相対性理論における
パラドックスの若干の解明

宮　脇　一　利

A Solution of A Paradox in Relativity Theory

Kazutoshi MIYAWAKI

目　次

Chapter 1　問題の所在

シュッツが指摘しているように，相対性理論の運動学のところで説明される時間の遅れやローレンツ収縮は，始めて学ぶ学習者や内容をよくわかっていない人にとっては論理的矛盾として考えられることになってしまう[1)]。彼らの疑問をある思考実験に当てはめて表現すると次のようになる。

学習者の考える疑問

宇宙空間中を２つの同じ型のロケットが，ある一定の相対速度ですれちがうとする。この状況で光速度不変の原理と相対性原理とを両方とも矛盾なく成立させるためには，一方のロケットR_1が静止していると考えたとき，もう一方のロケットR_2の中にある時計はR_1の時計に比べゆっくりと時を刻んでいる必要があることはわかった。ところがこのことは逆に言うと，R_1の中にある時計はR_2の時計より速く時を刻んでいるということになるはずである。だとしたらこれは相対性原理に反することになってしまう。というのは，R_2が静止していると考えると，R_1の中にある時計はR_2の時計よりゆっくりと時を刻んでいるのが，観測されるはずだからである。

この疑問は，同様に，ローレンツ収縮にも当てはまるものである。

いくつかのテキストが，この問題点について解答を試みているが，適切に答えているものはない。例えば，上に引用しているシュッツは，時空図を用いてこのパラドックスの解決を行っているが，実際に何が起きているのかについてはほとんど言及を行っていない[2]。また MIT 物理では，ある系に対して速度ｖでそれぞれ反対方向に運動している２つの系を登場させているが，これでは上の学習者の疑問の適切な解答には成り得ない[3]。あくまでもとりあえずは，２つの系の関係で議論されるべきなのである。ところで，この問題点とは少し異なっているが，ドップラー効果についてはヤノシーがかなり実体的な説明を行うのに成功している[4]。

本論は，このような学習者の疑問に対する適切な解答の提示を目的としているのである。Chapter 2 ではこれまでのテキストがどのようにこれに答えてきたのかを例をあげてみた。Chapter 3 では筆者の考える適切な説明例を提示した。Chapter 4 では作り上げられた説明例とこれまでの説明例とが比較され，従来のテキストの問題点を指摘した。Chapter 5 はまとめにあてた。

Chapter 2　今までのテキストはどう説明してきたか？
～ランダウとルメルによって作られた入門書の場合～

ランダウとルメルによるこの点に対する説明[5]を，上の思考実験に適用すると次のようになる。

ランダウとルメルによって作られた入門書に載っている説明

そうではない。なぜならR_1の時計とR_2の時計の時の刻み具合の比較は，全く同等ではない条件のもとでなされていたからである。R_1が静止していると考える場合には，R_1内部の２つの時計とR_2内部の１つの時計を用いて観測がなされていたのである。ところが逆に，R_2が静止していると考える場合には，R_2内部の２つの時計とR_1内部の１つの時計を用いて観測がなされることになる。この場合には，R_1の時計の方がゆっくり時を刻んでいると結論づけられるはずである。

実際この場合には，R_2が静止しておりR_1が動いていると考えてもよい。このように考えても自然法則は変わらないはずである。

簡単に言えば，彼らの説明は相対性原理を適用した説明である。今まで動いているとして説明し

てきたロケットの側からみれば，今まで止まっているとして説明してきたロケットは動いているはずであり，そのように考えても自然法則は変わらないはずであるからというのが彼らの説明なのである。

しかしこれでは説明にならない。学習者は，相対性原理は疑わしいと思っているのであり，その人間に対して相対性原理は正しいのであるからこうなるはずだという説明は誤っている。学習者はなんらかの論理展開によって，相対性原理の成り立っていることが（場面は限定されたものではあるかもしれないが）導かれることを期待しているのに，はじめからその結論であるはずの相対性原理を持ち込まれても説明にはならないのである。つまり，時間の遅れとローレンツ収縮の現象そして同時性の定義とから，相対性原理が成り立っていることを示さなければならないということなのである。

結論を先に言えば，別の基準系で観測した現象と，最初に観測した現象とは異なっており，ただその計測値が全くいっしょになったということなのである[6)]。

Chapter 3　適切な説明

3．1　説明の方針と用語の定義

彼らの疑問を解消させるためには，端的に言えば次のことを明らかにすればよいと考えられる[7)]。それは，

> 動いているロケットR_2は動いているがゆえに，その中の時計はゆっくり時を刻み，そのロケット自身が縮んでおり，その前後で時間がずれていることによって，止まっているR_1の時計がゆっくり時を刻んでいるということになってしまう。

ということである。つまり，動いている物体は縮み，かつその内部時間はゆっくり経過し，前後で時間のずれがあるということを前提にして，相対性原理が確かに成り立っていることを示そうということなのである。ただしこの場合，光速度一定性原理（；「光は座標の定常系をいつも一定の速さｃで伝わる。この光が定常の物体または運動物体から発しても同じである。」）[8)]は，前提の側に入っているものとする。

このことは，ローレンツ収縮についても同様であるが，まず先に時間の遅れに関して以下に説明していく。

なおこれ以後の説明では，R_1が静止している図を描きそれをそのまま用いて，どうしてR_2が静止していると考えるとR_1の内部時間がゆっくり経過していると判断されることになってしまうのかについて説明していくことにする。さらに“実際に同時である”とか“実際に経過する時間”とか“実際の長さ”とか“実際の速さ”とかいうときには，R_1が静止しているとしてデータ処理されたものを指すものとする。また同じ型というとき，それは実際の長さが同じものを意味するのではなく，ローレンツ収縮を計算に入れて実際に静止しているときの長さが同じものを意味していると仮定する。

3．2　場面の設定

まず考察を簡単にするために，ある程度具体的な場面を設定する。図1のア）のようにそれぞれのロケットの先端に時計Ａ，Ｃがあり，それらがすれちがった瞬間に両方とも０秒を指してい

たものとする（この瞬間を時刻0秒とする）。R_1の時計Aと時計Bは両方とも実際に同時進行しているから，この瞬間に0秒を指している。またR_2の実際の速度を$\frac{\sqrt{3}}{2}$（光秒[9]／秒），その実際の長さを$\frac{\sqrt{3}}{2}$光秒であるとする。したがって図1のイ）の状態になるまでに実際に1秒かかることになる。さらにR_1の実際の長さは$\sqrt{3}$光秒のはずであり，時計Cはこのとき$\frac{1}{2}$秒を指しているはずである[10]。そしてさらに，実際に時刻が2秒の時，2つのロケットの位置関係は図1のウ）の状態になる。時計Cはこのとき1秒を指している。またR_2の後端にある時計DはR_2に対して静止している系に同調していると考えると，同時性の定義から図1のア）の時$\frac{3}{2}$秒，イ），ウ）ではそれぞれ2，$\frac{5}{2}$秒を指していることがわかる[11]。このような場面設定から直ちに，時間の遅れに関する無矛盾性は証明されることになる。

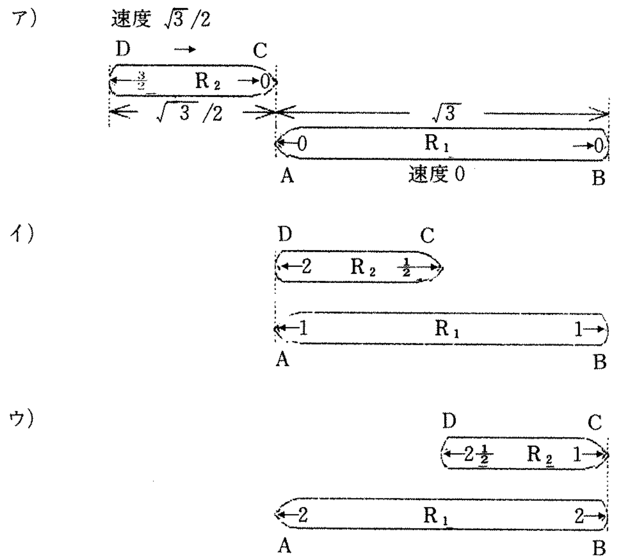

図1　2つのロケットのすれちがっていく様子①（R_1基準系）

3．3　時間の遅れに関する無矛盾性についての証明

図1のウ）とイ）を比べてみて明らかなように，ウ）ではR_1の後端の時計が2秒を示し，R_2の先端の時計が1秒を示しているのに対して，イ）ではR_2の後端の時計が2秒を示し，R_1の先端の時計が1秒を示しているのである。つまりこの点においては，立場が逆になって同じ状況がある時間差を持ちながら作りだされているのである。したがってこのことゆえに，もしもR_1が実際に静止しているにもかかわらず，R_2が静止しているとしてこの現象を記述したとしても何の矛盾も生じないのである。というのは例えば，R_2が静止していると考えた場合，正確な時間表示をしているのはDであり，Aはゆっくりと針を回しているはずであるが，実際に観測してみると確かにDが2秒を指しているときAは1秒を指しているからである。

以上のことからわかったことは，

動いているロケットR_2内の時計はゆっくり針を動かし，そのロケット自身が縮んでおり，その前後で時間がずれているから，止まっているR_1の時計がゆっくり針を動かしていると

いうことになってしまう。

ということである。

3．4 ローレンツ収縮に関する無矛盾性についての証明

次に，ローレンツ収縮においては，どう説明がつくかを述べる。すなわち，今度は，

> 動いているロケットR_2内の時計はゆっくり針を動かし，そのロケット自身が縮んでおり，その前後で時間がずれているがゆえに，止まっているR_1の方が縮んでいるということになってしまう。

ということを説明する。R_2の長さは，例えば図２のウ）の場面において，R_2の先端と後端がR_1のどこの位置とすれちがっているかで測定される。この一連の状況に変化はないにもかかわらず，今度は逆にR_2のほうが静止していると考えて同じようにR_1の長さが測定されるとどうなるのかについて考えてみる。

図２のイ）は，時刻$\frac{1}{2}$秒の時の場面を示しているものである。このときR_1の先端は，R_2のちょうど真ん中の部分とすれちがっており，そのときのその部分にある時計は１秒を指している[12]。またR_1の後端は，時刻２秒の時つまりエ）の時R_2の先端とすれちがっており，そこにある時計の針は１秒を指している。したがってこの一連の状況において，R_2が静止していると考えた場合，R_1の後端がR_2の先端の位置にある瞬間と時を同じくして，R_1の先端はR_2のちょうど真ん中の位置にあると見なされ，R_1の長さは縮んでいると判断されることになるのである。

3．5 さらに複雑な場面の場合

このような説明のしかたは，さらに複雑な場面の説明にも効力を発揮する。速度の加法定理について，今までの説明よりはずっと実体的に説明することができるのである。以下では，ある程度具体的な場面を実際に数値を当てはめて考えてみる[13]。

図３のア）のように，お互いに近づいてきている２つの同じ型のロケットR_1，R_2を考える。それらのロケットの速度は，それぞれ$\frac{5}{13}$，$\frac{3}{5}$（光秒／秒）であるとする。このような状況で，速度の加法定理によって導かれる，R_1とR_2の相対速度は$\frac{4}{5}$光秒となるはずであるが，著者の考えた説明のしかたで実際にそうなっているかどうかを確かめてみる。R_1，R_2と同じ型の静止しているロケットの実際の長さは１光秒としている。イ）及びウ）の状態になるのは，それぞれ実際に$\frac{13}{16}$，$\frac{15}{16}$秒後である。図のア）とイ）とから明らかなように，R_2が静止していると考える場合には，R_1のロケットの先端は$\frac{5}{4}$秒かかって距離１光秒を移動したと解釈されるからR_1の速度は$\frac{4}{5}$（光秒／秒）であるとみなされることになるのである。これは，速度の加法定理によって導かれる値と同一である。同様にしてR_1が静止していると考える場合にも，R_2の速度が$\frac{4}{5}$（光秒／秒）であるとみなされることになるといえる。

速度の加法定理は，このようにしてこれまでの説明よりはずっと実体的に理解されることが可能なのである。

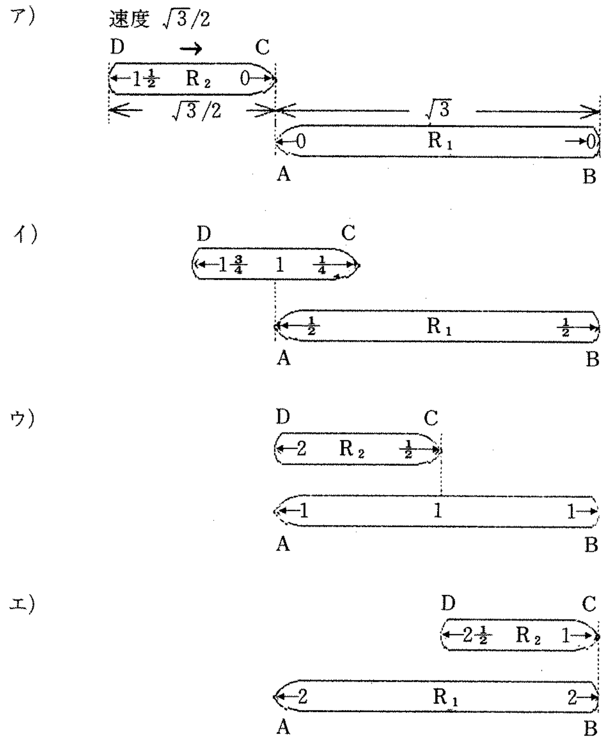

図２　２つのロケットのすれちがっていく様子②（R_1基準系）

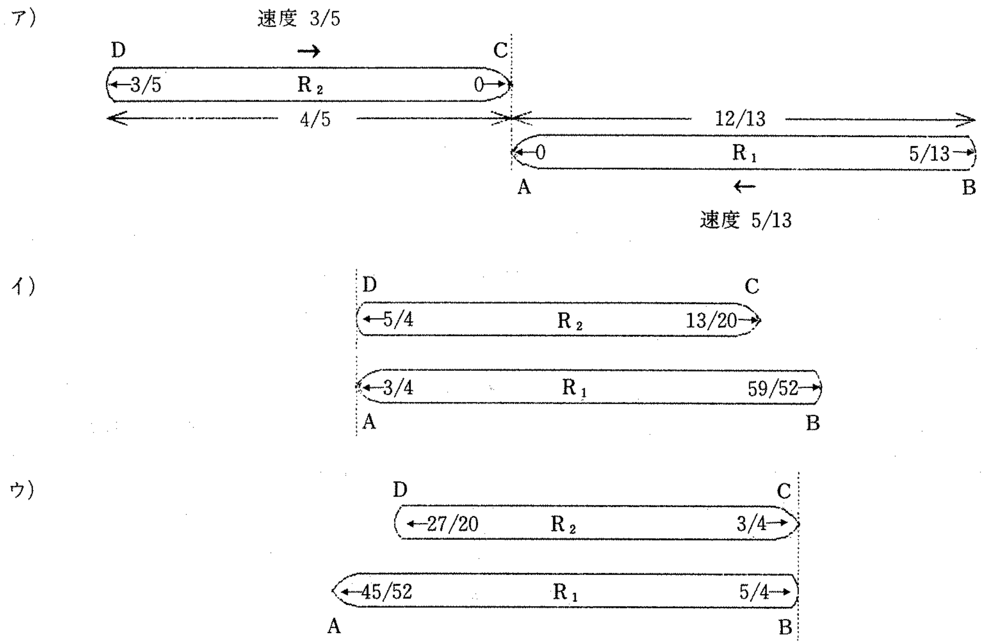

図３　２つのロケットのすれちがっていく様子③（両方とも動いている場合）

Chapter 4　従来のテキストの批判的検討

4．1　『相対論のＡＢＣ』の場合

『相対論のＡＢＣ』[14]においては，ローレンツ収縮は見かけ上そうみえているだけであり，なんらかの圧力とか分子・原子の変形によって起こるのではないと述べられている。しかしこの本の論理展開にしたがってローレンツ収縮の割合を導くと，それは，$\sqrt{1-\beta^2}$ 倍ではなく，（1－β^2）倍になってしまうのである[15]。この問題点を解決するためにはやはり本論で述べているように，動いている物体は縮んでいて時間がゆっくり経過しており前後で時間がずれているがゆえに，止まっている物体は縮んでいると判断されることになってしまうと考えねばならないのである[16]。

確かに，ローレンツ収縮が何によって起こるのかはまだほとんど明らかになってはおらず，原因を見つけ出そうとすることは無意味であるという意見が大半を占めている[17]。しかしだからといって，ローレンツ収縮は見かけ上のものであるにすぎないという見解は誤っている。

4．2　MIT 物理．『特殊相対性理論』の場合

MIT物理の『特殊相対性理論』[18]では，本論とある程度似たやり方で，時間の遅れの現象の完全な対称性を導き出そうと試みられている。がしかし，動いている物体は縮んでいて時間がゆっくり経過しておりその前後で時間がずれているという前提が曖昧であるために，かなり複雑でわかりにくいものになってしまっている。このテキストで用いられている場面では，ある系に対して速度ｖでそれぞれ反対方向に運動している２つの系が登場している[19]が，先に述べたように時間の遅れの現象が対称であることはある座標系とそれに対して運動しているもう一つの系を考えれば十分であり，その方がずっと本質をついた理解がえられかつそれ故にわかりやすいものであり，あえてこのような３つの系で考える場合でも本論のやり方のほうがずっと適切なものと言える。

4．3　『やさしい相対性理論』の場合

『やさしい相対性理論』[20]で用いられている絵（p.213）は，列車が動いているにもかかわらず，そこの長く連なった車両中の時計の針はすべて同じ時刻を指してしまっている。これは不適切である。

4．4　『おもしろい相対性理論』の場合

『おもしろい相対性理論』[21]では地球に固定した座標系Ａで測った値と地球に対してある一定の速さで動いている宇宙船に固定した座標系Ｂで測った値とが，その場面を説明する図とともに並列して載せられており（p.72），ロケットの長さはそれぞれ別の長さで描かれている。がしかし，この場合時間と空間を測る基準尺度を変えたからロケットの長さは異なった値になっているだけであり，ロケットの実際の長さそのものが変化しているわけではないのであるから，異なった長さで描くというのは誤解を招きやすいように思われる。本論で述べたように，描く長さを変えることなく，なぜ別の座標系が静止していると考えると長さが短くなっていると判断されることになるのかを説明できるのであるから，このような書き方は不適切である[22]。

Chapter 5 おわりに

初学者にとってパラドックス的であるところの時間の遅れやローレンツ収縮の現象に対して，それらの現象と同時性の相対性とから相対性を導くことによって，彼らの疑問を解消させることのできる説明例の作成を試みた。それは，基準座標系を変えたときに説明するための図もいっしょに変えてしまうのではなく，説明するための図は変えずに基準座標系を変えた場合にどのように種々の量が観測されるのかを説明するという形式をとることによって得られた。また，このような説明のしかたはさらに複雑な場面の説明にも効力を発揮した。速度の加法定理について今までの説明よりはずっと実体的に説明することができるということもわかった。

実は本論で行っていることは，ある意味でローレンツ変換そのものの実体的な説明になっている。これまでの多くのテキストおよび入門書は，相対性原理をあまりにも前面に押し出しすぎていたために，ある座標系を一貫して静止座標系において何の矛盾もなく，実際の場面ですべて説明がつくということを明確にしてこなかったのである。このことを明らかにしたという点で，本論は大きな意味を持っていると言える。

また，このような時間の遅れやローレンツ収縮の解釈は，相対論をかなりわかりやすくするだけではなく，さらに新たなる疑問を学習者にもたらすことになるように思われる。それは，止まっている物体が動きはじめるときつまり加速度運動の際に，時間尺度の変化やローレンツ収縮の過程はどのようにして起こっているのかということである。これについては，ヤノシーが熱力学的な現象を例に上げ興味ある見解を述べているが，それ以上の研究はまだなされていないようである[23]。さらに，加速度変化の際に何が起きているのかということも非常に重要になってくる。相対性理論の本質的な理解は，時間尺度の変化過程や収縮の過程がなんらかの実体的イメージとともに理解されてはじめて得られるものであるように思われる。著者はこれを作り出すことを当面の目標に研究を続けている。

本研究は，北海道大学教育方法学研究室自然科学教育グループの研究活動の一環として行われた。ただし，もちろん本論文の全責任は筆者にある。

Chapter 6 註および引用文献

註1　シュッツ著　江里口良治・二間瀬敏史訳：相対論入門（上）特殊相対論（丸善，1988）.
なお，本論文で用いている専門用語に関しては，ほとんどの場合，このテキストを参考にした。

註2　同上

註3　A．P．フレンチ著　平松惇監訳：MIT 物理特殊相対性理論（培風館，1991）

註4　L．ヤーノシー著　宮原将平・宮原恒昱訳：物理的相対性理論（講談社，1974）

註5　いわゆる「時間の遅れ」と「ローレンツ収縮」の説明について，この入門書は他のものと比べてかなりわかりやすく適切なものであると思われる。ところが，本文で述べているところの学習者の疑問の解決は，適切にはなされているとは言えない。
ランダウ＝ルメル＆ジェーコフ著　鳥居一雄・広重　徹・金光不二夫訳：相対性理論入門（東京図書，1978）.

註6　この部分までは，ランダウとルメルの説明は適切なのであるが，彼らは成分表示系を変えることなく，この一見奇妙なことがはっきりと解決されるということを明らかにはしていないのである。

註7　ここで述べられている説明は，シュッツが基準系を変えることなく一つの4次元時空図の中で行

なったものをある思考実験の中で説明し直したものである（註1の文献と同じ)。

註8　アインシュタインの相対性理論についての第一論文での定義を用いた。
アインシュタイン著　湯川秀樹監修：アインシュタイン選集1（共立出版，1971）p.23.

註9　1光秒とは，真空中で光が1秒間に進む距離を意味している。したがって，1光秒は約30万kmである。

註10　R_2の実際の長さは，R_2が静止しているときに比べ，速度をβ（光秒／秒）として，$\sqrt{1-\beta^2}$ 倍になっており，R_1とR_2は同じ型の（：実際に静止しているときの長さが同じ）ロケットであることから，R_1の実際の長さは$\sqrt{3}$ 光秒であることがわかる。また，R_2の内部時間は$\sqrt{1-\beta^2}$ 倍になっているはずだから，実際に1秒経過したとき，R_2の時計は，$\frac{1}{2}$秒しか経過していないと判断されるのである。

註11　Appendix A参照

註12　Appendix B参照

註13　Appendix C参照

註14　福島肇著：相対論のＡＢＣ（講談社，1992）
なお，大槻も同じような見解を述べている。
大槻義彦著：相対論における剛体と質点（数学セミナー，10，pp.72-73，日本評論社，1992）

註15　Appendix D参照

註16　Appendix D後半部分参照

註17　シュテインマン著　水戸巌訳：空間と時間の物理学（東京図書，1991）p.122.

註18　註3の文献と同じ

註19　Appendix E参照

註20　V．スミルガ著　林一訳：やさしい相対性理論（ダイヤモンド社，1976)

註21　林一著：おもしろい相対性理論（東京図書，1991)

註22　かなり多くの本が，このような書き方をしている。例えば，
ヤ．ペ．テルレツキー著　中村誠太郎監修　林昌樹訳：相対性理論のパラドックス（東京図書，1989)
W．リンドラー著　小沢清智・熊野洋訳：特殊相対性理論（地人書館，1989)
ゲ．ペ．アベリヤノフ著　小出昭一郎監訳　中島のり子訳：わかる相対性理論（東京図書，1989)

註23　註4の文献と同じ

Appendix A　時計Dは時計Cとどれだけずれているか？

運動しているロケットR_2において先端と後端にある2つの時計（それぞれC，Dとする）は，R_2に対して静止している系に同調しているときどれだけずれているかをみていくことにする。光を時刻0秒にCのところから出してDで反射させ，Cのところに戻ってくるように装置を組み立てておく。速度をβ（光秒／秒)，R_2の実際の長さをL光秒とすると，光がCD間を往復するのにかかる時間は

$$\frac{L}{1+\beta}+\frac{L}{1-\beta}=\frac{2L}{1-\beta^2}\ (\text{秒})$$

である。ところがR_2の中にある時計の針は$\sqrt{1-\beta^2}$ 倍だけゆっくりと進むから，帰ってきた時に時計Cの指している時刻は $\frac{2L}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 秒ということになる。したがってこの状況で，同時性の定

義に基づいて時計Cと時計Dとが同時化しているためには，光がDに来た瞬間にその針が $\frac{L}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 秒を指していればよいのである。またその瞬間に時計Cは何秒を指しているかというと，光がCからDへいくまでの時間は $\frac{L}{1+\beta}$ 秒であることから，Cの針はゆっくり回っていることを考慮して，$\frac{L\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta}$ 秒を指していることがわかる。

以上のことから後端の時計Dは先端の時計Cより常に

$$\frac{L}{\sqrt{1-\beta^2}}-\frac{L\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta}=\frac{\beta L}{\sqrt{1-\beta^2}}\ (秒)$$

先を指していると言える。ここで，$\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$L=\frac{\sqrt{3}}{2}$ を代入して，本論での時計Dの指している値は時計Cより $\frac{1}{2}$ 秒先を指しているということが導き出されるのである。

Appendix B　時計Aがｔ秒を指しているときそれとすれちがっているR_2内部の時計は何秒を指しているか？

時計Aがｔ秒を指しているとき，それとすれちがっているR_2内部の時計は何秒を指しているか？というのがここでの課題である。ｔ秒経過したとき時計Aとすれちがっている部分は，速度を β（光秒／秒）として，R_2の先端から βt 光秒後ろのところである。

このことと Appendix A からの考察，つまり先端からL光秒離れた地点は，先端の時計より $\frac{\beta L}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 秒先を指しているということとにより，この部分にある時計は時計Cより $\frac{\beta(\beta t)}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 秒先を指していることがわかる。したがって時刻ｔ秒のとき，時計AとすれちがっているR_2内部の時計は

$$t\sqrt{1-\beta^2}+\frac{\beta^2 t}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{t}{\sqrt{1-\beta^2}}\ (秒)$$

を指しているのである。ゆえに，時刻 $\frac{1}{2}$ 秒のとき時計AとすれちがっているR_2内部の時計は１秒を指していることがわかるのである。

Appendix C　さらに複雑な場面についての説明

図３と同じような状況でお互いに近づいている２つの同じ型のロケットR_1，R_2を考える。以後の説明によって速度の加法定理の意味が得られる。それらのロケットの速度はそれぞれ α，β（ただし，$\beta>\alpha$）（光秒／秒）であるとする。ロケットR_1，R_2は同じ型のものであることから，実際に静止している同じ型のロケットの長さをLとして，R_1の長さは，$L\sqrt{1-\alpha^2}$，R_2の長さは，$L\sqrt{1-\beta^2}$ であるといえる。議論を簡単にするために，２つのロケットの先端がすれちがった瞬間にそれぞれの先端にある時計A，Cは０秒を指していたものとする。このときそれぞれのロケットの後端にある時計B，Dはそれぞれ，Appendix Aの考察から αL秒，βL秒を指していることがわかる。

さてこのような場面でR_1の先端とR_2の後端がすれちがうのは

$$L\sqrt{1-\beta^2}\div(\alpha+\beta)=\frac{L\sqrt{1-\beta^2}}{\alpha+\beta}$$

秒後である。このとき時計Dは時間の遅れおよび先端と後端との間の時間のずれを計算に入れて

$$\frac{L(1-\beta^2)}{\alpha+\beta}+\beta L=\frac{(1+\alpha\beta)L}{\alpha+\beta}\ (\text{秒})$$

を指している。したがってR_2が静止していると考える場合にはR_1のロケットの先端は $\frac{(1+\alpha\beta)L}{\alpha+\beta}$ 秒かかって距離Lを移動したと解釈されるから，R_1の速度は $\frac{\alpha+\beta}{1+\alpha\beta}$ （光秒／秒）であるとみなされることになるのである。

同様にしてR_1が静止していると考える場合にも，R_2の速度が $\frac{\alpha+\beta}{1+\alpha\beta}$ （光秒／秒）であるとみなされることになるといえる。

速度の加法定理は，このようにして，これまでの説明よりは，ずっと実体的に導き出すことができるのである。

Appendix D　ローレンツ収縮についての福島の説明とその問題点

彼のローレンツ収縮についての説明は，簡単にいうと次のようになっている（図４参照，参考文献中では，p.107．図4-1)。

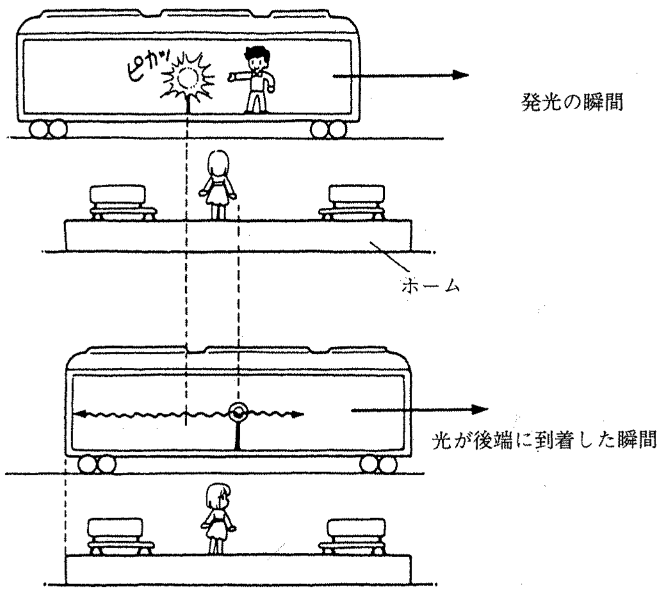

図４　『相対論のＡＢＣ』で使われている図
長さの相対性。動太くんの測定を静子さんの
「静止系」から見たようす

走っている列車を止まっていると考えたときに，実際に止まっているプラットホームは縮んでいると判断されることになる。なぜかというと，動いている物体の中央で光った光はその列車の先端と後端に同時には到達せず，その時間差の分だけ列車が動いてしまうため，プラットホームの長さは実際より短かめに判断されるからである。

しかしこの彼の解釈では，これによってプラットホームは列車の速度を β（光秒／秒）として（$1-\beta^2$）倍になっていると判断されることになるはずなのである。その理由をこれから説明する。

光が列車の中央から飛び出した瞬間を時刻０秒とし，列車の長さとプラットホームの長さを両方ともＬ光秒とすると，光が列車の後端に達する時刻は，$\frac{L}{2(1+\beta)}$ 秒であり，先端に達する時刻は，$\frac{L}{2(1-\beta)}$ 秒である。したがって，その時間差は，

$$\frac{L}{2(1-\beta)}-\frac{L}{2(1+\beta)}=\frac{\beta L}{1-\beta^2}\ (\text{秒})$$

ということになり，その間に列車は $\frac{\beta^2 L}{1-\beta^2}$ 光秒先に進むことになる。したがって列車の後端に光が届いた瞬間に，その部分とプラットホームの先端とがすれちがっていたとすると，列車の先端に光が届いた瞬間にその先端部分はプラットホームの後端からさらに $\frac{\beta^2 L}{1-\beta^2}$ 光秒離れた場所とすれちがっていることになるのである。よってこの地点はプラットホームの先端から

$$L+\frac{\beta^2 L}{1-\beta^2}=\frac{L}{1-\beta^2}\ (\text{光秒})\ \cdots\ (*)$$

離れた地点ということになる。ということは動いている列車を止まっていると考えるとこの長さがＬ光秒であるとみなされ，プラットホームの長さは実際の長さの（$1-\beta^2$）倍であるとみなされるはずである。

ところが相対論においては，この場合プラットホームの長さは実際の長さの $\sqrt{1-\beta^2}$ 倍になると主張されているのである。福島の論理は誤っている。

この問題を解決するためには，動いている列車は，$\sqrt{1-\beta^2}$ 倍になっていると考えなければならない。そうすると列車の長さは $L\sqrt{1-\beta^2}$ になっているということになり，式（＊）のＬは $L\sqrt{1-\beta^2}$ に書き換えられ，結果的にプラットホームの長さは $\sqrt{1-\beta^2}$ 倍になるとみなされることになる。すなわちこのように考えてはじめて正しい説明となるのである。

Appendix E　時間の遅れの現象の対称性についての MIT 物理での説明

MIT 物理においてなされている説明は，簡単にいうと次のようになっている（図５参照，参考文献中では，p.109．図4-8)。

> 系Ｓ″が静止しているとして，速度ｖでお互いに反対方向に運動している系ＳとＳ′があり，それらにはそれぞれ運動方向に等間隔に並べられ同時性の定義に基づいて調整された時計群があるとする。各系における一連の時計は必ず隣の時計に比べて，ある時間だけずれて時を刻んでいるはずである。ここでは話を簡単にするためにそれを１秒であるとする。この状況で系Ｓが静止していると考えてデータ処理される場合と，系Ｓ′が静止しているとして行われる場合とでは全く同じ結果がえられる。したがって相対論は真に相対的である。

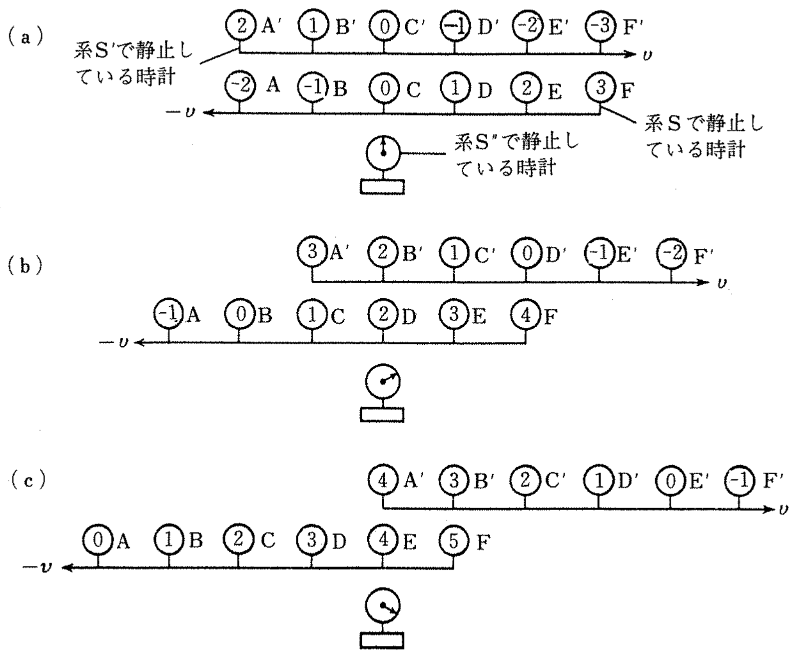

図5　MIT 物理『特殊相対性理論』で使われている図　系S″に関して，反対向きの速度で運動する2列が別々に調整された時計。図(a)，(b)，(c)は系S″で続いた3つの時間に，観測される時計の読みを示す

ところが，本論で述べたように，相対論が真に相対的であるということの例は静止系も含めた2つの系を考えるだけで十分であり，3つの系を用いる必要はないのである。もし3つの系をあえて使うのなら，本論の Appendix Cのようにするべきである。そうしないと相対論の理解にとって大切な部分を見過ごすことになってしまう。明らかに本論の例の方が適切であるように思われる。