# 可変的労働供給と一般均衡モデル

内 田 和 男

## 1. はじめに

周知のように，通常の国際貿易理論や新古典派成長理論の分野で応用されているモデルは2部門—2要素の一般均衡モデルである。とりわけ，生産部門の競争均衡モデルは各分野で共通に利用されているいくつかの理論的性質を示している。それらは,(関税等による）生産物価格の変化に伴う要素価格（所得分配）への効果を示す Stolper-Samuelson の定理〔9〕，これと dual な関係にある要素賦存量の相対的変化に伴う生産物供給量への効果を示す Rybczynski の定理〔7〕，そしてある生産物の相対価格の上昇はその産出量を増加せしめるという性質などである。これらの諸性質は，新古典派モデルがもついくつかの仮定に依存している。代表的な共通仮定は，規模に関して収穫一定の技術，両部門において異なる要素集約度，そして非弾力的な生産要素の供給量などである。これらの仮定は明らかに都合のよいものである。しかし，それらが分析的便宜のためだけで設けられているならば，簡単に認めることは出来ないであろう。もし仮定を修正してもモデルが同じ性質を保つならば，それらは一般的に認容されるであろう。

この論文の目的は，上述の第三番目の仮定に依存しない一般均衡モデルの特質について調べることにある。労働供給が可変的な場合における生産物価格と産出量との関係についての研究はすでに Kemp と Jones〔5〕によってなされている。彼らは労働供給関数を標準的な家計の需要理論から導出し，レジャーと生産物の需要との間にある関係が成立する時，生産物価格とその産出量の関係が通常の場合と逆関係になる可能性があるという興味深い結果を示した。その後，Frenkel と Razin〔1〕によって，労働供給が可変的な

場合の生産部門の競争均衡モデルが示された。しかし彼らは非常に形式的な分析に終始し，Kemp–Jones によって示めされた興味ある結論との関連づけに失敗している。この小論では，Kemp–Jones の意図に沿った労働供給可変の一般均衡モデルを示すことが試みられている。

以下で使用される基本モデルは，Jones〔3〕によって展開された2生産物—2生産要素モデルである。この基本モデルは，次節で粗描されている。第3節では，家計の需要理論から労働供給関数を導き，可変的労働供給の下で生産部門の競争均衡モデルが，いかなる生産物価格と産出量との関係を示すかを明らかにする。家計の需要理論から，当然，労働の供給関数のほかに生産物の需要関数が導出される。この生産物需要をモデルに組入れた一般均衡モデルが最後の節で簡単に示めされている。

## 2.　生産の基本モデル

本節では Jones によって展開された2部門—2要素の標準的モデルを示す。経済は労働(L)と資本(K)の2生産要素を使用して2つの生産物（$X_1$，$X_2$）をそれぞれの部門において生産する。両部門の生産関数は一次同次関数である。生産部門の競争均衡モデルは，完全要素利用の関係を示す(1)式および(2)式，そしてこれと dual な関係にある競争価格と費用との関係を示す(3)式および(4)式によって与えられる。

$$a_{L1}X_1+a_{L2}X_2=L \tag{1}$$

$$a_{K1}X_1+a_{K2}X_2=K \tag{2}$$

$$a_{L1}w+a_{K1}r=p_1 \tag{3}$$

$$a_{L2}w+a_{K2}r=p_2 \tag{4}$$

ここでは$w$は賃金率，$r$は利子率，そして$p_1$，$p_2$はそれぞれ生産物$X_1$，$X_2$の価格である。$a_{ij}$は第$j$生産物1単位生産するに必要な第$i$生産要素の数量を示す。

このモデルの比較静学の分析は，未知数に対するパラメーターの変化の効果を考察することによってなされ得る。当該経済変数およびパラメーターの

相対的変化の関係を示す方程式体系(5)—(8)は，前出の方程式(1)—(4)を全微分し，整理することによって得られる。

$$\lambda_{L1}\hat{X}_1+\lambda_{L2}\hat{X}_2=\hat{L}+\delta_L(\hat{w}-\hat{r}) \tag{5}$$

$$\lambda_{K1}\hat{X}_1+\lambda_{K2}\hat{X}_2=\hat{K}-\delta_K(\hat{w}-\hat{r}) \tag{6}$$

$$\theta_{L1}\hat{w}+\theta_{K1}\hat{r}=\hat{p}_1 \tag{7}$$

$$\theta_{L2}\hat{w}+\theta_{K2}\hat{r}=\hat{p}_2 \tag{8}$$

そして

$$\begin{aligned}\delta_L&=\lambda_{L1}\theta_{K1}\sigma_1+\lambda_{L2}\theta_{K2}\sigma_2\\ \delta_K&=\lambda_{K2}\theta_{L1}\sigma_1+\lambda_{K2}\theta_{L2}\sigma_2\end{aligned} \tag{9}$$

ここで符号（$\hat{\ }$）は変数の相対的変化を示す。例えば，$\hat{X}_1=dX_1/X_1$である。これらの関係式に於いて，要素配分率を示す行列〔$\lambda$〕と所得分配率を示す行列〔$\theta$〕の2つの係数行列が要になっていることがわかる。但し，$\lambda_{L1}$ は第1番目の産業で利用される労働量の割合（$a_{L1}X_1/L=L_1/L$）を示し，$\theta_{K2}$ は第2番目の産業に於ける資本の分配率（$ra_{K2}/p_2=rK_2/p_2X_2$）を示している。もちろん $\theta_{Lj}$ と $\theta_{Kj}$ の和，および $\lambda_{i1}$ と $\lambda_{i2}$ の和はそれぞれ1に等しくなる。

標準的な新古典派モデルの比較静学分析に於いて重要な役割を果すのがこれら係数行列の行列式の値である。容易にわかるように，第1産業部門が労働集約的（資本集約的）であるならば，

$$det\begin{bmatrix}\theta_{L1} & \theta_{K1}\\ \theta_{L2} & \theta_{K2}\end{bmatrix}=|\theta|=\theta_{L1}-\theta_{L2}=\theta_{K2}-\theta_{K1}$$

は正（負）の値をとる。同様に，

$$det\begin{bmatrix}\lambda_{L1} & \lambda_{L2}\\ \lambda_{K1} & \lambda_{K2}\end{bmatrix}=|\lambda|=\lambda_{L1}-\lambda_{K1}=\lambda_{K2}-\lambda_{L2}$$

も第1産業部門が労働集約的（資本集約的）ならば，正（負）の値をとる。このように2つの行列式の値は同符号となる。[1)]

(9)式に於ける$\sigma_i(i=1,2)$は，第$i$産業の資本と労働の代替の弾力性を示す。そして$\delta_L$は，両生産物の産出量が不変のとき，賃金の相対的上昇に伴う労働投入の総節約量の割合を示す。

1） 要素市場に distortions が存在する場合，これは成立しなくなる。Jones〔4〕を

みよ。

関係式(7)―(8)から，生産要素の相対価格の変化率を示す次の式を得る。

$$(\widehat{w-r})=\frac{1}{|\theta|}(\widehat{p_1-p_2}) \tag{10}$$

この式からわれわれは，生産物価格の相対的変化が要素価格の相対的変化におよぼす影響は $1/|\theta|$ の値に依存していることを知る。例えば，いま $p_1/p_2$ の上昇があったとしよう。その結果として，第1生産物部門が労働集約的であるならば $|\theta|$ の符号は正であるから，労働の価格（賃金）の相対的上昇がひきおこされる。これはまさに Stolper–Samuelson 定理の内容である。一般的に，関税または税金および補助金などによって生産物の相対価格が変化したとき，価格が相対的に上昇した生産物を産出している産業が集約的に使用している要素の報酬率が増大することをこの式は示している。

生産物の変化率を示す関係式は(5)―(6)から導かれ次のようになる。

$$\hat{X}_1-\hat{X}_2=\frac{1}{|\lambda|}\left\{(\widehat{L-K})+(\delta_{\mathrm{L}}+\delta_{\mathrm{K}})(\widehat{w-r})\right\}$$

$$=\frac{1}{|\lambda|}(\widehat{L-K})+\frac{\delta_{\mathrm{L}}+\delta_{\mathrm{K}}}{|\lambda||\theta|}(\widehat{p_1-p_2}) \tag{11}$$

この式から導かれる結論も明白である。最初に，生産物価格が不変である場合，要素賦存量の変化が産出量に与える効果は，$1/|\lambda|$ の値に依存していることがわかる。第1産業が労働集約的であるならば $|\lambda|$ の符号は正となるから，労働・資本賦存比率が上昇したとき，第1産業の生産物の産出量が相対的に増加するであろう。これはまさに Rybczynski の定理である。一般的に要素賦存比率が変化したとき，相対的に増大した要素を集約的に使用している産業の生産物の産出量が増加することをこの式は意味している。次に，要素賦存量が変化しない場合に，生産物価格の相対的変化が産出量に与える影響は $|\lambda||\theta|$ の符号に依存していることがわかる。両産業の要素集約度が異なる時，$|\lambda||\theta|$ の符号は正となる。したがって，ある生産物の相対価格の上昇は，その相対産出量を増加させる。換言すれば，生産変換曲線が原点に向って凹となることを示している。これらは標準的な生産部門の競争均衡モデル

が持つ特質である。しかし次節に於いてわれわれは，労働供給が価格に関して弾力的な場合，生産物価格の上昇がその産出量を減少せしめる可能性の存在について述べるであろう。最後に，この式からわれわれは生産物の供給側に関する２つの代替の弾力性の値に関する情報を得ることが出来る。一つは，両産業にわたる資本と労働の代替の弾力性($\sigma_f$)は両産業のそれぞれの代替の弾力性 $\sigma_1$，$\sigma_2$ の一次結合であるということ，即ち，

$$\sigma_f=\delta_L+\delta_K$$
$$=\theta_1\sigma_1+\theta_2\sigma_2$$

ここで

$$\theta_1=\lambda_{L1}\theta_{K1}+\lambda_{K1}\theta_{L1}$$
$$\theta_2=\lambda_{L2}\theta_{K2}+\lambda_{K2}\theta_{L2}$$

である。もう一つは，

$$\sigma_S=\sigma_f/|\lambda||\theta|$$
$$=\frac{1}{|\lambda||\theta|}(\delta_L+\delta_K)$$

である。この $\sigma_S$ は生産変換曲線に沿った供給側の２生産物に関する代替の弾力性を示している。

## 3.　可変的労働供給

労働供給に関する通常の理論によれば，労働に対する家計の留保需要をしめす余暇が効用極大化原理によって決定され，利用可能な全時間からこの留保需要部分を差し引いた残りが労働供給量として示めされる。したがって今の場合，われわれは労働供給関数を得るために次の問題を解かなければならない。

$$Max\ u(X_1,\ X_2,\ N-L)$$
$$\text{sub. to}\ p_1X_1+p_2X_2=rK+wL$$

ここで$N$は利用可能な全時間数である。一般に，この問題の解である両生産物および余暇にたいする需要は，($p_1, p_2, w, r$ ; $K, N$) の関数となる。したがって，労働供給関数もこれらの関数として表わされる。

さて，以下に於いてわれわれは家計の選好関数が homothetic であると仮定しよう。このとき，各需要量の比率はそれぞれの相対価格のみに依存することになる。つまり，

$$\frac{X_2}{X_1}=f\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

$$\frac{X_1}{N-L}=g\left(\frac{p_1}{w}\right)$$

$$\frac{N-L}{X_2}=h\left(\frac{w}{p_2}\right)$$

という型で各生産物および余暇にたいする需要の関係が示めされる。これらを各変数の変化率の間の関係に書き改めると，次のような3つの需要側の代替の弾力性の定義を与える関係式となる。

$$\widehat{X}_2-\widehat{X}_1=-\sigma_{\mathrm{D}}(\widehat{p}_2-\widehat{p}_1) \tag{12}$$

$$\widehat{X}_1-(1+\mu)\widehat{N}+\mu\widehat{L}=-\sigma_{31}(\widehat{p}_1-\widehat{w}) \tag{13}$$

$$(1+\mu)\widehat{N}-\mu\widehat{L}-\widehat{X}_2=-\sigma_{32}(\widehat{w}-\widehat{p}_2) \tag{14}$$

ここで $\mu=L/(N-L)$，つまり労働・余暇比率を示す。$\sigma_{\mathrm{D}}$ は需要側の2生産物に関する代替の弾力性を示し，$\sigma_{3j}$ は余暇と第 j 生産物需要との代替の弾力性を示している。

家計は予算制約式を満足させなければならない。いまの場合，それは支出（産出）国民所得 $p_1X_1+p_2X_2$ が稼得（分配）国民所得 $rK+wL$ に等しいということになる。この関係もまた変数の変化率の間の関係に書き改めると次の(15)式を得る。

$$\theta_{\mathrm{L}}\widehat{L}+\theta_{\mathrm{K}}\widehat{K}=\theta_1\widehat{X}_1+\theta_2\widehat{X}_2 \tag{15}$$

ここで $\theta_i$ は各生産要素および各生産物の国民所得に占める割合を示す。例えば，$\theta_{\mathrm{K}}=rK/Y$，$\theta_1=p_1X_1/Y$ である。

関係式(12)―(15)を使用して，われわれは少しく煩雑な手続きを経て，次の(16)式を得る。

$$\widehat{L}-\widehat{K}=\frac{1+\mu}{\theta_{\mathrm{L}}+\mu}(\widehat{N}-\widehat{K})+\frac{\theta_{\mathrm{K}}}{\theta_{\mathrm{L}}+\mu}(\lambda_{\mathrm{K}1}\sigma_{13}+\lambda_{\mathrm{K}2}\sigma_{23})(\widehat{w}-\widehat{r}) \tag{16}$$

この式に於いて，余暇と生産物需要との間の2つの代替の弾力性の加重平均

をスカラー倍した値，即ち，

$$\sigma_{\mathrm{h}}=\frac{\theta_{\mathrm{K}}}{\theta_{\mathrm{L}}+\mu}(\lambda_{\mathrm{K}1}\sigma_{13}+\lambda_{\mathrm{K}2}\sigma_{23})$$

を家計の労働と資本の供給の擬代替の弾力性と定義する。

この(16)式を(11)式に代入して整理すると次の(17)式を得る。

$$\hat{X}_1-\hat{X}_2=\frac{1+\mu}{|\lambda|(\theta_{\mathrm{L}}+\mu)}(\hat{\mathrm{N}}-\hat{K})+\frac{1}{|\lambda||\theta|}(\sigma_{\mathrm{h}}+\sigma_{\mathrm{f}})(\hat{p}_1-\hat{p}_2) \qquad (17)$$

この式こそが，労働供給が可変的な場合に，要素賦存量および生産物価格の変化が産出量にいかなる影響を与えるかを示す関係式である。そしてこの関係式からわれわれは容易に以下の結論に達し得る。はじめに，生産物の相対価格が変化しない時，要素賦存量の相対的変化が産出量の相対的変化におよぼす効果は，(労働供給が弾力的な今の場合の方が大きく作用することを別とするならば)，労働供給が非弾力的な標準的モデルの場合と同じ結論に到達する[1)]。つまり生産物の相対価格が不変のままで，要素賦存比率が変化した時，相対的に増大した要素を集約的に使用している産業の生産物の産出量が増加するという Rybczynski の定理がこの場合にも成立するのである。つぎに，要素賦存量は変化しない場合に，生産物の相対価格変化がそれぞれの産出量にいかなる影響を与えるかという問題に注目してみよう。

われわれは(17)式から直ちに，労働供給が弾力的である場合，供給側の2生産物間の代替の弾力性 ($\sigma_{\mathrm{S}}{}^*$) が次のように表わされることを知る。

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{S}}{}^*&=\frac{1}{|\lambda||\theta|}(\sigma_{\mathrm{h}}+\sigma_{\mathrm{f}})\\&=\frac{1}{|\lambda||\theta|}\sigma_{\mathrm{h}}+\sigma_{\mathrm{S}}\\&=\frac{1}{|\lambda||\theta|}\left[\frac{\theta_{\mathrm{K}}}{\theta_{\mathrm{L}}+\mu}(\lambda_{\mathrm{K}1}\sigma_{13}+\lambda_{\mathrm{K}2}\sigma_{23})+\delta_{\mathrm{L}}+\delta_{\mathrm{K}}\right]\end{aligned}$$

これは， Frenkel・Razin の論文の(17)式に相当し，特にここで最後に示めされている形は，全く彼らの表現に類似したものになっている。しかし両式の

1) 標準的モデルの場合については，前節(11)式を参照せよ。

含蓄するものは，少なからず異なる。Kemp・Jones の先駆的研究によれば，価格変化に対する産出量の逆反応の可能性の源は家計の余暇需要の性質にある。この点に関して，われわれが上で導いた生産物の供給側の代替の弾力性の式は，Frenkel・Razin のそれとは異なり，家計の余暇と生産物需要との間の代替の弾力性の値 $\sigma_{13}$ および $\sigma_{23}$ に依存しており，家計の余暇需要の性質が生産物の代替の弾力性に与える影響について明示的な分析の展開を期待することが出来る。

さて，可変的労働供給の場合に於いても，生産物の相対価格の上昇がその産出量を増加せしめるという標準的な価格・産出量の関係が保たれるのは，代替の弾力性 $\sigma_S{}^*$ の値が正の場合であり，それらが逆の関係を示すのは $\sigma_S{}^*$ が負の場合である。両産業の要素集約度が異なっておれば，$|\lambda||\theta|>0$ であり，そして $\sigma_f>0$ であるから，われわれが問題にしなければならないのは $\sigma_h$ の値である。[2)] もし家計にとって余暇と両生産物の需要関係がそれぞれ競争的であるならば，$\sigma_{13}>0$ そして $\sigma_{23}>0$ となり，$\sigma_h$ は正の値をとる。したがって，$\sigma_S{}^*>0$，すなわち生産物価格と産出量との間に標準的な関係が成立し，ある生産物価格の相対的上昇（下落）は，その産出量の相対的増加（減少）を意味するのである。余暇と生産物需要との間の補完的関係を示すのは次の二通りの場合がある。[3)]

(イ)　$\sigma_{i3}<0$

(ロ)　$\sigma_{i3}>0$ そして $\sigma_{i3}<1$

後者の場合は，上述の余暇と生産物需要との関係が競争的な場合と同じ結論になり，標準的な価格・産出量関係を示すことになる。興味深いのは(イ)の場合である。もし少なくとも一方の生産物需要と余暇が(イ)の意味に於いて補完的関係にあって，その結果，$\sigma_h<0$ になったとしよう。[4)] このとき $\sigma_h$ の絶対値が $\sigma_f$ よりも大であるならば，$\sigma_S{}^*<0$ となり，産出量の変化は相対価格のそれと逆の動きを示すことになるであろう。このようにしてわれわれは，余暇が生産物需要と補完的関係にある時に，相対価格の上昇（下落）がその産出量を減少（増加）させるかもしれないことを知る。つまり労働供給が非弾

力的でない場合に，家計の余暇と生産物需要との間の関係が補完的であるならば，変換曲線が原点に向って凸となる可能性が存在するのである。

2）もちろん，労働供給が非弾力的な標準的モデルにおける生産物間の代替の弾力性 $\sigma_S$ と労働供給が弾力的な今の場合のそれとの差は $\frac{1}{|\lambda||\theta|}\sigma_h$ である，

3）佐波宣平〔8〕をみよ。

4）$\sigma_h<0$ となるのは次の2通りの場合である。

i）余暇需要が両生産物需要と補完的である場合。

ii）余暇需要が資本使用率の高い産業の生産物の需要と補完的である場合。

## 4．一般均衡

いままでわれわれは，生産物価格の変化が（供給）産出量におよぼす影響を主として分析してきたが，この生産物価格の値は生産物市場を均衡せしめるように調整される。従って，均衡価格の変化は需要と供給の相互作用によって与えられる。生産物需要の変化を示す⑿式と生産物供給の変化を示す⒄式とからわれわれは均衡価格の変化を示す次の⒅式を得る。

$$\hat{p}_1-\hat{p}_2=\frac{-(1+\mu)}{(\theta_L+\mu)|\lambda|(\sigma_D+\sigma_S{}^*)}(\hat{N}-\hat{K}) \tag{18}$$

従って，均衡産出量の変化は

$$\hat{X}_1-\hat{X}_2=\frac{(1+\mu)\sigma_D}{(\theta_L+\mu)|\lambda|(\sigma_D+\sigma_S{}^*)}(\hat{N}-\hat{K}) \tag{19}$$

となる。

この⒆式と先の⒄式とを比較する時，労働供給が可変的な場合の要素賦存比率の変化による直接的産出量の変化量と，その変化によってひきおこされた市場の不均衡状態を調整する価格メカニズムの働きを経た最終的産出量の変化との差が $\sigma_D/(\sigma_D+\sigma_S{}^*)$ の値に依存していることがわかる。家計の両生産物需要の関係が代替的であるならば，$\sigma_D>0$ である[1)]。そして $\sigma_S{}^*$ に関しては前節でみたように家計の労働にたいする留保需要と生産物需要との関係が補

1）通常の部門モデルの場合，2生産物のうち一方は現在消費にむけられる消費財であり，他方は貯蓄として将来消費にまわされる資本財を想定することが多い。

完的であるならば，負になる可能性が存在する。しかし，われわれは $\sigma_D+\sigma_S^*<0$ の成立を期待することは出来ない。というのは，家計の財需要に於ける関係は全体として代替関係が強く支配しているからである。[2] 従って，生産物需要を内生化した一般均衡モデルに於いても，生産の均衡モデルの場合と同じく，要素賦存比率の変化と（均衡）産出量の相対的変化との間に Rybczynski の定理と同じ関係が成立する。[3] 明らかに両モデルに於けるその効果の大きさの大小関係は $\sigma_D/(\sigma_D+\sigma_S^*)\gtreqless 1$ に依存している。一般的な $\sigma_S^*>0$ の場合には，要素賦存比率の変化に伴う（均衡）産出量比率の変化は供給産出量比率の変化に対して相対的に小さくなるであろう。そして $\sigma_S^*$ のより大きな値は両生産物の産出量の差を縮める一方 $\sigma_S$ のより大きな値はその差を一層拡大せしめる働きをする。

2) Hicks〔2〕および佐波〔8〕をみよ。
3) Rybczynki の定理は相対価格不変の下での議論である。

参 考 文 献

〔1〕 Frenkel, J. A. and A. Razin, "Variable Factor Supplies and the Production Possibility Frontier." Southan Economic Journal, January, 1975.
〔2〕 Hicks, J. R., Value and Capital. 2 nd ed., Oxford, 1946.
〔3〕 Jones, R. W., "The Structure of Simple General Equilibrium Models." Journal of Political Economy, December, 1965.
〔4〕 ________, "Distortions in Factor Mactor Markets and the General Equilibrium Model of Production." Journal of Political Economy, May/June, 1971.
〔5〕 Kemp, M. C. and R. W. Jones, "Variable Labour Supply and the Theory of International Trade." Joumal of Political Economy, February, 1962.
〔6〕 黒岩洋昌，『厚生経済学理論』創文社，1967.
〔7〕 Rybczynski, T. M., "Factor Endowments and Relative Commodity Prices." Economica, November, 1955.
〔8〕 佐波宣平，『弾力性経済学』有斐閣，1966.
〔9〕 Stolper, W. F. and P. A. Samuelson, "Protection and Real Wages." Review of Economic Studies, Novemder, 1941.