう心がけた。

実験結果と計算値

実験からビニール紐に銅線を一卷きし、 F なる力で両側から引張った場合 (Fig. 6.) のクビレ量をビニール紐と銅線が直角に交わっているものとして求めた。一方、ビニール紐の横弾性係数 G_1 に対して銅線のそれはけた違いに大きい、すなわち $G_2 \gg G_1$ と考えられるから、(12) 式を使ってこの時の

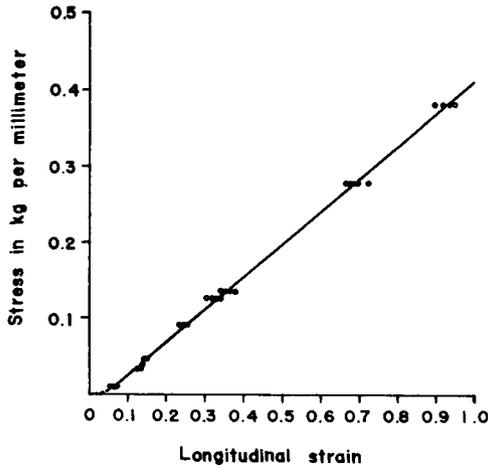


Fig. 4. Relation between the longitudinal strain and stress of the vinyl cord under the experimental room temperature (25°C), humidity (82%).

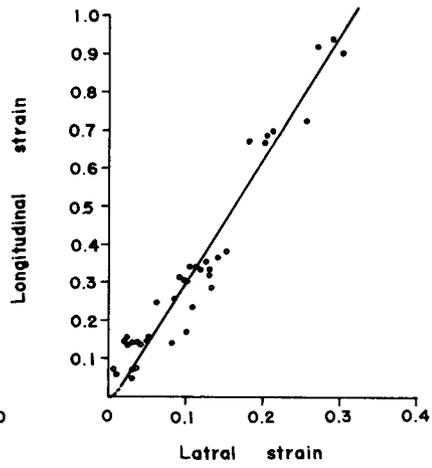


Fig. 5. Relation between the lateral strain and the longitudinal strain of the vinyl cord under the experimental room temperature (25°C), humidity (82%).

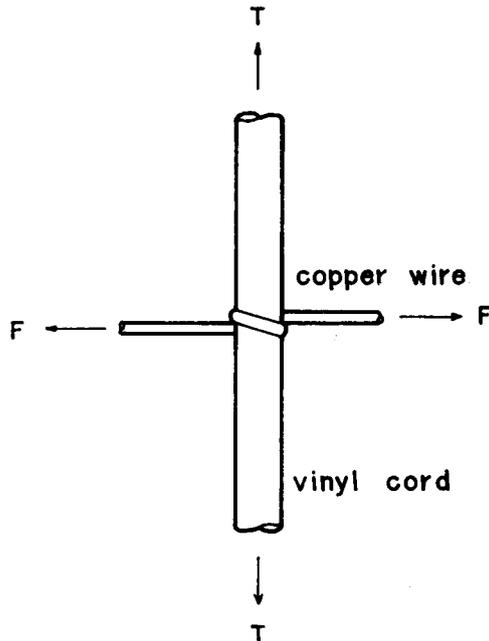


Fig. 6. Illustration of a vinyl cord tied with a copper wire.

クビレ量 S_H を計算によって求めた。この計算方法は、まず (11) 式に実験から読みとったビニール紐の半径 R_1 と銅線の半径 R_2 を代入して $f(e)$ を出し、Fig. 2. の読みから I_1, I_2 を求めた。この時、半径 R_1 はビニール紐を T なる張力で引張っているので、 T が大きくなるにしたがって小さくなって行く。これに対して、銅線の直径は、この実験の張力 F の範囲ではほとんど変化がないものと考え計算を行った。このようにして求めた I_1, I_2 は R_1 の変化にもかかわらず、ほとんど一定の値になったので、ここでは各々の実験範囲での平均をとって $I_1=3.32, I_2=2.03$ として計算の便を計った。また、接触力 $f(F)$ は一般に次式で表わされる。

Table 1. *Experimental values and calculated values of the constrictive area under the experimental room temperature (25°C), humidity (82%).*

No.	S_H Experimental value (mm ²)	F (kg)	$2R_1$ (mm)	$\left\{ (2R_1 F)^2 \left(\frac{2R_1 + 0.69}{0.69} \right) \right\}^{1/3}$	S_H Calculated value (mm ²)
1-1	3.08	1.60	4.13	6.71	4.68
2	4.28	3.20	3.92	10.2	7.13
3	4.47	3.25	3.75	9.82	6.86
4	4.06	3.75	3.34	9.72	6.77
2-1	1.99	1.10	4.48	5.66	3.95
2	3.10	2.00	4.13	7.82	5.45
3	4.65	2.95	3.89	9.55	6.66
3-1	1.33	0.40	4.50	2.90	2.02
2	1.71	0.80	4.06	4.17	2.91
3	2.47	1.40	3.73	5.58	3.89
4	2.62	1.50	3.47	5.46	3.80
5	2.35	2.30	3.21	6.76	4.71
4-1	1.39	0.65	4.55	4.04	2.82
2	2.62	1.25	4.24	5.85	4.08
3	3.49	2.05	3.89	7.53	5.25
4	4.13	3.15	3.69	9.48	6.61
5	4.43	4.00	3.51	10.7	7.16
5-1	2.19	2.00	3.39	6.46	4.50
2	2.19	2.00	3.27	6.27	4.37
6-1	1.75	1.30	4.04	5.75	4.01
2	3.17	2.00	3.77	7.13	4.97
3	3.74	2.65	3.51	8.07	5.63
4	4.32	3.15	3.40	8.77	6.11
7-1	1.66	1.10	4.32	5.46	3.80
2	3.10	1.55	4.02	6.41	4.47
3	3.74	1.90	3.86	7.08	4.93
4	3.54	2.30	3.59	7.53	5.25
5	3.77	2.75	3.54	8.32	5.80
6	3.84	2.75	3.31	7.46	5.20
7	4.05	3.10	3.11	8.00	5.57
8	3.63	4.10	2.96	8.34	5.81
8-1	2.70	2.40	3.56	7.64	5.32
2	3.25	3.00	3.43	8.57	5.97
9-1	2.23	1.65	3.95	6.56	4.57
2	3.11	2.70	3.64	8.45	5.89
3	3.61	3.15	3.48	8.97	6.25
4	3.84	3.60	3.42	9.70	6.76
5	4.40	4.30	3.29	10.5	7.30
6	4.40	4.90	3.13	10.9	7.59

$$f(F) = F\Delta\phi \quad (13)$$

ここに $\Delta\phi$ は $\sin \Delta\phi \approx \Delta\phi$ とおける範囲であるから $\Delta\phi$ を $1/2\pi^2$ radian とおいた。(12) 式に m_1, G_1, I_1, I_2 の値を代入し、また、 $f(F) = F/2\pi^2$ とおいて計算すると (12) 式は次のようになる。

$$S_H = 0.697 \left\{ (2R_1 F)^2 \left(\frac{2R_1 + 0.69}{0.69} \right) \right\}^{1/3} \quad (14)$$

この (14) 式がこの実験のクビレ量を求める計算式である。Table. 1. に実験結果と (14) 式を使って求めたクビレ量の計算値を示す。

考 察

Fig. 7. に示すように計算値の方が、実験値よりもクビレ量はかなり大きく求まった。この原因を考えてみると、まず考えられるのが、丸棒の巻締めにおけるクビレ量を求めるのに、2物体の接触理論を利用することができるかどうか疑問としてあげられる。一般に接触理論は両物体の接触面積の大きさが、その主要半径に比して十分小さいことが前提となっているが、この実験では、接触面積がかなり大きくなっていることが考えられる。また計算値には、ビニール紐と銅線の摩擦を考慮に入れていないことも原因の一つにあげられる。さらには、接触力を与える (13) 式において、 $\Delta\phi$ を大きくとりすぎたために計算値が大きくなったことが考えられる。以上のような疑問に答えるためには、今後さらに種々の材料を使った数多くの実験が必要であり、また本目、蛙叉等の結節にこの接触理論を

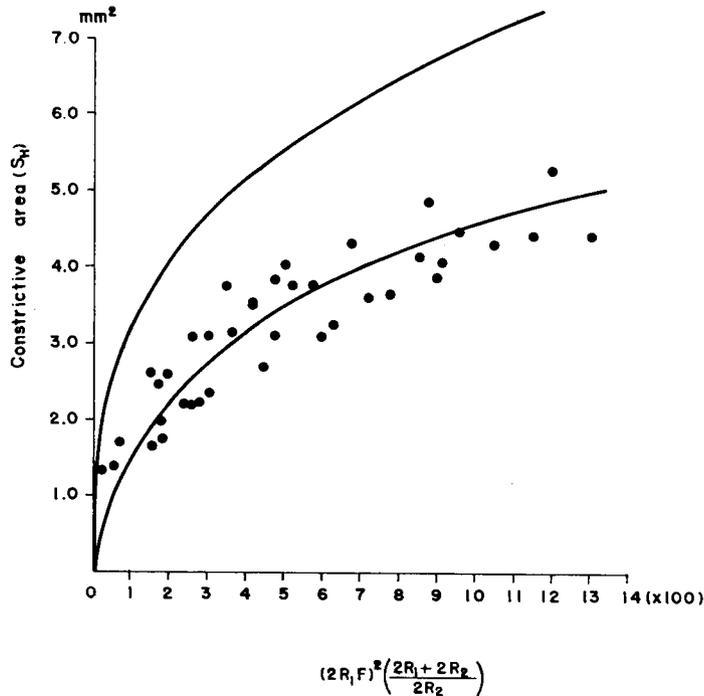


Fig. 7. Comparison between the experimental curve and the calculated curve of the constrictive area.

どのように展開していくか、そしてクビレ量が結節強度にしめる割合はどの程度なのかといった問題は今後に残されている。実験値が計算値と同じような曲線を描くことから、クビレ量が巻締力 F の $2/3$ 乗に比例することは確かであろう。

文 献

- 1) 田内森三郎 (1931). 結節に於ける網糸抗張力の減少. 水講試報 26, 41-51.
- 2) 末沢慶忠 (1950). 樽形ローラーの接触理論. 機械学会誌 14, 12-21.
- 3) 倉西正嗣 (1948). 弾性学. 652 p. 日本機械学会, 東京.
- 4) 鶴戸口英善 (1968). 弾性学. 248 p. 共立出版, 東京.
- 5) H. H. ベズーホッフ (1956). 佐藤常三訳. 弾性塑性論. 412 p. 日刊工業新聞社, 東京.