



Title	収獲逓増経済の基本問題
Author(s)	小山, 光一
Citation	経済學研究, 40(2), 24-37
Issue Date	1990-09
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/31859
Type	bulletin (article)
File Information	40(2)_P24-37.pdf



[Instructions for use](#)

収穫逓増経済の基本問題

小山 光 一

1: 序論

1. 1 動機

収穫逓増経済において社会的に望ましい資源配分をいかに達成するか、ということはひとつの古典的な問題として存在してきた。古典的な市場メカニズムがこの経済において機能しないことは、市場の失敗のひとつとして位置づけられてきた。問題は、古典的な価格メカニズムにかわって収穫逓増経済において効率的な資源配分を達成するメカニズムが存在するか否かである。本稿において私は、収穫逓増経済において効率的な資源配分を達成するためのメカニズム・デザインの限界を示し、更にひとつのベストなメカニズムの提示をおこなう。なお、本稿は Hurwicz 教授の指導下に書かれた著者の Ph. D. 論文のサーベーターとして位置づけられるものであるため、厳密な数学的定式化・証明および environments の一般化は省略する。詳しくは、Koyama [21, 22] を参照されたい。

私は、収穫逓増経済において以下の諸性質を満足するメカニズムを提示しよう。

(1) [情報の分権性] 中央当局は消費者および企業の私的情報を知っている必要がない。私的情報とは、消費者にとっての効用関数と初期資源保有および企業にとっての生産関数をさしている。各経済主体は、他の経済主体の私的情報を知る必要がない。さらに designer は、environments に関する情報を必要としていない。(designer と中央当局は全く異なる主体である。

後にこの違いに言及する。)

(2) [資源配分の効率性] 局所的に一意 (unique) な定常点が局所的 (local) に最適である必要十分条件はそれが局所的に安定であることである。

歴史的にみて、収穫逓増経済において社会的に望ましい資源配分を達成するメカニズムを構築することは、非常に難しい問題であった。情報の分権性を満足するメカニズムとして限界費用原理 (marginal cost pricing mechanism), 平均費用原理 (average cost pricing mechanism), および Arrow-Hurwicz メカニズムが存在する。以上の3つのメカニズムの問題点を指摘していく。限界費用原理は、Hotelling [15] によって論じられ、近年では Brown-Heal [6, 7], Guesnerie [12], Beato [4], Beato-Mas-Collel [5] などによって発展させられてきたメカニズムである。限界費用原理は以下の問題点をもっている。

(1) [インセンティブ] 収穫逓増企業は、価格が限界費用に等しくなる点で負の利潤をもつため、たとえ消費者からの移転をうけたとしても、その点で財の生産を行う誘因をもたない。

(2) [資源配分の効率性] 限界費用原理の均衡点 (marginal cost pricing equilibrium) は、局所的パレート最適さえ必ずしも満足していない。局所的パレート最適のための二階の条件が満足されていないかもしれないからである。

平均費用原理もまた必ずしも局所的パレート最適を実現できるとはかぎらない。なぜならば、平均費用にもとづく価格設定 (average cost pricing) は局所的パレート最適のための一階の

必要条件と矛盾するからである。さらに、平均費用原理のもとで収穫逓増企業はゼロ利潤のみを得るため、平均費用原理に従う誘因をもたないであろう。

Arrow-Hurwicz メカニズムは、concavified ラグランジアン鞍点 (saddle point) としてインセンティブと局所的パレート最適の両方を満足している。Arrow-Hurwicz メカニズムの問題点は、designer が concavified パラメーター(η)の大きさを決定するために、environments についてなんらかの情報を知っていなければならない、という点である。もし designer が適切な η の値を選べなければ、彼らのメカニズムは機能しないであろう。Heal [13], Aoki [1], 及び Cremer [11] も収穫逓増経済におけるメカニズムを提示してきた。しかしながら、彼らのメカニズムは情報の分権性を満足していない。彼らのメカニズムにおいて、中央当局は消費者の効用関数を知っているものと仮定されている。さらに Heal と Cremer は中央当局が社会全体の資源の総量を知っているものと仮定し、Aoki は中央当局が本質的な資源の総量を知っていると仮定している。

かくて、インセンティブかつ (または) 資源配分の効率性を満足する情報分権メカニズムが存在するか否か、を問うことは自然な疑問である。私は、静学 (statics) の範囲内で、収穫逓増経済において局所的なパレート最適を常に実現する情報分権メカニズムは存在しないことを証明した。(この結果は、Arrow-Hurwicz メカニズムの性質と矛盾しないことを後で示す。) かくて情報の分権性と局所的パレート最適性とは、収穫逓増経済において両立しないことが証明されたことになる。しかしながら私は、動学 (dynamics) を導入し、動学経路が局所的最適点に収束していく情報分権メカニズムを提示する。

1. 2 収穫逓増経済における古典的問題点

問題1：問題は、インセンティブかつ (または) 効率性を満足する情報分権メカニズムが存

在するか否かである。限界費用原理、平均費用原理、および Arrow-Hurwicz メカニズムは上記の欠陥をもっている。Heal, Aoki, および Cremer のメカニズムは、中央当局が効用関数と初期資源総量を知っていると仮定しているのに、情報の分権性を満足していない。さらに Heal [13, 14] において、定常点は各経済主体の極大行動によって支持されていない。Aoki [1] は、生産関数の特殊な性質を仮定することによりインセンティブの問題を回避している。Cremer はインセンティブの側面を全く考慮していない。かくてわれわれは上記の問題に到達する。

問題2：Starrett [26] は外部性の存在する場合、生産集合の非凸性が生じるかもしれないことを指摘した。しかしながら歴史的にみて、外部性と収穫逓増の両方が存在する経済において、局所的最適を達成する情報分権メカニズムは存在してこなかった。Aoki [2] と Laffont [23] は外部性と収穫逓増の併存する経済を検討しているが、彼らのメカニズムにおいて情報の分権性が満足されておらず、かつ彼らは environments に関してある種の生産集合の凸性を仮定している。かくて、外部性と収穫逓増の併存する経済において、局所的最適を満足する情報分権メカニズムが存在するか否か、という問題に直面する。

問題3：歴史的に、公共財と収穫逓増の両方が存在する経済において、情報分権性を満足するメカニズムは限界費用原理と平均費用原理のみしか存在していない。しかしながら、これらのメカニズムは前述の問題点をもっている。問題は、公共財と収穫逓増の併存する経済において、局所的最適性を満足する情報分権メカニズムが存在するか否か、である。

問題4：Calsamiglia [9] は、収穫逓増経済において、有限次元のメッセージ空間をもち、かつ大域的 (global) 最適を実現する情報分権メカニズムは存在しない、ことを示した。しかしながら、有限次元のメッセージ空間をもち、かつ局所的最適を実現する情報分権メカニズムは

存在するかもしれない、ということが推測されてきた。

1. 3 古典的問題に対する貢献

まず問題1に対して、私はインセンティブと局所的最適性の両側面に対して好ましい性質をもつ一つの情報分権メカニズムを提示している。限界費用原理および平均費用原理との比較においてインセンティブと効率性の両側面が向上している。Arrow-Hurwiczメカニズムは前述の情報分権性の問題点をもつものに対して、私のメカニズムにおいて designer は environments についてなんらの情報も必要としていない。私のメカニズムは、収穫逓増経済に機能するすべての既存のメカニズム（限界・平均費用原理を除く）のなかで、局所的最適を実現するため designer に最小限の情報を要求している。

問題2に対する貢献は、私のメカニズムを修正することによって収穫逓増と外部性の併存する経済に適用可能なメカニズムを構築できる、という点である。私の修正されたメカニズムは、収穫逓増と外部性の併存する経済において、局所的最適を実現する唯一の情報分権メカニズムである。Aoki [2] との比較において、私のメカニズムは生産関数の特殊な性質に依存していない。問題3に対する貢献は、公共財と収穫逓増の併存する経済においても私の修正された情報分権メカニズムが適用可能である、という点である。

最後に問題4に対する貢献として私は、有限次元のメッセージ空間をもち、かつ局所的最適を実現する情報分権メカニズムは存在しない、ことを証明した。かくて、静学 (statics) の範囲内で、収穫逓増経済において情報の分権性と資源配分の効率性は両立しないことがわかった。このことは極めて重要な意味をもっていることに注意されたい。静学の範囲内で局所的最適さえ実現する情報分権メカニズムは存在しない、という私の規範的な結果は、われわれにメカニズム・デザインの限界を明らかにしている。局

所的最適を実現する一つのベストな方法として私は、動学 (dynamics) を導入し、その中で実現される資源配分が局所的最適である必要十分件はそれが局所的安定である、というメカニズムを構築したのである。

2. モデル

2. 1 Environments

いま、できる限り簡単な経済を考えてみよう。一般的な environments に関しては、Koyama [22] を参照されたい。一人の消費者及び一つの企業が存在する経済を考えてみる。さらに、中央当局が参加しており、経済主体の総数は3である。生産要素は労働のみであり、企業は単一の生産物を生産するために生産要素として労働を使用する。生産関数は、 $Y=f(z)$, $f:R_+ \rightarrow R$ 。ここで、 z は企業によって使用される労働量であり、 Y は企業によって生産される生産物の量である。

仮定1: $f(0)=0$, $f \in C^2(R_+)$, かつ $f(\cdot)$ は z の厳密な増加関数である。

消費者の選好は、効用関数、 $u=U(y, x)$, $U: R_+^2 \rightarrow R_+$, によって表される。ここで、 y は生産物の消費を表し、 x は余暇の消費を表している。消費者の初期資源保有を

$$\omega = (0, L), L > 0, \text{ とする。}$$

仮定2:

(i) 効用関数 $U(\cdot)$ は、 $C^2(R_+^2)$, R_+^2 の上で準凹、および各変数の厳密な増加関数である。

(ii) $U(y, 0) = 0 \quad \forall y \geq 0$ 。

いま、 E_f を仮定1を満足する生産関数 f の集合とし、 E_c を仮定2を満足する $(U, \omega) \in C^2(R_+^2) \times (\{0\} \times R_+)$ の集合とする。そのとき、集合 E_k を $E_k \equiv E_f \times E_c$ として定義し、その一般的要素を $e = (e_f, e_c) \in E_k$ とする。但し、 $e_f = f \in E_f$ 及び $e_c = (U, \omega) \in E_c$ である。 $F(e)$ を $e \in E_k$ での実現可能な資源配分の集合とし、 $F(E_k) = U\{F(e): e \in E_k\}$

とする。

2. 2 メカニズム

A. メッセージ空間

(i) 企業のメッセージ空間

$$M_f = R^2_+$$

(ii) 消費者のメッセージ空間

$$M_c = R^2_+ \cup \{*\}$$

但し、* は R^2_+ に含まれない任意のシンボルである。

(iii) 中央当局のメッセージ空間

$$M_{ca} = R_+$$

但し、 $m_{ca} = a \in M_{ca}$ を一般的要素として含んでいる。

メッセージ空間 M を $M = M_f \times M_c \times M_{ca}$ として定義し、その一般的要素を $m = (m_f, m_c, m_{ca}) \in M$ とする。

B. 各経済主体の反応関数(response function)と中央当局の調整関数(adjustment function)

いま、 $e = (e_f, e_c) \in E_k$, $e_f = f \in E_f$, $e_c = (U, \omega) \in E_c$ に対して、企業と消費者の反応関数と中央当局の調整関数を以下のように定義する。

[ケース 1] $m = ((Y^s, q), (\lambda_1, \lambda_2), a) \in M$

[ケース 2] $m = ((Y^s, q), \{*\}, a) \in M$

[企業] 企業の反応関数 $g_f: M \times E_f \rightarrow M_f$ を

$$g_f(m; e_f) = (g_{1f}(m; e_f), g_{2f}(m; e_f))$$

と定義する。但し、

(i. 1) $m \in M$ がケース 1 の場合

$$g_{1f}(m; e_f) \equiv f(a)$$

$$g_{2f}(m; e_f) \equiv \partial f / \partial z \text{ evaluated at } z = a.$$

(i. 2) $m \in M$ がケース 2 の場合

$$g_{1f}(m; e_f) = 0$$

$$g_{2f}(m; e_f) \equiv \partial f / \partial z \text{ evaluated at } z = 0.$$

[消費者] 消費者の反応関数 $g_c: M \times E_c \rightarrow M_c$ を以下のように定義する。

(ii. 1) $L - a > 0$ の場合

$$g_c(m; e_c) = (g^1_c(m; e_c), g^2_c(m; e_c))$$

ここで、 $g^1_c(m; e_c) = U_1(y, x)$, $g^2_c(m; e_c) = U_2(y, x)$, 但し、 $U_k (k = 1, 2)$ は k 番目の変数に関する $U(\cdot)$ の偏微分であり、それぞれの偏微分は $(y, x) = (Y^s, L - a)$ で評価されている。

(ii. 2) $L - a \leq 0$ の場合

$$g_c(m; e_c) = \{*\}.$$

[中央当局] 中央当局の調整関数 $g_{ca}: M \rightarrow M_{ca}$ UR を以下のように定義する。但し、 $M_{ca} UR$ は直和(disjoint union)である。

(iii. 1) $m_c \in \{*\}$ をもつ $m \in M$ の場合

$$g_{ca}(m) = 0 \in M_{ca}$$

(iii. 2) $m_c = (\lambda_1, \lambda_2)$ をもつ $m \in M$ の場合

$$g_{ca}(m) = 0 \quad \text{if} \quad \lambda_1 q - \lambda_2 < 0 \\ = \lambda_1 q - \lambda_2 \quad \text{otherwise.}$$

C. 均衡対応(equilibrium correspondence)

企業と消費者の個人の均衡対応をそれぞれ $\mu_f: E_f \rightarrow M$, $\mu_c: E_c \rightarrow M$ とし、以下のように定義する。

(i) [企業]

$$\mu_f(e_f) = \{m \in M : m_f = g_f(m; e_f)\}$$

(ii) [消費者]

$$\mu_c(e_c) = \{m \in M : m_c = g_c(m; e_c)\}$$

中央当局にとっての定常集合 $\mu_{ca} \subset M$ を以下のように定義する。

(iii) [中央当局]

$$\mu_{ca} = \{m \in M : m_c \notin \{*\}, \text{かつ } g_{ca}(m) = 0\}$$

個人の均衡対応は各経済主体の私的 environment にのみ依存している。均衡対応 $\mu: E_k \rightarrow M$ は、

$$\mu(e) = \mu_1(e_f) \cap \mu_c(e_c) \cap \mu_{ca}$$

但し、 $e = (e_f, e_c) \in E_{k_0}$ かくて、Mount-Reiter [25] によって定義された Privacy Preserving property が満足されている。

D. The outcome function

The outcome function $\phi: M \rightarrow R^2_+ \times R^2_+$ は以下のように定義される。

$$\phi(m) = (\phi_f(m), \phi_c(m))$$

ここで

(i) [企業] $\phi_f(m) \equiv (\phi^1_f(m), \phi^2_f(m))$

(i. 1) もし $m = ((Y^s, q), (\lambda_1, \lambda_2), a) \in M$ ならば、

$$\phi^1_f(m) = Y^s, \phi^2_f(m) = a$$

(i. 2) もし $m_c = \{*\}$ をもつ $m \in M$ ならば、

$$\phi^1_f(m) = 0, \phi^2_f(m) = 0.$$

(ii) [消費者] $\phi_c(m) \equiv (\phi^1_c(m), \phi^2_c(m))$

(ii. 1) もし $m = ((Y^s, q), (\lambda_1, \lambda_2), a) \in M$ ならば、

$$\phi^1_c(m) = Y^s, \phi^2_c(m) = a$$

(ii. 2) もし $m_c = \{*\}$ をもつ $m \in M$ ならば、

$$\phi^1_c(m) = 0, \phi^2_c(m) = 0.$$

メッセージ・メカニズム $\tau = (M, \mu, \phi; E_K, F(E_K))$ を所与として、performance 対応 $P: E_K \rightarrow F(E_K)$ を以下のように定義する。

$P(e) = \{\xi \in F(e) : \xi = \phi(m), m \in \mu(e) \text{ for some } m \in M\}$.

定義 1: 任意の $m = ((Y^s, q), (\lambda_1, \lambda_2), a) \in \mu(e), e \in E_K$, に対して、価格と所得移転(税)を以下のように定義す。

(1) 財の価格の定義

いま $p \in R_+$ と $w \in R_+$ を以下のように定義する。

$$p = \lambda_1 / \lambda_2, w = 1$$

ここで、 p は生産物の価格と解釈し、 w は労働に対する賃金率と解釈される。

(2. 1) 企業に対する移転

関数 $t(m): R^2_+ \rightarrow R$ を以下のように定義する。

$$t(Y, z; m) = -p \cdot Y + w \cdot z + a^2 - (a - z)^2$$

但し p と w は、定義 1 の(1)に従って、 m によって決定され、 $t(Y, z; m)$ は $(Y, z) \in R^2_+$ における企業への移転と解釈される。

(2. 2) 企業の利潤の定義

関数 $\pi(m): R^2_+ \rightarrow R$ を以下のように定義する。

$$\pi(Y, z; m) \equiv p \cdot Y - w \cdot z + t(Y, z; m)$$

ここで、 p と w は、定義 1 の(1)に従って、 m によって決定され、 $\pi(Y, z; m)$ は $(Y, z) \in R^2_+$ における企業の利潤と解釈される。関数 $t(\cdot)$ の定義によって、

$$\pi(Y, z; m) = a^2 - (a - z)^2$$

を得る。

(3) 消費者に対する利潤と税

いま $\pi(Y, z; m): R^2_+ \rightarrow R$ を $(Y, z) \in R^2_+$ 点での消費者の受け取る利潤とし、 $t(Y, z; m): R^2_+ \rightarrow R$ を $(Y, z) \in R^2_+$ 点での消費者に課せられる税とする。

Remark 1: 定義 1 の(2. 1)と(2. 2)は、企業が (Y^s, a) で利潤極大していることを意味する。このことは、次の命題 1 (b)で示される。企業の利潤は、もし $a \neq 0$ ならば $\pi(Y, z) = a^2 > 0$ 。(ここで、限界費用原理と平均費用原理における収穫逓増企業の利潤と比較されたい。)消費者は正の利潤を企業から受け取る。しかしながら、消費者は税 $t(Y^s, a)$ を支払わなければならない。従って、私のメカニズムにおいて消費者の予算への net な影響は、

$$\pi(Y^s, a) - t(Y^s, a) = p \cdot Y^s - w \cdot a$$

となる。これは、限界費用原理における lump-sum tax に対応している。

価格、企業への移転、および消費者への税はメッセージ・メカニズム τ においてなんらの役割も果たしていない。命題 1 において、次の 2

点が示される。(1)消費者に対して与えられた財の点で、彼は予算制約下の効用極大化をおこなっている。(2)定義1(2.1)によって定められた移転ルールの下で、企業に与えられた生産要素量で企業は利潤極大をおこなっている。消費者は消費ベクトルを選択するのではなく与えられるのであり、企業は生産要素量を選択するのではなく与えられるのである。しかしながら、定義1のシステム・ルールに従って、各経済主体は与えられたものがベストなものであることを見いだすのである。

命題1：いま $e = (f, (U, \omega)) \in E_K$, $m^* = ((Y^s, q), (\lambda_1, \lambda_2), a^*) \in \mu(e)$, $\xi = ((Y^s, a^*), (y^{*c}, x^{*s})) = \phi(m^*)$ とする、但し、 $x^{*c} \equiv L - x^{*s} \in R^2_+$ 。さらに、 p, w, π , および t は定義1に従って m^* によって決定されるものとする。そのとき、

(a) [消費者の効用極大化]

$$(y^{*c}, x^{*c}) \\ = \arg \max \{ U(y, x) \mid py + wx \leq wL + [\pi - t], (y, x) \in R^2_+ \}$$

(b) [企業の利潤極大化]

$$(Y^s, a^*) = \arg \max \{ \pi(Y, z; m^*) : (Y, z) \in R^2_+, Y = f(z) \}$$

(c. 1) いま $MC(e)$ を $e \in E_K$ での限界費用原理の均衡点の集合とする。任意の $e \in E_K$ に対して、 $N(e) \equiv \{ \xi \in MC(e) : \xi = ((Y, z), (y, x^s)), x = L - x^s \text{ かつ } x = 0 \}$ とする。任意の $e \in E_K$ に対して、 $MC^*(e) \equiv MC(e) \setminus N(e)$ とする。そのとき、われわれはすべての $e \in E_K$ にとって $P(e) = MC^*(e)$ を得る。

(c. 2) $LO(e)$ を $e \in E_K$ での局所的に最適な資源配分の集合とする。そのとき、われわれはすべての $e \in E_K$ にとって $P(e) \supset LO(e)$ を得る。

命題1(c. 1)と(c. 2)より、以下の系を得る。

系：すべての $e \in E_K$ にとって、

$$MC(e) \supset MC^*(e) \supset LO(e).$$

E. 動学過程

[ステップ1] [中央当局]

t 期において、中央当局は企業に対してメッセージ $a(t) \in M_{ca}$ を伝える。

[ステップ2] [企業]

t 期において、 $a(t) \in M_{ca}$ を所与として、企業はメッセージ

$$m_f(t) = (Y^s(t), q(t)) \in M_f$$

を伝える。但し、

$$m_f(t) = g_f(a(t); e_f)$$

[ステップ3] [消費者]

t 期において、 $a(t) \in M_{ca}$ と $m_f(t) \in M_f$ を所与として、消費者はメッセージ $m_c(t) \in M_c$ を伝える。但し、

$$m_c(t) = g_c(a(t), m_f(t); e_c) \text{ if } L - a(t) > 0 \\ = \{ * \} \text{ otherwise}$$

もし $m_c(t) = \{ * \}$ ならば、われわれは中央当局のルール1に向かう。

[ステップ4] [中央当局]

企業のメッセージ $m_f(t) \in M_f$ と消費者のメッセージ $m_c(t) \in M_c$ を所与として、中央当局は彼のメッセージ $a \in M_{ca}$ を以下のように調整する。ルール1：もし $m_c(t) = \{ * \}$ ならば、中央当局は初期値 $a^0 = 0$ とおくことによって動学過程を再出発させる。

ルール2：さもなければ、われわれは

$$da/dt = g_{ca}(m)$$

をもつ。

中央当局のメッセージ $a \in M_{ca}$ は、消費者の効用に対する生産要素の限界的な貢献に依存しながら、調整されている。

Remark 2：ここで、情報の側面から私のメカニズムを見てみよう。中央当局は経済主体の私的情報についてなんら知っている必要はない。中央当局の役割は、単に他の経済主体のメッセージに従って彼のメッセージ $a \in M_{ca}$ を調整する

だけである。かくて、中央当局は「auctioneer」である。さらに中央当局は、他の経済主体の私的情報を知ることなしに、ひとつの実現可能な資源配分を見いだすことができる。たとえば、中央当局は彼のメッセージ $a \in M_{ca}$ の初期値として $a^0=0$ をとったとしよう。そのとき、われわれは任意の $e=(f, (U, \omega)) \in E_K$ で次のような資源配分をもつ：

$$\xi = ((Y^s(0), z(0)), (y(0), x^s(0))),$$

但し、 $x(0)=L-x^s(0)$ 。

メカニズムの構築より、企業の生産要素量について $z(0)=a^0$ 。仮定 1 かつメカニズムの構築により、 $z(0)=a^0=0$ は $Y^s(0)=y(0)=0$ を意味する。また、余暇に関して $x(0)=L-a^0=L$ 。かくて中央当局は、 $a^0=0$ とおくことによって、初期の資源配分の状態にもっていくことができる。この際中央当局は、 L の値を知っている必要はなく、初期の資源配分の状態を知っている必要はない。中央当局は、ひとつの実現可能な資源配分を見いだすために、 L の値のみならず生産関数 f や効用関数 U についてなんらの情報も必要としない。中央当局は、他の経済主体の私的情報をなんら知ることなしに、実現可能な資源配分から動学過程を開始することができるのである。

3. 静学

3.1 Environments の比較

この節において既存のモデルにおける environments を比較する。異なるモデルは異なる environments の上で機能しており、集合論の観点から包含関係を明確にしておかなければならない。数学の観点で言えば定義域の比較といえる。

命題 2：

- (i) $E_K \subset E_{MC}$, (ii) E_K と E_{AH} は比較できない,
 (iii) $E_K \subset E_{H1}$, (iv) E_K と E_{H2} は比較できない,
 (v) $E_K \cap E_{A0} = \phi$, (vi) $E_K \subset E_C$

但し、

E_{MC} ：限界費用原理についての environments の集合

E_{AH} ：Arrow-Hurwicz モデル [3] の environments の集合

E_{H1} ：Heal モデル 1 [13, 14] の environments の集合

E_{H2} ：Heal モデル 2 [14, pp.290-2] の environments の集合

E_{A0} ：Aoki [1] モデルの environments の集合

E_C ：Cremer [11] モデルの environments の集合

また、包含関係 \subset は厳密な意味での包含をしめす。

命題 2 の証明をスケッチしていく。(i) の証明は命題 1 (c. 1) より明らかである。(ii) の証明は次の 3 点を示すことで成立する。① E_K は E_{AH} の部分集合でない、② E_{AH} は E_K の部分集合でない、および、③ $E_{AH} \cap E_K \neq \phi$ 。(iii) の証明は、Heal は効用関数および生産関数に C^1 のみを仮定していることから成立する。Heal [14, pp.290-2] は別なモデルを提示し、その中で生産関数は C^1 である一方、効用関数は特殊な同次性を必要としている。かくて (iv) が成立している。Aoki は効用関数が C^1 であることのみ仮定している一方、生産関数に特殊な性質を要求し、ある必須の生産要素が固定されたとき他の生産要素に関して収穫逓減を示すと仮定している。故に Aoki は二つ以上の生産要素を必要とするため (v) を得る。二つ以上の生産要素を含む一般的な environments においては、私のメカニズムの許容する environments と Aoki とのそれは比較できない。最後に Cremer モデルとの比較において、彼は自由処分を許容するコンパクトな生産集合を仮定しているのみであるため (vi) が成立する。

3.2 メカニズム

A. 情報

A.1 情報の分権性

情報の分権性とはなにか、厳密な定義をわれ

表 1

	utility function	total initial endowments	one feasible production plan	upper bound of production sets	the role of the CPB
A-H Mechanism	no	no	no	no	auctioneer
MC Pricing Mechanism	no	no	no	no	auctioneer
Koyama Mechanism	no	no	no	no	auctioneer
Heal Mechanism I	yes	yes	no	no	planning
Heal Mechanism II	yes	yes	no	no	planning
Aoki Mechanism	yes	yes	no	no	planning
Malinvaud Mechanism	yes	yes	yes	no	planning
Weitzman Mechanism	yes	yes	no	yes	planning
Cremer Mechanism	yes	yes	yes	yes	planning

われは必要とする。われわれは、二重の意味で情報の分権性を定義する。情報の分権性のための第一の要求は、メカニズムを機能させる上で designer は environments に関する知識をもっている必要がない、ということである。この第一要求は、後の A. 3 で論じられる。第二の要求は、メカニズムが privacy preserving property という性質を満足していることである。この性質は、各経済主体は自己の私的情報のみを知っており他の経済主体の私的情報を知らなくてよい、というものである。前述の E_k の上で言えば、中央当局は消費者の効用関数と初期資源保有および企業の生産関数を知らなくてよく、消費者は企業の生産関数を知らなくてよく、企業は消費者の効用関数と初期資源保有を知らなくてよい、という設定である。privacy preserving property は、限界費用原理、平均費用原理、と Arrow-Hurwicz メカニズムのみにおいて満足されている。私のメカニズムもこの性質を満足している。他の既存のメカニズムがいかにかこの性質を満たさないかを述べておこう。Heal, Aoki,

Weitzman [27], および Cremer のメカニズムにおいては、中央当局は消費者の効用関数と社会全体の資源の総量(Aoki の場合本質的生産要素量に限定されているけれども)を知っていなければならない。Malinvaud[24]のメカニズムにおいて、中央当局は消費者の効用関数と社会全体の総資源量を加えて、動学経路が出発する前に実現可能な生産計画を知っていなければならない。

A. 2 中央当局の役割

問題は、最適な資源配分を実現するために、中央当局はどの程度他の経済主体の私的情報を知っていなければならないか、という点である。限界費用原理、平均費用原理、および Arrow-Hurwicz メカニズムにおいて、中央当局は他の経済主体の私的情報についてなんらの情報も必要としていない。中央当局の役割は、他の経済主体のメッセージに従って自己のメッセージを調整していくことである。かくて、中央当局は auctioneer である。私のメカニズムにおいても中央当局は auctioneer である。さらに中央当局

は、自己のメッセージの初期値を $a^0=0$ とおくことによって、他の経済主体の environments に関するなんらの情報なしに、実現可能な資源配分を見いだすことができる。既存のメカニズムにおいて中央当局は異なった役割を果たしている。表1は、既存のメカニズムにおいて中央当局はどのような情報を必要とするか、を示している。

A. 3 designer の environments についての知識

まず designer と中央当局との違いを明確にしておかなければならない。

designer とは、メカニズムを構築 (design) する主体であり、メカニズムに参加する経済主体ではない。これに対し、中央当局はメカニズムに参加する経済主体であり、メカニズムに参加している他の経済主体、すなわち消費者や企業、とメッセージの交換をおこなう。designer と中央当局の違いを念頭において、designer はメカニズムを機能させるために environments に関していかなる情報を必要とするか、を見ていくことにしよう。

限界・平均費用原理は、designer に対して environment に関するなんらの情報も要求していない。しかしながら、限界・平均費用原理は資源配分の効率性を必ずしも実現しない。Arrow-Hurwicz メカニズムにおいて、designer は concavification パラメーター (η) を決定するために、environments についてなんらかの情報を知っていなければならない。これに対し私のメカニズムにおいて、designer は一つの実現可能な資源配分を見いだすために、environment に関するなんらの情報も必要としていない。かくて私のメカニズムは、Arrow-Hurwicz メカニズムよりも designer に対する情報上の要求が弱いといえる。Heal や Cremer などのメカニズムは、適当に修正することによって、中央当局は社会全体の資源総量を知らなくてよいメカニズムに再構築することができる。しかしながら、この場合中央当局に代わって designer が社会全体の資源総量を知っていなければならない。私のメカニ

ズムは、収穫逓増経済において適用可能な既存のメカニズム (限界・平均費用原理を除いて) のなかで、情報に関し designer に最小限の情報を要求する唯一のメカニズムである。

A. 4 不可能性定理

いまインセンティブの側面を無視し、情報の分権性と資源配分の効率性のみに焦点をあてることにしよう。Calsamiglia は、Hurwicz 教授の先駆的論文 [19] を基礎に、Hurwicz 教授指導下での Ph. D. 論文において以下の定理を証明した。

Calsamiglia の定理 [9]:

広範囲な environments をもつ収穫逓増経済において、以下の三条件を満足するメカニズムは存在しない。

(条件1) privacy preserving property を満足すること。

(条件2) 有限次元のメッセージ空間をもつこと。

(条件3) 大域的(global)に最適な資源配分を実現すること。

不可能性定理の意味することは、情報の分権性(条件1)と資源配分の効率性(条件3)の両方を満足するメカニズムは、メッセージ空間が有限次元である(条件2)限り、存在しないということである。たとえば限界・平均費用原理を見てみよう。限界・平均費用原理は、(条件1)かつ(条件2)を満足している。かくて、Calsamiglia の不可能性定理により限界・平均費用原理は(条件3)を満足していない、すなわち大域的に最適な資源配分を実現することはできない。私は Calsamiglia の結果をさらに発展させ次の定理を証明した。

Koyama の定理 [21]:

広範囲の environments をもつ収穫逓増経済において、上記の(条件1)、(条件2)および下記の(条件3*)の三条件を満足するメカニズムは存在しない。

(条件3*)局所的(local)に最適な資源配分を実現すること。

なぜ私の結果が Calsamiglia の発展なのであろうか。Calsamiglia の主張は、情報の分権性と大域的最適とは両立しないといっているのみであり、局所的最適の実現可能性を許していることに注意しなければならない。Calsamiglia の不可能性定理のあと多くの経済学者は、有限次元のメッセージ空間の下で情報の分権性と局所的最適を満足するメカニズムは存在するかもしれない、と推測してきた。この推論となる一つの根拠は、Arrow-Hurwicz メカニズムの存在である。彼らのメカニズムは(条件1)と(条件2)を満足しているのみならず、(条件3*)の局所的最適性をも満足しているのである。故に、Arrow-Hurwicz メカニズムの性質は私の定理に矛盾する、と思われるかもしれない。しかしながら、Arrow-Hurwicz メカニズムにおいては、所与の concavification パラメーター(η)の下で許容される environments は限定され、私の不可能性定理で用いられている広範囲の environments を含んでいない。Arrow-Hurwicz は、designer が適切な η を選ぶという人為的な仮定をおくことによって、定義域たる environments を限定し、局所的に最適な資源配分を実現したといえる。

Calsamiglia および私によって示されてきた不可能性定理によって、広範囲な environments を含む収穫逓増経済において、情報の分権性と資源配分の効率性は両立しないことがわかった。かくて問題は、局所的または大域的に最適な資源配分を実現するために何をなすべきかである。ここで三つの問題を提起しておこう。第一の問題点は、広範囲な environments をもつ収穫逓増経済において、望ましい資源配分を実現するためにどの程度情報の分権性をあきらめなければならないか、という点である。換言すれば、効率的資源配分を実現するために、最小限どの程度 privacy preserving property を犯せばよいか、が問題である。第二の問題点は、上記の(条件2)をあきらめたときどうなるかである。有限次元のメッセージ空間をあきらめ無限次元のメッセージ空間を考えてみよう。問題は、広範囲

な environments をもつ収穫逓増経済において、無限次元のメッセージ空間をもち、かつ効率性と情報の分権性を満足するメカニズムは存在するか否かである。Calsamiglia も私も、有限次元のメッセージ空間では不可能であると言っているのみで、無限次元のメッセージ空間で可能か不可能かは全くわかっていない。また歴史的にみて、無限次元のメッセージ空間をもち情報の分権性と効率性を満足するメカニズムも存在してこなかった。第三の問題点は、不可能性定理は広範囲な environments の上で成立している、という点である。広範囲の environments は問題を引き起こす特殊な environments を含んでいるため、われわれは不可能性定理から逃れることができなくなっている。問題となる特殊な environments を排除したとき、われわれは一般性を維持しながらメカニズム・デザインの可能性を模索できるのであろうか。

B. インセンティブ

歴史的にみて、インセンティブの問題は収穫逓増経済において一つの難問であった。古典的問題は、どのようにしたら定常点が各経済主体の極大化行動によって支持されるようにできるか、という点にある。限界費用原理(平均費用原理)において企業は、価格が限界費用(平均費用)に一致する点で、財を生産する誘因をもたない。Arrow-Hurwicz メカニズムでは、concavified ラグランジアン鞍点がナッシュ均衡であるため、インセンティブの局面は満足されている。Heal [13] では企業のインセンティブが全く考慮されておらず、Heal [14] では企業の利潤はパラメトリックな価格ルールのため極大化されていない。Heal [14, pp.290-2] は、インセンティブの問題を解くため修正したモデルを提示している。しかしながら、彼の修正モデルにおいて効用関数は同次関数に限定され、かつ Hurwicz [18] が指摘しているように企業数は一企業のみでなければならない。Cremer のメカニズムにおいて、各企業の利潤極大化は全く考慮されておらず、各企業は中央当局の指示に正直に

表 2

	A-H	Koyama	Heal I	Aoki	Malinvaud	Weitzman	Cremer
Efficiency Type:	2	1	1	1	3	3	3
Environments:	I. R. S.	I. R. S	I. R. S	I. R. S	only convex	only convex	I. R. S
dim M:	finite	finite	finite	finite	infinite	infinite	infinite
Privacy preserving:	Yes	Yes	No	No	No	No	No

dim M: dimension of message space M

従っているのみである。私のメカニズムにおいて、消費者は彼の予算制約の下で効用を極大化しており、かつ各企業は非線形の移転ルールの下で利潤極大化している。かくて、実現された資源配分は定常点で各経済主体の極大行動によって支持されている。問題点は、私のメカニズムは静学的インセンティブを満足しているが動学インセンティブを満足していない点である。しかしながら、広範囲な environments をもつ収穫逓増経済において、ある程度の情報分権性をみだし、かつ動学インセンティブと効率的資源配分を実現するメカニズムは存在しないと考えられている。故に私のメカニズムはこの側面からも一つのメカニズム・デザインの限界を明らかにしている。

C. 資源配分の効率性

問題は、定常点において実現される資源配分が少なくとも局所的に最適であるか否か、である。限界費用原理や平均費用原理は必ずしも局所的に最適な資源配分さえも実現できない。いま既存のメカニズムを三つのタイプに分類しよう。タイプ1は、厚生が局所的に最小(local minimum)な資源配分を実現する可能性があるメカニズムである。私のメカニズムおよび Heal と Aoki のメカニズムはタイプ1に属している。これらのメカニズムにおいて、時間を通じて資源配分は実現可能(feasibility)であり、かつ時間の経過とともに厚生は単調に増加(mono-

tonicity)していき、動学経路は局所的最適のための一階の必要条件を満足する点に収束していく。しかしながら、もし初期値で資源配分が厚生の局所的極小点であるとする、動学経路はそのまま動かずその点が定常点となってしまう、厚生の局所的極小な資源配分を実現してしまうことになる。Koyama[22], Heal, および Aoki のメカニズムは、偶然に局所的に非最適な資源配分を定常点で実現してしまうのである。

タイプ2は、収穫逓増経済において少なくとも局所的に最適な資源配分を実現できるメカニズムである。Arrow-Hurwicz メカニズムはこのタイプに属している。彼らのメカニズムにおいて、定常点は concavified ラグランジアン の鞍点であり、資源配分はいつも局所的に最適である。タイプ3は、大域的に最適な資源配分が定常点で実現されるメカニズムである。Malinvaud, Weitzman, および Cremer はこのタイプに属する。

情報の分権性と資源配分の効率性との間のトレード・オフを議論してみよう。限界費用原理と平均費用原理は、Privacy preserving property を満足し、かつ designer は environments に関しなんらの情報も必要としていない、という二重の意味で情報の分権性を満足している。しかしながら、これらのメカニズムは局所的に最適な資源配分さえ必ずしも実現できない。私のメカニズムと Arrow-Hurwicz メカニズムを

比較してみよう。どちらのメカニズムも Privacy preserving property を満足している。Arrow-Hurwicz メカニズムは少なくとも局所的に最適な資源配分を実現するけれども、designer は concavification パラメーターの値を決定するために、environments に関する情報を知っていなければならない。これに対し、私のメカニズムにおいて designer は environments に関する先駆的な情報を必要としていない。従って私のメカニズムは Arrow-Hurwicz よりも情報の分権性をより発展させている。しかしながら、私のメカニズムは資源配分の効率性の側面で弱い結果となっている。故にわれわれは、情報の分権性と資源配分の効率性の間のトレード・オフを観察できる。

次に Heal メカニズムとの比較を議論しよう。私のメカニズムと Heal メカニズムは資源配分の効率性の側面において同一のタイプ、タイプ1、を実現している。しかしながら、情報の分権性の側面において Heal は、中央当局が消費者の効用関数と利用可能な社会全体の総資源量を知っている、ことを仮定している。これに対し、私のメカニズムにおいて中央当局は他の経済主体のなんらの私的情報も知っている必要はない。かくて私のメカニズムは Heal と同一タイプの資源配分の効率性を実現する一方、情報の分権性が Heal よりも発展している。同様の議論は Aoki との比較においても成立する。最後に、Cremer との比較を明確にしておこう。Cremer メカニズムにおいて、中央当局は消費者の私的情報に関し完全な知識をもっていると仮定され、かつ中央当局は無限の累積的メモリーとして無限次元のメッセージ空間を用いている。かくて Cremer は、情報の分権性と有限次元のメッセージ空間をあきらめることによって、収獲逡増経済において大域的に最適な資源配分を実現させることに成功したといえる。

4. 動学 (dynamics)

4.1 情報

動学において、どのように情報の分権性を定義できるのであろうか。もし反応関数が各経済主体の私的情報のみに依存しているとき、動学の調整過程は privacy preserving であるといわれる。動学において、情報の分権性はこの性質によって定義される。私のメカニズムの調整過程は、privacy preserving であり、情報の分権性を満足している。

4.2 動学体系の性質

いま、任意の $e \in E_k$ に対して実現可能集合 $D(e)$ を以下のように定義する。

$$D(e) = \{a \in M_{ca} : 0 \leq a < L\}$$

任意の $e \in E_k$ での動学過程は次のような微分方程式に帰着する。

(D. S.)

$$da/dt = U_1(y, x) \cdot \partial f / \partial a - U_2(y, x)$$

但し、 $a(0) = a^0 \in D(e)$

ここで、 $y = f(a)$, $x = L - a$ である。

命題3：[大域的性質] $a(t) = \Psi(t; a^0; e)$ を $e \in E_k$ での初期値 a^0 をもつ動学体系 (D.S.) の解とする。

(i) $\Psi(t; a^0; e)$ のどの極限点も、局所最適のための一階の必要条件を満足する。

(ii) 動学体系において時間の経過とともに消費者の効用水準は単調に増加していく。

(iii) もし初期の資源配分が実現可能であるならば、資源配分は動学過程を通じて実現可能である。

命題4：[局所的性質] 動学体系 (D. S.) において定常点が局所的に一意 (unique) であると仮定する。そのとき、定常点が局所的に安定である必要十分条件は、それが局所的に最適であることである。

表 3

	MC pricing	Arrow and Hurwicz	Malinvaud	Heal (I)	Heal (II)	Aoki	Weitzman	Cremer	Koyama
privacy preserving	YES	YES	NO	NO	NO	NO	NO	NO	YES
dim M	finite	finite	infinite	finite	finite	finite	infinite	infinite	finite
Applicable to Increasing Returns	YES	YES	NO	YES	YES	YES	NO	YES	YES
Monotonicity	* (statics)	NO	YES	YES	* (statics)	YES	YES	NO	YES
Feasibility		NO	YES	YES		YES	NO	NO	YES
Continuity of dynamic path		YES	NO	YES		YES	NO	NO	YES
Global or local stability		local	global	local		local	global	global	local
Finite memory		YES	NO	YES		YES	NO	NO	YES
The role of the CPB	auctineer	auctineer	planning	planning	planning	planning	planning	planning	auctioneer

A. monotonicity と feasibility

命題 3 の(ii)で述べられている性質は monotonicity とよばれており、命題 3 の(iii)の性質は feasibility と呼ばれるものである。両方の性質は、私のメカニズム以外にも、Heal, Aoki, Malinvaud のメカニズムにおいて満足されている。限界・平均費用原理は、静学のメカニズムであり、動学の議論はできない。Arrow-Hurwicz メカニズムは、monotonicity も feasibility も満足していない。特に、彼らのメカニズムにおいて均衡点以外の点では資源配分は実現可能でない。古典的な凸経済において、価格のメカニズムもこれら二つの性質を満足していないことを思いだしていただきたい。Weitzman のメカニズムは、時間の経過とともに効用水準が単調に減少している一方、feasibility を犯している。Cremer はいずれの性質も満足していない。

B. 有限な記憶 (finite memory)

中央当局が、企業によって伝えられた過去のメッセージをすべて覚えていなければならない、

という場合を考えてみよう。この場合は、Malinvaud, Weitzman, および Cremer のメカニズムにおいて生じている。この場合経済主体 i のメッセージの伝達過程は、

$$m_{t+1}^i = F_t^i(m_t, m_{t-1}, \dots, m_0, e_i)$$

によって表される。時間 t の増加とともに、記憶されねばならない過去のメッセージが無限に増加していくのである。かくて、中央当局は記憶力に限界をもつ、ということを要求することは自然なことである。もしメッセージの伝達過程が、ある所与の自然数 p にとって、

$$m_t^i = F_t^i(m_t, m_{t-1}, \dots, m_{t-p}, e_i)$$

と表されるならば、メカニズムは有限な記憶をもつといわれる。

Arrow-Hurwicz, Heal, Aoki, および私のメカニズムはこの性質を満足している。

C. 動学経路の連続性

動学経路はジャンプを避け連続的であるべき

である、という要求が従来存在してきた。Arrow-Hurwicz, Heal, Aoki, および私のメカニズムはこの性質を満足している。Malinvaud, Weitzman, と Cremer において、この性質は満足されていない。

参考文献

- [1] Aoki, M. (1971), "An Investment Planning Process for an Economy with Increasing Returns," *Review of Economic Studies*, pp. 273-280.
- [2] Aoki, M. (1971), "Two Planning Processes for an Economy with Production Externalities," *International Economic Review*, pp. 403-414
- [3] Arrow, K. J. and Hurwicz, L. (1960), "Decentralization and Computation in Resource Allocation," in *Essays in Economics and Econometrics* edited by R. W. Pfouts, University of North Carolina Press, pp. 34-104.
- [4] Beato, P. (1982), "The Existence of Marginal Cost Pricing with Increasing Returns," *Quarterly Journal of Economics*, pp. 669-688.
- [5] Beato, P. and Mas-Colell A. (1985), "Marginal Cost Pricing and Aggregate Production Efficiency: Discussion of an Example," *Journal of Economic Theory*, pp. 356-365.
- [6] Brown, D. J. and Heal, G. M. (1979), "Equity, Efficiency, and Increasing Returns," *Review of Economic Studies*, pp. 571-585.
- [7] Brown, D. J. and Heal, G. M. (1980), "Two-Part Tariffs, Marginal Cost Pricing and Increasing Returns in a General Equilibrium Model," *Journal of Public Economics*, pp. 25-49.
- [8] Brown, D. J., G. M. Heal, M. A. Kahn, and R. Vohra, (1986), "On a General Existence Theorem for Marginal Cost Pricing Equilibria," *Journal of Economic Theory*, pp. 371-379.
- [9] Calsamiglia, X. (1977), "Decentralized Resource Allocation and Increasing Returns," *Journal of Economic Theory*, pp. 263-283.
- [10] Chipman, J. S. (1970), "External Economies of Scale and Competitive Equilibrium," *Quarterly Journal of Economics*, pp. 347-385.
- [11] Cremer, J. (1977), "A Quantity-Quantity Algorithm for Planning under Increasing Returns to Scale," *Econometrica*, pp. 1339-1348.
- [12] Guesnerie, R. (1975), "Pareto Optimality in Non-Convex Economies," *Econometrica*, pp. 1-29.
- [13] Heal, G. M. (1969), "Planning without Prices," *Review of Economic Studies*, pp. 346-362.
- [14] Heal, G. M. (1971), "Planning, Prices and Increasing Returns," *Review of Economic Studies*, pp. 281-294.
- [15] Hotelling, H. (1938), "The General Welfare in Relation to Problems of Taxation and of Railway and Utility Rates" *Econometrica*, pp. 242-269.
- [16] Hurwicz, L. (1960), "Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes," in *Mathematical Methods in the Social Sciences 1959* edited by K. J. Arrow, S. Karlin, and P. Suppes, Stanford University Press, pp. 27-46.
- [17] Hurwicz, L. (1972), "On Informationally Decentralized Systems," in *Decision and Organization*, edited by C. B. McGuire and R. Radner, North Holland, pp. 27-46.
- [18] Hurwicz, L. (1973), "The Design of Resource Allocation Mechanism," *American Economic Review*, pp. 1-30.
- [19] Hurwicz, L. (1977), "On the Dimensional Requirements of Informationally Decentralized Pareto-satisfactory Processes," in *Studies in Resource Allocation Processes*, edited by K. J. Arrow and L. Hurwicz, Cambridge University Press, pp. 413-424.
- [20] Hurwicz, L. (1985), "Incentive Aspects of Decentralization," in *Handbook of Mathematical Economics*, edited by K. J. Arrow and M. D. Intriligator, pp. 1441-1482.
- [21] Koyama, K. (1988), "The Impossibility Theorem: Local Optimum," Mimeographed, University of Minnesota, November.
- [22] Koyama, K. (1989), "Mechanism Design for an Economy with Increasing Returns," Ph. D. thesis submitted to University of Minnesota.
- [23] Laffont, J. J. (1976), "Decentralization with Externalities," *European Economic Review*, pp. 359-375.
- [24] Malinvaud, E. (1967), "Decentralized Procedures for Planning," in E. Malinvaud and M. O. L. Bacharach eds., *Activity analysis in the theory of growth and planning*, Macmillan, pp. 170-208.
- [25] Mount, K. and S. Reiter (1974), "The Informational Size of Message Spaces," *Journal of Economic Theory*, pp. 161-192.
- [26] Starrett, D. A. (1974), "Fundamental Non-convexities in the Theory of Externalities," *Journal of Economic Theory*, pp. 180-199.
- [27] Weitzman, M. (1970), "Iterative Multilevel Planning with Production Targets," *Econometrica*, pp. 50-65.