HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ケインズ『一般理論』私注賃金基金説の系譜について(28)
Author(s)	白井, 孝昌
Citation	經濟學研究, 43(1), 104-130
Issue Date	1993-06
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/31933
Type	bulletin (article)
File Information	43(1)_P104-130.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

経済学研究 43-1
北海道大学 1993.6
＜研究ノート＞

ケインズ『一般理論』私注

賃金基金説の系譜について(28)

白井孝昌

われわれは前稿[1]においてフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの共著になる『ゲームの理論と経済行動』[2]の第Ⅰ章「経済問題の定式化」の第2節「合理的行動の問題の定性的な議論」(Qualitative Discussion of the Problem of Rational Behavior)[3]のサブセクション2.1「合理的行動の問題」を構成する諸パラグラフのうち前々稿で取り上げなかった二つのパラグラフ(36)と(37)を紹介した。これら二つのパラグラフの主旨は,言ってみれば,「効用という概念が,それを用いる経済学の諸理論と,そうして,経験,あるいは,すくなくとも,共通の感覚に照らして判断することのできる,それらの理論の結果とによって,たんなる同義反復の地位よりも上位に引き上げられる」(the notion of utility is raised above the status of a tautology by such economic theories as make use of it and the results of which can be compared with experience or at least with common sense)[4]という文章に集約される。そうして,フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンがこのように述べていることを指して、われわれは「効用が《操作的に有意味な》(operationally meaningful)概念である」ことが主張されていると述べたのである。

それらのパラグラフ(36)と(37)は前稿の最初の節CXXXⅢの前半で紹介したのであるが,その節の後半において,われわれは《選好》(preferences)という概念が,たんなる言葉の上での好き嫌いの表明ではなくて,選択行動として現れるものを意味するがゆえに,それは行動の動機と不可分に結び付いたものであるということを指摘した。そうして,その《動機》には,当然,強弱の差が存在し,それゆえ,その動機の強弱の程度を表現する尺度として《基数的な効用》(cardinal utitity)に独自の存在理由が考えられるのであった。動機の強弱の差が選択行動に生じせしめる諸現象は《序数的効用》(ordinal utility)の理論では取り扱うことができず,それゆえに,基数的効用の理論が必要とされることになろう。このような可能性を視野に置くとき,《オッカムの剃刀の原理》(the principle of Occam's razor)に拠って基数的な効用を簡単に捨て去るわけにはいかないのではないかという問題をわれわれは提起したのである。

J.R.ヒックスの『価値と資本』[5]以後,一般に受容されている消費者の選択の理論には,この点について若干の曖昧さが残されているように思われる。彼は消費者の選好を表現する基本的な概念として新しく《限界代替率》を採用し、旧来の《限界効用》を追放したのである。いま

1)拙稿「賃金基金説の系譜について(27)」本誌第42巻第4号(1993年3月),pp.97(383)-112(398).
2)John von Neumann and Oscar Morgenstern, *The Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton: Princeton University Press, 2nd ed., 1945).
3)*Ibid.*, pp.8-15.
4)*Ibid.*, p.9.
5)J.R.Hicks, *Value and Capital, An Inquiry into some Fundamental Principles of Economic Theory* (Oxford: At the Clarendon Press, 2nd ed.,1946).

議論を単純化するために2種類の財XとYについて考えることにしよう。すると，財XのYに対する限界代替率は

$$-\frac{dy}{dx} = \phi(x,y)$$

と書かれる。さらに，財XとYの価格をそれぞれpとqとし，$z=p/q$ とするとき，消費者選択の理論によれば，消費者は

(1)　$px+qy=M$

という予算の制約の下で，方程式

(2)　$z=\phi(x,y)$

を満足するようなxとyの値を選択するものと予想される。

従って，n個の異なる価格比z_i に対して，それぞれに異なるn個のバスケット(x_i, y_i)が観察される場合，

$$z_i=\phi(x_i,y_i)+u_i$$

なる非線形回帰方程式をそれらのデータにフイットさせることによって，非線形関数$\phi(x, y)$のパラミーターを決定することができるかもしれない。考えられる幾つかの非線形関数について回帰を試みた後に、どの関数形を選び採るかについては、さまざまな可能性がありうるであろう。その問題にはここでは触れずに、いま、その関数形とパラミーターが次のように推定されたものと想定してみよう。

$$\phi(x,y)=\frac{2(32-x)}{80-y}$$

その場合，方程式(2)は

(2′)　$-2qx+py=80p-64q$

という形になるが，これを予算制約式(1)と連立させてxとyについて解くと，

$$x_0=\frac{64q^2-80pq+pM}{p^2+2q^2}$$

$$y_0=\frac{80p_2-60pq+2qM}{p^2+2q^2}$$

なる解が得られる。ここで，p，q，および，Mを独立変数と見なすと，これらの解は当該家計の財XとYに対する需要関数に外ならない。以上に示したような手続きを踏んで需要関数を推定するものとするならば，われわれは限界代替率関数$\phi(x, y)$を推定するだけでよく，その関数の背後に潜むと思われる《効用関数》まで推定する必要はないわけである。

いま，何らかの理由によって効用関数を推定する必要が生じたとするならば，われわれは次のような微分方程式を積分することによって，限界代替率関数の原始関数を求めて，それを効用関数とすることができるであろう。

$$-\frac{dy}{dx}=\phi(x,y)$$

限界代替率関数が上に想定したような形をとるとすれば，この微分方程式は

$$2(32-x)\,dx+(80-y)\,dy=0$$

という変数分離型の常微分方程式となるから，容易に積分することができて，その原始関数は

$$U(x,y)=(32-x)x+(80-\frac{1}{2}y)y+c$$

となるが，それには積分定数cが付いているので，その値をどのように指定するかという問題が残る。この問題が何らかの形で処理できたとしても，

$$u=U(x,y;c)$$

によって定義される効用指標uを連続な単調増加関数$F(u)$で変換して

$$v=F[U(x,y;c)]$$

と定義される別の効用関数からも，また，同じ限界代替率関数$\phi(x,y)$ が導かれることが知られているので，そのような条件を満たす無数の諸関数のなかからどれを真の《効用関数》として選び出すかという面倒な問題が残っているのである。

したがって，需要関数を推定する手続きの基礎理論を，《効用関数》にではなくて，《限界代替率関数》に基づいて構築するならば，真の効用関数を決定するという困難な問題を回避することができるのであるから，《オッカムの剃刀の原理》を適用して効用関数を追放することの利便は決して小さなものではないことが判るであろう。

しかしながら，ヒックスが同じ『価値と資本』の中で示した《スルツキー分解》の解釈には，効用関数の決定の問題を完全には回避することができないと思われる微妙な問題点が含まれているのであった。

そのことを説明する第1段階の議論として，われわれは前稿の二つの節CXXXIVとCXXXVにおいて第1種の《スルツキー分解》の仕方を具体的に示したのである。まず，財XとYの価格pとq，および，両者に対する支出総額の予算Mのもとで，当該家計がバスケットB_0を購入している状況を，われわれは《シテュエイション・ゼロ》と呼んだ。次に，財Xの価格だけが当初の値pから低下して$p'(p>p')$になったとき，その家計はバスケットB_1を購入するものと想定する。この状況を，われわれは《シテュエイション・ワン》と呼んだのである。バスケットB_0の成分x_0とy_0は上掲の連立方程式(1)および(2′)を満たすものであり，それの解として上に示した通りの形式を有する。他方，バスケットB_1については，新しい予算制約式

(1′)　$p'x+qy=M$

と方程式(2)とを連立させて解いた解

$$x_1=\frac{64q^2-80p'q+p'M}{p'^2+2q^2}$$

$$y_1=\frac{80p'^2-60p'q+2qM}{p'^2+2q^2}$$

がその成分である。

この場合，予算総額Mは不変のまま財Xの価格だけが低下したのであるから，《シテュエイション・ワン》におけるMの購買力は《シテュエイション・ゼロ》のそれよりも増大している筈である。したがって，バスケットB_0の各成分を《シテュエイション・ワン》の価格で評価すると，その評価額はバスケットB_1のそれよりも小さくなくてはならない。すなわち，

$$p'x_0+qy_0<p'x_1+qy_1$$

なる不等式が成立しなくてはならない。この不等式を書き換えて，

$$p'(x_1-x_0)+q(y_1-y_0)=\Delta M_{01}$$

と置くと，二つのバスケットに対する支出総額の差額ΔM_{01}は正の値になる。このように定義される差額ΔM_{01}を，財Xの価格の低下による予算Mの購買力の増大の指標と見なして，《シテュエイション・ワン》の予算からその差額を控除するという補正を行うと，次のような補正された予算制約式が得られる。

$$(\theta)\quad p'x+qy=M-\Delta M_{01}$$
$$=M-\{M-(p'x_0+qy_0)\}$$
$$=p'x_0+qy_0$$

以上のような仕方で補正された予算制約式のもとで選択を行う状況を《シテュエイション・シーター》と呼び，そのときに当該家計が選択するバスケットを記号B_θで表すと，B_θの成分は，補正された予算制約式(θ)と方程式(2′)から成る連立方程式の解

$$x_\theta=\frac{64q^2-80p'q+p'(p'x_0+qy_0)}{p'^2+2q^2}$$

$$y_\theta=\frac{80p'^2+60p'q+2q(p'x_0+qy_0)}{p'^2+2q^2}$$

でなくてはならない。

このような仕方で算出されるバスケットB_θを基準にして定義される差分

$$\Delta x_{0\theta}=x_\theta-x_0$$
$$\Delta y_{0\theta}=y_\theta-y_0$$

を，それぞれ財XとYにかんする第1種の《代替効果》，そうしてまた，残余の差分

$$\Delta x_{\theta 1}=x_1-x_\theta$$
$$\Delta y_{\theta 1}=y_1-y_\theta$$

を，それらにかんする第1種の《所得効果》と呼んだのである。

以上が，われわれの言う第1種の《スルツキー分解》の仕方であるが，その計算に当たって，《限界代替率関数》が用いられているだけであることが注意されなければならない。すなわち，その背後に潜むと想像される《効用関数》は全く必要とされていないのである。

前稿の節CXXXVIでは，第2種の《スルツキー分解》の仕方が具体的に示された。それはヒックスが『価値と資本』の第2章「消費者の需要

の法則」[6]で述べている《代替効果》の定義に対応するものであり，その定義によると，《シテュエイション・ゼロ》のバスケットB_0の点を通る無差別曲線上の移動が《代替効果》を表すことになるのであった。したがって，第2種の《スルツキー分解》のために行われるべき予算の補正は，価格変化後にバスケットB_0をちょうど購入できるように行われるのではなくて，B_0と無差別な別のバスケットB_μを購入することができて，しかも，B_μの点における限界代替率$\phi(x_\mu, y_\mu)$が変化後の価格比p'/qに等しくなっているという条件が満たされるように行われなければならないのである。このようにしてバスケットB_μが選択される状況を《シテュエイション・ミュー》と呼ぶ。

第1種の《スルツキー分解》のための予算の補正の基準となるバスケットB_0は，事前に

$$\phi(x_0, y_0)=\frac{p}{q}\quad(>\frac{p'}{q})$$

であることが判明しているのであるから，第2種の場合に予算の補正の基準となるバスケットB_μのように

$$\phi(x_\mu, y_\mu)=\frac{p'}{q}$$

という条件が満たされているか否かに照らしながら，そのバスケットを見付け出すという面倒な手続きは不要であるという利点があった。しかしながら，予算Mの購買力の指標を，その予算のもとで当該家計が選択するバスケットに求めるという原則[7]に照らして考えるならば，第1種の《スルツキー分解》の場合の補正された予算$(M-\Delta M_{01})$の購買力の指標はバスケットB_0ではなくて，むしろB_θでなくてはならないであろう。しかし，B_θは予算を補正した後に当該家計が購買を完了してはじめて判明するバスケットなのであるから，それを予算の補正の基準として用いるわけにはいかないのである。それに対して，第2種の《スルツキー分解》の場合の予算の補正はバスケットB_μを基準にして行われる。B_μを探し出す手続きはいかに面倒なものであるにしても，補正されるべき予算の購買力の指標としてはB_0よりもB_μのほうが原則に忠実であるという利点をもつていることは否定できない事実である。

しかしながら，バスケットB_μは第1種の場合の予算の補正の基準となるバスケットB_0と違って，予算の補正を行う《実験者》が事前にデータとして観察することのできない性質のものである。それゆえ，彼は予算の補正に先立って，何らかの手段によってバスケットB_μにかんする先験的な情報を入手する必要がある。たとえば，彼は当該家計に対する質問調査によって，バスケットB_0と無差別な一連のバスケットを発見しておくことができるかもしれない。そのことを別の言葉で言えば，《実験者》は予算の補正に先立って，バスケットB_0に対応する点を通る無差別曲線

$$U(x, y)-U(x_0, y_0)=0$$

の形を知っておかなくてはならないのである。

われわれが既に示してきた具体的な手続きを援用するならば，バスケットB_0を通る無差別曲線とその上の点B_μは次のようにして推定されるであろう。

まず，観察されたn組のデータ(x_i, y_i, z_i)に基づいて限界代替率関数$\phi(x, y)$を推定する。その関数を用いて微分方程式

$$-\frac{dx}{dy}=\phi(x, y)$$

を作り，それを積分して原始関数$U(x, y;c)$を求め，そうして，効用指標uを

$$u=U(x, y;c)$$

と定める。ここで，cは積分定数である。

たとえば，推定された限界代替率関数が，上で想定したように，

$$\phi(x, y)=\frac{2(32-x)}{80-y}$$

であるとし，さらに，cの値をゼロと定めると，

6) *Ibid.*, pp.26-37.
7) 上掲拙稿 p.103(389) を見よ。

上の手続きを踏んで求められる効用関数は

$$u=U(x,y;0)$$
$$=(32-x)x+2(40-y)y$$

となる。

この式にバスケットB_0の成分の値を代入すると，そのバスケットの効用指標の値u_0は

$$u_0=(32-x_0)x_0+2(40-y_0)y_0$$

と定められる。

効用関数を表す式において効用指標をu_0に固定し，その式をxとyにかんする方程式と見なすと，バスケットB_0の点を通る無差別曲線の方程式

$$(\iota)\qquad u_0=(32-x)x+2(40-y)y$$

が得られる。

第2種の《スルツキー分解》のために必要とされる《シテュエイション・ミュー》のバスケットB_μはこの方程式(ι)の示す無差別曲線上にあり，しかも，その点で限界代替率と価格比とが均等化していなくてはならないので，その成分は方程式(2′)をも満足するものでなくてはならないのである。いま，前稿で想定された数値例に従うと，《シテュエイション・ゼロ》において，$p=600;\ q=1,500$ であったから，方程式(2′)は

$$(2'')\qquad y=10(x-24)$$

という形をとる。

方程式(ι)と(2″)を連立させて，それをまず未知数xについて解こうとすると，xにかんする2次方程式

$$102x^2-6,528x+101,024.73=0$$

が得られ，この方程式には二つの異なる実根が存在することは，すでに前稿の節CXXXVI[8]で述べたところである。それらの二つの根のうち値の小さいほうをバスケットB_μの成分x_μとして採用し，そうして，それを方程式(2″)に代入してバスケットB_μのもう一つの成分y_μの値が算出される。

このようにして推定されたバスケットB_μが，はたして，バスケットB_0と無差別であるか否かは，当該家計に直接問い合わせることによって検証することができるかもしれない。その結果として，否という回答が得られたとするならば，その原因として，限界代替率関数$\phi(x,y)$の形の選択がまずかったということが考えられるであろう。その場合には，別の形の限界代替率関数について，その関数のパラミーターを推定し，上に述べたような手続きをもう一度繰り返す必要があるであろう。

そのような手続きを何回か繰り返して，ついにバスケットB_μがB_0と無差別であるという回答が得られたものとしてみよう。

そのような検証済みのバスケットB_μをちょうど購入するのに必要な予算額M_μは

$$M_\mu=p'x_\mu+qy_\mu$$

によって算出される。

そこで，《シテュエイション・ワン》の予算

$$M=p'x+qy$$

からM_μを差し引いて，その差分を

$$\Delta M_{\mu 1}=M-M_\mu$$
$$=M-(p'x_\mu+qy_\mu)$$

と定義すると，これが第2種の《スルツキー分解》のための予算の補正額である。

《シテュエイション・ワン》の予算制約式からこの補正額を差し引くと，

$$(\mu)\qquad p'x+qy=p'x_\mu+qy_\mu$$

が得られるが，この方程式(μ)が《シテュエイション・ミュー》における予算制約式でなくてはならない。

第2種の《スルツキー分解》をするためには，《実験者》は，このようにして定められた予算制約式(μ)のもとで当該家計に選択を行わせるという実験をしなければならない。バスケットB_μの限界代替率は価格比(p'/q)に等しいのであるから，この予算制約式のもとで選択されるバスケットはB_μでなければならないことは自明であろう。

しかしながら，実験の結果がそのようにならないであろうことは，容易に予想されるところである。もしも当該家計がB_μ以外のバスケット

8)上掲拙稿 pp.110(396)-111(397).

B_νを選択したとするならば,その原因はどこに見付け出されなくてはならないのであろうか。まず考えられることとして,《実験者》が推定したバスケットB_μがB_0と無差別であるか否かという照会に対する当該家計の回答が嘘であったのかもしれないという可能性があるであろう。次に,補正された予算制約式(μ)のもとでの実験的な選択に際して当該家計が本心を表さなかったのではないかという疑いの可能性がありうるであろう。とりあえず,これら二つの可能性をうまく回避することができるならば,実験結果はバスケットB_μが選択されることになるであろうと期待されるかもしれない。その場合には,当該家計は《実験者》からの照会に対する回答という行動と予算制約式(μ)のもとでの実験的な選択行動との間で整合的に行動しているという意味で《合理的》な行動主体であると考えられるであろう。

しかしながら,《極大化行動》の仮説に対して多少とも懐疑的な立場をとり,《知足的行動》の概念に強い関心を抱いているわれわれは,当然,当該家計が《合理的》な行動主体であるという仮説自体に疑いを抱かざるを得ないのである。家計が上で述べた意味において《合理的》な行動主体でないとするならば,《実験者》が上述の二つの可能性をうまく回避したとしても,なお,第2種の《スルツキー分解》にとって都合の良い実験結果は得られないかもしれない。かりに予算制約式のもとでの選択行動については常に合理的に行動するとしても,照会に対する回答という行動と予算制約式のもとでの選択行動との間の整合性が保証されていなければ,第2種の《スルツキー分解》はできないのである。

以上の議論から第1種の《スルツキー分解》と第2種のそれとの《操作的》な意味が大きく異なっていることが明らかになったであろう。第1種の《スルツキー分解》の場合,補正された予算制約式(θ)のもとで行われる実験は,未知のバスケットB_θを決定するものであった。そうして,その選択に必要とされるものは予算制約式(θ)の外には限界代替率関数のみであった。

他方,第2種の《スルツキー分解》の場合,補正された予算制約式(μ)のもとで行われる実験は,その実験に先立って集められる情報と,それから導出される既知のバスケットB_μが実験の結果と整合性を有するか否かを検証するものであった。そうして,その実験に先立って,限界代替率関数から何らかの手続きを経て導出される効用関数を特定化する必要があったのである。

もしかりにヒックスが《基数的効用》の概念を完全に追放する意図を有していたのであるとするならば,彼は『価値と資本』の本文のなかで《代替効果》を定義するに当たって,第2種の《スルツキー分解》ではなくて,第1種のそれを採用するべきであったであろう。しかしながら,《基数的効用》の概念の追放が何の犠牲を払うことなしに行われるものでないことも,すでにわれわれが指摘してきたところである。第1種の《スルツキー分解》の前提になっている《合理的》行動の仮説だけでは消費者の行動の表層ですら完全には捕らえることができないであろう。第2種の《スルツキー分解》は,効用関数の推定に伴う大きな困難を含んではいるけれども,上述の議論から判るように,《合理的》行動の概念が意外に複雑な文脈の中に置かれていることを示唆する点で,有益な問題を与えてくれるのである。こうして,われわれは効用指標を特定化する方法についてフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの述べるところを,いま少し追ってみることにしよう。

CXXXVIII

まず,『ゲームの理論と経済行動』の第Ⅰ章「経済問題の定式化」の第3節「効用の概念」の議論の詳細な紹介に入る前に,その節の目次を掲げて彼らの取り上げる論題を全体的に見ておこう。

第3節「効用の概念」(The Notion of Utilities), pp.15-31.

3.1.「選好と効用」(Preferences and utilities), pp.15-16.
3.1.1. パラグラフ(65)～(67), pp.15-16.
3.1.2. パラグラフ(68), p.16.
3.2.「計測の原理：予備的考察」(Principles of measurement: Preliminaries), pp.16-17.
3.2.1. パラグラフ(69)と(70), pp.16-17.
3.2.2. パラグラフ(71), p.17.
3.3「確率と数値的効用」(Probability and numerical utilities), pp.17-20.
3.3.1. パラグラフ(72)と(73), p.17.
3.3.2. パラグラフ(74)～(81), pp.17-19.
3.3.3. パラグラフ(82)～(84), p.19.
3.3.4. パラグラフ(85)～(88), pp.19-20.
3.3.5. パラグラフ(89), p.20.
3.4.「計測の原理：詳細な議論」(Principles of measurement: Detailed discussion), pp. 20-24.
3.4.1. パラグラフ(90), p.20.
3.4.2. パラグラフ(91)と(92), pp.20-21.
3.4.3. パラグラフ(93)～(96), p.21.
3.4.4. パラグラフ(97)と(98), p.21.
3.4.5. パラグラフ(99), pp.21-22.
3.4.6. パラグラフ(100)～(102), pp.23-24.
3.5.「数値的効用の公理論的取り扱いの概念的構造」(Conceptual structure of the axiomatic treatment of numerical utilities), pp.24-25.
3.5.1. パラグラフ(103)～(107), pp.24-25.
3.5.2. パラグラフ(108)と(109), p.25.
3.6.「諸公理とそれらの解釈」(The axioms and their interpretation), pp.26-27.
3.6.1. パラグラフ(110)～(114), pp.26-27.
3.6.2. パラグラフ(115), p.27.
3.7.「それらの公理にかんする一般的所見」(General remarks concerning the axioms), pp.28-29.
3.7.1. パラグラフ(116)～(119), p.28.
3.7.2. パラグラフ(120)～(125), pp.28-29.
3.8.「限界効用の概念の役割」(The role of the concept of marginal utility), pp. 29-31.
3.8.1. パラグラフ(126)～(128), pp.29-30.
3.8.2. パラグラフ(129)～(132), pp.30-31.

ここで節を改めて，上の目次のサブセクション3.1.「選好と効用」の議論から紹介を始めることにしよう。

CXXXIX

サブセクション3.1.の最初のパート3.1.1.は次の三つのパラグラフで構成されている。

(65)「われわれは，すでに2.1.1.において，個人の選好(individual preferences)という基本的な概念を，効用というやや射程の長すぎる概念(a rather far-reaching notion of utility)の使用によって表示したいと望むのはどうしてであるかということを述べた。多数の経済学者たちは，われわれが余りにも多くのことを仮定している (that we are assuming far too much) [2.1.1において，われわれが前提した諸性質の目録を参照せよ] のではないか，そうして，われわれの立場は，もっと注意深い現代的な《無差別曲線》の手法から後退しているのではないかと感じることであろう。」[9]

(66)「特殊な議論を企てる前に，一般的な弁明として，次のように述べておこう。すなわち，われわれの考察の手順は，最悪の場合でも，科学的な分析の古典的とも言うべき準備的手段を適用したものに過ぎないということ(that our procedure at worst is only the application of a classical preliminary device of scientific analysis)がそれである。つまり，その困難な諸問題を分割すること(To divide the difficulties)，すなわち，一つの問題[当面の研究の本来の問題]に集中すること(i.e. to concentrate on one [the subject proper to the investigation in hand])，そうして，適度に可能な限りで，その他すべての問題を，単純化および図式化の諸仮定によっ

9) von Neumann and Morgenstern, *op. cit.*, pp.15-16.

て，還元すること(to reduce all others as far as reasonably possible, by simplifying and schematizing assumptions) である。われわれは，また，このような選好と効用の高度な取り扱いが，われわれの議論の主要部分の中で利用されるけれども，しかし，問題の諸仮定を取り除くとわれわれの理論の中に起こるであろうと思われる諸変化を，副次的ながら，ある程度まで考察するであろうこと(that this high handed treatment of preferences and utilities is employed in the main body of our discussion, but we shall incidentally investigate to a certain extent the changes which an avoidance of the assumptions in question would cause in our theory)を，言い添えておかなくてはならない。[第66節と第67節を参照せよ。]

(67)「しかしながら，われわれはこう感じるのである。すなわち，われわれの諸仮定の，少なくとも一部分——効用を数値的に測定可能な量として扱うための部分——は経済理論の文献の中でしばしば考えられているほどには過激なものではない (that one part of our assumptions at least——that of treating utilities as numerically measurable quantities——is not quite as radical as is often assumed in the literature)と。この特定の論点を，われわれは以下の諸パラグラフにおいて論証しようと企てるであろう。われわれは，効用の問題のように概念上，非常に重要な問題を圧縮した形で副次的にしか議論しないことについて，読者がわれわれを許して下さるよう希望している。しかしながら，そのような僅かの言及でさえも有益でありうると思われるのである。なぜなら，効用の測定可能性の問題 (the question of the measurability of utilities)はそれと対応する物理的諸科学の中の諸問題と性格的に類似したところがあるからである。」[10]

まず，パラグラフ(65)の文章を理解するためには，すでに前々稿[11]と前稿[12]において，それぞれに紹介したサブセクション2.1.の最初のパート2.1.1.を構成する三つのパラグラフ(35)～(37)の内容の十分な理解が必要とされる。いま，復習の意味で繰り返し述べると，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンが「個人の選好という基本的な概念を効用というやや射程の長すぎる概念の使用によって表示したい」(to describe the fundamental concept of individual preferences by the use of a rather far-reaching notion of utility)[13]と望むのは，パラグラフ(36)の中に述べられているように，彼らが「効用と選好の計測の問題ではない——ある一つの問題に集中すること」(to concentrate on one problem—which is not that of the measurement of utilities and of preferences)[14]を望んでいるがゆえに「その他のすべての諸特性を適度に可能な限りで単純化すること」(to simplify all other characterstics as far as reasonably possible)[15]を意図しているからである。

そうして，数値化された基数的効用が許容されるならば，それらの数値的演算を利用して行われる推論は，序数的効用の議論では解決することのできない多くの問題に対して明確な結論を導くことができるであろう。「効用というやや射程の長すぎる概念」(a rather far-reaching notion of utility)という言葉は，このような事情を意味しているのである。

さらに，同じパラグラフ(36)の末尾では，こう述べられていた。

「それゆえ，われわれは，経済システムのすべての参加者たち，すなわち，企業家たちのみ

10) *Ibid*., p.16.

11) 拙稿「賃金基金説の系譜について(26)」本誌第42巻第3号(1992年12月), pp.71(251)-106(286). 問題のパラグラフ(35)はその号のp.89(269) に掲げられてある。

12) 既出拙稿「賃金基金説の系譜について(27)」の pp. 100(386)-101(387)にパラグラフ(36)と(37)が掲げられてある。

13) von Neumann and Morgenstern, *op. cit*.,p.16.

14) *Ibid*., p.8.

15) *Ibid*.

ならず消費者たち，の目的は貨幣，あるいは，完全に同じことであるが，単一の貨幣商品であると仮定するであろう。この貨幣商品は，限りなく分割可能であり，代替可能であり，自由に移転可能であり，そうして，各参加者によって欲求されるどのような《満足》あるいは《効用》とも，定量的な意味においてさえも，同一であると想定される。」(We shall therefore assume that the aim of all participants, consumers as well as entrepreneurs, is money, or equivalently a single monetary commodity. There is supposed to be unrestrictedly divisible and substitutable, freely transferable and identical, even in the quantitative sense, with whatever "satisfaction" or "utility" is desired by each participant.)[16]

このくだりが，まさに，「2.1.1.において，われわれ（フォン・ノイマンとモルゲンシュテルン）が前提した諸性質の目録」(the enumeration of the properties we postulated in 2.1.1.)[17]に外ならないのである。

次に，上掲のパラグラフ(66)で見たにように，彼らの考察の手順が「科学的な分析の古典的とも言うべき準備的手段を適用したものにすぎない」という主張は，上に引用した2.1.1.のパラグラフ(36)の陳述の繰り返しであることに注意しよう。すなわち，すでにパラグラフ(36)において，彼らがその書物にかんしては「効用と選好の計測の問題ではない――ある一つの問題に集中すること」を望んでおり，そうして，「その他のすべての諸特性を適度に可能な限りで単純化すること」を意図している旨が表明されていた。

しかしながら，それはあくまでも科学的な分析の...準備的手段」(a preliminary...device)にすぎないのである。それゆえ，やがては，それらの「単純化および図式化」(simplifying and schematizing)のための諸仮定を取り払うと，どのような結果が期待されるかが考察されなければならないであろう。そうして，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは，パラグラフ(66)の末尾で，次のような趣旨の予告をしているのであった。すなわち，そのような考察は「副次的ながら，ある程度まで」かれらの著書の第66節と第67節で行われると。

われわれは前々稿の節CXXXIXにおいて，彼らの共著『ゲームの理論と経済行動』の最初の数章の目次を掲げたが，そのときすでに，それらの諸章に含まれる各節の番号が，その書物全体にわたる通し番号になっていることを推測することができる手掛かりを示しておいた。すなわち，第Ⅰ章「経済問題の定式化」は第1節から第4節までの四つの節を含むのに対して，第Ⅱ章「戦略のゲームの一般的形式的描写」は第5節から第11節までの七つの節で構成されていることが示されていたのである。

ところで，問題の第66節と第67節は，その書物の最終章である第Ⅻ章「支配と解の諸概念の拡張」(Extention of the Concepts of Domination and Solution)[18]の最後の二つの節である。参考までに，その章の目次を以下に掲げておこう。

第Ⅻ章　「支配と解の諸概念の拡張」

第65節　「拡張．特殊な諸事例」(The Extention. Special Cases), pp.587-602.

65.1.「問題の定式化」(Formulation if the problem),pp.587-588.

65.2.「一般的所見」(General remarks), pp.588-589.

65.3.「順序付け，推移律，非周期性」(Ordering, transitivity, acyclicity), pp. 589-591.

65.4.「解：対称的関係に対して．完全な順序付けに対して」(The solutions: For a symmetric relation. For a complete ordering), pp.591-592.

16) *Ibid.*
17) *Ibid.*, p.16.
18) *Ibid.*, pp.587-616.

65.5.「解：部分的順序付けに対して」(The solutions: For a partial ordering), pp.592-594.
65.6.「非周期性と厳密な非周期性」(Acyclicity and strict acyclicity), pp.594-597.
65.7.「解：非周期的関係に対して」(The solutions: For an acyclic relation), pp.597-600.
65.8.「解の一意性,非周期性と厳密な非周期性」(Uniqueness of solutions, acyclicity and strict acyclicity), pp.600-602.
65.9.「ゲームへの応用：離散性と連続性」(Application to games: Discreteness and continuity), pp. 602-603.
第66節　「効用の概念の一般化」(Generalization of the Concept of Utility), pp. 603-609.
66.1.「一般化．理論的取り扱いの二つの局面」(The generalization. The two phases of the theoretical treatment), pp.603-604.
66.2.「第1局面の議論」(Discussion of the first phase), pp.604-605.
66.3.「第2局面の議論」(Discussion of the second phase), pp.606-607.
66.4.「二つの局面を統一することの望ましさ」(Desirability of unifying the two phases), pp.607-608.
第67節　「一つの例についての議論」(Discussion of an Example), pp.608-616.
67.1.「その例の描写」(Description of the example), pp.608-611.
67.2.「解，および，その解釈」(The solution and its interpretation), pp.611-613.
67.3.「一般化：離散的効用の異なる尺度」(Generalization: Different discrete utility scales), pp.614-616.
67.4.「取引交渉にかんする結論」(Conclusions concerning bargaining), p.616.

付論　「効用の公理論的取り扱い」(The Axiomatic Treatment of Utility), pp. 617-632.
A.1.「問題の定式化」(Formulation of the problem), pp.617-618.
A.2.「諸公理からの導出」(Derivation from the axioms), pp.618-628.
A.3.「結論的所見」(Concluding remarks), pp. 628-632.

この第XII章はその書物の最後を締めくくる章ではあるけれども，それはフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの意図する議論のクライマックスでもなければ，「主要部分」(the main body) そのものでもない。他方，ハーバート・サイモンの《知足的行動》の概念との関係で，われわれが当面，関心を寄せている第I章「経済問題の定式化」と第II章「戦略のゲームの一般的形式的描写」の二つの章は，彼らの議論の「主要部分」への導入部に相当するのであった。その「主要部分」は，第III章「ゼロサム2人ゲーム：その理論」に始まり，ゼロサム2人ゲームの事例の研究を行う第IV章と，そうして第V章「ゼロサム3人ゲーム」を経由して，第VI章「一般理論の定式化：ゼロサムn人ゲーム」に至る部分であると考えられる。

ゲームの参加者の人数を特定化しないでn人としたゼロサムゲームの「一般理論」を定式化するに当たって，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンが，とりあえず参考にするのは，参加者が2人の場合（第III章と第IV章）と，3人の場合（第V章）だけである。2人ゲームの考察が与えてくれるゲームの理論の最も重要な局面は，《純粋な極大化行動》という視点を放棄するということである。《純粋な極大化行動》は1人ゲームの場合には合理的行動として許容できるにしても，2人ゲームの場合には相手側の出方によってその行動の結果が左右されるから，相手の出方を考慮せずに行動するなら，思わぬ損失を蒙る危険性がある。そのような場合に合理的な行動原則と考えられるものが《ミニマックス原

理》であり，この原理が「一般理論」の本質的局面として採用されるのである。

ところで，2人ゲームでは，2人の参加者の間で利害は，つねに対立するものと考えることができるが，3人ゲームになると，相手側2人のうちの一方とは利害が対立するにしても，他方とは利害が必ずしも対立するとは限らないという可能性が生じる。こうして，戦略のゲームに新しい(2人ゲームにはない)「連合ないしは共謀」(coalitions) という局面が付け加えられるのである。これは，消費者の選択理論において「代替効果」を考える場合に，2財間の選択だけでは「補完」現象が現れないので，その現象を視野に入れるためには，少なくとも3財間の選択が考察されなくてはならないのと事情が似ている。ともかくも，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンはゼロサムゲームの「一般理論」を定式化するに先立って3人ゲームの考察を省くことができないと考えたのである。

これらの諸章から成る彼らの議論の「主要部分」のクライマックスが第VI章「一般理論の定式化：ゼロサムn人ゲーム」であることは，もはや明らかであろう。そうして，それ以後の諸章での議論は，このように定式化された「一般理論」の諸局面の拡張を意図するものと見なされるのである。

たとえば，第VII章「ゼロサム4人ゲーム」(Zero-Sum Four-Person Games)[19]において$n=4$の場合が考察されるのは，第VI章に先立って行われた$n=2,3$の二つの場合の考察とは全く異なる意味を持っている。後者の場合が第III，IV，およびV章で考察されたのは，それらによってゼロサムn人ゲームの「一般理論」を定式化するためのヒントを得るためであったのに対して，第VI章で「一般理論」が定式化されてしまった後に$n=4$の場合を考察するのは，参加者の人数が増加するにつれて，ゲームがどの程度に複雑な様相を示すかを見るためである。そうして，第VIII章「5人か，それ以上の参加者にかんする所見」(Some Remarks Concerning $n \geqq 5$ Participants)[20]もまた，その線に沿う議論なのである。じっさい，第IX章「ゲームの構成と分解」(Composition and Decomposition of Games)[21]の冒頭には次のように述べられているのである。

「前の二つの章は，ゲームの参加者の人数nが4，5，...のように増加するに伴い，われわれの問題の複雑さが増大する速度について一つの特殊な観念を伝えることになったであろう。それらの章の不完全さにもかかわらず，そのような考察は非常に膨大なものになる傾向を示したので，参加者の人数が5を超えてもなお，このような——ごまかしの——接近法を押し進めることには希望が全く持てないように思われるにちがいない。加えて，前の二つの章のような仕方で得られた諸結果の断片的な性格は，この理論の一般的な可能性に関する情報を獲得するに当たり，それらの諸結果の有益さに重大な制約を課するであろう。」(The last two chapters will have conveyed a specific idea of the rapidity with which the complexity of our problem increases as the number n of participants goes to 4, 5, ...etc. In spite of their incompleteness, those considerations tended to be so voluminous that it must seem completely hopeless to push this—casuistic—approach beyond five participants. Besides, the fragmentary character of the results gained in this manner very seriously limits their usefulness in informing us about the general possibilities of the theory.)[22]

ところで，第IX章の題名の中にある「構成」(composition) という術語の意味は，おおよそ，次のようなものである。いま，参加者の人数が，それぞれn，k，ℓであるようなゲームの名称

19) *Ibid.*, pp.291-329.

20) *Ibid.*, pp.330-338.

21) *Ibid.*, pp.339-419.

22) *Ibid.*, p.339.

をΓ, Δ, Hとしよう。これらの人数について，$n=k+\ell$ という関係が成り立つものとする。すなわち，ゲームΓの参加者（n人）はゲームΔの参加者（k人）とゲームHの参加者（ℓ人）から成っているものとするのである。そのとき，ゲームΔとゲームHがそれぞれに分離独立したゲームであり，これら二つのゲームの参加者の間では何の取引も行われないという条件が満たされている場合，「ΔとHの《構成》はΔを生み出し，そうして，逆に，Γは《構成部分》ΔとHとに《分解され》得る」(*Composition* of Δ, H produces Γ, and converselyΓ can be *decomposed* into the *constituents*$\Delta, H.$)[23]と言われるのである。このような場合，多数の参加者を含み一見したところ複雑な様相を呈するゲームΓは，それよりも人数の少ない二つの別個なゲームに「分解」(decomposition) され，議論の簡明化を図ることができるであろう。そのような可能性を探る議論が第IX章で行われるのである。これはゼロサムn人ゲームの「一般理論」に含まれる一つの特殊な局面について議論を拡張しようとする試みであると言えるであろう。

この意味で，第X章「単純ゲーム」(Simple Games)[24]もまた「一般理論」に含まれる特殊な局面についての議論の拡張の試みであることは勿論のことであるが，一見したところゼロサムn人ゲームの理論よりも更により一般的と思われる第XI章「一般非ゼロサム・ゲーム」(General Non-Zero-Sum Games)[25]もまた，第VI章で提示されたゼロサムn人ゲームの「一般理論」を基盤として行われる一つの拡張として性格付けられる議論になっているのである。換言すれば，『ゲームの理論と経済行動』におけるフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論の「主要部分」は第III章から第VI章までの諸章によって構成されているのであって，それ以後のどの章と言えども，その「主要部分」の議論に比べれば，基本的性格が弱いと言わざるを得ないのである。そうして，そのような性格付けは，当面われわれが《効用》という概念との関連で注目している第XII章「支配と解の諸概念の拡張」にも妥当する。繰り返して言えば，この章はその著書の最終章ではあるけれども，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論の「主要部分」を構成するものではなく，ましてや，そのクライマックスと見なされるべきものでもないのである。

以上のような全体的見地に立つならば，問題の第66節と第67節についてフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンがパラグラフ(66)の末尾に記した文章の意味は多少とも理解しやすくなるであろう。

ヒックスが『価値と資本』の中で強力に打ち出した《消費者選択の理論》あるいは《序数的効用理論》の立場が支配していた時期に「多数の経済学者たち」がフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは「もっと注意深い現代的な《無差別曲線》の手法から後退している」(a retrogression from the more cautious modern technique of "indifference curves")[26]のではないかと感じたのは事実であろう。そのような時代の雰囲気の中で，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは，パラグラフ(67)に述べられてあるように，効用を数値的に測定可能な量として扱うための諸仮定が「経済理論の文献の中でしばしば考えられているほどには過激なものではない」(not quite as radical as is often assumed in the literature)[27]と考えていたのである。

効用の計測可能性を支える諸前提について上のような所感を述べた後，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンはサブセクション3.1.の最後のパート3.1.2.で，「無差別曲線分析という現代的手法」の成立の由来を次のように述べている。このパートはパラグラフ(68)のみで構成される。(68)「歴史的に見ると，効用は，まず最初に，

23) *Ibid.*, p.340.
24) *Ibid.*, pp.420-503.
25) *Ibid.*, pp.504-586.
26) *Ibid.*, p.16.
27) *Ibid.*

数量的に計測可能なものとして，すなわち，一つの数として概念化された。最初の素朴な形で表されたこの見解にたいしては，正当な反対論が可能であり，そうして，実際に行われてきている。あらゆる計測――あるいは，むしろ，計測可能性のあらゆる主張――は，究極において，何らかの直接的感覚作用(some immediate sensation) に基づくものでなくてはならず，そうして，その感覚作用は，恐らくそれ以上には分析することができず，また，確かにその必要もないということが明らかである。[1] 効用の場合には――ある対象物の，あるいは，対象物の一つの集合の，別の集合に対して行われる――選好という直接的感覚作用がこのような基盤を供与するのである。しかし，このことがわれわれに許容するのは，ある人にとって一つの効用が別の効用よりも大きい場合を判定することだけである。選好という直接的感覚作用それ自体は，ある人について幾つかの効用の数値的比較をするための基盤でもなければ，また，異なる人々の間で何らかの比較をするための基盤でもない。同一人物について二つの効用を加算するための直観的に有意味な方法は存在しないので，効用が非数値的な性格を有するという仮定(the assumption that utilities are of non-numerical character)は尤もらしく思われさえするのである。無差別曲線分析という現代的方法は，このような状況を描写するための数学的な手続きなのである。」[28)]

消費者需要の理論の経験的な基盤は「選好という直接的感覚作用」(the immediate sensation of preference) に求められるのであるが，その感覚作用の数量的指標は，先にわれわれが用いた《限界代替率》$\phi(x,y)$ である。この指標から効用指標を誘導しようとすると，すでに示したように，$\phi(x,y)$ の原始関数が無数に存在するので，それらの選択肢のなかから特定の関数を効用関数として選び出すためには，$\phi(x,y)$ として観察されたもの以外のデータが必要とされるのであった。「選好という直接的感覚作用」はそのようなデータを与える基盤には成りえないとフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは述べているのである。そうして，「無差別曲線分析という現代的方法」は「そのような状況を描写する」ために開発されたというわけである。もっとも，われわれは，すでに，《限界代替率関数》$\phi(x,y)$ と《無差別曲線》$u_0=U(x,y)$ とは，それぞれに異なる《操作的な意味》を有することを知っているのではあるが。

CXL

ここで節を改めて，サブセクション3.2.「計測の原理：予備的考察」の議論を見ることにしよう。その節の最初のパート3.2.1.は，次の二つのパラグラフ(69)と(70)で構成されている。

(69)「以上に述べたすべてのことは熱学理論の揺籃期の状態を強く思い出させる。すなわち，それは，ある一つの物体が別の物体よりも暖かであると感じるという直観的に明確な概念(the intuitively clear concept of one body feeling warmer than another)に基礎を置いていたが，しかし，どれだけ(how much)，何倍(how many times)，あるいは，どういう意味において(in what sense)暖かいのかという仕方で意味のある表現をする直接的な方法(immediate way to express significantly) が存在しなかったのである。」[29)]

(70)「このような熱学との比較は，また，この種の理論の究極の形がどのようなものになるかということを先験的に予測する能力が人間には殆どないことをも示している。上に示したありのままの徴候は，今日われわれが知っているように，それ以後に起こったことを明らかに示すものでは全然ない。熱について可能な数量的描写は1個の数によるのではなくて，2個の数，すなわち，熱量(the quantity of heat)と温度

28) *Ibid*.

29) *Ibid*.

(temparature) とによって行われるという結果になったのである。前者はかなり直接的に数値的な性格を有する。なぜならば，それは加法的(additive)であるとともに，予期されていなかった仕方で，ともかくも数値的な機械的エネルギーと結び付けられることになったからである。後者もまた数値的な性格を有するが，しかし，遥かにもっと微妙な仕方でそのような性格を与えられるのである。それは，直接的な意味ではいかなる意味においても，加法的ではないが，しかし，それに対する厳密な数値的尺度が，理想気体の調和的な振る舞いと，そうして，エントロピー定理との関係で絶対温度が演じる役割の研究から出現した(but a rigid numerical scale for it emerged from the study of the concordant behavior of ideal gases, and the role of absolute temparature in connection with the entropy theorem)。」[30]

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論が自然科学，とりわけ物理学のそれとのアナロジーで進められていることは容易に感じ取られるところであったが，ここで熱学理論 (the theory of heat) がはっきりと姿を現すのである。しかし，その伏線はすでに張られていたのである。前節で紹介したパラグラフ(68)の第2センテンスには，「あらゆる計測...は，究極において，何らかの直接的感覚作用に基づくものでなくてはならず，そうして，その感覚作用は，恐らくそれ以上には分析することができず，また，確かにその必要もないということが明らかである[1]」[31]とあるように，脚注[1]が付せられてあった。そうして，この脚注には次のように記されていたのである。

「[1]それに対応する物理学の諸分野では，光，熱，筋肉の力などの諸感覚作用(the sensations of light, heat, muscular effort, etc.) がある。」[32]

さて，効用の計測の議論は熱学理論とのアナロジーで行われることを明確に表明すると，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは直ちにそのアナロジーの示唆するところに従って次のように述べる。

(71)「熱学理論の歴史的発展は，人が何らかの概念に対して否定的な主張を断定的に行う際には極度に注意深くなければならないことを示している。たとえ効用が，今日，極めて非数値的なものに見えるとしても，熱学理論における経験の歴史は自らを繰り返すかもしれないのであり，そうして，その紆余曲折(ramifications and variations[1])を予告することのできる者は誰もいないのである。そうして，それは数値的効用を定式化する可能性について理論的な説明を試みることに水を差すものではない。」[33]

このパラグラフは単独でサブセクション3.2.「計測の原理：予備的考察」の最後のパート3.2.2.を構成するものである。したがって，そこに述べられていることはサブセクション3.2.の結論と見なされてよい。

なお，そのパラグラフの第2センテンスには脚注1が付せられてあるが，それは効用の計測の可能性を追究する者にとって興味ある示唆となるように思われるので以下に掲げておくことにしたい。

「[1]定式化の可能性が多岐にわたることを示す良い例は，光，色彩，および，波長の諸理論がそれぞれに全く異なる発展をしたことに見られる。これらの概念も数値的なものになったのではあるが，しかし，それぞれに全然異なる仕方でそうなったのである。」[34]

CXLI

ここで節を改めてサブセクション3.3.「確率と数値的効用」の議論に進もう。このサブセクションは五つのパートから成る。まず，最初のパ

30) *Ibid*., p.17.
31) *Ibid*., p.16.
32) *Ibid*., p.16n.
33) *Ibid*., p.17.
34) *Ibid*., p.17n.

ート3.3.1.を構成するパラグラフ(72)と(73)を紹介することにしよう。

(72)「われわれは，上述の二重否定――それは数値的効用の不可能性(the impossibility of a numerical utility)を尚早に主張することに対して，注意深くあれと言ったに過ぎないのであるが――を超えて，もう一歩進むことさえできるのである。無差別曲線分析がそれらの上に基礎を置く諸条件のもとでなら，数値的効用に到達するためには極めて僅かの努力が必要とされるに過ぎないことが示され得る。

(73)「数値的効用は効用の差を比較することの可能性に依存しているということ(that a numerical utility is dependent upon the possibility of comparing differences in utilities) が繰り返し指摘されてきた。このことは，選好を表明することができるというだけのものよりも，はるかに射程の長い仮定(a more far-reaching assumption than that of a mere ability to state preferences)であるように思われるかもしれない――そうして，実際に，そうなのである。しかし，経済学的な選好が適用されなくてはならない諸選択肢はこのような二つの仮定の違いを無効にするような性質のものである(that the alternatives to which economic preferences must be applied are such as to obliterate this distinction)と思われるようになるであろう。」[35]

この最後の文章は予告である。すなわち，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの以下の議論を理解した後には，読者は，効用の差を比較することができるという仮定と，選好を表明することができるという仮定とが，経済学的な選好については，事実上同じことになると思うようになるだろうと予告されているのである。

次に，サブセクション3.3.の第2のパート3.3.2.の議論を見ることにしよう。このパートは 8個のパラグラフ(74)～(81)で構成されている。

(74)「当面のところ，個人について次のような人物像を受け入れることにしよう。すなわち，彼の選好体系はすべての選択肢を包括し，かつ，完全である(whose system of prefernces is all-embracing and complete)，すなわち，彼は任意の二つの対象物，あるいは，任意の二つの想像される事象に対して明確な選好の直観を持っている(i.e. who, for any two objects or rather for any two imagined events, possesses a clear intuition of preference)一人の個人の人物像(the picture of an individual) がそれである。

(75)「もっと明確に言うと，その個人の眼前に可能性として提示される選択肢としての任意の二つの事象に対して，彼が二者のうちのどちらを選好するかを判断することができると，われわれは期待する(we expect him, for any two alternative events which are put before him as possibilities, to be able to tell which of the two he prefers)のである。

(76)「このような個人に，これらの事象のみならず，表明されている確率を伴う諸事象の組み合わせについてさえ比較できることを許容するのは，上述の人物像の極めて自然な拡張である(It is a very natural extention of this picture to permit such an individual to compare not only events, but even combinations of events with stated probabilities.)。」[36]

パラグラフ(75)までで想定されている人物像は，確率的な考え方，もしくは，確率的な判断のできる個人のみならず，そのような習慣を持っていない個人をもふくむ広い範疇のものになっている。それに対して，パラグラフ(76)で行われる拡張は，後者を排除して，理論の対象を前者，すなわち，確率的な判断のできる個人のみに限定することを意味する。そのような拡張が「自然な拡張」であるか否かは，確率的な判断をする習慣を持つ個人が社会の構成員として，どの程度の一般性を有するかについてのかなり

35) *Ibid.*, p.17.

36) *Ibid.*

主観的な判断に依存しているように思われる。たとえば,《宝くじ》という制度が普及している事実に基づいて,確率的な判断のできる個人が多いと主張することができるかもしれない。しかし,同時に,確率的な考え方をしていたのでは,《宝くじ》は買えないという主張も説得的であるように思われる。

パラグラフ(76)で行われる拡張が「自然な」ものであるか否かはともかくとして,その拡張を受け入れるならば,次のような議論が可能になるであろう。

(77)「二つの事象の組み合わせ(a combination of two events)という言葉で,われわれが意味するところは次の通りである。いま,それら二つの事象を記号BおよびCで表し,そうして,説明の単純化のために,それらの確率を50%-50%であると想定しよう。そうすると,その《結合事象》(the "combination")とは,Bが50%の確率で起こり,そうして,(もしもBが起こらないならば)Cが(残りの)50%の確率で起こると考えられる見込み(prospect)のことである。そのような結合事象である二つの選択肢が相互に排反的(mutually exclusive)であること,そうして,その結果として補完性やそれに類似する現象の可能性が存在しないことを,われわれは強調しておく。また,BかCのいずれかが起こることは絶対に確実であるということも強調しておきたい。」[37]

(78)「われわれの置かれている立場を再述すると次の通りである。われわれは,考察の対象となる個人がBとCの確率50%-50%の結合事象(the 50-50 combination of B or C)よりも事象Aを選好するか,あるいは,その逆であるかについて明確な直観的判断力(a clear intuition)を持っているものと期待する。もしも彼がBよりも,そうしてまた,CよりもAを選好するならば,彼がまた上述の(BとCの)結合事象よりもAを選好するであろうということは明らかである。また同様に,もしも彼がAよりもCのみならずBをも選好するならば,彼がその結合事象のほうを選好するであろうということも明らかである。しかし,もしも彼が,たとえば,BよりもAを選好するであろうが,しかし同時にAよりもCを選好するであろうとしたならば,彼がその(BとCの)結合事象に対してAを選好するか否かについてなされる何らかの主張は根本的に新しい情報を含んでいる(any assertion about his preference of A against the combination contains fundamentally new information)のである。特定的に言うと,彼がいまBとCの確率50%-50%の結合事象よりもAを選好するものとすれば,このことは,彼がBよりもAを選好する度合が,AよりもCを選好する度合を上回ることについて数値的な推定を行う基盤を供与する。[1,2]」[38]

パラグラフ(78)の最後の二つのセンテンスによって述べられている事柄は,それ自体重要な意味を有すると思われるうえに,上掲のパラグラフ(73)の最後のセンテンスに述べられてあった予告に関係があるので,少し良く考えてみる必要があるであろう。幸いにして,パラグラフ(78)の末尾には二つの脚注[1]と[2]が付せられてあるので,それらを検討してみよう。

脚注[1]には次のように述べられている。

「[1] 簡単な例を挙げよう。ある個人が1杯のコーヒーの消費よりも1杯の紅茶のそれを選好し,そうして,1杯のミルクよりも1杯のコーヒーを選好するものと仮定せよ。いま,後者の選好の度合が前者の選好の度合を上回っているか否か――すなわち,効用の差――を知りたいと,われわれが欲するのであるならば,彼が次のような問いについて意思決定をしなければならない状況に彼を置けば十分であるだろう。(If we now want to know whether the last preference—i.e., difference in utilities—exceeds the former, it suffices to place him in a situation where he must decide this:)すなわち,彼は紅

37) *Ibid.*, pp.17-18.

38) *Ibid.*, p.18.

茶か，あるいはミルクのいずれかが50%-50%の確率で注がれるであろうという確率的内容を有するグラスよりも1杯のコーヒーの入っているカップのほうを選好するか(Does he prefer a cup of coffee to a glass the content of which will be determined by a 50%-50% chance device as tea or milk [?])という問いがそれである。」[39]

この陳述の意味は次のように考えれば了解できるであろう。いま，上述の1杯のコーヒーの消費量を記号cで，1杯の紅茶の消費量を記号tで，また，1杯のミルクの消費量を記号mで表すことにしよう。そうして，問題の個人がcよりもtを選好するという関係を記号$\mapsto$，を用いて，

$$c \mapsto t$$

と表すことにする。同様にして，その個人がmよりもcを選好するという関係は，

$$m \mapsto c$$

と表される。われわれが直接に観察することができるのは，これら二つの関係だけであるとする。とりわけ，$c \mapsto t$ という選好の度合と，$m \mapsto c$ という選好の度合のいずれが大きいかという関係を直接に観察することはできないのである。

ここで，パラグラフ(76)に述べられていた「自然な拡張」を受け入れることにする。すなわち，この個人は確率的な結合事象についても選好を行う習慣を有するものと考えることにする。その彼が「紅茶か，あるいはミルクのいずれかが50%-50%の確率で注がれるであろうという確率的内容を有するグラス」(a glass the content of which will be determined by a 50% -50% chance device as tea or milk)と1杯のコーヒーとの間で選好を行うとき，われわれには直接に観察する術はないけれども，彼の頭脳の中では，次のような確率計算が為されているのではないかと推測することが許されるかもしれない。すなわち，彼は確率計算をする前に彼に固有の効用指標の尺度を持っていて，c, t, および m に対して，それぞれu_c, u_t, および u_m という指標を付与する。そうすると，われわれの観察したところによれば，

$c \mapsto t$ であったから，

$$u_c < u_t$$

でなくてはならず，また，

$m \mapsto c$ であったから，

$$u_m < u_c$$

でなくてはならないであろう。これらの指標は数値（実数）であるから，当然，

$$u_m < u_t$$

も成り立つものと推定される。

次に，二つの事象tとmについて「表明された確率」(stated probabilities)[40]が，それぞれ50%であるから，tとmのその確率での結合事象の効用指標を

$$0.5u_t + 0.5u_m$$

と算定するであろう。このように算定される効用指標の数値が「1杯のコーヒー」の効用指標の数値u_cよりも大きいか，あるいは，小さいかに従って，すなわち，

(i)　$u_c < 0.5u_t + 0.5u_m$

であるか，あるいは，

(ii)　$u_c > 0.5u_t + 0.5u_m$

であるかに従って，

(i′)「1杯のコーヒー」よりも「紅茶か，あるいはミルクのいずれかが50%-50%の確率で注がれるであろうという確率的内容を約束されたグラス」という結合事象のほうを選好する，あるいは，

(ii′) 後者の結合事象よりも「1杯のコーヒー」のほうを選好する，

ということになるであろうと推測される。

ここで，われわれにとって観察することのできる局面に立ち戻ることにしよう。われわれの研究対象になっている問題の個人は，パラグラフ(76)に述べられている「自然な拡張」によって，上の(i′)か，あるいは(ii′)かの選好行為をすることができるのであった。

39) *Ibid.*, p.18n.

40) *Ibid.*, p.17.

いま仮に彼が(ⅰ′)にある選好を行ったことが観察されるものと想定してみよう。すなわち，彼は「1杯のコーヒー」よりも例の結合事象である「紅茶かミルクかのグラス」を選好することが観察されたものとする。そうすると，われわれはその観察結果に基づいて，彼が頭脳の中で行ったと思われる効用計算の結果は上の(ⅰ)の不等式のようになった筈であると推測することができるであろう。その不等式の左辺のu_cを

$$u_c=0.5u_c+0.5u_c$$

のように二分して，それらをその不等式の右辺の二つの項に割り付けて整理すると，

$$0.5(u_c-u_m)<0.5(u_t-u_c)$$

すなわち，

(ⅰ″)　$u_c-u_m<u_t-u_c$

が成立するであろうと推定される。

われわれは，すでに，最初の観察結果から

$$u_c<u_t,\quad \text{および},\quad u_m<u_c$$

という関係を推定していたから，不等式(ⅰ″)の両辺にある二つの効用指標の数値の差は，いずれも正の値であることが保証されている。

その不等式の左辺の数値(u_c-u_m)は「1杯のミルク」よりも「1杯のコーヒー」を選好する度合を表す指標，そうして，その右辺の数値(u_t-u_c)は「1杯のコーヒー」よりも「1杯の紅茶」を選好する度合を表す指標と見なすことができるであろう。そうすると，この不等式(ⅰ″)は，問題の個人において，後者の選好の度合のほうが前者のそれを上回っている(his preference of t over c is in excess of his prefernce of c over m)ということを示していると考えることができる。

観察の結果が(ⅱ′)になった場合についても，上と同様の議論ができることは明らかであるから，その議論をさらに繰り返す必要はないであろう。

次に，パラグラフ(78)の末尾に付せられてある脚注[2]には，こう述べられている。

「[2] 二つの《事象》のどちらかが選好されるということについて意思決定を行うことのできる個人の直観(an individual intuition which permits decision as to which of the two "events" is preferable)を，われわれは前提しただけであることに注目せよ。しかし，われわれは，二つの選好の相対的な大きさ(the relative sizes of two preferences)――すなわち，以下で用いられる用語法で言うと，効用の二つの差(two differences of utilities)について直観的な推定ができるというような前提は直接には何も置いていなかったのである。

「前者からもたらされる情報は，たんなる《質問》によって再現可能な仕方で入手できるものでなくてはならないので(since the former information ought to be obtainable in a reproducible way by mere "questioning")，以上に述べたことは重要である。」[41]

「前者からもたらされる情報」(the former information)というのは，「二つの《事象》のどちらかが選好されるということについて意思決定を行うことのできる個人の直観」に基づいて得られるもので，それは上述の(ⅰ′)であるか，あるいは(ⅱ′)であるかという「たんなる《質問》」によって「再現可能な仕方で入手できる」ものである。それは「たんなる《質問》」によるのであるから，問題のtとmの結合事象の中でtが起こる確率αと，そうして，mが起こる確率$(1-\alpha)$の数値を50%-50%に限定する必要はなく，αのさまざまな値(ただし，$0\leqq\alpha\leqq1$)について質問することによって，情報の数を幾らでも増やすことができるであろう。

パラグラフ(78)の後半に述べられていることについては，以上に見た二つの脚注について考えたことで十分である。いまや，われわれはサブセクション3.3.のパート3.3.2.の後半部分を構成する三つのパラグラフ(79)～(81)に進むことができる。

(79)「もしもこのような立場が受容されるならば，AよりもCに対する選好(the prefernce of

41) *Ibid.*, p.18n.

C over A)を，BよりもAに対する選好(the preference of A over B)と比較するための一つの基準(a criterion)が存在することになる。それによって効用――あるいは，むしろ効用の差(differences of utilities)――が数値的に計測可能になることは，よく知られているところである。

(80)「AとBとCの間での比較の可能性は，この程度だけでも，《距離》の数値的な計測のためには，すでに十分であるということが，経済学においては，パレートによって初めて注目された。厳密に言うと，しかしながら，それと同じ議論は，直線上の点の位置に関してユークリッドがしてしまっていたのである――事実，それはまさに数値的な距離の導出にかんする彼の古典的な方法の基礎なのである。」[42]

(81)「数値的な度量法(numerical measures)の導入は確率を十全に利用するならば，より直接的に達成することさえできるのである。じっさい，三つの事象C，A，Bについて，それらに対する問題の個人の選好の順序は，ここに述べられている順であるものと考えよ。αは0と1の間に位置する実数であって，それは次の条件を満たすものとしよう。すなわち，Bについては確率（$1-\alpha$)，そうして，Cについては残りの確率αから成るBとCの結合事象と，事象Aはちょうど等しく望ましいものであるという条件がそれである。そこで，われわれはBよりもAに対する選好とBよりもCに対する選好との比率(the ratio of the preference of A over B to that of C over B)の数値的な推定値(a numerical estimate)としてαを用いることを提案する。[3] これらの観念を正確かつ徹底的に精緻化するためには公理論的方法(the axiomatic method)が必要とされる。じっさい，このような基盤にかんして簡明な議論をすることが可能である。われわれはサブセクション3.5-3.7においてそのことを議論するであろう。」[43]

この最後のパラグラフ(81)に述べられていることに，少し注釈を加えておこう。先にパラグラフ(78)の末尾の脚注[1]に付けた解説が以下の解説のための予備知識として有益であるので，そこで用いた記号法をそのまま踏襲することにしたい。

まず，パラグラフ(81)に言う「三つの事象C，A，B」に対する問題の個人の選好順序は，先に用いた選好関係の記号$\mapsto$で表すと，

$$B \mapsto A \mapsto C$$

である。すなわち，この個人はBよりもAを，そうして，AよりもCを選好するものと想定されている。

次に，先の解説で用いた「1杯のコーヒー」(c)，「1杯の紅茶」(t)，および「1杯のミルク」(m)について，それらの選好順序は，

$$m \mapsto c \mapsto t$$

であった。そこで，Bをmと，Aをcと，そうして，Cをtと読み替えて，以下では先の例に従って議論を進めることにする。

三つの事象について，このような選好順序が観察されたとすると，その個人の頭脳の中では数値的な（実数の）効用指標について，

$$u_m < u_c < u_t$$

という大小関係が成立しているであろうと推定されるのであった。

もしも仮にヒックスのような《序数的効用》の立場に立つならば，実数直線上の二つの点u_mとu_tの間にある点u_cの位置は，それらの二つの点の間でありさえすれば，どこにあってもいいのである。換言すれば，点u_mとu_cの《距離》(u_c-u_m)，あるいは，点u_cとu_tの《距離》(u_t-u_c)は何の意味も持たないのである。

しかしながら，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの立場はヒックスとは異なり，《基数的効用》を操作的に有意味な概念として，積極的に評価しようとするのである。そうすると，二つの点u_mとu_tに挟まれる点u_cの相対的な位置が

42) *Ibid.*, p.18.

43) *Ibid.*, pp.18-19.

何らかの意味を持つような意味付けが必要とされなくてはならない。換言すれば，これらの点の間の《距離》

$$(u_c-u_m),\ \text{および},\ (u_t-u_c)$$

に何らかの意味付けが行われなければならないのである。そうして，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンはmとtの結合事象の中でmに付与される確率αによって，その意味付けを試みるのである。

われわれの考察の対象である個人は，たとえば，mとtの確率的結合事象を選好の対象とする思考習慣を持っている。そうして，彼は，mの確率がα，また，tの確率が$(1-\alpha)$と表明されているとき，その結合事象の効用を

$$\alpha u_t+(1-\alpha)u_m$$

と計算するであろうと推測されるのである。

先の例では，われわれは$\alpha=0.5$と指定して，問題の個人に《質問》したところ，彼は「1杯のコーヒー」(c)よりも，その結合事象のほうを選好すると答えたので，われわれは彼の頭脳の中では

$$u_c<0.5u_t+0.5u_m$$

という計算結果が出たのであろうと推定したのである。

ここでαの値を0.5から連続的に減少させてやると，mの確率$(1-\alpha)$は連続的に増大する。そうして，$u_m<u_t$であることを考慮すると，αの値が減少するにつれて，結合事象の効用$\{\alpha u_t+(1-\alpha)u_m\}$の値も連続的に減少して，$\alpha$の値がゼロに到達すると，結合事象の効用の値は$u_m$になる。しかるに，

$$u_c>u_m$$

であったから，0.5と0との間のある値α_0において，

$$u_c=\alpha_0 u_t+(1-\alpha_0)u_m$$

が成立しなくてはならない。

この等式の両辺からu_mを引いてやると，

$$u_c-u_m=\alpha_0(u_t-u_m)$$

を得る。この等式の両辺を(u_t-u_m)で割って，右辺と左辺を入れ換えると，

$$\alpha_0=\frac{u_c-u_m}{u_t-u_m}$$

という関係に到達する。

この式の右辺の分母は点u_tとu_mの間の《距離》であり，それは「mよりもtに対する彼の選好」(his prefernce of t $[=C]$ over m $[=B]$)の度合を表すものであり，そうして，その右辺の分子は点u_cとu_mの間の《距離》であって，それは「mよりもcに対する彼の選好」(his preference of c $[=A]$ over m $[=B]$)の度合を表すものである。それゆえに，上のようにして定められる確率α_0は「BよりもAに対する選好とBよりもCに対する選好との比率」(the ratio of the preference of A over B to that of C over B)の「数値的な推定値」として用いることができるのである。

いま，われわれの《質問》調査の結果として，α_0の値が，たとえば，0.25であることが「観察」されたとするならば，上の関係式は

$$4(u_c-u_m)=u_t-u_m$$

という関係に帰着する。これは，数直線上の両端点u_mとu_tの《距離》が，左の端点u_mから中間点u_cまでの《距離》の4倍でなければならないという条件を表している。従って，その中間点u_cから右の端点u_tまでの《距離》(u_t-u_c)は，後者の《距離》(u_c-u_m)の3倍でなければならない。

こうして，選択肢として確率的結合事象が許容されるならば，α_0が存在するから，効用指標の数直線上の両端点u_mとu_tの間に位置付けられる点u_cの位置はα_0によって規定される。したがって，点u_cの位置は，両端点の間にあればどこでもいいという《序数的効用》論者の立場は崩れるのである。

次に，パート3.3.3.におけるフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの陳述を見ることにしよう。このパートは，以下の三つのパラグラフ(82)～(84)で構成されている。

(82)「誤解を避けるために次のことを述べておこう。すなわち，選好の基層(the substratum of preferebces) として上で用いられた諸《事象》

(the "events")は，論理的に可能なあらゆる選択肢を等しく容認されうるものとするような未来の諸事象(future events so as to make all logically possible alternatives equally admissible)として概念化されているのである。しかしながら，未来のさまざまな期間における諸事象の間での選好の問題に巻き込まれることは，われわれの当面の目的にかんする限りでは，不必要な複雑さであるだろう。しかしながら，このような困難は，われわれが関心を寄せるすべての《事象》を，望むらくはすぐ先の未来における，一つの同じ瞬間に位置付けることによって，取り除くことができるように思われる。

(83)「以上の考察は確率という数値的な概念にまさに致命的に依存しているので，この概念に少し言及しておくのが適当であるかもしれない。

(84)「確率は推測の性質を帯びて多少とも主観的な概念(a subjective concept)として，しばしば具象化されてきている。われわれは効用の個別な数値的推定を行うさいに，それを利用することを提案しているので，確率にかんするこのような見解はわれわれの目的に沿わないであろうと思われる。それゆえ，最も単純な手続きは，長い試行の中での頻度(frequency in long runs)として確率を解釈する，もう一つの完全に確立された立場に立つことである。」[44]

以上の陳述は，要するに，経済学の対象となる人間の選好行動の考察の中に《確率》を導入するに伴って生じる複雑な問題を回避するために，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンが一定の立場を取っていることを表明するためのものである。その一つはパラグラフ(82)に述べられている，時間の奥行きの中で生じる複雑な問題を静学的な仮定を置くことによって回避するという意思表明である。いま一つは，パラグラフ(84)に見られるように，彼らが主観的確率の立場ではなくて，頻度説に立つという意思表明である。これらの問題については，ここで立ち入る余裕もないし，また，その必要もないと思われるので，われわれは直ちにパート3.3.4.の議論に進むことにする。このパートは以下の四つのパラグラフ(85)～(88)から成っている。

(85)「個人の効用の数値的な計測のためのこのような手続きは，もちろん，個人の選好体系の完結性の仮説(the hypothesis of completeness in the system of individual preferences)に依存している。その個人が二つの選択肢のどちらを選好するか，あるいは，両方とも等しく望ましいかを表明することができない場合を考慮に入れておくことも考えられる――そうして，そう考えるほうが，より現実的でさえあるかもしれない。このような場合には，無差別曲線による議論も同じく実行不可能になるのである。

(86)「このよう可能性が個人にとっても，また，組織にとっても，どのくらい現実的であるかは極めて興味深い問いであると思われるが，しかし，それは事実にかんする問い(a question of fact)である。それは確かに，もっと研究する値打ちのある問題である。われわれは，それを3.7.2.(サブセクション3.7.「諸公理にかんする一般的所見」の第2のパート)において考察するであろう。」[45]

(87)「ともあれ，われわれは，無差別曲線による議論が余りにも過大な，あるいは，余りにも過小な含蓄を有することを示したつもりである。すなわち、もしも個人の選好が必ずしも比較可能であるとは限らないとするならば，無差別曲線は存在しない(if the preferences of the individual are not all comparable, then the indifference curves do not exist.)のである。そうして，もしも個人の選好のすべてが比較可能であるならば，われわれは，無差別曲線を不必要にしてしまう（一意的に定義された）数値的効用を獲得することさえできるのである。」[46]

(88)「以上に述べたことは，すべて，(貨幣的な)

44) *Ibid*., p.19.

45) *Ibid*.

46) *Ibid*., pp.19-20.

費用と利潤を用いて計算することのできる企業家にとっては意味のないことである。」[47]

パラグラフ(87)に述べられているフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの無差別曲線に対するやや冷笑的なロジックは，われわれが本稿の前書きで述べた議論と少し似たところがあるように思われる。われわれのロジックはこうであった。観察されるデータからまず推定されるものは限界代替率関数$\phi(x,y)$である。もしも無差別曲線の方程式を推定するのであれば，われわれは$\phi(x,y)$の原始関数に基づいて効用関数を特定化しなければならない。そうして，効用関数を特定化してしまえば，消費者の需要理論を展開するに当たって，わざわざ無差別曲線から出発する必要はないのである。

さて，最後にパート3.3.5.の議論を見ることにしよう。このパートは次のパラグラフ(89)だけで構成されている。

(89)「われわれに対して次のような反対論が提起できるかもしれない。すなわち，効用の計測可能性にかんして上述のような微妙な詳細にわたる議論のすべてに立ち入る必要はないと。なぜなら，人がその行動を説明することを欲しているところの普通の個人(the common individual) は明らかに自己の効用を測定してはいなくて，むしろ，かなりの曖昧さを有する領域で経済活動を行うのであるから。同じことが，もちろん，光，熱，筋肉の力，等にかんする彼の行動のたいていのものについても，言えるのである。しかし，物理学という一つの科学を建設するためには，これらの現象は計測されなければならなかったのである。そうして，それ以降，その個人は日常生活の中においてさえ，そのような計測の諸結果を——直接にせよ，間接にせよ——利用するようになっている。それと同じことが，将来の経済学においても起こるかもしれない。このような手段を援用する理論の助けを得て，ひとたび，経済行動のより完全な理解に到達したあかつきには，個人の生活は実質的に大きな影響を受けるかもしれない。それゆえに，これらの問題を研究することは，けっして不必要な寄り道ではないのである。」[48]

このパラグラフには，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンが「効用の計測可能性」の問題に取り組もうとする際に，彼らの意欲を根底で支えるものは，自然科学の諸分野，とりわけ，その揺籃期に人間の諸感覚との関連で克服し難い計測上の困難を抱えていた諸分野で経験された成功の前例であることが，はっきりと表明されている。

CXLII

ここで節を改めてサブセクション3.4.「計測の原理：詳細な議論」の紹介に進むことにしよう。このサブセクションは3.4.1〜6.までの六つのパートに分けられている。その第1のパートは次のパラグラフ(90)だけから成る。

(90)「読者は，これまでの議論に基づいて，次のように感じるかもしれない。すなわち，われわれは，計測の原理を先取りすることによって，すなわち，このような尺度の存在を事実上，前提することによって，効用の数値的尺度(a numerical scale of utility) を手に入れたのであると。われわれは3.3.2.において，こう論じた。すなわち，もしもある個人が(AよりもCを，そうして，BよりもAを選好しながら)BとCの確率50%-50%の結合事象よりもAを選好するならば，このことはBよりもAに対するこの選好がAよりもCに対するそれを上回ることについての数値的な推定のための尤もな基盤(a plausible basis for the numerical estimate that this preference of A over B exceeds that of C over A) を供与するであろうと。ここのところで，われわれは，前者の選好が後者のそれを上回っているかもしれないということ，すなわち，そのような陳述が一つの意味を導入することを

47) *Ibid*., p.20.

48) *Ibid*.

前提しようと――当然のこととして受け入れようと――してはいないのだろうか(Are we not postulating—or taking it for granted—that one preference may exceed another, i.e. that such statements convey a meaning?)。このような見解は，われわれの手続きに対する完全な誤解になるであろう。」[49]

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論に対するこのような疑問への応答は，第2のパートを構成する次の二つのパラグラフ(91)と(92)で与えられる。

(91)「われわれは，この種のことは何も前提しよう――あるいは，仮定しよう――としてはいないのである。われわれは，ただ一つのことを仮定したのであり――そうして，このことについては立派な経験的証拠が存在する――すなわち，それは想像される諸事象が確率でもって結合させられ得るということ(that imagined events can be combined with probabilities)である。そうして，それゆえに，それらに付与される効用――その効用が何であれ――にも同じことが仮定されなければならないのである。あるいは，それを，もっと数学的な言葉で述べると次のように言える。」[50]

(92)「科学には，先験的には数学的な性質のものではないけれども，しかし，物理的世界の一定の諸局面に付帯させられる諸数量が，しばしば，姿を見せる。時として，これらの数量は，一定の自然な，物理的に定義された操作が可能な領域の中に，系統的に分類されることができる(these quantities can be grouped together in domains within which certain natural, physically defined operations are possible)。こうして，《質量》("mass")という物理的に定義された数量は加法という操作(the operation of addition) を許容する。

《距離》という物理的・幾何学的に定義される数量(the physico-geometrically defined quantity of "distance") も，それと同じ操作を許容する。他方，《位置》("position")という物理的・幾何学的に定義される数量は，この操作を許容しないが，しかし，それは二つの位置の《重心》(the "center of gravity") を形成する操作を許容する。また，その他の物理的・幾何学的な，通例として《ベクトル的》な形をとる――速度や加速度のような――諸概念も《加法》という操作を許容する。」[51]

このパラグラフの議論は，さらに次のパート3.4.3.に引き継がれる。そのパートは次の四つのパラグラフ(93)～(96)から成る。

(93)「このような《自然の》操作(a "natural" operation) に――上述の《加法》の諸事例のような――数学的操作(a mathematical operation)を連想させる名称が与えられている場合には，注意深く誤解を避けなくてはならない。このような名称は，同じ名称を付せられている二つの操作が同一であるという主張――この主張は明らかに誤りである――をするためのものではない。それは，単に，それらが類似した相貌を有するという意見と，そうして，それらの間に何らかの対応がやがては確立されるであろうという願望を表明しているに過ぎない。このことは，もちろん，問題の物理的領域に対して――少しでも可能な場合には――数学的モデルを見出すことによって達成されるのであり，そうして，その領域内で，それらの諸量は数によって定義され(those quantities are defined by numbers)，その結果として，そのモデルの中では，その数学的操作がそれと同義の《自然の》操作を描写する(in the model the mathematical operation describes the synonymous "natural" operation)のである。

(94)「われわれが挙げた事例に戻ると，《エネルギー》と《質量》は，それらを用いる数学的モデルの中では数(numbers) になっているのであ

49) *Ibid*.
50) *Ibid*.
51) *Ibid*., pp.20-21.

り，《自然の》加法も通例の（数学の）加法になっているのであった。《位置》はその他のベクトル的諸量とともに，それぞれ座標あるいは成分(coordinates or components)と呼ばれる三つの数の組み合わせ(triplets of numbers)になっているのであった。それぞれα，および，$1-\alpha$ という《質量》を持つ二つの位置

$$\{x_1, x_2, x_3\} \text{ および } \{x_1', x_2', x_3'\}$$

の《重心》の《自然の》概念(the "natural" concept)は次のような形になる。

$$\{\alpha x_1+(1-\alpha)x_1',\ \alpha x_2+(1-\alpha)x_2',\ \alpha x_3+(1-\alpha)x_3'\}$$

$\{x_1, x_2, x_3\}$ と $\{x_1', x_2', x_3'\}$ という二つのベクトルの《加法》の《自然の》操作は

$$\{x_1+x_1', x_2+x_2', x_3+x_3'\}$$

のようになる。

(95)「《自然の》操作と数学的操作について上で述べられたことは，自然の関係と数学的関係(natural and mathematical relations)にも等しく適用される。物理学の中に出てくる——より大きなエネルギー，より大きな力，より大きな熱，より大きな速度，等の——《より大きな》という様々な概念は，その好例である。

(96)「これらの《自然の》関係は，数学的モデルを構築して，それらのモデルと物理的領域を相関させるための最良の基盤(the best base upon which to construct mathematical models and to correlate the physical domain with them)である。」[52)]

《諸量》，《操作》，および《関係》の三つの概念のそれぞれについて，《自然の》それと《数学的》のものとが区別されなくてはならないという，パート3.4.3.の論点は，数学的モデルを援用することの多い経済学者にとって極めて有益な指摘である。その含蓄は深く，そうして，多岐に渡るが，それらに立ち入ることは，当面のところ抑制して，続くパート3.4.4.におけるフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論を見ることにしたい。

パート3.4.4.は次の二つのパラグラフ(97)と(98)から成る。

(97)「ここで，さらに進んだ所見を述べなければならない。上述の意味での物理的領域について満足できる一つの数学的モデルが見出されており，そうして，考察対象となっている物理的諸量が数に相関させられている(that the physical quantities under consideration have been correlated with numbers) ものと仮定せよ。この場合，(この数学的モデルによる)その描写が物理的諸量を数に相関させる一意的方法(a *unique* way of correlating the physical quantities to numbers)を与えるということは必ずしも真実であるとは限らない。すなわち，それは，このような相関関係——その数学的な名称は写像(mappings)——の全体の族(an entire family of such correlations)を特定しているのであり，その族に含まれる相関関係ならどれでも，その理論の目的のために利用できるのかもしれない。これらの相関関係のうちの一つからもう一つのものへと移行することは，その物理的諸量を描写する数値的データの変換(a transformation of the numerical data describing the physical quantities)に等しい。そこで，われわれは次のように言うのである。すなわち，この理論において問題とされる物理的諸量は，その変換システムに適合する数(numbers *up to* that system of transformations)によって描写されると。このような変換システムの数学的な名称は《群》(groups)である。

(98)「このような状況の例はたくさんある。すなわち，距離という幾何学的概念は一つの数であり，それは（正の）一定の因数による乗法に適合する。質量という物理的量にかんする状況も同じである。エネルギーという物理的量はいかなる線形変換(linear transformation)——すなわち，いかなる定数の加法と，いかなる（正の）定数による乗法——にも適合する一つの数

52) *Ibid*., p.21.

である。位置の概念は一つの非同次直交線形変換(an inhomogeneous orthogonal linear transformation)[4,5] に適合するように定義されている。ベクトル的諸概念は同じ種類の同次変換(homogeneous transformations of the same kind)[5,6] に適合するように定義されている。」[53]

ここでは《物理的諸量》と，それらを表現するために選び定められる《数》との間の対応関係が，必ずしも一意的な仕方で決まるものではないということが強調されている。この論点は《基数的効用》に数値的表現を与えることについても重要なことである。

たとえば，われわれは本稿の前節CXLIでフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの3.3「確率と数値的効用」のパラグラフ(81)を解説したが，そのとき，二つの事象mとtが，それぞれα_0と$(1-\alpha_0)$の確率で起こる結合事象と100%確実な事象cとが無差別であるという事実が観察される場合，三つの効用を表す点u_m，u_c，および，u_tの間の距離が，確率α_0によって，

$$\alpha_0=\frac{u_c-u_m}{u_t-u_m}$$

という形で規定されることを知った。

このような形で規定される効用指標は確率の数値α_0によって一意的に定まるのではない。これら三つの点の相対的な位置関係が保たれさえすれば，効用指標にどのような数値を当ててもいいのである。このような位置の関係は，パラグラフ(98)の言葉で言えば，「非同次直交線形変換に適合するように定義される」からである。フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは，この言葉に脚注[4]と[5]を付して解説しているから，初歩的に過ぎるきらいはあるが，以下に紹介しておく。

「[4] すなわち，(位置のベクトル)$\{x_1, x_2, x_3\}$は$\{x_1^*, x_2^*, x_3^*\}$によって置き換えられてよいが，ここで，

$$x_1^*=a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+b_1$$
$$x_2^*=a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3+b_2$$
$$x_3^*=a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3+b_3$$

であり，それらの係数a_{ij}，b_iは定数であり，そうして，行列(a_{ij})は直交行列として知られるところのものである。」[54]

次の脚注[5]はパラグラフ(98)の末尾の文章にも同時に付せられている。

「[5] すなわち，幾何学においては，位置に関する限りでは，原点(origin)，あるいは，座標系(the frame of reference)を固定する理由は何もないのである。また，ベクトルに関するとき，座標系を固定する理由もない。」[55]

さらに，一つ前の文章にある「非同次...変換」(inhomogeneous ... transformation)ではなくて，「同次変換」(homogeneous transformation)に付せられてある脚注[6]には，次のように記されている。

「[6] すなわち，上の脚注[4]において，$b_i=0$とする場合である。...」[56]

さて，《物理的量》を表現する《数》に許容されるべき《変換》の性質について，さらに進んだ所見が次のパート3.4.5.で述べられる。このパートは以下のパラグラフ(99)だけから成っている。

(99)「ある物理的量が，いかなる単調変換(any monotonic transformation)にも適合する数であることさえも考えられる。これは，《より大きな》という《自然の》関係だけが存在し——そうして，その外には何も存在しない——諸量について考えられる。たとえば，かつては《より温かな》("warmer")という概念だけが知られていた限りで，温度(temparature)について，そういうことが考えられていたのである。それは，また，鉱物の硬度を計るモース硬度計測尺度(the Mohs' scale of hardness of minerals)にも当て嵌まる。そうして，それは，選好の通念に基づくときの効用の概念(the notion of utility

53) *Ibid*., p.22.

54) *Ibid*., p.22n.

55) *Ibid*.

56) *Ibid*.

when this is based on the conventional idea of preference) にも当て嵌まるのである。これらの場合に，人は次のような見解を取りたいという誘惑に駆られるかもしれない。すなわち，問題の量は，その数による描写がいかに恣意的であるかを考えるとき，数値的な性質を全然持っていないという見解がそれである。しかしながら，このような定性的な言明を行うことは差し控えて，そうして，その代わりに，その数値的な描写がどのような変換システムに適合するように決定されているかを客観的に述べることのほうが好ましく思われる。そのシステムがすべて単調変換から成る場合は，もちろん，かなり極端な場合である。上に述べた幾つかの変換システムは，それとは反対の極端に向かって様々な程度の違いを見せている。すなわち，まず空間における非同次ないし同次の直交線形変換，次に一数値変数の線形変換，そうして，その変数に一つの定数を乗じる変換というように。最後に，数値的な描写が絶対的に厳密である場合(where the numerical description is absolutely rigorous)，すなわち，いかなる変換も全く許容する必要のない場合(where no transformations at all need be tolerated)さえ起こるのである。」[57]

ここに言う「選好の通念に基づくときの効用の概念」とは，《序数的効用》の概念に外ならない。その前で述べられている「モースの硬度計測尺度」は《序数的効用》の尺度と同じ性質を有するので，少し解説を加えるのが有益であるかもしれない。

フリードリッヒ・モース (Friedrich Mohs: 1773-1839)はドイツの鉱物学者で，彼は鉱物の硬度を計測する目安として10種類の鉱物を硬度の低いものから次第に高いものに進む順序を次のように設定したと言われている。

①滑石，②石膏，③方解石，④蛍石，⑤燐灰石，⑥正長石，⑦石英，⑧黄玉，⑨鋼石，⑩金剛石。

これらの鉱物を任意に二つ取り出して互いにこすり合わせれば，どちらが硬いかはすぐに判定のつくことである。それは，二つのバスケットB_iとB_jについて，ある個人がどちらを取るかを観察するのと同じことである。そのようにして設定された上掲の尺度の中に，別の新しい鉱物の硬度を位置付ける手続きは，説明するまでもないであろう。二つの鉱物をこすり合わせることによって，順位付けの目録の内容はいくらでも多くすることができるであろう。

しかしながら，①滑石よりも②石膏が硬い度合と，そうして、②石膏よりも③方解石が硬い度合のどちらが大きいかを判定する操作は定義されていないので，これらの番号①～⑩の相互間の《距離》は意味を持たないのである。逆に言えば，そのような操作が定義されたとするならば，滑石と石膏と方解石との硬度の相対的な位置関係は定まり，これら三つの鉱物の硬度を表す指標として適当に定められた数値の間の《距離》も意味を帯びることになるであろう。フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンが確率α_0によって三つの効用の値の《距離》の相対的な関係を定める操作を創案したことの意味は，まさにそのようなことであったのである。

さて，モースの硬度表の番号①～⑩の性格がそのようなものであるとするならば，それらの10種類の鉱物の硬度の順序だけが本質的な性質なのであるから，その順序を狂わせないで保持するような，いわゆる「単調変換」が許容されなくてはならないであろう。

いま，本稿の前書き部分で触れた序数的効用指標uをこれらの番号①～⑩と見なし，単調増加関数について$F(u)=u^2$と定め，そうして，それによって変換された指標をvとすると，

u：①，②，③，④，⑤，⑥，⑦，⑧，⑨，⑩

↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓　↓

v：1，4，9，16，25，36，49，64，81，100

となるが，この下の列の数値vは序数的効用指標として上の列の番号uと同じ資格を有するのである。このような単調変換が限界代替率に何の影響も与えないことは周知の事実であり，そうし

57) *Ibid.*, pp.22-23.

て，そのことが《序数的効用》の経験的基盤を過度に強調することに寄与してきたのである。不便を承知の上で極論すれば，モースの硬度表の番号は上の指標vでもよいと主張することもできるのである。

最後に，サブセクション3.4.のパート3.4.6.を見ることにしよう。このパートは次の三つのパラグラフ(100)～(102)から成る。

(100)「ある物理的量を所与とすると，それが数によって描写されるさいに適合している変換のシステム(the system of transformations up to which it is described by numbers) は時間の経過の中で，すなわち，その研究の発達の段階につれて，変化するかもしれない。こうして，温度は，当初は，いかなる単調変換にも適合する一つの数でしかなかったのである。温度測定学(thermometry) の――とりわけ，それと歩調を合わせた理想気体温度測定学の――発達とともに，変換は線形変換に，すなわち，絶対零度と絶対単位だけが見付からないところまでに，限定されるようになったのである。それ以降の熱力学(thermodynamics)の発達は絶対零度を固定しさえもして，その結果，熱力学における変換システムは定数を乗じる変換だけから成るのである。そのような事例の数は幾らでも増やすことができるけれども，しかし，この問題にはこれ以上立ち入る必要はないように思われる。

(101)「効用についても，その状況は，それと似た性質があるように思われる。この領域における唯一の《自然の》データは《より大きな》という関係，すなわち，選好の概念であるという態度(the atitude that the only "natural" datum in the domain is the relation "greater," i.e. the concept of preference)を人は取るかもしれない。この場合には，効用は単調変換に適合する数である。これが，まさに，無差別曲線の技法で最も良く表現される，経済学の文献の中で一般に受容されている立場なのである。」[58]

(102)「変換のシステムをもっと狭く限定するためには，効用の領域の中に，もっと別の《自然の》操作あるいは関係(further "natural" operations or relations)を発見することが必要になるであろう。こうして，パレートによって，効用の差について一つの均等関係があれば十分であろうということが指摘されていたのである。われわれの用語法によれば，それは変換システムを線形変換に帰着させることであろう。しかしながら，このような関係が，本当に《自然の》それ――すなわち，再現可能な観察によって解釈することのできる関係――であるようには思われないので，パレートの示唆する方向では目的は達成されないのである。」[59]

58) *Ibid.*, p.23.
59) *Ibid.*, pp.23-24.