



Title	サヴェジ,レオナルド ジミィ,による1961年の講義における個人的確率について
Author(s)	園, 信太郎
Citation	経済學研究, 43(4), 176-187
Issue Date	1994-03
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/31956
Type	bulletin (article)
File Information	43(4)_P176-187.pdf



[Instructions for use](#)

サヴェジ, レオナルド ジミィ, による 1961年の講義における個人的確率について

園 信太郎

1. はじめに

サヴェジ氏 (Savage, Leonard Jimmie, 1917. 11. 20-1971. 11. 1) が執筆者としてかかわった幾つかの論述を彼の急逝の後にまとめた論文集,

The Writings of Leonard Jimmie Savage — A Memorial Selection, The American Statistical Association and The Institute of Mathematical Statistics, 1981,

の中に,

Savage, Leonard Jimmie, "Bayesian Statistics", *Recent Developments in Information and Decision Processes, based on the Proceedings of the Third Symposium on Information and Decision Processes, Purdue University, 1961*, edited by Machol, R.E., and P. Gray, Macmillan and Co., 161-194 [416-449], New York, 1962,

という簡潔な講義録(但し, 角括弧内の数字は論文集における頁であり, 以下も同様である)が収められている。この講義録は節番号が打たれていない七つの節(順に標題を示せば, Introduction, Personal probability, Other views, Simple dichotomy, Stable estimation, Illustrative implications, Conclusion, である)及び1から205までの文献番号が付けられているReferencesから成るが, ここでは個人的確率に関する

二番目の節と単純二分岐に関する四番目の節とに着眼することとする。

実はサヴェジ氏は, 既に彼の基礎論,

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics*, John Wiley & Sons, New York, 1954, (但し, *Second Revised Edition* が Dover より 1972年に出ている),

の第1章第3節の末尾の段落(同書5頁)において, 彼が基礎論の前半で展開している個人論的な見解(これは結局, 彼にとっての「本来の確率」を, なんとか彼の言葉で述べて見せようとする執拗な営みに立脚しているのだが)を, 実際の統計家の作業と結びつけるには, 「妥協, Some compromises」が多分不可欠であることを述べているのである。実際この段落の二番目及び三番目の文を引けば次である。

In those later chapters, it is recognized that the theory developed in the earlier ones is too highly idealized for immediate application. Some compromises have to be made, and the appropriate ones are sought in an analysis of some of the inventions and ideas of the British-American School.

一方問題の講義録の標題の“Bayesian”という形容詞に込められているサヴェジ氏の情念は, この講義録を粗く見る限りでは, 「妥協的」とは言い難いのだが, しかし, 彼の個人的確率

に対する態度を(ここで問題とする二つの節とのかかわりで)読み取るのならば,(彼としては)かなり穏健な「妥協」がなされているように筆者には(何故か)思われるのである。そこでこの際筆者はこれら二つの節に対する簡略な注釈を行うことにより, なんとかサヴェジ氏的な「妥協」の有り様を示唆することを試みたいのである。

なお同講義録186[441]頁の第72番目の文献で著者 Good, I.J. のI(Irvingの頭文字, なおJの方はJohn)がLとなってしまうのが当然Iへと修正しなければならない。また, 以下の第4節の後半で指摘するように, 四番目の節の末尾から三番目の段落(175[430]頁の冒頭の段落)の末尾から二番目の文の事象A,Bの順番は入れ換えるべきであろう。さらにまた, 以下の論述では言及しないが, 五番目の節の177[432]頁の冒頭の段落の末尾に現れる $W|D$ という記号列は $D|W$ へと修正すべきである。なお以下同講義録の頁に言及する際には, 例えば177[432]のように, 「頁」を省略することとする。

2. 個人的確率の限界代替率的な把握

同講義録二番目の節の冒頭の一文163[478]を引けば次である。

Personal probability is a certain kind of numerical measure of the opinions of somebody about something.

つまり個人的確率とは, 「それは(内訳は問わないが)ある事柄にかかわる, しかし(これもまた内訳は問わないが, とにかく)誰かの「そのある事柄に関する意見, the opinions」を表す, ある種の数値的尺度なのである」。しかしこれでは, 「たしからしさ」の本質を個人のありふれた「ものいわぬ営み」との連関で把握しようとするサヴェジ氏の「哲学」がうまく伝わらないので, 彼は(個人的な)「価格, price」によって(その本質が言辭的ではない)「その意見」の内訳を

説明しようとするのである。なお, 邦語で「価格」というと「公的な」雰囲気や「専門家的な」気分が紛れこむ恐れがあるので, ここではこの(個人的な)「価格」を単に「値段」とよぶこととする。

つまり彼の文脈を尊重すれば, (穏当な範囲内の損失や利得にかかわる)「かけ」や「くじ」に対して, その個人が(自己のまじめな)「値踏み」の帰結として付けることとなる「値段」(これはいわゆる「付け値」である)が, 「その意見」なのであり, つまり, この「値段」が, 「その取引」における「その個人の」確率を, 指し示すこととなるのである。なおサヴェジ氏は, この状況を Good, I. J. が導入した“you”に言及して, 従ってまた, “I”としてのサヴェジ氏自身にも言及して, 聴衆に対して次のように説明するのである。

「さてここで少し例をあげてみよう。あそのあの椅子の重さを「あなた」はどの程度に見積もるであろうか? もちろん「わたくし」はなんの仕掛けもしていない。ただこの演壇の上にあるあの見たとおりのありふれた, プラスチックで覆われている, あの肘掛け椅子のその重さが問題なのだ。ところで, 法律上の事柄は脇に置いておいて, 「もしあの椅子が20ポンドを越える重さならば, この紙切れをお持ちの方に対して, この「わたくし」から, 10ドルを謹呈します」と, ある一枚の紙切れに, もちろん誠実に, 「わたくし」が契約を書きしるしたと想像して頂きたいのである。そこで「わたくし」は問題の紙切れを想像上の競売に掛けることとなるのだが, その際「あなた」は, 「その紙切れ」を結局何ドルに「値踏み」するであろうか? 仮に「あなた」が5ドルと見積もるのならば, 「あなた」は「その紙切れ」を「わたくし」との間の, 「あの椅子の重さが20ポンドを越える」という事柄を巡っての, 「対(たい)のかけ, an even money bet」と見なしていると, 少しおおかだが, 表現してもよいであろう。さらにまたもし「あな

た」が9ドルと値踏みするのならば、この「わたくし」は、確率のいわゆる定義によって、問題の「できごと」の「あなた」にとっての確率は、まさに十分の九なのだと思ふこととなるであろう。つまり、結局のところ、「あなた」にとってのある「できごと」の個人的確率とは、問題の事象が実際に通用する場合において「あなた」へと支払われる金銭の一単位当たりに対して、「あなた」が相手へと、例えば「わたくし」へと、見返りとして支払うであろう「その値段、the price」なのである。従って簡略にまとめてしまえば、確率とはその「あなた」がこの「わたくし」へと支払うであろう、ある特定の「ふたしかな事柄」に対する、「その値段」に他ならないのである。

なおここで末尾の「その値段」に言及している箇所の英文(164[419]の冒頭の段落の末尾の一文)を引けば次である。

Thus, the personal probability of an event for you is the price you would pay in return for a unit payment to you in case the event actually obtains; in other words, a probability is the price you would pay for a particular contingency.

しかしこの「定義」では、「その個人」にとっての「本来の確率」を、「その個人」とは異なる個人の「存在」を自明視した上での対人的な取引という便利な枠組みに安直に依存せずに、「その(孤独な)個人」によって基礎づけて行こうとする(「基礎論」における)サヴェジ氏の執念が、うまく伝わらないのである。しかし、かれは次の段落の冒頭の二つの文で次のように婉曲に注意を促すのである。

There is a little flaw in this definition of personal probability. It collides with the facts of life about large sums of money, that is,

with utility phenomena.

つまり上述のような対人的な枠組みに基づいていわゆる限界代替率的に確率を「定義してしまう」流儀には、「ささやかなではあるが無視し得ない欠点, a little flaw」があること、つまり巨額な金銭にかかわる「人生の事実, the facts of life」を反映していないということ、結局、「(その個人にとっての)金銭の価値」に対する効用現象(utility phenomena)が、「この取引にかかわる「あなた」と「わたくし」とにとって、今直接問題としている損失や利得の幅は、無視し得るという代物では決してないが、しかし「自分の人生にとって、かなり深刻な影響をもたらすかもしれない」という疑念を引き起こす程のものでもない」という暗黙の合意形成を前提とすることによって、抜け落ちてしまっているということ、サヴェジ氏は率直に認めるのである。なおこの二文の後で、この「欠点」を逃れるための試みを彼の「基礎論」で提示したことが、さりげなく述べられているのだが、しかし、(いつの間にか「公認」されてしまう)便利な、しかし「人生のささやかなる事実」には反する、「欠点」との暗黙の妥協には用心して行こうとする「基礎論」の性格が、少なくとも表面上は、弱められていることがうかがわれるのである。

しかし一方次の段落(164[419]三番目の段落)で、この講義において、彼が敢えて推す限界代替率的把握の長所、つまり、よく引用される「かけ」の勝ち目(odds)による個人的確率の説明と比較して、優れていると彼が判断したその根拠を、サヴェジ氏は簡潔明晰な四つの文で次のように言い切るのである。

Of course, personal probabilities can be, and often are expressed in terms of odds. But I thought it advantageous to put it in terms of a price. For some critics feel that personal probabilities are nonsense, mysterious, and unreal, and I hope thus to bring out that they

are exactly as nonsensical, mysterious, and unreal as the price that you would now pay for a steak or a trip to Chicago. They are, in fact, prices for a kind of thing that we do buy and sell every day, both overtly in the market and implicitly in our behavior.

「ある特定の「ふたしかな事柄」が実際の場合で通用する際には「あなた」が「わたくし」から受け取ることとなる「この金銭」における、その一単位当たりに対して、「あなた」が「わたくし」に支払う覚悟があるその金銭の額」という、「その値段」は、(少なくとも本邦においては)日日我我が当たり前のように行っているはずの「売り買い」における(もろもろの事物の各各に対する)価格と、同様の性格を持っているものであり、それ故に、「その値段」によってその一側面が示唆される「その個人」の確率を、「ミステリアス」であり日常的な事柄にはかかわり得ないのだと断じ去る立場は、日常的な「価格」と同様の性格を持っている「その値段」を、「ミステリアス」であるとしてしまう判断へと、(少なくとも常識的には)つながりやすくなるはずである、というのが、ここでのサヴェジ氏の言い分なのである。しかし末尾の「我々の日常の振る舞いにおいて潜在的に(implicitly)売買されている」という言い回しによって示唆されているように、「その値段」は、通常は「明白に市場において、overtly in the market」取引されていると解釈されている商品に対する価格とは(同様の性格を持つと共に)異なる側面、つまり、あくまでも(結局の所は)一人一人が平凡なる一人(いちにん)へと復帰して孤独に見積もらねばならないはずの、その「ふたしかな事柄」に対する「付け値」としての側面をも、有しているのである。だが、巨大な「マーケット」を支配している(かもしれない)「合理性」からすれば、あまりにも微弱であり「こだわる」だけの「値打ち」は存在しないのだと、少なくとも一部の専門家達によって「値踏み」されてし

まうかもしれない、この孤独な潜在的値踏み行為への「こだわり」が、サヴェジ氏の学徒としての(譲ることのできない)習性であるのだから、この「商品」との「妥協」を聴衆に対して示す一方で、この「こだわり」に全く触れないとするのならば、彼の講義は穩健に過ぎることとなるであろう。

なお公正のために述べれば、彼はこの次の段落(164[419]末尾から二番目)の末尾の三文では「非妥協的に」次のように(一つの定冠詞を強調しつつ)聴衆の一人一人に注意を促しているのである。

There is no such thing as *the* right price for you to pay for the contingency that this chair weighs more than 20 lb. Each of you has, in fact, his own opinion. Inasmuch as you can not communicate with each other sitting where you are, you have nothing better to go on; if we are really playing the game for money, each of you would be on your own, dependent entirely on your personal judgment.

ここで問題となっている「その、*the*」価格とは、(なんらかしらかの教義に基づいて)「その個人にとって未知ではあるが、しかし固定されている」と想定されてしまう「価格」などではなく、彼がいかに「善意の」人人に取り囲まれていようとも、また彼がいかなる理論的な枠組みに通達していようとも、結局の所は彼自身が、周囲やいわゆる理論に対して「距離を置いて」、冷静に見積もらねばならない(彼自身にとっての、孤独な)「値段」なのである。

3. 「自己への誠実」の勧め

ところでこの孤独な「値踏み」を現実の場合で遂行することは容易ではない。実際、末節的な利欲への執着の故にであろうか、「その他人」から(できる限り多めの)金銭を巻き上げるというその場限りの欲念のために、「いつわりの値段」

を「本来の値段」であると、「自己に対して思い込ませたがる」傾向が、その「値踏み場」へと忍び込む恐れがあるからなのである。

このような「人間的な」(もちろん暗黙の)傾向に対して165[420]二番目の段落の冒頭の二文でサヴェジ氏は次のように警告を発するのである。

Another feature in employing personal probability is that it imposes the difficult responsibility to be honest with yourself. It is difficult to be honest with one's self about prices generally.

つまり「その値段」をなんとか定めようとする営みは、「自己への誠実」という「重く困難な責務, the difficult responsibility」を自己が孤独に遂行するということを、必須とする。しかしサヴェジ氏がこの文のあとで簡潔に例示しているように、「300ドルで買い手がつけば「御の字」であったはずの「その中古車」が、相手が「300ドル」と口に出したとたん、「その中古車」を始末したがっていたはずのその(善良な、しかし平凡な)「わたくし」には、とたんに「実のところは手放したくはない、少なくとも1000ドルはする、愛用の自家用車」になってしまったりもする」のである。そこで彼はこの段落の末尾から二番目の文で、「誠実な値踏み」の遂行に伴う「むつかしさ」を、仮定法的表現を利用して、次のように再び強調するのである。

It is hard to think back realistically, once a price has been offered, to ask yourself what price would have satisfied you.

つまり、相手が「この物」に対する「付け値」を提示してしまった「あと」では、「もし仮にはあるが、自分が「この付け値」にであうより「まえ」に、「この物」の値段を見積もるとするのならば、いったいいくらに見積もる「ことと

なった」であろうか?」という自己への問い掛けを尊重しつつ、いわば「時の流れをさかのぼる」様式で、しかも現実的な雰囲気を保ちつつ、「本来の値段」を冷静に見積もるということは、(特殊な訓練などは受けていない、ありふれた)「わたくし」にとっては、全くの至難の技ともなりかねないのである。

だがさらにサヴェジ氏は、次の段落(165[420]三番目の段落)でいわゆる仮説検定的な状況に言及することによって、自己にとっての「本来の値段」としての「たしからしさ」を、その場限りの「大発見」に(何故か)であってしまったが故に、「忘れたがってしまう」という、自己に対する(明確には意識されないかもしれない)欺瞞への警告を、少なくともその場の聴衆の一人一人に対しては、敢えて発することとなるのである。

この仮説検定的状況とは、「ある女子大学の学生の学業成績と学生の祖母の人柄との間の極めて高い相関関係」をある研究者が発見してしまったという、想像上の状況に関するものである。なお原文では、be ostensibly more highly correlated with、と表現されているが、つまり、「なんらかしらかの関係を表示しているのである」と期待されつつ、一般に利用されているなんらかしらかの数値的指標が、「女子学生の成績」と「祖母の人柄」との間で、その研究者の経験からすれば「尋常でない高い値」を示していることを、その研究者が(何故か)「発見」してしまったという状況を、サヴェジ氏は想定しているのである。なおこの「祖母」が父方なのか母方なのかは不明であるが、筆者は以下父方であると暗黙に仮定して説明することとする。

「そのデータ」は「祖母仮説, the grandmother hypothesis」を「あなた」へと示唆するが、しかし、もし仮にはあるが、「あなた」がこの発見にであう「まえ」に「祖母仮説」の当否を誰かから尋ねられたのならば、多分「あなた」は、問題の仮説を一笑に付したことであろうと、サ

ヴェジ氏はまず仮定法的に注意を促す。なおこの「一笑に付す」にかかわる原文は, you would have thought it pretty preposterous, if asked, である。ところでこの「わたくし」から見れば, 「そのデータ」の示唆にであった「あと」では, 「あなた」は, 「そのデータ」を(多分明確には意識せずに)二重に利用してしまうという「心理的な危険, psychological danger」の場に置かれることとなるのである。

つまり第一には, 「祖母仮説」を示唆する「そのデータ」に「あなた」が(何故か)であってしまった「あと」では, (通常はなんらかしらかの関係を示唆するものであると期待されているその数値的な指標の愛用者である)「あなた」には, 「そのデータ」によって強く支持されているこの仮説を「信じたくなる」傾向が生じて来るはずだが, しかし一方では, この傾向が, 「その示唆」にであうほんの少し「まえ」までは, 「あなた」は「祖母仮説」などは信じるつもりはなかったのだという事実を, 「忘れたがる」傾向を, 「あなた」へと誘導してしまうこととなるのである。

第二には, この「忘れたがる」傾向の誘導によって, 「そのデータ」は, 「そのデータ」による示唆にであう直前までは, 「あなた」が保持してきたはずのもろもろの見解を支える内的な「何か」に対しても, 微妙なしかし無視し得ない暗黙の影響をもたらすことであろう。

なお公正のために, この二つの「心理的な危険」に相当する原文を引けば次である。

First, since the data suggest the grandmother hypothesis, they do give you some reason to believe it, but you are likely to forget that you really did not believe it one little bit before you saw the data. Second, inducing you thus to forget, the data affects what were supposed to be your preconceptions.

さらにまたサヴェジ氏は, この特殊な状況に限らず, 「それらの仮説が「あなた」へと示唆さ

れるより「まえ」に, もし仮にはあるがそれらの仮説を「あなた」が「値踏み」するとすれば, それらに「あなた」が付加したであろう, それらの確率」を誇張しないためには, 昼も夜も「危険」に対する警戒を少しも怠ることのない, 非常なる自己抑制が必要なのであると, 訴えるのである。この「自己抑制, a lot of self-discipline」と「不眠不休の警戒, constant vigilance」に相当する部分は次である。

It takes a lot of self-discipline not to exaggerate the probabilities you would have attached to hypotheses before they were suggested to you. This is a real danger in the application of Bayesian statistics; one that requires constant vigilance, and probably special devices, to guard against.

しかしこのような「自己への誠実」が, 一人一人が日日(寝ても醒めても)行っているはずのもろもろの(沈黙の)損得勘定において, まさに「だまって」潜行してくる, もろもろの「眼下の賊」に対する, 検出と除去とのかかわりにおいて説かれていることを, 我我は忘れてはならない。実際166[421]冒頭の段落の末尾の部分を引きば次である。

Of course, real people do mistakes. We make mistakes all the time; we can not hope to avoid them entirely. We can, however, deplore mistakes and try to hold them to a minimum. So we look into the conditions of coherency for a system of probabilities. By a system of probabilities I mean what you would offer for all contingencies under discussion in a given context.

つまり損得勘定の掟としての「値踏みの一貫性, coherency」を自己の生涯にわたって保持するための「自己への誠実」の, だがサヴェジ氏自

身の「深い嘆き」をともなう、唱道なのである。

4. いわゆる単純二分岐について

このようにサヴェジ氏は、個人的確率の妥協的な(従って対人的な)「定義」をなんとか片付けてしまった上で、四番目の節では「単純二分岐, simple dichotomy」とよばれる教科書的な模型に対して、この確率を「応用」してしまうのである。この模型は同節の冒頭の段落170[425]で彼が示唆しているように、仕組みは単純ではあるが、現実的で生き生きしているなどとは言い難い代物なのである。しかしだが、いわゆる仮説検定的な状況に随伴している事柄(つまり、第一種の過誤, 第二種の過誤, 許容可能性, など)を説明するには(何故か)好都合なのである。なおこの冒頭の段落の末尾から二番目の文は、サヴェジ氏自身の「心理的な危険」への警戒を反映してであろうか、多少屈折した表現になっているので、敢えて次に引くこととする。

What I shall do is to give this segment of the talk as I would have given it six or eight years ago, when I was a frequentist (or as any frequentist might give it today), up to the point where something new can be done.

つまり何を言いたがっているのかというと、「かの「基礎論」を仕上げる「まえ」までは、自分は「頻度論者, frequentist」であったのだが、もし仮にはあるが、当時、この単純二分岐のお話しをすることとなればそのように自分は話してしまったであろうようなお話しを、つまり結局の所は、今日でもなお頻度論者の誰もがするであろうようなありふれた内容の説明を、これからしてしまうのだが、しかし、頻度論者的とは言い難い新たな何かがなされ得る、あるいは浮き出て来るような、その微妙なる地点にまで、その説明を何とか推し進めるつもりなのである、ということなのである。しか

し筆者は「自己への誠実」を失いたくはないので敢えて述べるのだが、サヴェジ氏自身が、「あと」から自己を「視る」限りでは、なるほど「自分は、「まえ」は、頻度論者であった」のではあるが、しかし、「基礎論」を粗略だが「視た「あと」」から、筆者が、「いま」(「頻度論者であった」サヴェジ氏の「基礎論」をなんとか仕上げるという「ものいわぬ営み」において「思わず」発露してしまった「何か」を)憶測するという状況においては、彼は「その少し「まえ」までは「いつわりの頻度論者」などでは決してなかったのだと、断定してしまうだけの勇気が、(何故か)筆者には少しも湧いてはこないのである。

だがしかし、「注釈者としての誠実」をできることならば失いたくはないので、サヴェジ氏の「つもり」を尊重しつつ、以下この単純二分岐を「片付けてしまう」こととしたいのである。なお、この四番目の節の末尾の段落175[430]でサヴェジ氏がことわっているように、実際には、Lindley, Dennis Victor, との議論の中で自然に生じて来た常識的な見解を彼は述べているに過ぎないのであり、何か新奇な発明品を披露しているわけでは決してないのである。しかしこのような常識的な見解が(何故か)ありふれた(商品としての)教科書ではしばしば無視されがちなのである。

話は「ある特定の(しかし内訳は問わない)二つの事象A及びBの内でも一方しかも一方のみが(この現実界において)通用する」という状況に個人が直面している(あるいはその個人がそのような状況を想定する)所から始まるのである。しかしここで幾つかの前提がある。まずその個人は自己の行為の内でもaかbかを二者択一で選ばねばならない。さらに、「AかBかが通用する状況においては、おのおの場合において、aの方が、またbの方が、他方の選択肢よりも自分にとっては結局得である」ということをその個人はわきまえている。さらにまたその個人は、可能な様式があらかじめ定められている幾つかの規準(但し、「いわゆる観察」に依存するものや、

あるいはまた幾つかの規準の「いわゆる混合」(をも含み得る)の中から、決定のための規準を自分の損にはならないように「うまく選ぶ」のならば、その選ばれた既製品のルールに従って a か b かを決めてしまったとしても、少なくとも自分にとっては「損にはならないであろう」ということを承知しているのである。

しかしその個人は当然「あやまち」を犯し得るのである。つまり彼は、「その規準」に従うのならば、「実際には A が通用しているにもかかわらず、その状況の下で b を選んでしまう」という「あやまち」と、一方では、「実際には B が通用しているにもかかわらず、その状況の下で a を選んでしまう」という「あやまち」とに、かかわらざるを得なくなるのである。いわゆる仮説検定的な仕組みからすれば、例えば、前者が「第一種の過誤, the error of the first kind, type I error」にかかわり、後者が「第二種の過誤, the error of the second kind, type II error」にかかわると、見なすことができるであろうが、しかしここでの議論の教養部的雰囲気からして、「未知ではあるが固定されている母数に依存して定まる母集団の分布」というような「場違い」な代物を持ち出してしまふ必要性などは、結局どこにもないのである。

しかし、「 A が通用するという条件が与えられている場合に、「その規準」が b を指示する」という事象、及び「 B が通用するという条件が与えられている場合に、「その規準」が a を指示する」という事象、に対して、その個人が「値踏みする」確率を、おのおの、 α 及び β とすれば、サヴェジ氏が172[427]図1で描いているように、各規準に対応するこの (α, β) の全体が、床と壁とが直線的に交わる箇所へと幾分かひしゃげたラグビーボールを立て掛けた状況を横から眺めたような、 (α, β) 平面の第一象限における(但し、 $(1, 0)$ 及び $(0, 1)$ の二点には接している)凸状の点集合を形成するとしても、決して非教科書的ではないのである。

しかしこの凸性には「基礎論」とのかかわり

で微妙な論点が存在している。つまり、 (α', β') 及び (α'', β'') に対応する決定のための規準をおのおの P 及び Q とすれば、「いわゆる一様乱数」の利用により、 P 及び Q をおのおの「確率」 ρ 及び $1-\rho$ でもたらす決定規準 R (これはいわゆる P と Q との混合である)をその個人が利用し得る、ということがここで前提とされているのだが、しかし「基礎論」では、「無差別性にかかわる、一様な基準の存在」(なおサヴェジ氏の「世界」は可算無限集合であっても「よい」のである)や、「この硬貨をもし投げあげるのならば、その際もたらされるであろう裏か表かの告知と、いずれかの道筋を歩み行くことによって、最終的に自分へともたらされることとなる「報い」とは、少なくとも損か得かの「みきわめ」に関する限りでは、「全く無縁, totally irrelevant」であると判断される」というような、「無縁性に関する判断」などに対して、かなり慎重な態度が採られているからなのである。

なおサヴェジ氏はこの凸性に関する部分を171[426]末尾の段落の冒頭の三文で次のように「常識的に」妥協しているのである。

The asserted convexity depends on the simplifying and innocuous assumption that, whatever else you observe, you can also observe some random real number that is totally irrelevant. Thus, if you have available two decision rules that lead to (α', β') and (α'', β'') , you can, with the aid of your random number, employ the first rule with probability ρ and the second with probability $(1-\rho)$. This itself constitutes a decision rule, and it corresponds to the point with $\alpha = \rho\alpha' + (1-\rho)\alpha''$ and $\beta = \rho\beta' + (1-\rho)\beta''$, which shows that the available set is convex.

さて、「 α 及び β は、おのおの、「事象 A が与えられている場合の、「あやまち」の起こりやすさ」

と「事象 B が与えられている場合の、「あやまち」の起こりやすさ」とであるから、異なる順序対に対して、一方の各成分が他方の対応する各成分よりも大ではないのならば、その一方はその他方よりも、より得策な決定規準に対応していると判断されるのである」という議論に基づいて、但し、サヴェジ氏が172[427]二番目の段落でさりげなく示唆しているように、このような「判断」は本来は「その個人」の選好にかかわるものであるはずなのだが、いわゆる許容可能性の原理(the principle of admissibility)が導入されるのである。しかし、この原理そのものは、彼の「基礎論」の立場からすれば、「与えられている場合の」という言い回しにかかわる「個人的な条件づけ」や、「あやまち」の起こりやすさに連関する「個人的な「たしからしさ」というような、個人論的な概念が、個人的不確定性下選好の概念を尊重しつつ基礎づけられた後に、「損か得かの「みきわめ」に関する基本的な原理としての性格がなんとか明確となるはずの代物なのである。

しかしここで(公正のために)サヴェジ氏が「暗黙の内に」行っている作業についてふれておくこととする。つまり通常の教科書では、よく、 P_θ とか、 $P(\cdot; \theta)$ とか、さらには $P(\cdot | \theta)$ というような表記法によって、「母数空間」の要素 θ を媒介変数(parameter)とする確率測度の族が導入されてしまうが、ここでの θ による各分布の指定の様式は、「その個人」にとってのその解釈が明確に規定されている(あるいは明確に規定されるように試みられている)「個人的な確率に関する、事象による条件づけ操作」などではなく、母集団という言葉を用いてしまうのならば、母集団の特性を表示する「未知ではあるが固定されている」指標(つまり母数)の候補者を一般的に指し示す指標 θ に対する、母集団分布の候補者である確率測度の依存の有り様を、いわば「抽象的に」、示している、数学的なものなのである。従って、このような θ を「事象とみなす」とか、 θ の「母数空間」上で「許容可能性

の原理」を考えるとかが言っても、「その個人」にとっての「いかなる」損得勘定的状況における「みなし」や「原理」なのかは、少なくとも論理的には不明確であるし、結局の所、この「抽象的な」様式の「まま」では、仮説検定的な状況における「過誤の対に関する選好」の個人にとっての「解釈」を明確にする試みが、為し難いのである。つまりサヴェジ氏は「暗黙の内に」、通常の「抽象的な」様式を、自己の確率概念に基づいて把握し直した上で、通常の様式ではあまりに漠然としたものとなってしまふ、個人的「解釈」の内訳を問い詰めているのである。なお、このような「把握のし直し」に気づいておくほうが、170[425]の冒頭の段落の冒頭の文の、small-scale model, とか、三番目の文の、some-what abstractly, とか、174[429]の末尾の段落の冒頭の文の、in microcosm, とかいう言葉が生じてしまう雰囲気が見えやすいであろう。

ところで仮説検定的な状況においては、少なくとも「その個人」にとっては、「(事象による条件づけの下での)あやまち」に関する「(事象による条件づけの下での)確率」の対 (α, β) の間の選好が、問題となっている「はず」なのである。しかし(仮説検定的ではない)日常的な状況においては、「その規準の指示に従うことによって自分が「あやまち」に陥ってしまう「たしからしさ」の方がその個人の本来の関心事であるはずである。つまりいくつかの規準の間の選好を問題とする個人は、むしろこの後者の確率に基づいて、各規準の「値踏み」を行なわざるを得ないはずなのである。

そこで例えば規準 P に対してだが、確率の加法法則により、

$$\text{Prob}(P \text{の指示は過誤である}) = \text{Prob}(A \text{が通用しかつ} P \text{の指示は過誤}) + \text{Prob}(B \text{が通用しかつ} P \text{の指示は過誤}),$$

となる。しかし、ここでのProbはサヴェジ氏の

講義の二番目の節により(この論述の第2節で注意したように)限界代替率的に把握される個人的な「価格」,つまり「値段」として,いわば定義されているのである。そこで,例えば,右辺の一番目の確率を,「AでありかつPは過誤を示す」が通用する場合には(本邦の「円, yen」を安直に流用してしまえば)正の損失c円がその個人へともたらされるという(想像上の)「かけ」に対する,その損失一単位当たりの,その個人にとっての,損失の「みつもり」 p であると,「解釈」することとし,また二番目の確率に対しても同様にして,但し,事象「BでありかつPは過誤を示す」と損失c'円とに対する,「みつもり」 q として「解釈」することとしよう。

ところでここでは個人的効用の効果を「無視して」議論しているのであるから,これら二つの「かけ」に対する(もたらされる損失に基づく,その個人にとっての)「値段」は,

$$(*) \quad cp + c'q,$$

となるはずである。そこで,「AかBかいずれか一方しかも一方のみである」という単純二分岐的状况にこだわった上でだが,この「値段」を(決定のための)規準間のその個人の選好を表現する指標と見なしてよいであろう。

さて他の規準Qに対しても,但し,損失の対(c, c')は固定しておいて,同様の確率の対(p', q')を考えれば, PとQとの間の「値段」の格差は,上式(*)により, $c(p' - p) + c'(q' - q)$, となる。この値が負, 正, あるいは零となるに従って, PよりもQが, QよりもPが, 選好が上位であるか, あるいはPとQとは無差別であると, その個人は判断するはずである。しかし一方, 通常の仮説検定的状況においては, 規準Pに対する「値踏み」は, 「たてまえ」としては, 「二つの過誤」の確率の対(α, β)に基づいて行われるのであった。ところが確率の乗法法則により,

$$p = \text{Prob}(A)\alpha \quad \text{かつ} \quad q = \text{Prob}(B)\beta,$$

である。従って, 規準Qに対する過誤確率の対を(α', β')とすれば, その個人は,

$$(**) \quad c\text{Prob}(A)(\alpha' - \alpha) + c'\text{Prob}(B)(\beta' - \beta),$$

の符号(負, 正, 零)に基づいてPとQとの間の選好を決めることとなるのである。

そこで特に「規準PとQとは異なるが, 無差別である」という個人的な無差別性を想定してみよう。この場合「許容可能性の原理」により「 $\alpha \neq \alpha', \beta \neq \beta'$, かつ $\alpha' - \alpha$ と $\beta' - \beta$ とは符号を異にする」が従う。また, A及びBの内の一方が「実際上不可能である, virtually impossible」であるのならば単純二分岐的な「不確定性に直面しての「ぐらつき」」は(確率の「定義」によって)存在しない「はず」となるのだから, $\text{Prob}(A)$ と $\text{Prob}(B)$ とは共に正でなければならぬはずである。ところで無差別性により(**)の値は零でなければならぬ。故に等式,

$$(***) \quad (c/c')(\text{Prob}(A)/\text{Prob}(B)) = -(\beta' - \beta)/(\alpha' - \alpha),$$

が従う。

さて「その個人」が(α, β)間の比較をまじめに行おうとしているとすれば, 「いわゆる無差別曲線」を, (α, β)平面の問題の領域になんとか描こうと試みてもそれほど不思議ではあるまい。しかし上の等式(***)から, 「値踏み」のための損失c及びc'を等しく取った上でだが, この「曲線」は実際には「その勾配に負の符号を付けたものが, A及びBに対するその個人による「値踏み」の確率の比に等しい, 直線」となるのである。つまりこの仮説検定的状況においては一般的な無差別曲線群などは持ち出す必要はなく, 結局の所は, AとBとに対するその個人の本来の確率の比に負の符号を付けた勾配を持つ直線群のみでまにあうのである。さらに述べれば, この勾配を持つ直線と許容可能な点の全体からなる曲線との接点(後者の曲線が狭義凸で

あるならばこの接点は単数である)に対応する規準(例えばSとする)が、その個人にとってのいわゆる「最適な決定」となるのである。

なおサヴェジ氏は174[429]の図2においてP, Q, そしてSに関する三角状の図形をさりげなく掲示しているが、以上のような個人的「みつもり」によってこの図形が生じて来るのである。さらにまた、上の三式(*)(**)(***)に関するサヴェジ氏の見解は(これらの式に直接には言及していないが)同頁の末尾から175[430]にかけての二つの文で次のように簡潔に示されているのである。

For if now you imagine that in making your decisions about *A* and *B* something tangible is at stake (for instance, that either error will cost \$10.00 if you make it), then you see easily that having parallel straight lines for your indifference curves amounts to no more or less than having certain odds for one hypothesis against the other. Specifically, the negative of your critical slope is your prior, or initial, personal odds in favor of *B* against *A*, when the two errors are equally expensive.

なおこの二文に対する筆者による上の冗長な注釈から知れるように、また冒頭の節の末尾で注意しておいたように、この、in favor of *B* against *A*, は、in favor of *A* against *B*, とすべきであろう。

さらにまたサヴェジ氏が(Lindley, Dennis Victor, との共同作業の副産物である)この無差別直線に敢えてこだわらざるを得ない状況が、173[428]の末尾から二番目の三つの文からなる段落において、結果としては、要約されているので、これも次に引くこととする。

But Lehman, and presumably other frequentists, missed an important trick; these indifference curves are not really an arbi-

trary family of curves. Economists have often had their fingers burned trying to make hypotheses about families of indifference curves, and it is now a doctrine with them that just about anything can happen. With α and β , however, this is not so.

つまり個人にとっての「たしからしさ」の本質を真剣に問うのならば、少なくともその個人にとっては、おおげさな数学的議論などは必要でないはずだというのである。

5. 末尾の補遺

ここでこの簡略な注釈作業を終えるのだが、しかしサヴェジ氏の常識的有用性との妥協の有り様を三つにまとめておくこととする。

(1)とにかくサヴェジ氏は、「あなた」と「わたくし」との間での取引という便利な枠組みに基づいて、「あなた」や「わたくし」が「ふたしかな事柄」に付加する本来の「値段」として、つまり個人的な「価格」として、確率を「定義する」ことによって、個人的確率が日常的な価格と共通する「ありふれた」側面を持っていることを、うまく示唆しているのである。つまり個人的確率を「漠然としている」とか「精確でない」とか断じたとしても、このような断定は、個人にとっての「付け値」の性格に関する「事実の確認」ではあっても、この確率概念に対する、「いいかげんである」とか「日常的な事柄にはかかわりがない」とかいうような評価には直結し得ないということ、を、「あなた」や「わたくし」に対してわからせる工夫がなされているということである。しかし、「対人的な」確率と「個人的な」確率とは当然異なっているはずであり、サヴェジ氏の本来の立場からすれば、後者の「孤独な確率」が本来の「たしからしさ」なのであるから、前者の「有用な確率」は後者の規範的統制下に入らなければならない「はず」のものである。

(2)次に、通常の仮説検定的な枠組みとひとまず妥協した上で、従って、「標本の抽出」や「選択肢の混合」に関する「無作為な選択」のなんらかしらかの有用性を容認した上で、仮説検定的な状況が個人へともたらしやすい「心理的な危険」を簡潔に指摘しているということ。実際、なんらかしらかの「発見」にであってしまった場合に、少なくともある個人が、「このようなことは頻度論的に見てあり得ない」とつぶやきつつ、自分ではほとんど気づかない内に、その「発見」に依存して「頻度論的に見て起こり難い「できごと」であってほしい」という自己の願望を正当化してくれるであろうような集団」を選んでしまい、さらにまた暗黙の内に、この「発見」をその「選ばれた集団」へと埋め込んでしまいたがる、とするのならば、少なくともこの個人にとっては、上の第3節でふれた「その発見」にであってしまう「まえ」の自己の「たしからしさ」の保守点検」の勧めは、有用な教訓となり得るのである。しかし本来のサヴェジ氏の立場からすれば、それがいかに「公正なる無作為性に満ち満ちた」高度に人為的な仕業であれ、(一個人の選好の)無差別性の観点から、その有用性の内訳が省察されなければならない「はず」なのである。

(3)最後に通常の統計的決定理論の枠組みの幾分か「もっともらしさ」を容認した上で、「許容可能性の原理」を尊重しつつ、二つの過誤に関する確率の対の間の比較を個人が真剣に行うのならば、その個人は、事象の対として把握される仮説の対へと配分される自己の本来の確率のその比に基づく、つまりこの比に負の符号を付けた勾配を持つ、直線群によって彼の無差別性を把握することとならざるを得ないはずであるということを指摘していることである。つまり決定理論的な枠組みの(個人にとっての)意義を敢えて問うのならば、いわゆる事前確率なる

ものが、その個人にとっての「最適な決定」とのかかわりで、「不可避免的に潜在している」と見なさざるを得ないであろうということである。しかし上の第4節で指摘しておいたように、サヴェジ氏は、(そのままでは真剣に「解釈」を問うことが為し難い)抽象的な決定理論的枠組みを、彼の解釈の枠組みに基づいて(正当に)把握し直した上で、無差別直線群を正当化しているのであるし、また(定量的確率にかかわる)「許容可能性の原理」の動機づけは、彼の「基礎論」では、むしろ考察の対象の一つなのである。

ところで(2)の「心理的な危険」であるが簡略に(しかも単純二分岐的に)例示しておくこととしよう。つまり、ある個人が「できごと」 e に(何故か)であってしまい、そのとたんに彼は、その「まえ」までは「あたりまえ」と思っていた「つまらない」仮説 a_0 から「より刺激的な」仮説 a_1 へと乗り換えたくなくなってしまったとするのである。しかしその「まえ」において、 $\text{Prob}(a_0)$ は「1に極めて近い」、 $\text{Prob}(a_1)$ は「極めて小」、 $\text{Prob}(e|a_0)$ は「かなり小」、そして $\text{Prob}(e|a_1)$ は「幾分か小」であるのならば、「一番目と三番目との積は「かなり小」かつ「二番目と四番目との積は「極めて小」であるので、なるほどその「あと」では後者の仮説の(彼にとっての)「たしからしさ」は相対的には増大しているが、しかし「より刺激的な」方へと乗り換えてしまう」という状況を $\text{Prob}(a_0|e) \leq \text{Prob}(a_1|e)$ という「つまらない」様式で把握する場合には、但し、「その個人」の一貫性を尊重する限りでだが、彼の(あまりにも人間的な)「大発見」は、いわば早計なのである。

1993年11月22日(月)

北大教養部S119教官室にて