経済学研究 *47-4*
北海道大学 1998.3

財政再建の動学ゲーム

板 谷 淳 一

1．はじめに

近年，多くの先進諸国は巨額の財政赤字に直面している。これは，先進国経済が低成長経済の局面に入り，国民所得の成長率が低下して，税収が伸び悩んだこととが大きな原因である。これに加えて，歳入の減少に合わせた歳出規模の縮小がうまく進まなかったことが歳出側の要因である（より詳しい説明については，たとえば，井堀(1997)を見よ)。歳出の削減が失敗したのは，各予算項目に関係する利益団体（たとえば，官僚，業界団体，労働組合，農業団体，弁護士や医師会などの職業団体，公益団体など）からの強い抵抗によるものと考えられる。いいかえると，これらの利益団体が，補助金や税制の優遇措置などの既得権益の廃止や整理縮小に対して強く抵抗したことが原因である。

そのような既得権益の具体的な例として，たとえば，特殊法人などの公益団体への補助金，農業や水産業，零細な中小の商店などの競争力の弱い産業や業種などへの補助金や税制上の優遇措置などがある。さらに，経済成長の恩恵をあまり受けてこなかった地域への公共事業などの重点的配分なども，特定地域が享受する既得権益の例である。また，既得権益を享受している利益団体はロビー活動やキャンペーン活動，あるいは官僚や国会議員へ直接働きかけることによって，自らの既得権益の廃止や削減につながるような予算の削減に対して反対する。与党である自民党議員の中には，特定業界の利益を反映した族議員が数多くいて，それぞれの利益団体の既得権益の擁護や拡大に彼らの政治力を行使しているのはよく知られた事実である。また，官僚が政府機関の統廃合に反対する理由の1つは，省庁の統廃合の結果，許認可権や予算が削られ，関係する業界への天下り先（既得権益）の確保が困難になるからである。

しかし，これらの既得権益を手放すことが必ずしも，利益団体にとって一方的な損失ばかりとは言えない。既得権益を手放して，財政再建に協力すれば，公債残高が減少する。その結果，公債の利払いに使われていた財源が，社会福祉サービス支出の増額や産業や生活基盤投資などに支出されれば，広く国民全体の厚生の増大に寄与することになる。もし，利益団体の構成員が他の国民全体に対して利他的な感情を持っていれば，彼らの厚生も増加することになる。また，利益団体のメンバーも国民の一員であるので，これらの支出の増加は彼ら自身にも便益をもたらす。

さらに，このような利益団体の利他的感情や利益団体に対する直接的な利益を前提にしなくても，財政再建に協力することは，利益団体にとって次のようなメリットがあると考えられる。第1に，もし財政再建の不成功により財政破綻が起きて，国全体の経済が混乱したりあるいは崩壊するような事態になれば，将来の既得権益の存続は危うくなる。第2に，利益団体が多少の既得権益を早い時点で手放せば，彼らの既得権益に向けられた国民からの批判を緩和するのにも役立つ。もし，このような国民の厳しい批判を放置して，ひたすら自らの権益の確保のみを追求すれば，国民の不満は非常に大きなものになり，急進的な財政改革を招く可能性がある。

このような事態が生じれば，利益団体は既得権益の大部分を失うことになるかもしれない。したがって，急進的な財政改革を避けるためには，利益団体はある程度の既得権益を事前に手放す必要がある。さらに，短期的に多少の既得権益を犠牲にしても，既得権益の大部分を長期間にわたり保持することができれば，彼らの利益や効用に対してネットでプラスの効果をもたらすものと期待される[1)]。

しかし，たとえ，既得権益を手放すことによる利益が存在しても，すべての利益団体が同時かつ即座に既得権益を手放すことが，常に各利益団体とってプラスの利益になるとは限らない。なぜなら，各利益団体は自らが多くの譲歩を行わなくても，他の利益団体が先により多く譲歩してくれれば,すなわち,他の利益団体がより多くの既得権益の整理縮小や増税を先に受け入れてくれれば，自らの負担，すなわち，自らの既得権益の損失を少なくすることができる一方，財政再建のメリットを享受することができるからである。言いかえると，上に述べたような財政再建によって生じる便益の多くは外部性を持っているため，その費用を負担しなくても，財政再建の便益の享受から排除されないので，各利益団体には，常に，ただ乗りしようとするインセンティブが存在する。したがって，各利益団体のフリーライダーになろうとするインセンティブが強く，政府が強い政治力を持っていない経済では，財政再建が遅れることになる。いずれにしても，各利益団体は他の利益団体の行動や財政再建の進行状況を見ながら，財政再建に協力して自らの既得権益のどれだけを自発的にあきらめるのかを決めていくので，時間を通じての非協力ゲーム論的な状況になることが予想される。

Ihori and Itaya(1997)では，微分ゲームの手法を適用して，財政再建における利益団体の行動と実現する財政再建の経路の性質を考察した。特に，開ループ戦略あるいはフィードバック戦略を採用したときの利益団体の行動や財政再建経路の分析を行った。しかし，Ihori and Itaya (1997)では利益団体が採用する戦略は線形フィードバック戦略に限定されているが，分析が簡単であるという点を除いて，各利益団体の戦略集合を線形フィードバック戦略に限定する特別な理由はない。本稿では，最初に，Ihori and Itaya(1997)の分析を紹介し，その後に，戦略集合を非線形フィードバック戦略に拡張したより一般的な分析を行う。

次節では，各利益団体の行動モデルを提示する。第3節では，政府が強力な指導力を発揮した場合に実現するパレート最適な財政再建経路を導出する。第4節では，各利益団体が開ループ戦略を採用したときの均衡経路の性質を調べる。第4節では，各利益団体が線形のフィードバック戦略を採用したときの均衡経路の性質を調べる。第5節では，第4節と同じように各利益団体はフィードバック戦略を採用するが，非線形のフィードバック戦略が利用可能な場合，各利益団体の行動や均衡経路がどのように変わるかを考察する。第5節では，簡単な結論と本論文で与えられたモデルの若干の拡張が述べられる。

1）Alesina and Drazen(1990)は，財政再建の動学プロセスを消耗戦ゲームを使って分析した。彼らのモデルは，財政再建の遅れよって各利益団体が被るコスト（waiting costs）が不確実であるような状況下で，財政再建のための交渉が行われていると想定した。そして，このような不確実な要因が存在するとき，どちらか一方の利益団体が大幅に財政再建に対して譲歩することによって，財政再建が実現されることを示した。しかし，財政再建のための交渉は一般的に長期間におよぶので，交渉プロセスあるいはその他の手段等によって，各利益団体とも最終的には相手に関する多くの情報は獲得することになる。このように考えると，いずれかの利益団体が，waiting costs の不確実性のために，財政再建に対して協力的な譲歩を遅かれ早かれ行わざるを得ないとする主張はあまり説得的ではないと思われる。

2．モデル

多数の利益団体からなる経済を考える。各利益団体iの選好は次のような即時的効用関数で表せると仮定する。

$$U^i(c_i,G) \equiv \alpha^i+\beta_1^i c_i-\frac{\gamma_1^i}{2}c_i^2+\beta_2^i G-\frac{\gamma_2^i}{2}G^2 \tag{1}$$

ただし，c_iは利益団体iの私的な消費，Gは公共サービスへの支出（社会福祉サービス支出や便益が国民全般におよぶ公共財への支出など）を表す。係数α^i, β_j^iおよびγ_j^i（$j=1,2$）はすべて正であると仮定する。分析の簡単化のため，効用関数に対して次のような仮定がおかれている。第一に，利益団体の私的な消費と公共サービス支出から得られる効用に関して分離形の効用関数を仮定する。分離形の効用関数を仮定することは，両方への支出が正常財であることを意味する。第2に，公共サービス支出は純粋公共財のようにすべての利益団体の効用関数に共通に入る。第3に，動学分析，特に，最適戦略もしくは最適経路を明示的に導出するために2次形式の効用関数を仮定する。しかし，分離形の仮定より，cとGの積の項は存在しない。また，cおよびGに関する2次の項の係数がマイナスになっているのは，それぞれの支出に対する限界効用の逓減を意味しているだけでなく，急激なc（すなわち，g）およびGの変化を望んでいないという利益団体の選好を反映している。したがって，利益団体の選好が(1)のような形で与えられる限り，瞬時に財政再建を行うことは利益団体に大きな（効用タームで計った）コストを伴うので，財政再建は必然的に異時点間にわたるプロセスにならざるを得ない。

各利益団体のフローの予算制約式は次のような式で与えられる。

$$c_i+g_i = Y_i \tag{2}$$

ただし，Y_iは利益団体iの所得を表す。Y_iは時間を通じて一定であると仮定する。これは強い仮定であるが，財政再建が問題となるような経済では正当化できると考えられる。なぜなら，このような経済では，一般的に経済成長率は低いかもしくはゼロに近いことが予想されるので，一人当たりの国民所得あるいは各利益団体の所得を一定とすることは，現実への第一近似として許される仮定であると思われる[2)]。g_iは税の追加的負担（増税や税の優遇措置等の廃止）プラス補助金の削減額を表す。より正確には，g_iは各利益団体iが支払う税金から各利益団体が受け取る補助金などを差し引いたネットの税金支払いとして定義される。また，特定の利益団体が便益を受けるような公共事業への支出も補助金のバラまきとみなすことができるので，g_iの増加は，利益団体がより多く税金を負担したり，あるいはより多くの補助金や公共事業支出のカットを自発的に受け入れることを意味する。

即時的効用関数（1）を前提として，各利益団体の異時点間効用関数は次のような関数で与えられる。

$$\int_0^\infty U^i(c_i,G)e^{-\rho t}dt \tag{3}$$

ただし，$\rho(>0)$は時間通じて一定な時間選好率である。また，各利益団体の時間割引率は共通であると仮定する。

公共サービスへの支出は次のような式で与えられる。

$$G = G^*-rB \tag{4}$$

ただし，Bは公債の発行残高，G^*は一般会計歳出額，rは利子率を表す。分析を簡単化する

2）ある一定の有限期間であれば，利益団体の所得が一定と仮定することはゆるされるが，われわれのモデルにおけるように，各利益団体の計画期間が無限期間にわたる場合，やはり，強い仮定であると思われる。

ために，小国の仮定を採用する。したがって，r は外国の債券市場の利子率に一致し，かつ，外生的に与件である。財政再建に直面している多くの先進諸国では，政府支出を現状以上には増加させないために，一般にゼロ・シーリングを設定している。したがって，政府の歳出水準は時間を通じて G^* に固定されていると仮定する。その結果，（4）からすぐにわかるように，より高い公共サービスへの支出を実現するためには，公債への利払いを削減しなければならない。しかし，利子率は一定なので，公債の発行残高そのものを削減する必要がある。

公債残高は次のような蓄積方程式に従って，時間を通じて変化する。

$$\dot{B} = G + rB - \sum_{i=1}^{n} g_i \qquad (5)$$

この式は，一般会計歳出額（すなわち，公共サービスへの支出および公債への利払いの和）が各利益団体 i が支払うネットの税金支払いの合計額を超過する額が，その年度の財政赤字となるので，それを埋めあわせるために，公債が発行されることを意味している。（4）を時間変数で微分して，（5）を代入すると，

$$\dot{G} = \sum_{i=1}^{n} rg_i - rG^* \qquad (6)$$

を得る。

財政再建を実現するためには（あるいは公債残高を減らすためには），各利益団体が享受している既得権益を自発的に手放す必要がある。しかし，既得権益を失うことは利益団体の可処分所得の減少を意味するので，私的消費が減少して，その結果，各利益団体の厚生が低下することが予想される。しかし，他方で，既得権益を自発的にあきらめることは，第1節で述べたように，利益団体にとって無視できない有形無形の利益があると考えられる。

3．パレート最適な財政再建経路

本節では，まず，最初に財政再建に関するパレート最適な時間経路を導出する。パレート最適な時間経路は，次節以降に導出される非協力ゲーム論的な状況下での均衡経路と比較するための参考経路として役に立つばかりではなく，政府が強い指導力をもつ場合や各利益団体が非常に協力的なケースでは，実際に実現する可能性がある。

予算制約式（2）を瞬時的効用関数（1）に代入して，整理すると，効用関数（1）は次のように変形できる。

$$U^i(Y_i - g_i, G) = \tilde{\alpha}^i + \tilde{\beta}_1^i g_i - \frac{\gamma_1^i}{2} g_i^2 + \beta_2^i G - \frac{\gamma_2^i}{2} G^2 \qquad (7)$$

ただし，$\tilde{\alpha}^i \equiv \alpha^i + \beta_1^i Y_i - \frac{\gamma_1^i}{2} Y_i^2$ および $\tilde{\beta}_1^i \equiv -\beta_1^i + \gamma_1^i Y_i < 0$ である。$\tilde{\beta}_1^i$ が負の符号になるのは，消費に関する限界効用が正であるという通常の仮定による。

パレート最適な財政再建経路を得るためには，政府は次のような目的関数

$$\sum_{i=1}^{n} \int_0^{\infty} U^i(Y_i - g_i, G) e^{-\rho t} dt, \qquad (8)$$

を，（6）および $G(0) = G^0$ のもとで，最大化しなければならない。ただし，G^0 は財政再建が始まる初期時点における公共サービスの支出水準（あるいは公債の初期残高）を表す。

現在価値ハミルトニアン関数は，

$$H = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \tilde{\alpha} + \tilde{\beta}_1^i g_i - \frac{\gamma_1^i}{2} g_i^2 + \beta_2^i G - \frac{\gamma_2^i}{2} G^2 \right\} + \mu \left[\sum_{i=1}^{n} rg_i - rG^* \right] \qquad (9)$$

で与えられる。ただし，μ は公共サービスの支出水準に関するシャドウ価格である。(8)を最大化するための一階条件（ただし，内点解を仮定する）は，

$$\frac{\partial H}{\partial g_i}=U_c^i(-1)+\mu r=\tilde{\beta}_1^i-\gamma_1^i g_i+\mu r=0,\quad i=1,2,...,n. \tag{10a}$$

$$\dot{\mu}=\rho\mu-\sum_{i=1}^{n}U_G^i=\rho\mu+\sum_{i=1}^{n}(-\beta_2^i+\gamma_2^i G) \tag{10b}$$

$$\lim_{t\to\infty}\mu(t)G(t)e^{-\rho t}=0 \tag{10c}$$

で与えられる。

以下では，問題を簡単化するために，すべての利益団体の効用関数および所得は同じであると仮定する。(10a)より，

$$g_i=\frac{1}{\gamma_1}(\tilde{\beta}_1+\mu r) \tag{11}$$

となる。(10b)は，定常状態では，

$$\mu=\frac{n(\beta_2-\gamma_2 G)}{\rho} \tag{12}$$

となるので，この式を(11)に代入して，整理すると，

$$g_i^p(G)=\kappa_1^p+\kappa_2^p G \tag{13}$$

を得る。ただし，

$\kappa_1^p\equiv\frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}+\frac{\beta_2}{\gamma_1}\frac{nr}{\rho}$ および $\kappa_2^p\equiv-\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\frac{nr}{\rho}<0$

である。他方，(6)は，定常状態では，

$$ng=G^* \tag{14}$$

となるので，(13)を(14)に代入して，G について解けば，

$$\bar{G}^p=\frac{n\kappa_1^p-G^*}{-n\kappa_2^p}=\frac{n\left(\frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}+\frac{\beta_2}{\gamma_1}\frac{nr}{\rho}\right)-G^*}{\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\frac{rn^2}{\rho}} \tag{15}$$

を得る。ただし，$\bar{G}^p$ はパレート最適解における G の定常水準を表す。

また，(10b)の定常均衡の条件（すなわち，$0=\rho\mu-U_G$）と(10a)（すなわち，$U_c(-1)+\mu r=0$）より，定常状態での G と c は次のような限界代替率に関する条件を満足する。

$$n\frac{U_G}{U_c}=\frac{\rho}{r} \tag{16}$$

(16)の左辺は公共サービス支出の1単位の増加がすべての利益団体にもたらす総便益の増分を表し，(16)の右辺は公共サービス支出を1単位増加するための限界費用を表す。したがって，この式は公共サービスの最適供給のためのサムエルソン条件に相当する。 将来消費に対する時間選好率（ρ）の増加は，各利益団体が G がもたらす将来効用をより低く評価することを意味するので，ネットの税負担分を減少させて，現在消費を増やした方が経済全体の厚生（すなわち，すべての利益団体が享受する総便益）は増加する。その結果，公共サービスの支出水準は下がる一方，政府の歳出水準を一定に維持する限り，(4)より公債残高は増加する。他方，公債利子（r）の増加は，公債発行のための費用の増加を意味するので，公債残高を削減して，公共サービスへの支出を増加させた方が経済全体の厚生は増加する。また，利益団体数（n）の増加は公共サービスの便益を享受する人数（あるいは団体数）の増加を意味するので，公共サービス支出を増加させた方が経済全体の厚生は増加する。

4．開ループ戦略

政府があまり強い指導力を発揮できない場合，各利益団体の財政再建への自発的な協力を待つほかない。そのようなとき，第1節で述べたように，各利益団体は他のすべての利益団体をライバル・プレーヤーとする異時点間にわたる非協力ゲームに直面する。

そのような異時点間にわたる非協力ゲームを分析するために，われわれは微分ゲームの手法を用いる。微分ゲームにおいてナッシュ均衡を求める場合，戦略を決定するときに用いる情報の制約に応じて，開ループ戦略とフィードバック戦略の2つに分けて分析される。開ループ戦略では，各プレーヤーは，最適戦略を決めるときに，初期状態の情報のみを利用する。したがって，この戦略のもとでは，初期値以外の過去の各時点での決定および現在時点での状態が現在時点の決定に影響を与えることはない。他方，フィードバック戦略のもとでは，最適戦略を決めるときに，各時点での状態についての情報を利用する。この場合，過去の時点での決定についての情報は開ループ戦略と同様に利用できないが，現時点での状態についての情報を利用できる点で開ループ戦略よりも現実的な戦略である[3]。

本節では，各利益団体が開ループ戦略を採用しているときのナッシュ均衡（開ループ・ナッシュ均衡と呼ばれる）を考察する。したがって，各利益団体が初期時点で選択した自発的なネットの税負担に関する最適戦略ルールは，公共サービス支出の初期水準（あるいは，公債の初期残高）および時間のみに依存する。

開ループ・ナッシュ均衡解を求めるために，利益団体 i は $G(0)$ および $g_j(t)$（$j \neq i$ および $j=1,2,\ldots,n$）を与件として，（2）および（6）の制約条件のもとで（3）を最大にするような最適戦略を選ぶ。一階条件は，

$$\tilde{\beta}_1-\gamma_1 g_i+\mu r=0 \tag{17b}$$

$$\dot{\mu}=\rho\mu-\beta_2+\gamma_2 G \tag{17b}$$

で与えられる。

前節と同じ手続きで，定常状態での最適政策関数は

$$g_i^o(G)=\kappa_1^o+\kappa_2^o G \tag{18}$$

で与えられる。ただし，$\kappa_1^o \equiv \frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}+\frac{\beta_2}{\gamma_1}\frac{r}{\rho}$ および $\kappa_2^o \equiv -\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\frac{r}{\rho}<0$ である。また，定常均衡の条件式 $ng=G^*$ に(18)を代入して，整理すると，定常状態での公共サービスの支出水準は

$$\bar{G}^o=\frac{n\kappa_1^o-G^*}{-n\kappa_2^o} \tag{19}$$

で与えられる。

また，定常状態における限界代替率に関する条件は次のような式で表せる。

$$\frac{U_G}{U_c}=\frac{\rho}{r} \tag{20}$$

(20)と(16)を比べると，各利益団体の私的な消費水準は同じであるが，パレート最適解における公共サービスの支出水準の方が，大きいことがわかる。これは，各利益団体が開ループ・ナッシュ均衡もとでネットの税負担分を決定するとき，自らの効用のみを最大化する結果，公共サービスの増加がもたらす他の利益団体への便益の外部性を無視することによる。そのため，公共

3）開ループ戦略とフィードバック戦略との違いを，commitment が可能（あるいは，拘束的）であるか否かによって区別することもできる。すなわち，開ループ戦略の場合，計画の初期時点で決められた最適ルールが，その後の計画期間全体にわたって commitment が行われるケースであると考えることができる。

サービス支出の増加がもたらす便益の増加が過小に評価されるので，公共サービスの支出水準はパレート最適解のそれに比べて小さくなる。静学的（あるいはone-shoot）なナッシュ均衡においても公共財の自発的供給量がパレート最適水準より小さくなることが観察されるが[Bergstom et al. (1986)]，両者の結果が一致するのは，単なる偶然ではなく，開ループ・ナッシュ均衡は静学的なナッシュ均衡の動学版に他ならないからである。

利子率および時間選好率の変化が，公共サービス支出の定常水準に与える効果は，パレート最適解のそれと同じであるが，利益団体数の増加は，一般会計歳出額 G^* を負担する人数の増加を意味するので，(6)の定常条件（すなわち，$ng = G^*$）より，g は減少しなければならない。そのためには，(18)より G の水準は増加しなければならない。これは，利益団体のフリーライダー的な行動を反映している。他方，(4)より G を増加させるためには，B は減少しなければならない。

5．線形フィードバック戦略

本節では，各利益団体がフィードバック戦略を採用すると仮定する。この時に実現する均衡はフィードバック・ナッシュ均衡（あるいは部分ゲーム完全均衡）と呼ばれ，各利益団体は任意の時点から始まる部分ゲーム（subgame）においてナッシュ均衡であるようなゲームの解を選択する。

フィードバック・ナッシュ均衡を求めるために，動的計画法（dynamic progamming）を用いる。最適値関数アプローチ（optimal value function approach)を用いると，部分ゲーム完全均衡解は次のような Hamiltonian-Jacobi-Bellman 方程式

$$\rho V(G) = \max_{g_i}\Big[\tilde{\alpha}+\tilde{\beta}_1 g_i-\frac{\gamma_1}{2}g_i^2+\beta_2 G-\frac{\gamma_2}{2}G^2+V'(G)\Big\{r\sum_{i=1}^{n}g_i-rG^*\Big\}\Big] \tag{21}$$

を満足する政策関数 g_i で与えられる。(21)の右辺は g_i に関して凹関数なので，g_i に関して最大値が存在する。そのような g_i は

$$g_i = \frac{1}{\gamma_1}\{\tilde{\beta}_1+V'(G)r\} \tag{22}$$

で与えられる。線形フィードバック戦略を得るために，最適値関数 $V(G)$ が2次形式の関数であると仮定する。すなわち，

$$V(G) = \theta_0+\theta_1\gamma_1 G+\frac{\theta_2}{2}\gamma_1 G^2 \tag{23}$$

と仮定する。ただし，θ_0, θ_1 および θ_2 は未定係数である。最適値関数(23)を G で微分すると，

$$V'(G) = \theta_1\gamma_1+\theta_2\gamma G \tag{24}$$

となる。さらに，この関数を(22)に代入して，整理すると，次のような関数が得られる。

$$g_i = \frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}+\theta_1 r+r\theta_2 G \tag{25}$$

最後に，(22)，(23)および(24)を(21)に代入すると，

$$0 = -\rho\Big[\theta_0+\theta_1\gamma_1 G+\frac{\theta_2}{2}\gamma_1 G^2\Big]+\tilde{\alpha}+\frac{\tilde{\beta}_1^2}{\gamma_1}+\tilde{\beta}_1(\theta_1+\theta_2 G)r+\beta_2 G-\frac{\gamma_1}{2}\Big[\Big(\frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}\Big)^2+\frac{2\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}(\theta_1+\theta_2 G)+(\theta_1^2+2\theta_1\theta_2 G$$

$$+\theta_2^2G^2)r^2\Big]-\frac{\gamma^2}{2}G^2+(\theta_1\gamma_1+\theta_2\gamma_1G)\cdot$$
$$\left[nr\frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}+n(\theta_1+\theta_2G)r^2-rG^*\right] \tag{26}$$

となる。方程式(26)はすべての可能な G の値に対して満足しなければならないので，この方程式の定数項および G のすべての次数に関する係数は恒等的にゼロでなければならない。これらの条件は，最適値関数 $V(G)$ の係数に関する連立方程式体系を与える。最初に，G^2 の係数がゼロであるという条件より，

$$\gamma_1r^2\left(\frac{2n-1}{2}\right)\theta_2^2-\gamma_1\frac{\rho}{2}\theta_2-\frac{\gamma_2}{2}=0 \tag{27}$$

を得る。この式は，θ に関する 2 次方程式なので，根の公式を適用すると，

$$\theta_2=\frac{\frac{\rho}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\rho}{2}\right)^2+\frac{\gamma_2}{\gamma_1}r^2(2n-1)}}{r^2(2n-1)} \tag{28}$$

を得る。(28)から，θ_2 は実根でかつ異符号を持つ 2 根を与えるが，境界条件（すなわち，$\lim_{t\to\infty}G(t)=\bar{G}^s$）を満足するためには[4)]，負の実根のみが θ_2 の解となる。これを λ と表す。さらに，G の係数がゼロであるという条件より，次のような方程式が得られる。

$$-\rho\gamma_1\theta_1+\beta_2+(2n-1)\gamma_1\theta_1\theta_2r^2+\theta_2nr\tilde{\beta}_1 -\gamma_1\theta_2rG^*=0 \tag{29}$$

(28)の負根 λ を方程式(29)の θ_2 に代入して，θ_1 について解くと，

$$\theta_1=\frac{\beta_2+\lambda nr\tilde{\beta}_1-\gamma_1\lambda rG^*}{\rho\gamma_1-(2n-1)\gamma_1\lambda r^2} \tag{30}$$

を得る。$\tilde{\beta}_1<0$ および $\lambda<0$ なので，(30) の右辺の分子は正，一方分母も正となることを示すことができる。したがって，$\theta_1>0$ となる。(28)および(30)を(25)に代入して，整理すると

$$g_i(G)=\kappa_1^s+\kappa_2^sG \tag{31}$$

が得られる。ただし，

$$\kappa_1^s\equiv\frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}+r\frac{\beta_2+\lambda nr\tilde{\beta}_1-\gamma_1\lambda rG^*}{\gamma_1\rho-(2n-1)\gamma_1\lambda r^2}>0$$

$$\kappa_2^s\equiv r\lambda=\frac{\frac{\rho}{2}-\sqrt{\left(\frac{\rho}{2}\right)^2+\frac{\gamma_2}{\gamma_1}r^2(2n-1)}}{r(2n-1)}<0$$

である。

他方，定常状態における公共サービスの支出水準は，

$$\bar{G}^s=\frac{n\kappa_1^s-G^*}{-n\kappa_2^s} \tag{32}$$

で与えられる。他の解で得られた公共サービスの定常水準と比較するために，定常状態における消費と公共サービスの間の限界代替率に関する条件を導出する。Ihori and Itaya (1997) の付録3に示されるように，

$$\frac{U_G}{U_c}>\frac{\rho}{r} \tag{33}$$

であることが証明できる。(33)と(20)を比べると，フィードバック・ナッシュ均衡における公共サービス支出の定常水準は，開ループ・ナッシュ均衡のそれより小さくなることがわかる。これは，フィードバック戦略が利用可能な場合，各利益団体にただ乗りしようとするインセンティブが強く働くことを意味している。より正確に

4）(6)に(31)を代入すると，
$\dot{G}=nr(\kappa_1^s+\kappa_2^sG)-rG^*$
となる。この式の一般解は，
$G(t)=\bar{G}^s+(G^0-\bar{G}^s)e^{-nr\kappa_2^st}$
となる。この一般解より，κ_2^s が負でなければ，$G(t)$ は $\bar{G}^s$ に収束しない。逆に，κ_2^s が負であれば，$\bar{G}^S$ は大域的に漸近安定である。

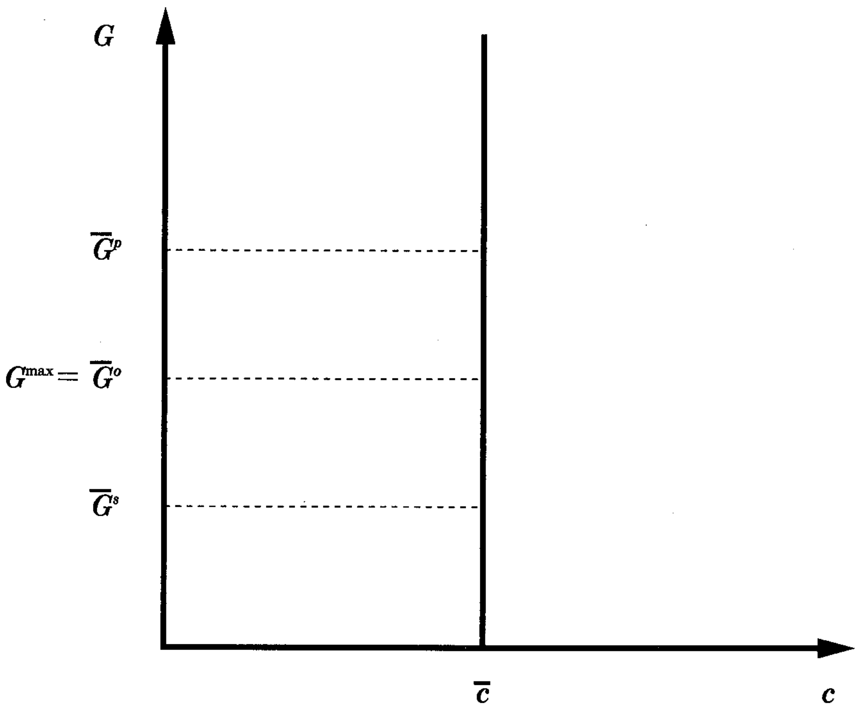

図1 公共サービス支出の定常水準

は，フィードバック・ナッシュ均衡における最適戦略は，公共サービスの便益の外部性を無視していることに加えて，Fershtman and Nitzan (1991) が指摘したような戦略的外部性が存在することによる。戦略的外部性とは次のように説明できる。仮に，ある時点で利益団体の１つが突然，自らのネットの税負担分を増加させたとしよう。その結果，実現される公共サービスの支出水準は，他の利益団体が事前に予想した以上の水準になる。フィードバック戦略のもとでは，他の利益団体は，観察された公共サービスの支出水準をあらたな初期値として，最適化問題（すなわち，(21)）をもう一度解きなおして，新しい最適戦略ルールを選択する。この結果，高水準の公共サービス支出を観察した利益団体は，最もあり得るケースとして，現時点での自発的な税負担を減らそうとするインセンティブが働く[5]。あるプレーヤーの積極的な行動を，他のプレーヤーが打ち消すように行動するような関係は，戦略的代替性（strategic substitutes）と呼ばれる。このような戦略的代替性が存在する時，実現される公共サービスの支出水準はいっそう低水準なものになる。

また，いずれの解においても，定常状態では $ng = G^*$ が成立しているので，定常状態における g の値は同じになる。したがって，定常状態で実現される G の値が異なるのは，（4）より

5）もっともあり得るケースという意味は，あまり厳密な主張ではないが，この戦略を採用したときに解経路（もしくは，定常均衡）が安定になるケースを指している。もし，戦略的代替性が成立しなければ，公共サービス支出の増加した時，各利益団体のネットの税負担が正に反応すると，解経路が発散する可能性が高くなる。次節で，非線形フィードバック戦略の安定性に関してさらに詳しく議論される。

定常状態での B の値が異なることによる。他方，各利益団体のフローの予算制約式(2)より，c の値は同じになる。これらのことから，パレート最適解，開ループ・ナッシュ均衡解およびフィードバック・ナッシュ均衡解で得られた c および G の定常水準のペアを図1にプロットすると，$\bar{c}$ を通る垂直線上に並ぶことになる。

したがって，各ケースにおける定状均衡での効用水準を比較すると，次のような順序になる。

$$U(\bar{c},\ \bar{G}^s) < U(\bar{c},\ \bar{G}^o) < U(\bar{c},\ \bar{G}^p)$$

6．非線形フィードバック戦略

線形のフィードバック戦略が唯一の微分可能なフィードバック戦略ではない。本節では，戦略集合の制約を少しゆるめて，フィードバック・ナッシュ均衡を構成する微分可能な非線形フィードバック戦略を見つける。このような非線形のフィードバック戦略を導出するために，最適値関数が2次形式であると仮定する代わりに，Tutui and Mino (1991)に従って，最適値関数を直接扱う。そのために，(22)を次のように変形する。

$$rV'(G) = -\tilde{\beta}_1+\gamma_1 g_i \tag{34}$$

この式を Hamiltonian-Jacobi-Bellman 方程式(21)に代入すると，

$$\rho V(G) = \tilde{\alpha}+\tilde{\beta}_1 g_i-\frac{\gamma_1}{2}g_i^2+\beta_2 G -\frac{\gamma_2}{2}G^2+(-\tilde{\beta}_1+\gamma_1 g_i)\left\{\sum_{i=1}^{n} g_i-G^*\right\} \tag{35}$$

を得る。(35)を満足する最適値関数 $V(G)$ あるいは最適政策関数 g_i を見つけるために，一時的に，(35)において $\rho=0$ と仮定すると，g_i に関する次のような2次方程式を得る。すなわち，

$$\left(-\frac{\gamma_1}{2}+\gamma_1 n\right)g_i^2+(\tilde{\beta}_1-\tilde{\beta}_1 n-\gamma_1 G^*)g_i+\tilde{\alpha}+\beta_2 G +\tilde{\beta}_1 G^*-\frac{\gamma_2}{2}G^2=0 \tag{36}$$

根の公式を使えば，この2次方程式の解は，

$$g_i=\frac{(n-1)\tilde{\beta}_1+\gamma_1 G^*\pm\sqrt{D(G)}}{(2n-1)\gamma_1} \tag{37}$$

となる。ただし，

$$D(G) \equiv \{(1-n)\tilde{\beta}_1-\gamma_1 G^*\}^2+2(1-2n)\cdot \gamma_1\left(\tilde{\alpha}+\beta_2 G+\tilde{\beta}_1 G^*-\frac{\gamma_2}{2}G^2\right)$$

である。$\rho=0$ の時の解(37)から，$\rho\neq 0$ の時の解の形は次のようになると予想される。

$$g_i(G)=\frac{1}{2n-1}A+h(G) \tag{38}$$

ただし，$A\equiv\dfrac{(n-1)\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}+G^*$ である。(38)を(35)に代入すると，

$$\rho V(G)=\tilde{\alpha}+\tilde{\beta}_1\left\{\frac{1}{2n-1}A+h(G)\right\} -\frac{\gamma_1}{2}\left\{\frac{1}{2n-1}A+(G)\right\}^2+\beta_2 G -\frac{\gamma_2}{2}G^2+\left[-\tilde{\beta}_1+\gamma_1\left\{\frac{1}{2n-1}A +h(G)\right\}\right]\left[\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{2n-1}A+h(G)\right\} -G^*\right]$$

を得る。この式を G で微分して，次のような補助方程式を得る。

$$\rho V'(G)=\tilde{\beta}_1 h'(G)-\gamma_1\left\{\frac{1}{2n-1}A+h(G)\right\}\cdot h'(G)+\beta_2-\gamma_2 G+\gamma_1 h'(G)\cdot \left[\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{2n-1}A+h(G)\right\}-G^*\right]$$

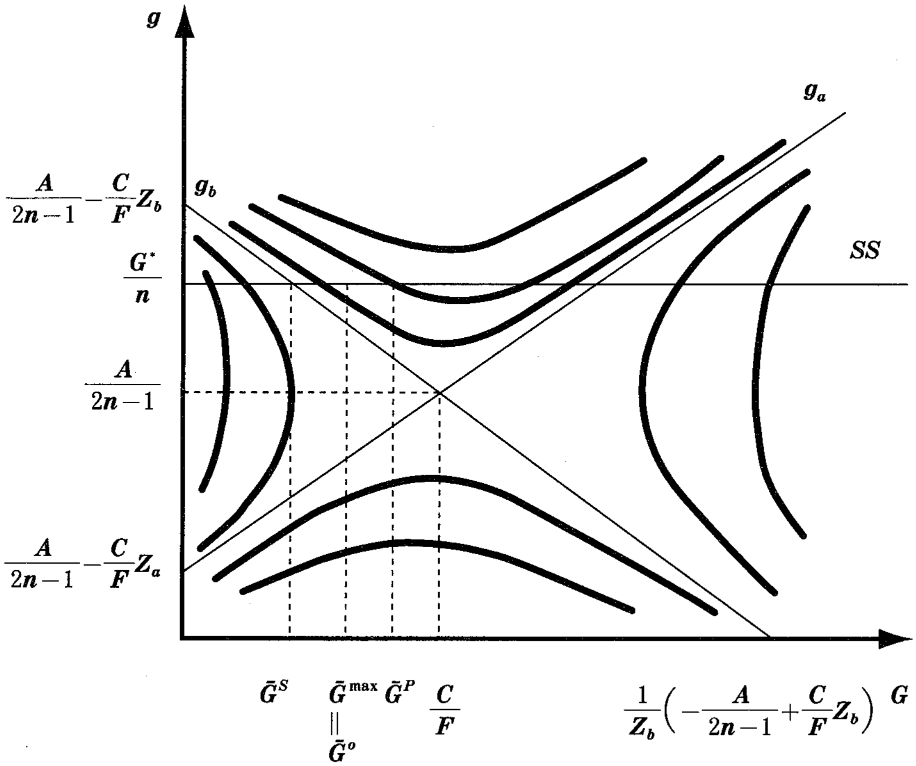

図2　安定な定常均衡の範囲

$$+\left[-\tilde{\beta}_1+\gamma_1\left\{\frac{1}{2n-1}A+h(G)\right\}\right]\cdot \tag{39}$$
$$nh'(G)$$

さらに，(34)を(39)に代入した後，その結果を $h'(G)$ について解けば，

$$h'(G)=\frac{\frac{\rho}{r}h(G)+FG-C}{(2n-1)h(G)} \tag{40}$$

を得る。ただし，$C\equiv\frac{\rho}{(2n-1)r}\left(n\frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}-G^*\right)+\frac{\beta_2}{\gamma_2}$ および $F\equiv\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ である。(40)の両辺を積分して，整理すると，最終的に

$$K=\left|\left\{g(G)-\frac{1}{2n-1}A-GZ_a+\frac{C}{F}Z_a\right\}\right|^{\xi_a}\cdot$$
$$\left|\left\{g(G)-\frac{1}{2n-1}A-GZ_b+\frac{C}{F}Z_b\right\}\right|^{\xi_b} \tag{41}$$

が得られる（詳しい導出過程については付録2を見よ)。ただし，K は任意の積分定数，

$\xi_a\equiv 1-\frac{Z_b}{Z_b-Z_a}$, $\xi_b\equiv\frac{Z_b}{Z_b-Z_a}$,

$$Z_a\equiv\frac{\rho}{2r(2n-1)}+\sqrt{\frac{\rho^2}{4r^2(2n-1)^2}+\frac{F}{2n-1}},$$

$$Z_b\equiv\frac{\rho}{2r(2n-1)}-\sqrt{\frac{\rho^2}{4r^2(2n-1)^2}+\frac{F}{2n-1}},$$

$F\equiv\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ および

$C \equiv \dfrac{\rho}{r(2n-1)}\left(n\dfrac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}-G^*\right)+\dfrac{\beta_2}{\gamma_1}$である。フィードバック・ナッシュ均衡における最適戦略は(41)を満足する最適政策関数$g(G)$として与えられる。ただし，前節で得られた線形の最適政策関数とは異なり，ここでは，$g(G)$は一般的にGに関して非線形になる。さらに，Kは任意の定数なので，与えられたKの値に依存して，$g(G)$に関して非可算無限個の関数形が得られる。いいかえると，(41)から得られる最適政策関数$g(G)$によって与えられるフィードバック・ナッシュ均衡は，非可算無限個存在することになる。このことをグラフ的に表現したものが，図2である。フィードバック・ナッシュ均衡戦略$g(G)$は，図2において描かれたような放物線の集合（ただし，放物線は，直線g_aおよびg_bに分けられた4つの領域に，びっしりと存在している）と次のような2つの直線（特異解に対応する）によって与えられる。

$$g_a(G)=GZ_a+\frac{1}{2n-1}A-\frac{C}{F}Z_a \tag{42a}$$

$$g_b(G)=GZ_b+\frac{1}{2n-1}A-\frac{C}{F}Z_b \tag{42b}$$

より正確には，図2に描かれた曲線（および直線）は，微分方程式(40)から得られた積分曲線を表しており，積分定数の任意の値に対応して異なった積分曲線が描かれる。また，(42b)が線形フィードバック戦略のときの最適政策関数(31)と一致することを示すことができる。

他方，SS線は定常均衡（すなわち，$ng=G^*$）を与えるGとgの組み合わせを与える。図2で示されるように，SS曲線は直線g_aおよびg_bの交点の上を通る水平な直線として描かれる。フィードバック・ナッシュ均衡におけるGの定常水準はSS線とそれを横断する積分曲線の交点で与えられる。最適政策関数g_iを表す積分曲線は，直線(42a)および(42b)で分けられる4つのそれぞれ領域に，連続体(continuum)の濃度を持つ放物線の集合として存在しているので，SS線とこれらの積分曲線の交点，すなわち，定常均衡の集合も連続体になることがわかる。

(41)で与えられる最適政策関数$g(G)$をGの動学方程式(6)に代入すると，

$$\dot{G}=r[ng(G)-G^*] \tag{43}$$

となる。これを，定常均衡の近傍で，線形近似して，次のような局所的な安定条件を得る（付録3をみよ)。

$$g'(G^\infty)=h'(G^\infty)<0 \tag{44}$$

ただし，この微係数は(43)の定常均衡における公共サービス支出の値G^∞で評価されている。この条件は，次のように書きかえられる。

$$G^\infty<\frac{\tilde{\beta}_1\rho}{\gamma_2 r}+\frac{\beta_2}{\gamma_2}-\frac{\gamma_1\rho}{\gamma_2 nr}G^*\equiv G^{\max} \tag{45}$$

他方，(19)で与えられる開ループ・ナッシュ均衡での定常水準を

$$\bar{G}^o=\frac{\tilde{\beta}_1\rho}{\gamma_2 r}+\frac{\beta_2}{\gamma_2}-\frac{\gamma_1\rho}{\gamma_2 nr}G^* \tag{46}$$

と書きかえて，(45)と(46)の右辺を比較すると，両者が等しいことがわかる。言いかえると，非線形フィードバック戦略が利用可能であるとき，最大達成可能な公共サービス支出の定常水準は開ループ・ナッシュ均衡での定常水準に一致する。したがって，非線形フィードバック戦略で実現可能な公共サービス支出の定常水準の範囲は，ゼロから最大で開ループ戦略のそれにまで及ぶ。

また，図2からわかるように，非線形フィードバック戦略によって実現可能な公共サービス支出の定常水準は，$\bar{G}^S$よりパレートの意味において優れているものだけでなく，$\bar{G}^S$よりパ

レートの意味において劣った公共サービス支出の定常水準も実現可能である。前節で展開された議論を援用すると，任意定数Kの値によって，特に，Kの値がゼロより大きいか小さいかに応じて，戦略的外部性（あるいは戦略的代替性）の程度が，線形のフィードバック戦略より大きくなったり，小さくなったりする。いいかえると，非線形のフィードバック戦略は，Kの値によって，線形のフィードバック戦略よりただ乗りの傾向が強くなったり弱くなったりする。したがって，Kの値は利益団体のただ乗りの傾向の強さを示すパラメーターとして見ることができる。しかし，利益団体がどの非線形フィードバック戦略を選択するか（すなわち，どのフィードバック・ナッシュ均衡が実現するか）は事前にはわからないので，Kの値を事前に決めることはできない。

さらに，図2より，安定である非線形フィードバック戦略に関して次のような性質があることがわかる。それは，最適政策関数$g(G)$に対応するの積分曲線は右下がりである。いいかえると，局所的に安定である非線形フィードバック戦略（すなわち各人のネットの税支払い分）は，全体の公共サービスの支出水準に対して負に反応する。

このように，戦略を局所的に安定であるクラスに限定しても，部分ゲーム完全均衡である非線形フィードバック戦略g_iは無数（すなわち，非可算無限個）に存在する。このような部分ゲーム完全均衡の非一意性は，無限回繰り返しゲームにおけるフォーク定理［たとえば，Friedman (1986)を見よ］と一致する。ただし，フォーク定理によれば，割引率および報復戦略を適切に選ぶことによって，すべての個人合理的（individual rational)かつ実行可能な利得（feasible payoff）を部分ゲーム完全均衡としてsupportできることを述べているが，われわれのゲームではそのような報復戦略（punishment strategies）がなくても，無数の部分ゲーム完全均衡が存在する。他方，われわれのゲームでは，(45)から割引率が1に近くなると（すなわち，ρが小さくなると），Gの上限（すなわち，$G^{\max}$）は大きくなる。このことは，安定な定常均衡を実現する部分ゲーム完全均衡の集合がルベーグ測度の意味で大きくなることを意味しているので，この性質に関しては，われわれの結果はフォーク定理のそれと一致している。

7．結論

この論文では，自己の既得権益の維持を目的とする利益団体が多数存在する経済における財政再建の動学モデルを分析した。異時点間にわたる各利益団体の相互依存あるいは対立関係を分析するために，動学的な協力ゲーム解および非協力ゲーム解を考察した。各利益団体が線形のフィードバック戦略を用いると，パレート最適解あるいは開ループ戦略を用いた場合より，ただ乗りする傾向が強まり，定常状態において実現される公共サービスの水準は低くなる。このとき，政府歳出が一定に維持される限り，実現される公債残高の水準は大きくなり，財政再建は一般的に不成功に終わる。

他方，各利益団体が非線形フィードバック戦略を用いた場合には，無数のフィードバック・ナッシュ均衡が存在するので，実現される公共サービス支出の定常水準もしくは公債残高は一意的に決まらない。しかし，非線形フィードバック戦略で実現できる最大達成可能な公共サービス支出の定常水準は，開ループ戦略でのそれに一致する。フィードバック戦略のもとではそれより低い公共サービス支出の定常水準が実現する可能性もあるので，フィードバック・ナッシュ均衡解は，開ループ・ナッシュ均衡解に比べて，一般的にパレートの（弱い）意味において望ましくない均衡解であるといえる。

したがって，分離的経済ではパレート最適な財政再建経路は実現できないが，より望ましい財政再建を達成しようとすれば，各利益団体の戦略集合を開ループ戦略集合に限定する必要が

ある。われわれのモデルでは非協力ゲーム論的な状況を想定しているが，財政再建の文脈で考えるとき，必ずしも，財政再建のための話し合いが全くないと考える必要はない。むしろ話し合いが行われた結果，ひとたび得られた合意内容の変更が行えない場合（開ループ・ナッシュ均衡解に対応する）と，いかなる時点でも，状況の変化に応じて，合意内容を各利益団体にとって最も望ましいものに変更いくことができる場合（フィードバック・ナッシュ均衡解に対応する）の２つのケースがあると考えられる。そのように解釈すれば，本論文の結論は次のように要約できる。各利益団体に対して初期時点で合意した財政再建プランの変更をいかなる時点においても認めるよりも，初期時点で一度合意した財政再建プランは，その後財政再建がどのように進捗しても変更を認めないほうが，結局，財政再建にとって望ましい帰結をもたらす。

したがって，政策的な観点からいえば，望ましい財政再建を実現するためには，将来時点での財政再建プランの変更の余地を一切認めないか，あるいは変更する際にきわめて厳しい条件を付けるような法律や数値目標の制定が財政再建にとって有効な手段であると思われる。そのような例として，ヨーロッパ諸国が1999年の通貨統合を実現させる前提条件として，共通に設定している財政赤字に関する収束目標がある。それは，財政赤字をＧＤＰ比で３％以下に，また，公債残高を対ＧＤＰ比で60％以下に抑えるというものであるが，ヨーロッパ各国はこの数値目標実現のために，その時々の景気の状態に左右されることなく，財政赤字の削減に取り組んでいる。しかし，日本の財政構造改革目標（2003年までに，国と地方を合わせた財政赤字をＧＤＰ比で３％以下にする）は，必ずしも厳格な達成を要求した法律でないため，経済情勢が変化すれば，変更される可能性は大きい。本論文の結論は，後者の場合には財政再建が不成功に終わる可能性が高くなることを示唆している。

モデルの意味ある拡張として，各利益団体の選好や所得を非同質（heterogeneous）である場合に，部分ゲーム完全均衡がどのようなものになるのか，あるいは，財政再建が困難になるのか，それとも容易になるかを考察することは興味深い研究課題である。第２の拡張として，財政再建のための利益団体間の事前の交渉プロセスを明示的にモデルに取り入れることである。このような拡張によって，非線形フィードバック戦略のもとで得られる無数の均衡経路から，ある特定の経路を選びだすことが可能となるかもしれない。第３の拡張として，非協力ゲーム論的状況で実現する財政再建の均衡経路をよりパレート最適なものに近づけるための政策手段の検討は経済政策の観点から緊急な研究課題である。Ihori and Itaya (1997)では，そのような政策手段として消費税を検討しているが，非線形フィードバック戦略が利用可能なケースは取り扱っていない。第４の拡張として，移行経路に関する動学分析がある。Ihori and Itaya (1997)では，パレート最適経路，開ループ・ナッシュ均衡経路およびフィードバック・ナッシュ均衡経路（線形フィードバック戦略のみが利用可能な時）の調整速度は比較されているが，非線形フィードバック戦略のもとでの均衡経路の動学分析は行われていない。

付録１

パレート最適な財政再建経路は次のような微分方程式体系で与えられる。

$$\begin{bmatrix}\dot{\mu}\\ \dot{G}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\rho & n\gamma_2\\ \dfrac{r^2n}{\gamma_1} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mu\\ G\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-n\beta_2\\ rn\left(Y-\dfrac{\beta_1}{\gamma_1}\right)\end{bmatrix} \quad (\mathrm{A}1)$$

（A１）の同次方程式部分の特性方程式は

$$(\rho-q)(-q)-\frac{\gamma_2}{\gamma_1}r^2n^2=0 \quad (\mathrm{A}2)$$

で与えらる。この方程式の 2 つの根は

$$q=\frac{\rho\pm\sqrt{\rho^2+4\frac{\gamma_2}{\gamma_1}r^2n^2}}{2} \qquad (\mathrm{A}\,3)$$

と表されるので，実根でかつ異符号であることがわかる。負の実根を D^p で表せば，横断性条件(10c)を満足する公共サービス支出のパレート最適経路は

$G(t)=\bar{G}^p+(G^0-\bar{G}^p)e^{D^p_t}$

で与えられる。したがって，$\bar{G}^p$ は大域的に漸近安定である。

他方，開ループ・ナッシュ均衡経路は次のような微分方程式体系で与えられる。

$$\begin{bmatrix}\dot{\mu}\\ \dot{G}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\rho & \gamma_2\\ \frac{r^2n}{\gamma_1} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mu\\ G\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\beta_2\\ rn\left(Y-\frac{\beta_1}{\gamma_1}\right)\end{bmatrix} \qquad (\mathrm{A}\,4)$$

(A 4)の同次方程式部分の特性方程式を解くと，次のような異符号をもつ 2 実根が得られる。

$$q=\frac{\rho\pm\sqrt{\rho^2+4\frac{\gamma_2}{\gamma_1}r^2n}}{2} \qquad (\mathrm{A}\,5)$$

(A 5)の負の実根を D^o で表せば，適切な横断性条件を満足する公共サービス支出の均衡経路は

$G(t)=\bar{G}^o+(G^0-\bar{G}^o)e^{D^o_t}$

で与えられる。したがって，$\bar{G}^o$ は大域的に漸近安定である。

付録 2

(40)において，$X\equiv G-\frac{C}{F}$ と変数変換を行えば，

$$h'(G)=\frac{\frac{\rho}{r}h(G)+FX}{(2n-1)h(G)} \qquad (\mathrm{A}\,6)$$

となる。さらに，(A 6)を積分しやすい形にするために，変数 $Z=X/h$ を導入する。最初に，変数 Z を X で微分して，(A 6)を代入すれば，

$$\frac{dZ}{dX}=\left\{\frac{\frac{\rho}{r}Z+F}{(2n-1)Z}-Z\right\}\frac{1}{X}$$

を得る。ただし，$h(G)=h\left(X+\frac{C}{F}\right)$ なので，$dh/dG=dh/dX$ であることに注意せよ。さらに，この式を次のように変形する。

$$\frac{1}{X}dX=\frac{(2n-1)Z}{F+\frac{\rho}{r}Z-(2n-1)Z^2}dZ \qquad (\mathrm{A}\,7)$$

(A 7)の両辺を積分して，整理すると，

$$K=(h-XZ_a)^{\xi_a}(h-XZ_b)^{\xi_b} \qquad (\mathrm{A}\,8)$$

を得る。(38)を関数 h ついて解いて，それを(A 8)に代入して，整理すれば，(41)が得られる。

付録 3

(38)を次のように変形して，

$h(G)=g_i(G)-\frac{1}{2n-1}A$

この式を(40)に代入すると，

$$h'(G)=\frac{\frac{\rho}{r}\left\{g_i(G)-\frac{1}{2n-1}A\right\}+FG-C}{(2n-1)\gamma_1\left\{g_i(G)-\frac{1}{2n-1}A\right\}} \qquad (\mathrm{A}\,9)$$

を得る。次に，(A 9)を(43)の定常均衡 G^{∞} で評価したものに，定常均衡の条件式(14)を代入すると，

$$h'(G^{\infty})=\frac{\frac{\rho}{r}\left\{\frac{G^{*}}{n}-\frac{1}{2n-1}A\right\}+FG-C}{(2n-1)\left\{\frac{G^{*}}{n}-\frac{1}{2n-1}A\right\}} \tag{A10}$$

を得る。この式を整理すれば，

$$h'(G^{\infty})=$$

$$\frac{(2n-1)\left\{\frac{\rho}{r}G^{*}+n(FG^{\infty}-C)\right\}-n\frac{\rho A}{r}}{(2n-1)\{(2n-1)G^{*}-nA\}}<0 \tag{A11}$$

を得る。最後の不等号は安定条件(44)による。(A11)を，さらに，

$$h'(G^{\infty})=\frac{\frac{\rho}{r}G^{*}+n(FG^{\infty}-C)-\frac{n}{2n-1}\frac{\rho A}{r}}{(2n-1)G^{*}-nA} \tag{A12}$$

と変形して，A の定義式を(A12)の分母に代入して，整理すると，

$$(\text{A12})の分母=(n-1)G^{*}-n\frac{(n-1)\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}>0$$

となる。他方，C および F の定義式を(A12)の分子に代入して，整理すると，

$$(\text{A12})の分子=\frac{\rho}{r}G^{*}-n\frac{\rho}{r}\frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}+n\frac{1}{\gamma_1}(\gamma_2G^{\infty}-\beta_2)$$

となる。分子の第 1 項は正，第 2 項も正($\tilde{\beta}_1<0$ なので) であるが，第3項は負なので[6]，分子の符号は一般的には不明になる。しかし，安定条件(40)（あるいは(A11)）より，分子は負でなければならないので，次のような不等式を得る。

$$\frac{\rho}{r}G^{*}-n\frac{\rho}{r}\frac{\tilde{\beta}_1}{\gamma_1}<n\frac{1}{\gamma_1}(\beta_2-\gamma_2G^{\infty}) \tag{A13}$$

(A13)をさらに整理すると，G^{∞} の上限($=G^{\max}$) は，

$$G^{\infty}<\frac{\tilde{\beta}_1\rho}{\gamma_2 r}+\frac{\beta_2}{\gamma_2}-\frac{\gamma_1\rho}{\gamma_2 nr}G^{*}$$

となる。

参考文献

Alesina, A. and A.Drazen (1990) "Why are stabilization delayed?" *American Economic Review*, 81, 1170-1188.

Bergstrom,T.C.,Blume,L. and H.Varian (1986) "On the provision of public goods", *Journal of Public Economics*, 29, 25-49.

Fershtman,C. and S.Nitzan (1991) "Dynamic provision of public goods", *European Economic Review*, 35, 1057-1174.

Friedman, J. W. (1986) *Game Theory with Economic Applications*, Oxford University Press, Cambridge.

井堀利宏『日本の財政改革』筑摩書房，1997年.

Ihori,T. and J.Itaya (1997) "A dynamic model of fiscal reconstruction," *Discussion Paper F-Series* 97-F-15, University of Tokyo.

Tutui, S. and K.Mino (1992) "Nonlinear strategies in dynamic duopolistic competition with sticky prices", *Journal of Economic Theory*, 52, 549-569.

6）公共サービスに関する限界効用は通常は正であると考えられるので，
$\frac{\partial U}{\partial G}=\beta_2-\gamma_2 G>0$ となる。したがって，
$\gamma_2G^{\infty}-\beta_2<0$。