HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	調整費用モデルの展望と問題点 : 企業の投資理論(1)
Author(s)	酒井, 徹
Citation	北海道大學　經濟學研究, 24(3), 107-124
Issue Date	1974-09
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/31296
Type	bulletin (article)
File Information	24(3)_P107-124.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

調整費用モデルの展望と問題点

— 企業の投資理論(1) —

酒井　徹

目　次

はじめに
〔1〕 代理利潤関数
〔2〕 調整費用モデル
〔3〕 一般的生産関数モデル：ノート
付　記

はじめに

マクロ的投資関数を企業の主体的行動理論から裏付ける試みが新古典派の経済学者特にジョルゲンソン等によって行なわれてきた。彼等は実証分析の方面でも精力的に仕事をしてきており，その成果として「伸縮的加速子」タイプの投資関数

$$\dot{K}(t)=\gamma[K(t)-K^*(t)],\quad -1<\gamma<0$$

を計測し，これがきわめて高い統計的適合度を示すことを確認している。しかしながら，上の調整メカニズムは ad hoc に仮定されており，新古典派企業理論による裏付けを持っていない。それ以上に問題視されるのは，このad hoc な仮定が企業の利潤極大化行動とまったく矛盾するという事である。

こうした理論と実証のギャップを埋める試みとして導入されたのが「調整費用」である。アイスナーとストロッツは資本ストックの調整に伴うコストを明示的に入れ，企業の最適化行動により同様の投資関数をはじめて導出した。彼等のモデルは凸の投資費用を想定するが，その理由として，(1)資本財市場が不完全であること，(2)企業が投資活動をおこなう場合には資本財購入

費の他に投資活動それ自体に費用がかかること，をあげている。このような時には資本ストックの調整が早ければ早い程高い費用を負担しなければならないから，むしろ調整を遅らせることが企業にとっての合理的行動となるであろう。この時には望ましい投資水準という概念だけが意味をもつものであって，望ましい資本量はまったく無意味なものとなってくる。

調整費用は資本の固定性を明示する，と良く言われている。この固定性とは平たく言えばモビリティの欠除に他ならない。新古典派理論は資本財市場の完全性と資本のモビリティを仮定しているから，投資費用は比例的資本財購入費だけである。従って現実の資本量が望ましい資本量を下回る場合には所望されるだけの資本が即座に調整され，その後の調整は論理的に不合理となる。

要するに，新古典派の企業行動からは資本需要を引き出すことは可能であるが，この資本需要から投資需要を導きだすことができない。また，新古典派の想定する企業の目的とは短期的な代理利潤の極大化行動を指しており，「初期時点の所与の資本ストックに対して企業の現在価値を極大にする」ような異時的最適化行動とは異なる。たとえ調整費用モデルと同一の動学的目的関数＝企業の現在価値を採用したとしても企業の最適化行動は静学的な利潤の極大化に帰着し，従って望ましい資本量の導出にとどまるであろう。第〔1〕節はこの点を少し立ち入って考察している。

「調整費用が資本の固定性を明示する」との主張に対しては筆者自身疑問なしとしない。資本の固定性即モビリティの欠除と考えるならば，従来の調整費用モデルは決してその事を明示するために調整費用を想定しているのではない事は先述した(2)の理由より明らかである。ちなみに，調整費用の内容をみるならば，これは企業の投資活動に伴って必要とされる調査をはじめとし，設備機械のレイアウトの変更，労働者の再訓練等に要する資源や労働力の費消であるとされる。一方，資本の固定性とは，工場建設，設備機械の据え付け等，調整のために必ず時間的経過(delivery lag)が必要となる事を示すものであるとすれば，この限りでは資本の固定性と調整費用は無関係であると

いえよう。

調整費用と資本の固定性をうまく結びつけるには，例えば，企業がモビリティを獲得するために付加的費用を支払う，と想定しなければならない。しかしこのような外部費用としての調整費用を考えているモデルはほとんどない。以下の第〔2〕節において我々が採用するモデルはこの点の考慮をしている。しかし従来の調整費用モデルの基本的性格はすべて保持される。

企業の投資活動それ自体の費用は foregone output の失なわれた価値で測られる。いま生産プロセスと投資プロセスが分離しており，後者のプロセスが労働の限界生産力を変化させることがなく純粋に産出量消耗的であること，が従来の（内部）調整費用モデルの想定であった。しかしながら生産プロセスと投資プロセスが給合的に要素を使用すると考える方がより合理的であろう。従って投資活動が盛んになれば労働の限界生産力は変化しなければならない。第〔3〕節はトレッドウエイが使用した分離不可能な調整費用モデル（一般的生産関数モデル）のノートである。このモデルの立ち入った考察は他日を期したい。

本稿は最近の調整費用モデルの展望であると同時に，動学的企業理論への序論となる。今日，調整費用は企業の設備投資のみならず労働の調整，生産技術の変更，広告支出，研究開発，等の動学モデルにおいて広く用いられるようになった。こうした方向に経済学が指向して来た背景には，要素市場の不完全性，モビリティーの欠除，マレアビリティーの欠除，制度的慣習的摩擦，環境の変化に対する経済主体の反応の遅れ，諸々のラッグの存在等の現実認識がある。しかしながら筆者が恐れるのはそれらのモデルがともすれば現実性という名目から調整費用というひとつの分析用具に多大の負荷をかけすぎはしないかという事である。そのような意味からも，新しい分析用具の開発は急務である。

最後に，貴重なアドバイスをして下さった小林好宏，白井孝昌のお二人に感謝します。

記号の約束

I：粗投資量，$\dot{K}$：資本純増分，K：資本ストック
L：労　　働，X：生　産　量，β：減価償却率
γ：利　子　率，w：賃　金　率，q：資本財価格
p：生産物価格

〔1〕 代理利潤関数

新古典派企業理論が静学的である原因は，線型の資本財購入費以外のいかなるタイプの調整費用も考慮の外におくところにあるのであって，目的関数が毎時点の「代理利潤関数」surrogate profit function をはじめから目的関数として採用するからではない。以下に分析するように，企業の現在価値を目的関数にしたとしても，結局，新古典派の想定のもとでの企業の問題は「代理利潤関数」の極大化に帰着してしまう所に，新古典派企業理論が静学から脱却できない理由があるのである。この点を少し立ち入って見てみよう。

1.　企業の制約条件

まず，資本蓄積の状態方程式を次のように定義する。

$$\dot{K}(t)=I(t)-\beta K(t),\quad I\geq 0 \quad\cdots\cdots(1)$$

すなわち，投資支出は非負であるとすれば，ある時点における資本ストックの純増分はその時点の粗投資量から資本ストックの減耗補塡分を差し引いたものと定義される。ここで注意すべきことは粗投資量に上方からの制約がない事である。従って，資本蓄積に対する制約がこれだけであれば，一定の資本財価格を支払うことによって幾らでも資本財を購入かつ据付ける事ができる。ジョルゲンソンはその他の制約条件として初期時点における資本ストック

$$K(0)=K_0：所与 \quad\cdots\cdots(2)$$

を追加している。しかしこの制約条件が必ずしも最適資本政策によって満たされない所にホーベルモー以来の問題がある。この点は後述する。

企業の生産関数は資本と労働のみを変数とする「代理生産関数」surrogate

production function が仮定され

$$X(t)=F(K(t),\ L(t)),\ K,\ L,\ X>0 \cdots\cdots(3)$$

と表わされる。規模に対する収穫不変の場合は，等量曲線が原点に凸である事が最適生産技術が一意的に決まるための要件であり，それは生産関数の準凹性 quasi concavity と呼ばれる。規模に対する収穫逓減的，つまり生産関数が凹 concave である時には，資本と労働の絶対量が一意的に決まる。規模に対する収穫不変（または一次同次）の場合は資本と労働の比率のみが決まり，それぞれの絶対量は不決定である。ちなみに，凹性，準凹性はそれぞれ Hessian, bordered Hessian が正であることを意味する。すなわち

$$|H|\equiv F_{11}F_{22}-(F_{12})^2>0 \cdots\cdots(4)$$

$$|\widetilde{H}|\equiv-(F_1)^2F_{22}-(F_2)^2F_{11}+2F_1F_2F_{12}>0 \cdots\cdots(5)$$

である。ここで例えば $F_1\equiv\partial F/\partial K$，$F_{11}\equiv\partial^2F/\partial K^2$ である。

2.　企業の現在価値

企業が極大化する目的関数として，自らの市場価値またはネットキャッシュフローの現在価値（以下では単純に企業の現在価値と呼ぶことにする）を想定し，それを次のように定義する。

$$W\equiv\int_0^\infty R(t)e^{-\int_0^t\gamma(s)ds}\,dt \cdots\cdots(6)$$

ここで企業のネットキャッシュフロー $R(t)$ は次式で与えられる。

$$R(t)\equiv p(t)X(t)-w(t)L(t)-q(t)I(t) \cdots\cdots(7)$$

ところで $p(t)$，$w(t)$，$q(t)$，$\gamma(t)$ は確率的な変数であるが計画モデルを単純にする方便として各種のタイプの予想が考案される。ホーベルモーは静学的 static な予想

$$\dot{p}=\dot{w}=\dot{q}=\ddot{q}=\dot{\gamma}=0$$

を採用しており，またジョルゲンソンは

$$\dot{p}=\dot{w}=\dot{\gamma}=0,\ q=q(t)$$

という半静学的予想を採用している。我々は両者の予想とはそれ程異ならないが

$$\dot{p}=\dot{w}=0,\ \gamma=\gamma(t),\ q=q(t)$$

という予想を採用する。従って(7)式は

$$R(t) \equiv pX(t) - wL(t) - q(t)I(t) \cdots\cdots (7')$$

とやや単純な形に書き改められる。

3. 最適性の条件

かくして(6)式の原問題を(1),(2),(3)の制約条件のもとで極大化する時に必要な条件は変分法 calculus of variation または最大値原理 maximum principle より求まり

$$pF_1(t) - [\gamma(t) + \beta]\, q(t) + \dot{q}(t) = 0 \cdots\cdots (8)$$

$$pF_2(t) - w = 0 \cdots\cdots (9)$$

となる。ところで次の積分を定義する。

$$W^{+} \equiv \int_0^{\infty} [pX(t) - wL(t) - \{(\gamma(t) + \beta)\, q(t) - \dot{q}(t)\} K(t)] \cdot e^{-\int_0^t \gamma(s)ds} dt \cdots\cdots (10)$$

(6)式のWの極大化は(10)の W^{+} の極大化に帰着する事が以下の計算過程で明らかとなる。

$q(0)K(0)$は所与であるから(6)式のWの極大化と次式

$$W^{++} \equiv \int_0^{\infty} R(t) e^{-\int_0^t \gamma(s)ds} dt - q(0)K(0) \cdots\cdots (11)$$

の極大化は同値である。

(11)式の右辺を計算すると

$$W^{++} = \int_0^{\infty} [pX(t) - wL(t) - q(t)\, \beta K(t)] e^{-\int_0^t \gamma(s)ds} dt - [q(0)K(0) + \int_0^{\infty} q(t)\dot{K}(t) e^{-\int_0^t \gamma(s)ds} dt]$$

この二項のカッコの中を部分積分すると

$$[\cdot] = \lim_{t \to \infty} [q(t)K(t) e^{-\int_0^t \gamma(s)ds}] + \int_0^{\infty} [\gamma(t)q(t) - \dot{q}(t)] K(t) \cdot e^{-\int_0^t \gamma(s)ds} dt$$

これを代入すると

$$W^{++} = \int_0^{\infty} [pX(t) - wL(t) - \{(\gamma(t) + \beta) q(t) - \dot{q}(t)\} K(t)] e^{-\int_0^t \gamma(s)ds} dt$$

$$-\lim_{t\to\infty}[q(t)K(t)e^{-\int_0^t \gamma(s)ds}] \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11')$$

となる。

ここで

$$\lim_{t\to\infty}[q(t)K(t)e^{-\int_0^t \gamma(s)ds}]=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

が仮定されるなら$W^{++}=W^{+}$となり，Wの極大化はW^{+}の極大化に帰着する事が証明された。

最後にW^{+}が極大値を持つための条件を考えよう。いま次の関数を定義し，これを「代理利潤関数」と呼ぼう。

$$\pi(K(t),L(t))\equiv pX(t)-wL(t)-\{(\gamma(t)+\beta)q(t)-\dot{q}(t)\}K(t) \cdots\cdots (13)$$

生産関数の凹性の仮定(4)によりπは$K^*(t)$，$L^*(t)$において unique global maximum を持つ。従ってW^{+}の極大値はすべての時点tで$K^*(t)$，$L^*(t)$に選択されるときに達成される。要するに，企業の現在価値の極大化は「代理利潤関数」(13)の極大化に帰着する。[1)]

以上が新古典派企業理論を特色づけている静学性の一解釈である。このようなモデルからは投資需要は意味ある形を持って出て来ることは期待できない。[2)] むしろ資本ストックに対する需要がモデルの解である。しかしこの最適解は初期時点がどうであるかに無関係に決まるという性格を持っている。いま初期時点での「代理利潤関数」を極大にする最適資本ストックを$K^*(0)$と記すと，$K^*(0)\neq K_0$の可能性が強い。もし$K^*(0)>K_0$の事態ならば所望されるだけの資本増加が起こらなければならない。ところが新古典派理論が仮定するように，資本財市場が完全であり，かつ資本財は完全なモビリティを持つとすれば，この事は論理的には即座の調整（無限大の投資）すなわち資本ストックのジャンプとならなければならない。[3)]

ここで，ジョルゲンソンの投資理論では現実には即座の調整が実際的理由によって不可能であると考え調整メカニズムを次のように仮定する。

$$\dot{K}(t)=\gamma[K(t)-K^*(t)],\ -1<\gamma<0$$

現実の経済にあっては，工場建設，機械の据え付けなど，調整のために必

ず時間的経過が必要となるから，このような投資関数はきわめて妥当するであろう。しかしこのタイプの投資関数は，いくつかの理論的問題を含んでいる。何よりもこの式は ad hoc な仮定を含んでおり，さらには代理利潤関数の極大化行動と矛盾することである。宇沢教授は新古典派理論は「そもそも資本の固定性を前提していないのであるから，企業は各時点で常に望ましい量だけの資本を調達すればよいのであって」上にのべたような調整(投資)活動を行う必要はないとしている[4)]。さらに教授は「もし，ジョルゲンソンの説明したように望ましい資本水準 $K^*(0)$ を実現するためになんらかの調整費用が必要となってくるとすれば，現在時点での投資量も，実はこの調整費用との関係で定められることになるはずである。このときには＜望ましい投資水準＞という概念だけが意味をもつものであって，＜望ましい資本量＞はまったく無意味なものとなってくる」としている。筆者としては，同一の経済学者が理論と矛盾することを実証の分野で主張する事に対するいましめを教授が述べておられるように思える。また上のようなタイプの調整メカニズムを ad hoc にではなく理論的に基礎づけるためには，「調整の遅れ」が合理性をもつような舞台装置が必要であるという主張にも聞こえる。だからひとつの試みとして調整費用の持つ役割は大きいという事になるのであろう。しかしながら，調整費用を想定したとしても，限界調整費用が小さいならば資本ストックのジャンプがおこる可能性は依然として残るであろう[5)]。

1) アロー〔1〕はこのタイプのモデルから導出される決定ルールを「近視眼的決定ルール」myopic decision rule と呼ぶ。このルールは調整費用が存在しないことの帰結である。代理生産関数についてはサミュエルソン〔18〕を見よ。
我々は彼の命名にちなんで「代理利潤関数」と呼んでいる。
2) この点はすでにホーベルモー〔4〕によって指摘されている。サンドモ〔19〕は期間分析モデルの中で同様の指摘をしている。
3) その他のケースとして，$K^*(0)=K_0$ の時 $I^*=\beta K^*$，$K^*(0)<K_0$ の時 $K^*+\beta K=0$ が最適政策である。ジョルゲンソン〔5〕〔6〕〔7〕，アロー〔1〕等の新古典派モデルは初期時点での不連続な調整をひとつの解とする点で共通の難点を持っている。
4) 宇沢弘文〔26〕

5）畑中康一「企業の投資理論」一橋論叢，71巻，第5号，625—632はこの点を指摘している。

〔2〕 調整費用モデル

ケインズが資本ストックではなくむしろフローとしての投資需要を問題とした点に，投資理論の原点を見出すことができる。アイスナーとストロッツ〔2〕は資本ストックの調整に伴い付加的に発生する内部費用が調整の遅れの原因となる点を重視し，投資量も実はこの内部費用＝内部調整費用との関係で決定されると考えた。

ところで我々は企業の問題を，所与の初期資本ストックに対して企業の現在価値を極大にするような固定的ならびに可変的インプットの時間径路を選択することである，と考える。しかしながら，この時間径路を制御するのが投資行動であるためには以下で採用されるような非線型の投資関数の想定が必要である。

1．調整費用

ケインズ〔8〕は投資の予想収益が逓減的であるという想定の他に，資本財市場の不完全性をあわせて想定したことは周知の事に属する。この二つの想定のもとでは資本の限界効率表は右下りとなり，利子率との一意的交点が求まる事は保証される。我々のタームで言えば，後者の想定は上昇的限界投資費用に他ならず，これによって最適投資水準が一意的に決まるという事になる。アイスナーとストロッツ自身も投資費用関数が凸となる理由のひとつに資本財市場の不完全性により，資本財価格表が右上りとなる事をあげている。しかしながら，競争的企業を対象とする限りケインズや彼等の想定は無効である。しかし資本財を据付けるまでの遅れ delivery lag を短縮するために外部に支払われる費用を想定する事は資本の固定性を明示するためにも必要であろう。我々はこの費用を外部調整費用と呼ぼう。[1)]

これに対して内部調整費用がある。これは，企業の投資活動に伴って必要とされる調査をはじめとし，設備機械のレイアウトの変更，労働者の再訓練

等に要する資源の費消，をその内容とするが，資源が生産プロセスに投入されれば生んだであろう foregone output で測られる一種の機会費用である。[2)]

このように考えると企業が負担する投資の総費用は

$$C(I(t);p(t),q(t))=p(t)a(I(t))+q(t)b(I(t))\cdot I(t) \quad \cdots\cdots(1)$$

となる。ここで第一項は foregone output の価値で測った内部調整費用，第二項は外部調整費用である。資本財生産部門の供給能力が当該企業の需要に比べて著しく大きい場合には b＝1 となるであろう。

ところで内部調整費用と生産関数との関係を見ておく必要があろう。トレッドウエイ〔22〕は生産活動と投資活動は密接に結びついており，投資活動が盛んになればそれだけ多くの foregone output が失なわれ，それは一般的生産関数

$$X(t)=\widetilde{F}(K(t),L(t),\dot{K}(t)) \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\widetilde{F}_3<0,\ \widetilde{F}_{33}<0$$

に要約されるとしている。もし失なわれる生産物を特に取り出す事ができるならば上の一般的生産関数から調整費用を分離することができる。この時調整費用は分離可能 separable であると言い

$$X(t)=F(K(t),L(t))-a(I(t)) \quad \cdots\cdots(3)$$

と表わすことができる。a(・)はグールド・タイプの分離可能な調整費用である。[3)] 一般的生産関数の性格は a(・)の凸性 convexity

$$a(0)=0,\ a'(\cdot)>0,\ a''(\cdot)>0 \quad \text{for } I>0 \quad \cdots\cdots(4)$$

によって保存される。

また b(・)が凹であるか凸であるかに関する自明的理由は存在しない。それは資本財市場の事情によって異なるであろう。[4)] 我々は単に b(・)が増加関数である事だけを想定しよう。

$$b(\cdot)>1 \quad \text{for } I>0,\ b'(\cdot)>0 \quad \cdots\cdots(5)$$

かくて投資費用関数は強く凸である。

$$C(0)=0,\ C'(\cdot)>0,\ C''(\cdot)>0 \quad \text{for } I>0 \quad \cdots\cdots(6)$$

2. モデル

企業は所与の初期資本ストック

$$K(0)=K_0 \quad \cdots\cdots(7)$$

に対して企業の現在価値

$$W=\int_0^{\infty} R(t)e^{-\int_0^s \gamma(s)ds}\,dt \quad \cdots\cdots(8)$$

ただし

$$R(t)=pF(K(t),L(t))-wL(t)-C(I(t)) \quad \cdots\cdots(9)$$

を極大にするように固定的及び可変的インプットの時間径路を選択する。

資本蓄積の状態方程式は

$$\dot{K}(t)=I(t)-\beta K(t),\quad I\geq 0 \quad \cdots\cdots(10)$$

生産関数Fは凹性，準凹性を持つ。

$$|H|>0 \quad \cdots\cdots(11)$$

$$|\widetilde{H}|>0 \quad \cdots\cdots(12)$$

資本と労働は静学理論で言うところの補完財 complementary goods でかつ非劣等財 noninferior goods であると想定する。すなわち

$$F_{12}=F_{21}>0 \quad \cdots\cdots(13)$$

$$F_{12}F_2-F_{22}F_1>0 \quad \cdots\cdots(14)$$

$$F_{21}F_1-F_{11}F_2>0$$

以下単純化のための静学的 static な予想を採用する。すなわち

$$\dot{p}=\dot{w}=\dot{q}=\ddot{q}=\dot{\gamma}=0$$

この時最適性の必要条件は

$$pF_1-(\gamma+\beta)C'+\dot{C}'=0 \quad \cdots\cdots(15)$$

$$pF_2-w=0 \quad \cdots\cdots(16)$$

終点に関する条件（横断性の条件）は

$$\lim_{t\to\infty}[C'(t)K(t)e^{-\gamma t}]=0 \quad \cdots\cdots(17)$$

である。

(15)式を積分の形に直すと

$$C'(t)=\int_t^{\infty} pF_1(s)\,e^{-(\gamma+\beta)(s-t)}\,ds \quad \cdots\cdots(18)$$

この式は投資の限界費用と投資の帰属価格（需要価格）との均等条件に他ならない。

(16)式は労働の限界生産力と実質賃金率との均等条件である。労働の需要関数はこの微分方程式を解いて求まる。

投資関数を求めるために(15)式をさらに計算すると二階の微分方程式

$$pF_1-(\gamma+\beta)C'+C''[\ddot{K}+\beta\dot{K}]=0 \quad \cdots\cdots(15')$$

を得る。この式の解[5)]

$$\dot{K}(t)=\alpha(K(t)-K^*),\quad \alpha<0 \quad \cdots\cdots(19)$$

と(10)式より投資関数

$$I(t)=\alpha(K(t)-K^*)+\beta K(t) \quad \cdots\cdots(20)$$

を得る。ここでK^*は長期定常状態（$\dot{K}=\ddot{K}=0$）における資本ストックである。(20)式は，最適資本ストックの径路上での最適投資量を示しており，(19)式は最適資本ストックの径路上での長期定常状態への収束径路を示している。この収束径路は，従って，「伸縮的加速子」flexible accelerator として知られているストック調整の一類型によって近似されることになる。

1) 資本財の市場価格qは購入価格とは異なる。購入価格qbはdelivery lag を短縮するにつれて増大するからである。我々は連続分析を用いているから投資の決意と資本財の据付けの間には遅れ（delivery lag）がないと想定しなければならない。言い換えれば，遅れがゼロになる迄附加的外部費用（プレミアム）が支払われると考えるのである。bは一般には次のように示されるであろう。

$$b=b(\theta, I(t-\theta)),\ b_1, b_{11}<0,\ b_2,>0\ b_{22}\gtreqless 0$$

従って我々は$\theta=0$のケースを考えることになる。資本蓄積の状態方程式(10)を想定するモデルはこのような想定に立っているはずであるが，何のことわりもないのは奇妙である。

2) 内部調整費用をこのように考えるモデルとして例えばEisner & Strotz〔2〕, Lucas〔9〕,〔10〕, Treadway〔21〕,〔22〕, Schramm〔20〕, Gould〔3〕などがある。

3) Gould〔3〕。生産プロセスと投資プロセスが弱く分離可能であれば一般に

$$X=F(K,L)-a(K,\dot{K})$$

と書かれる。もっともGouldはaの形を$a(\dot{K}+\beta K)=a(I)$に限定しているのに対しLucasは$a(\dot{K}/K)$としている点に相違点はある。またGouldのaはIに関する二次形式 quadratic のタイプ，例えば $a=uI+vI^2$ に特定化されているがこ

の事は本質的ではない。

4) bのスケジュールは資本財供給側の行動を織り込んでいる。bがdelivery lagのみの関数であると想定しそのスケジュールを

$$0<b(\theta)<1 \quad b'<0$$
$$1<b(\theta)<\infty \quad b'>0$$
$$b(\theta)=1 \quad b'=0$$
$$b(0)=1$$

と想定しているのはMaccini〔11〕である。ジョルゲンソンはdelivery lagはまったく予測不可能であるとの想定するが，これに対してNerlove〔15〕は否定的である。もしdelivery lagが確実に予測されるなら資本蓄積の状態方程式は，例えば

$$\dot{K}(t)=I(t-\theta)-\beta K(t)$$

と変わるであろう。この点に関しての議論は他日を期したい。

5) 長期定常点の近傍で(15′)，(16)の線型近似体系を作ると

$$pF_{11}(K-K^*)+pF_{12}(L-L^*)-(\gamma+\beta)C''[\dot{K}+\beta(K-K^*)]+C''[\ddot{K}+\beta\dot{K}]=0$$
$$pF_{21}(K-K^*)+pF_{22}(L-L^*)=0 \quad \cdots\cdots(*)$$

これより$(L-L^*)$を消去すると

$$\ddot{K}-\gamma\dot{K}+\left[\frac{p|H|}{C''F_{22}}-(\gamma+\beta)\beta\right](K-K^*)=0 \quad \cdots\cdots(**)$$

を得る。この二階の微分方程式の根は

$$\alpha=\frac{1}{2}[\gamma\pm\sqrt{\gamma^2-4M}] \quad \cdots\cdots(***)$$

$M<0$であるから長期定常点はSaddle pointである。

最適径路が安定$(K\to K^*)$であるためには，αは負でなければならない。

従って線型体系(**)から得られる解は

$$K(t)-K^*=Ae^{\alpha t},\ \alpha<0$$

初期条件K_0を用いると最適径路を得る。

$$K(t)-K^*=(K_0-K^*)e^{\alpha t} \quad \cdots\cdots(****)$$

これを時間について微分すると(19)式を得る。

$$\dot{K}(t)=\alpha(K(t)-K^*),\ \alpha<0 \quad \cdots\cdots(19)$$

このmotion functionは最適資本ストックの径路の収束性を示している。また(****)より投資行動が分布ラグdistributed lagによって特徴づけられる事がわかる。ここでK*に対するウエイトが時間と共に増大して行くのがわかる。すなわち

$$K(t)=(1-e^{\alpha t})K^*+e^{\alpha t}K_0,\ \alpha<0$$

〔3〕 一般的生産関数モデル：ノート

1. 生産関数

代理生産関数 surrogate production function は，企業の生産量が資本と労働にのみ依存することをその特徴とするのに対し，トレッドウエイ〔22〕，〔23〕，〔24〕モルテンセン〔13〕のモデルで使用されているのは生産プロセスと投資プロセスが結合的に資源を使用する事を明示する「一般的生産関数」である。この関数は調整費用を表わす性格を備えており，例えば

$$X(t)=F(K(t), L(t), \dot{K}(t))$$

と表わすと，内部調整費用の凸性は

$$F_3<0,\ F_{33}<0$$

によって表現される。

二つのプロセスが結合的である事，従って調整費用が separable な関数として取り出せない事は

$$F_{23}\neq 0$$

を意味する。上の分離不可能性nonseparabilityは一般的には成立するというのが，トレッドウエイ〔22〕の想定である。[1] しかしながら，彼自身述べているようにこのような一般的生産関数モデルから得た結論は必ずしも示唆に富むものではない。特に(ｉ)新古典派静学モデルや separable タイプのモデルに比べて与える情報が限定される (ii) 符号の判定のためには最適性の十分条件，必要条件，安定条件の他に，静学モデルでの情報を必要とするが，必ずしも確定しない。(iii)さらに，長期と短期について要素需要曲線の勾配が異なると断言できない。供給曲線についても同様に＜サミュエルソン―ル・シャトリエの原理＞の成立が危ぶまれる。[2] これらの不都合の原因が$F_{23}\neq 0$なのである。すなわち，何らかのタイプの separability の想定は結論を一層明確にすると言える。言うまでもなく，調整費用を何らかのタイプにしろ明示的に分離させて考えることに何の自明的理由も存在しない。しかもトレッドウエイ自身述べているように，「可変的要素が生産活動のみならず企業の成長活動にも貢献する可能性は実際的にみてまったくプロージブルである。」とすれば，我々が前節で見てきたような動学タイプの投資理論は調整費用の separabil-

ityに対してはある意味で ad hoc な想定をもっていると言える。

1) nonseparable adjustment cost のアイデアは 本来 Uzawa〔25〕による。
2) Samuelson〔17〕p. 36, 38
Morishima〔12〕p. 3—4, 11—14, 20

付記—（分離可能な調整費用モデル）—

最適径路の長期定常点に対応する資本ストックを K^*, そこでの長期労働需要量を L^* と記すと，長期要素需要曲線を得る。それらを

$$K^*=K^*(\gamma, w, q, p) \cdots\cdots (A\text{-}1)$$

$$L^*=L^*(\gamma, w, q, p) \cdots\cdots (A\text{-}2)$$

と表わす。この時企業の長期供給曲線は

$$X^*=F(K^*, L^*)-a(\beta K^*) \cdots\cdots (A\text{-}3)$$

と表わされる。パラメーターとK^*, L^*, X^* との関係は以下の計算により明らかとなる。

$\dot{K}=\ddot{K}=0$ とおいて(15′), ⑯式を全微分して整理すると

$$\begin{bmatrix} pF_{11}-C''(\gamma+\beta)\beta & pF_{12} \\ pF_{21} & pF_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} dK^* \\ dL^* \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} C' & 0 & (\gamma+\beta)(b+b'\beta K^*) & (\gamma+\beta)a'-F_1 \\ 0 & 1 & 0 & -F_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\gamma \\ dw \\ dq \\ dp \end{pmatrix} \cdots\cdots (A\text{-}4)$$

これより次の符号条件がわかる（〔2〕節⑬より，$F_{12}=F_{21}>0$）

$$\begin{aligned} \partial K^*/\partial\gamma &= pF_{22}C'/|A| &&< 0 \\ \partial L^*/\partial\gamma &= -pF_{12}C'/|A| &&< 0 \end{aligned} \cdots\cdots (A\text{-}5)$$

ここで $|A|$ は（A-4）式左辺の行列式であるが生産関数の凹性と調整費用関数の凸性からその符号は正である（〔2〕節の脚注⑤参照）。すなわち

$$|A|=p[p|H|-C''F_{22}(\gamma+\beta)\beta]>0 \cdots\cdots (A\text{-}6)$$

以下同様の手続きにより残りの符号条件を得る。

$$\partial K^*/\partial w = -pF_{12}/|A| \quad < 0$$
$$\partial L^*/\partial w = [pF_{11} - C''(\gamma+\beta)\beta]/|A| \quad < 0 \qquad \cdots\cdots (A\text{-}7)$$
$$\partial K^*/\partial q = \quad p(\gamma+\beta)(b+b'\beta K^*)F_{22}/|A| \quad < 0$$
$$\partial L^*/\partial q = -p(\gamma+\beta)(b+b'\beta K^*)F_{12}/|A| \quad < 0 \qquad \cdots\cdots (A\text{-}8)$$
$$\partial K^*/\partial p = p[(F_{21}F_2 - F_{22}F_1) + (\gamma+\beta)a'F_{22}]/|A| \gtreqless 0$$
$$\partial L^*/\partial p = p[(F_{12}F_1 - F_{11}F_2) + (\gamma+\beta)(C''\beta F_2/p - a'F_{12})]/|A| \gtreqless 0 \qquad (A\text{-}9)$$

以上の計算の結果次の問題が出てくる

イ）$b=1$，$b'=0$ の場合に限って長期要素需要曲線の対称性

$$\partial K^*/\partial w = \partial L^*/\partial q(\gamma+\beta)$$

が成立する。もちろん長期定常状態において $b(\beta K^*)=1$ が成立する自明的理由はない。

ロ）さらに動学的最適化理論における非劣等財の定義は静学理論における定義とは密接なつながりを持たない。換言すれば，生産物価格の上昇は調整費用の価値の増大をも意味するから，要素需要が促進される保証はない。

ハ）この事はまた長期供給曲線の勾配を不確定にする。すなわち

$$\partial X^*/\partial p = \frac{p|\widetilde{H}|}{|A|} - G, \qquad G \gtreqless 0$$

一般的生産関数モデルについても同様の符号の不確定性が生ずるだけではなく，イ）の対称性はまったく成立しない。

参考文献

1) Arrow, K.J., "Optimal Capital Policy, the Cost of Capital, and Myopic Decision Rules," *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 16(1964), 21-30.

2) Eisner, R., and R.H.Strotz, "The Determinations of Business Investment," in Suits, ed., *Impact of Monetary Policy*. Printice-Hall, 1963, 60-338.

3) Gould, J.P., "Adjustment Costs in the Theory of Investment of the Firm," *Review of Economic Studies*, 35(1968), 47-56.

4) Haavelmo, T., *A Study in the Theory of Investment*. Chicago Press, 1960.

5) Jorgenson, D.W., "Capital Theory and Investment Behavior," *American Economic Review*, 53(1963), 247-259.

6) ……, "Anticipations and Investment Behavior," in Duesenberry, J.S.,G. Fromm, L.R. Klein, and E. Kuh, eds., *The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States*. Chicago, 1965, 35-94.

7) ……, "The Theory of Investmestment Behavior," in Ferber, R. ed., *Determinants of Investment Behavior*. N.B.E.R., 1967, 129-155.

8) Keynes, J.M., *The General Theory of Money, Interest, and Employment*. Macmillan, 1936.

9) Lucas, R.E., "Optimal Investment Policy and the Flexible Accelerator," *International Economic Review*, 8(1967), 78-85.

10) ……, "Adjustment Costs and the Theory of Supply," *Journal of Political Economy*, 75(1967), 321-334.

11) Maccini, L.J., "Delivery Lags and the Demand for Investment," *Review of Economic Studies*, 40(1973), 269-281.

12) Morishima, M., *Equilibrium, Stability, and Growth*. Oxford, 1964.

13) Mortensen, D.T., "Generalized Costs of Adjustment and Dynamic Factor Demand Theory," *Econometrica*, 41(1973), 657-665.

14) ……, "A Theory of Wage and Employment Dynamics," in [16], 167-211.

15) Nerlove, M., "Lags in Economic Behavior, *Econometrica*, 40(1972), 221-251,

16) Phelp, E.S., et al., *Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory*. New York, 1970.

17) Samuelson, P.A., *Foundations of Economic Analysis*. Harvard, 1947.

18) ……, "Parable and Realism in Capital Theory : The Surrogate Production Function," *Review of Economic Studies*, 29(1961), 193-206.

19) Sandmo, A., "Investment and the Rate of Interest," *Journal of Political Economy*, 79(1971), 1335-1345.

20) Schramm, R., "The Influence of Relative Prices, Production Conditions and Adjustment Costs on Investment Behavior," *Review of Economic Studies*, 37(1970), 361-376.

21) Treadway, A.B., "On Rational Entrepreneurial Behavior and the Demand for Investment, "*Review of Economic Studies*, 36(1969), 227-239.

22) ……, "Adjustment Costs and Variable Inputs in the Theory of Competitive Firm," *Journal of Economic Theory*, 2(1970), 329-347.

23) ……, "The Rational Multivariate Flexible Accelerator," *Econom-*

etrica, 39(1971), 845-856.

24) ……, "The Globally Optimal Flexible Accelerator," *Journal of Economic Theory*, 7(1974), 17-38.

25) Uzawa, H., "Time Preference and tho Penrose Effect in a Two-Class Model of Economic Growth," *Journal of Political Economy*, 77(1969), 628-652.

26) 宇沢弘文「価格理論Ⅲ」岩波，1972，第10章