経済学研究 52-2
北海道大学 2002. 9

なぜサヴェジ氏はオフィシャルな確率を避けたのか？

園　信太郎

1.「公正な、Fair」理念物の回避

サヴェジ氏は「基礎論」，つまり，

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics*, Wiley, New York, 1954. *Second Revised Edition*, Dover, New York, 1972,

の第3章第3節 Quantitative personal probability の33頁冒頭の段落から39頁2番目の段落にかけて，「定量的な個人的確率」の「一意的な「存在」に対する規範的な基礎づけの余地を考察しており，この思索の帰結として，38頁において（彼の第6公準P6の前身である）公準P6′を提示するに至っている。しかも彼は，その冒頭の段落33頁で，「「その個人，the person」が直面している「その世界，the world」が，少なくとも「その個人」にとっては，「同等に確からしい」幾つかの事象に分割でき，しかもこのような「一様な」分割は，任意の正の整数に対してその数以上の個数の事象から成る（「世界」に対する）ある分割によって常に為され得る」という「公準，postulate」を導入してしまう流儀があることへと注意を促し，このような「公準」によって「確率の存在」を基礎づけてしまうやり方への疑念を簡潔かつ明晰に表明しているのである。実際，この段落を引くと次である。

As I have said, the exercises terminating the preceding section suggest a close mathematical parallelism between personal probability and the mathematical properties ordinarily attributed to probability, though the postulates assumed thus far do not (as could easily be demonstrated) make it possible to deduce from this parallelism the unambiguous assignment of a numerical probability to each event. But, if, for example (following de Finetti [D2]), a new postulate asserting that S can be partitioned into an arbitrarily large number of equivalent subsets were assumed, it is pretty clear (and de Finetti explicitly shows in [D2]) that numerical probabilities could be so assigned. It might fairly be objected that such a postulate would be flagrantly ad hoc. On the other hand, such a postulate could be made relatively acceptable by observing that it will obtain if, for example, in all the world there is a coin that the person is firmly convinced is fair, that is, a coin such that any finite sequence of heads and tails is for him no more probable than any other sequence of the same length;though such a coin is, to be sure, a considerable idealization.

もし「その個人」が，「それを任意有限回投げ上げる場合にもたらされ得るであろう，「表」及び「裏」からなるいかなる結果の系列に対しても，その系列の長さが等しい場合には，それらの結果の系列はどれであれ「同等に確からしい」」という様式において「公正な」，一枚のコインの（「世界」における）「存在」を（冷静に）

「確信している」とすれば，「「世界」に対する「一様な，uniform」分割の「存在」」を要請する「公準」は，少なくとも「その個人」にとっては「正当な」ものとなることであろう。だが，「定量的確率の「存在」」を基礎づけるためにこのような「公準」を直接持ち出してしまうのは，問題の「存在」をあらかじめ仮定していることと「ほとんど」同等なのではなかろうかという当然の疑念が生じるであろうし，しかも，「公正なコイン」という理念物の「存在」を露骨に仮定してしまうことで統計学の「まともな」基礎づけが遂行できるのだとは，実践的な統計家ならば多分判断しないことであろう。そこでサヴェジ氏は，「一様な分割」の「存在」を天下り式に導入してしまう流儀を避けて，一方で，「ほとんど一様な分割，almost uniform partition」に関する考察を行い，その思索の帰結として公準P 6′，つまり，「「その個人」の定性的確率に関して「BはCよりも下位である」を満たす任意の事象B及びCに対して，「その世界」Sに対するある分割が存在して，その分割の任意の事象とBとの合併はCよりも（その定性的確率に関して）やはり下位である」を，提示するに至るのである。結局彼の個人的確率の理論は，このP 6′に基づいて，「世界」に対する任意に「細かい」一様な分割の「存在」を「示す」のである。つまりサヴェジ氏の基本方針は，「公正な」理念物の「存在」を「公準」として導入することを回避した上で，（あくまでも「その個人」の「行為」に着眼して行こうとする）彼の個人論的見解に基づいて，「その世界」に対する「一様な」基準の「存在」を導き出すというものである。

なお，上で引用した段落で言及されている[D2]とはde Finetti (1937) のことなのだが，そこでは，「任意に細かい「一様な」分割の「存在」を仮定しておいて，定量的な「確率」の「存在」を導く」という作業は為されてはいない。つまり，サヴェジ氏は勘違いをしているわけである。だが例えば，「基礎論」第3章第4節43頁の末尾の段落で言及されているKoopman (1940a, b) では正にこの作業が為されているのであり，実際同論文の各各第5節283頁の「定義1」の後の「仮定，Assumption」及び769頁の「定義」の後の「仮定」は，「任意に細かい「一様な」分割の「存在」」を「仮定する」ものに他ならない。恐らく，サヴェジ氏の記憶が少しく混乱していたのであろう。

2. ベイズ統計学での「一様な」基準

だが今日のフォーマルな「ベイズ統計学，Bayesian statistics」においては，例えばDeGroot (1970) の第6.3節76頁の「仮定SP_5，Assumption SP_5」におけるように，なんらかの「一様な」基準の「存在」を導入した上で，統計学的考察を遂行するのが通常のようである。このような「一様な」基準として，DeGroot (1970) では「単位区間上で値が一様に分布する確率変数」が採用されており，Pratt, Raiffa, and Schlaifer (1964)（この論文の内容は，同じ著者らによる1995年の書物の第2及び第3章で丁寧に説明されている）では，第3.2節（361頁から363頁）及び第5.1節（366頁）におけるように，canonical basisと呼ばれるものが導入され，結局，（単位区間の直積である）単位正方形から一様に点を抜き出す「標準的な実験，canonical experiment」が想定されているのである。またBernardo and Smith (1994) でも，第2.3.3節29頁「公理4，Axiom 4」及び同頁の末尾の段落から次頁の2番目の段落におけるように，「基準となる事象の存在，existence of standard events」が導入されており，そこでは，例えば，円周上の点を一様に抜き出すan idealized roulette wheelと，このルーレットによる「独立な，independent」ゲームの（遂行の）想定が言及されている。つまり今日の「正式の」ベイズ統計学においては，「一様な」基準の「存在」は言わば「前提」なのである。

だが，この「一様な基準の「存在」」とは，

「「その世界」において何らかの「公正な」理念物が存在していると自身が確信している」ことの帰結として，「その個人」によって導入されるに至る「存在」なのでは「なく」，「その個人」の「想像上の実験」の場において，数学的な諸形式の助けを借りて導入される，(統計学的考察を「その個人」が行う際には)「有用である」かもしれない「便宜的な」存在なのである。しかし，この「便宜的な」存在は数学的形式を（他の「同様の」存在との間で）共有していると（通常は)「見なされ得る」のであり，結局それは，「個人」間において（数学的形式を通して)「共有されている」と「見なされて」しまう「存在」なのである。つまり，「一様な」基準の「存在」を「前提」とする流儀は，「確率」を「測定する」ための「一様な」基準が「個人」の間で（数学的形式を通して)「共有される」ことを「便宜上」認めるのであり，それは（数学的な「形式」としては)「客観的な」，より簡潔かつ適切に表現すれば，言わば「オフィシャルな，official」，(「確率」を「一様に」形成する)「ジェネレータ，generator」の「存在」をあらかじめ認める立場なのである。従って，今日流布しているベイズ統計学の「前提」には，(どのような様式であれ，例えば「未知かつ固定」や「真の」というような)「客観」性を装う「「確率」の存在」の基盤に対して（冷徹に）疑問符を打つ個人論的流儀とは，「異なる」要素が混入しているのである。

3. なぜオフィシャルな確率を回避するのか？

既に冒頭の節で言及したように，サヴェジ氏は「公正な」理念物の導入を（正当に）回避しているのである。しかし，前節で言及した「一様な」基準は，「確率」を「一様に」形成するジェネレータであり，それは（数学的な諸形式によって「客観的に」表現される）言わば「便利な」インストルメントなのである。このような「便利な」器具の「個人」間での共有を，「「公正な」コインの「存在」」と同様な雰囲気で退けることは，はたしてどの程度まで正当なのであろうか。実はサヴェジ氏は，妥協的な議論においてはオフィシャルな「確率」を容認する態度を示すのだが，「確率」の基礎づけを真剣に考察する場においては，一貫して，オフィシャルな「確率」の導入を回避しているのである。実際，園（2000年12月）で注釈を施した「未公表の後書」において（その注釈の36頁の左から右にかけて引用してあるように），彼は次のように述べている。

Though one of my main purposes was incompatible with attempting to derive personal probability and utility with the aid of some other, presumably unformulated, notion of probability, it is natural in presenting these ideas to certain audiences to take for granted such things as roulette wheels, operating with their official probabilities, independently of the events in some problem of interest. Anscombe and Aumann (1963) recognized and took advantage of this to present a formulation that avoids P4, which they regard as unconvincing. A particularly vivid derivation of personal probability and utility derived from official probabilities, namely the distribution of a point chosen at random in a square, is given by Pratt, Raiffa and Schlaifer (1964).

とにかくサヴェジ氏は，「統計学の基礎づけ」という作業に取り組む過程において，「「確率」とは何か，またそれはどうあるべきか」という「問い掛け」と真剣に関わらざるを得なくなり，それ故に，「「確率」が「ある」とは結局いかなることなのか」という「問い」に，あくまでも自身の立場から，何とか「答え」を出さざるを得なくなったのである。その際，「何らかの「数学的な」対象を「確率」と呼ぶ」という様式「のみ」に依存して「確率」を導入してしま

うやり方は,「「確からしさ」とは本来「個人」にとっていかなる事柄なのか」という当然の「問い」に明晰に答えていないのであり,それは,少なくともサヴェジ氏にとっては,満足できるものではなかったのである。つまり,「「数学的な」対象を「確率」と呼ぶ」場合には,「なぜそれが「確率」なのか」という「問い」に真剣に答える「べき」であるとするのが,サヴェジ氏の基本的な態度なのである。

例えば,「個人」が,自身の「想像上の実験」の場において(単位区間の直積である)単位正方形を導入して,さらに,「この正方形に含まれる(直交する辺が各各対応する座標軸に平行な)各長方形に対して,そこに含まれるある一つの点が抜き出される「確率」は,その長方形の「面積」に「等しい」」と想定する場合においては,(その「個人」によって)想定されている何らかの「抽出実験」やさらには「ある確率変数」との関りにおいて,「確率」と(測り得る量の一つである)「面積」との間に何らかの「対応」が成立することが,(その「個人」によって)「仮定」されているわけである。すると,その「個人」が,この(「確率」と「量」との「対応」の成立に関する)「仮定」を,自身の「想像上の実験」の場において(正当なものとして)導入する際の「根拠」には,たとえほとんど意識せずとも,その「個人」自身の(「確からしさ」に対する)「捕え方」が介入している「はず」である。だが,「「確からしさ」とは何か」という「問い」は,正にこの「捕え方」の内訳に関わるものなのであり,「一様な」基準の天下り式の導入は,この基本的な「問い」に対する少なくとも部分的な「答え」の「存在の余地」を暗黙の内に「先取り」しているわけである。つまり結局,その「導入」は「問い」の本質を言わば「隠蔽」しているのである。仮に誰かが「「確率」とは「面積」のことなのだ」と露骨に主張したならば,これが「「確からしさ」とは何か」という「問い」への真剣な「答え」になっていないことは,その誰かをも含めて,大部分の(その「問い」への)当事者にとっては明確なことであろう。実際,「なぜ「確からしさ」が,「面積」の御機嫌を伺わなければ「ならない」のか」という「返答すべき」問いが提起できる。「それらの点たちは「一様に」,あるいは「無差別に」,抜き出される」という「言回し」を持ち出すことによってなぜ「確率」が「面積」で「表現される」のであろうか。「個人」が,数学的な諸形式を通して導入される「オフィシャルな」確率の利用に「慣れてしまう」ことによって,「「確からしさ」とは何か」という「問い」に自身が「まだ」真剣に答えていないことを,さらに「「確率」と「量」との間の「対応」の成立の非自明性」を「忘れてしまう」ことは,充分に起り得ることである。自身の「存立の」基盤に冷徹な疑問符を敢えて打つことを「忘れてしまう」とすれば,この数学的に「快適な」失念は「学問上は」多分要注意であろう。なお,サヴェジ氏の個人論的見解によれば,「確率」は(「測り得る量」であれ数学的諸形式であれ)いかなる「外物」にも「宿る」ものではない。彼が,「確率」(及び「効用」)の基礎づけを遂行する際に,「オフィシャルな」確率の導入を一貫して「退けた」のは,決して不当ではないのである。

4. Dedekindの思索との類似及び相違

ここでサヴェジ氏の「基礎論」とDedekindの思索との「類似」に言及しておきたいのである。Dedekindは『連続性と無理数』(1872)の序文において,幾何学的な直観及び表象に訴えることによって,「単調に増大する上に有界な任意の実数列は,唯一の極限値に近づかなければならない」という「命題」が成立する「状況」を学生らに指し示すということが,微分学の教育において有用であり,教育のための時間が限られていることを考慮すれば,実際上不可欠であることを認めている。だが彼は,「実数の連続性」を明確に規定することなしに,幾何学的な直観及び表象に言わば「逃げ」を求めるやり

方が，微分学の「科学」としての基礎づけを提示するものではないことを明言し，「連続的量を取り扱う」とされる当時の微分学において，「実数の連続性」に対する明確な説明及びその「連続性」に基づく（極限の「存在」に関する）基本的な諸命題の精確な導出が，全く欠落していることを注意する。彼はさらに，『数とは何か，何であるべきか？』(1887) の序文において，「数の概念は，空間及び時間の「表象あるいは直観」に全く依存しない，純粋な思考法則から直接流れ出たものであり，それは結局，人間精神の自由な創造物である」とする自身の立場を強調し，さらに，「真理が内的直観によって直接に与えられる」とする見解を退けて，「諸概念に対する明確な規定及び（それらの規定に基づく）論理的な演繹の遂行（の反復）を通しての「真理に対する所有」」という作業の（極めて本質的な）重要性を指摘している。さらに彼は同じ序文において，「数」を基礎づける際に，「測り得る大きさの「存在」」を「前提」としてしまうやり方を退けて，むしろ，「数」の概念が明確に基礎づけられた後に，「測り得る大きさの「存在」」が明白に仕上げられるのだと，的確かつ冷静に指摘している。彼は当然，自身が提示した Dedekind 切断の原理が，「測り得る「何か」」に関わるいかなる表象をも用いずに，論理的純粋性を有する「原理」として，「連続性」の本質を明確に規定することを自覚しているのである。Dedekind は，「人が，測り得る量のいかなる表象をも用いずに，「簡単な「思考の進み」」の「有限的なシステム，ein endliches System」によって，純粋な連続的な数領域の創造にまで向上できること」を極めて高く評価しており，さらに，このような「数」の構築によってのみ，連続的な空間の表象が明確にされ得るのだと判断するのである。

つまり Dedekind は，「「数」とは何か，またどうあるべきか」という「問い掛け」を真剣に受け止めた上で，彼自身の立場からなんとか「答え」を出そうと試みたのであるが，結局彼は，「「数」が「存在する」とはどういうことなのか」という根本的な「問い」を自身に課さざるを得なかったのである。例えば，黒板に付着している白墨の粉はあくまでも「白墨の粉」であり，紙の上のインクの「しみ」はあくまでも「インクの「しみ」」であり，それを「数である」とは主張できないのであり，つまり彼には，「既存の外物」を指し示して「数である」と主張することが「許されなかった」のである。この苦心のはてに Dedekind が「見た」ものとは，「純粋な思考法則から発露する，人間精神による自由な「数」の創造」であった。今日 Dedekind を読む際に用心すべきなのは，彼にとっては，公理論的な立場から（特に公理的集合論によって）再構成され得ると想定されている「数学」などは存在して「いない」ということである。従って当然，「形式的体系とそれに対するモデル」というような一般的な枠組みなどは「ない」のであり，それどころか，「実数体の公理系及びその標準的なモデル」なども「なかった」のである。つまり，「自然数及び実数の理論の「公理系に基づく構成」の可能性」に対する（世間的な）「安心感」が「ない」状況で，彼は「数」を創出しなければ「ならなかった」わけである。

ところでサヴェジ氏は，「「確率」とは何か，またどうあるべきか」という「問い掛け」を（極端に）真剣に受け止めたのであり，結局彼は，「「確率」が「存在する」とはいかなることなのか」という重い「問い」に（自身の立場から）答えざるを得なくなってくるのである。「統計学」においては，当然のことのように「確率」が利用されているのであり，しかもそれは実にしばしば，「長さ」，「面積」，「個体の比率」といった「測り得る量」や「対称的な」構造を示す幾何学的な表象との「対応」において，導入されているのである。だが，「「確率」とは何か」という「問い」に明確に答えることなしに，結局，「確率」の「本質」を規定することなしに，このような「対応」の成立を（暗

黙の内に）「仮定する」やり方は，「統計学」の（学問としての）基礎づけを遂行する際には，当然「許されない」はずである。実際，「面積」はあくまでも「面積」であり，「個体の比率」はあくまでも「個体の比率」であり，「「表象」の系列」はあくまでも「「表象」の系列」であり，決して「確率」では「ない」のである。結局サヴェジ氏は，それが「測り得る量」であれ数学的諸形式であれ，とにかく「外物」を指し示して「これが「確率」である」とは主張できない「窮地」に置かれたのである。だがさらに，「通常の」統計学では，「未知ではあるが固定されている「確率」」，あるいは「真の「確率」」が，当然のことのように持ち出される。「「確率」とは何か」という「問い」に真剣に答えずに，一方で「未知かつ固定されている「確率」」の「存在」を自明視するのは（少なくとも学問的には）異様であり，本来ならば（「確率」と呼ばれる「何か」に対する）何らかの「存在」定理が要求されなければ「ならない」はずなのである。「確率」の「本質」を規定することなしに，「確率」に関する諸法則及び「統計学」と呼ばれる独特の領域の「基礎づけ」などは，元来「あり得ない」はずである。（なお，「未知かつ固定されている「確率」」の「存在」に関する「重い」論点については，園（2001年6月）を参照して頂ければ幸いである。）

サヴェジ氏は苦悩の末に「確率」に関する「個人論的見解，personalistic views」にたどり着くこととなる。この見解は，de Finetti (1937) や Ramsey (1926) といった先行する議論を踏まえたものである。彼はこの見解に基づいて「個人的確率，personal probability」を導入し，「確率」，「効用」，「期待効用」，及び「統計学」の基礎づけを試みることとなるのである。率直に表現すれば，「確率」の「本質」とは「その個人」の物言わぬ「行為」において発露する「智」なのだが，フォーマルには，「その個人」の（行動様式としての）「選好，preference」を統制する（「その個人」が自身へと課する規範系としての）「公準系」とそれに基づく演繹とによって，「「確率」の「存在」」が基礎づけられることとなる。サヴェジ氏が思索のはてに「見た」ものとは，「「その世界」の不確定性」に直面している「一人（いちにん）」の根元的な「行為」に他ならない。

Dedekind が没した翌年に生まれたサヴェジ氏の学問上の背景は当然 Dedekind とは異なる。サヴェジ氏は，公理論的見解を受け入れて大規模に再編成されつつある「数学」を（鋭敏な感受性を保ちつつ）積極的に学び，Raymond Louis Wilder による「数学の基礎」に関する講義に出席し，John von Neumann や Paul Anthony Samuelson らと交際しつつ，自身の「数学」を練り上げて行ったのである。「「確率」の「本質」」を（「個人」が自身に対して課する規範系としての）「公準系」によって捕えるという（野心的な）作業に彼が乗り出し，その副産物として，「期待効用最大化の原理」の規範的な基礎づけという（18世紀の）Daniel Bernoulli 以来の課題を成し遂げ得たことには，彼の独特の資質のみでなく，時代の流れが強力に影響していることであろう。（なお，彼の学問的な背景を知るには園（2000年6月）が役立つかもしれない。）しかしさらに注意すべきは，彼が，「内的な「直観」によって「確率」の「本質」が捕えられる」とする立場を退けて，だがしかし，「純粋な思考法則」の発露として「確率」を捕えるのでもなく，「一人」の「心」における「自己」の「行為」こそが「確率」の「本質」を指し示すと「見る」立場を取ることである。しかも，この「自己」の「行為」とは紛れもなく「行い」であり，日常我我が「行為」と見なす事柄と本質的に「異ならない」のである。サヴェジ氏の「行動論的な，behavioralistic」立場は，「「心における「自己」の振る舞いをあくまでも凝視して行く」という「行」を自身に課する」という様式において，実際「深い」のである。

なお筆者は，園（2001年12月b）の第6章第9節186頁において，「確率」の「本質」を「自己」の「行為」において発露する「智」とする場合のこの「智」を，（自身の「自己」に対する）尋常でない修練のはてに形成される「感性的な知」（あるいは「自律的な感性」）として捕える見方を提示しておいた。また，園（2001年9月）の末尾の段落では，「本来の確率」を，多様な道具を使いこなす「底知れぬ」技量を持つ「職人」が体得している「確率」として表現した。また，園（2001年12月a）の末尾の節では，冷徹な「客観」性を徹底的に追及して行く「その実験者」において形成される「感性的な知」に言及しておいた。さらに園（2002年6月）の第5節末尾の段落では，「「確率」に対する複数主義」への疑念の「根拠」として，有能な野球選手が「種種の」不確定性を「その」行為によって「見積る」際に「はたらく」であろう統合的な「機構」にも言及した。なおここで注意すべきなのは，このような達人の境地では，「確率」は「ポイントワイズに，pointwise」機能するということである。「その職人」が金属製の板の幅を自身の指で「測る」場合，彼は「その幅」が，目指すべき精度に合致しているのか，より狭いのか，それとも厚すぎるのかを，その「ずれ」の程度への見積りをも伴いつつ，驚嘆すべき鋭敏さで検出してしまうのである。この場合の「合致」とはまさに「合致」なのであり，「「無数の」可能な値から成る区間」の「指定」では「ない」のである。また「その野球選手」は，「その方向」に走り，「そのボール」を捕え，「その方向」に投げるのであり，この驚嘆すべき「「一連の」行為の統合」によって，自身の「役割」を見事に遂行するのである。彼は「「無数の」可能な方向から成る区間」を「選ぶ」わけではないのである。当然テクノロジーの進歩によって，「今日の」達人の「技」が（透徹した）数学的諸形式によって終に捕えられ，達人が指し示す「その一点」が「粗い」ものとなる日が（遠からず）到来することであろう。だがその際には，達人の「感性的な知」はさらに周密な（「この現実」における）「磨錬」を経て，新たなる「その一点」を指し示すこととなろう。少なくとも達人の境地においては，「可能な値から成る区間」によって象徴される（態度の）「ぐらつき」は「ない」のであり，正に「そのボールがそこで「止まる」」のである。

2002年5月20日(月)

参考文献

Anscombe, F. J., and R. J. Aumann, “A definition of subjective probability,” *Annals of Mathematical Statistics*, 34, 199-205, 1963.

Bernardo, José M., and Adrian F. M. Smith, *Bayesian Theory*, Wiley, New York, 1994.

Dedekind, Julius Wilhelm Richard. 1831.10.6-1916.2.12. *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1872, 及び *Was sind und was sollen die Zahlen?*, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1887. この古典的論文は各各単独に出版されたのだが，両者を一冊に合わせて英訳及び邦訳が出ている。英訳は，*Essays on the Theory of Numbers*, translated by Wooster Woodruff Beman, Dover, New York, 1963, であり，論文の表題は各各，I. Continuity and irrational numbers 及び II. The nature and meaning of numbers である。なおこの Dover 版は，1901年に The Open Court Publishing Company から出版されたものの完全な再版である。邦訳は，デーデキント著，河野伊三郎 訳，『数について―連続性と数の本質―』，岩波文庫33-924-1，岩波書店，東京，1961年11月16日，であり，論文の表題は各各，「第一篇 連続性と無理数」，及び「第二篇 数とは何か，何であるべきか」である。なおこの邦訳には，末尾の141頁から163頁にかけて，河野伊三郎氏による（「数」の歴史に関する）解説がある。所で，この「第二篇」§5六四定義において，今日の Dedekind 無限が「定義」されている。つまり，「集合は，その集合自身とは異なる（それ自身の）ある

部分集合の上へと一対一に写像される場合に，「無限である」と呼ばれ，この様な写像が存在しない場合には，つまり，その集合の中への一対一の写像が常にそれ自身の上への写像である場合には，「有限である」と呼ばれる」のである。この「無限」の「定義」は，「自然数系列」のような「外在的な」尺度の「存在」を前提とした上での「無限」の「定義」ではなく，「無限」を「集合」自身の「内在的な」性質として捕えるものであり，実際Dedekindは，このような「無限」集合の「存在」に基づいて，逆に，「自然数系列」の「存在」及び（数学的帰納法の成立及び関数の帰納的な定義の正当性を含む）その基本的な諸性質を導くのである。そこで彼は，§14一六〇定理，一六一説明で終に，「いかなる「有限な」集合に対してもその要素の「総数」を現す「自然数」が存在してしかも一意的に定まり，一方，「無限な」集合に対してはこのような「自然数」は存在しない」という結論に到達する。だが彼はその際，§14一五九定理の後半部分を本質的に利用するのであり，しかも彼はこの「後半部分」の証明の冒頭で，今日の「自然数系列を添数集合とする場合の選択公理」を当然のことのように利用するのである。

de Finetti, Bruno, “La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives,” *Annales de l'Institut Henri Poincaré,* 7, 1-68, 1937. Translated in Kyburg and Smokler (1964, 1980). この論文はHenry E. Kyburg, Jr., によって仏語から英語へと翻訳されたのだが，その標題は，*Foresights: Its Logical Laws, Its Subjecive Sources,* である。この英訳は，*Breakthroughs in Statistics, Volume I, Foundations and Basic Theory,* edited by Samuel Kotz and Norman L. Johnson, Springer, New York, 1992, にも，134頁から174頁にかけて収められており，その127頁から133頁にR. E. Barlowによる簡略な説明がある。

DeGroot, Morris Herman, *Optimal Statistical Decisions,* McGraw-Hill, New York, 1970.

Koopman, Bernard Osgood, “The axioms and algebra of intuitive probability,” *Annals of Mathematics,* Series 2, 41, 269-292, 1940a, “The bases of probability,” *Bulletin of the American Mathematical Society,* 46, 763-774, 1940b, “Intuitive probabilities and sequences,” *Annals of Mathematics,* Series 2, 42, 169-187, 1941. サヴェジ氏はこの論文に対して，「基礎論」第一版の文献表277頁で，These three papers present the personalistic view that Koopman holds along with an objectivistic one. と記している。なお，この内の1940bはKyburg and Smokler (1964, 1980) に収録されている。

Kyburg, Henry E., Jr., and Howard E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability,* Wiley, New York, 1964.

Kyburg, Henry E., Jr., and Howard E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability,* Krieger, New York, 1980. このKrieger版はWiley版とはかなり内容が相違するが，Ramsey (1926), de Finetti (1937) の英訳，及びKoopman (1940b) は引き続き収められている。

Pratt, John W., Howard Raiffa, and Robert Schlaifer, “The foundations of decision under uncertainty: An elementary exposition,” *Journal of the American Statistical Association,* 59, 353-375, 1964.

Pratt, John W., Howard Raiffa, and Robert Schlaifer, *Introduction to Statistical Decision Theory,* The MIT Press, Cambridge, MA, 1995.

Ramsey, Frank Plumpton. 1903.2.22-1930.1.19. “Truth and Probability” (1926), and “Further considerations” (1928), in *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays,* edited by R. B. Braithwaite, Routledge and Kegan Paul Ltd, London, 1931, Harcourt, Brace and Co., New York, 1931, The Humanities Press, New York, 1950. 1926年のこの古典的な論述はRamseyの生前には出版されなかったのだが，同年の末に書かれたものであり，その大部分はthe Moral Science Club at Cambridgeで読

まれたものである。一方1928年の論述は，同年の春に書かれた覚書を Braithwaite がまとめて補足したものである。この覚書の表題を順に上げると，A. Reasonable degree of belief, B. Statistics, C. Chance, である。また（今日では広く知られている）1926年の論述は，Kyburg and Smokler（1964, 1980）に収録されている。一方，Braithwaite が編集したこの論文集の再版が2000年に，*The International Library of Philosophy: 56 Volumes* 内の *Philosophy of Logic and Mathematics: 8 Volumes* 中の一冊として，Routledge, London, から出版されている。なお，*June and December,* 1930.と年月が記されている Braithwaite の4頁にわたる序文の前に，2頁にわたって *December* 1930.と年月が記されている George Edward Moore による前書がある。さらに，ここの末尾に掲示した『ラムジー哲学論集』も出ている。

園 信太郎，「サヴェジ氏の略伝」，『経済学研究』（北海道大学），第50巻第1号，164(164)-180(180)，2000年6月。

園 信太郎，「サヴェジ氏の未公表の後書について」，『経済学研究』(北海道大学)，第50巻第3号，32(384)-55(407)，2000年12月。

園 信太郎，「コインの投げ上げに関する未知固定の確率について」，『経済学研究』（北海道大学），第51巻第1号，37(37)-55(55)，2001年6月。

園 信太郎，「サヴェジ氏が指摘している個人的確率に関する幾つかの難点について」，『経済学研究』（北海道大学），第51巻第2号，51(197)-72(218)，2001年9月。

園 信太郎，「なぜサヴェジ氏は1954年に尤度原理に気づかなかったのか？」，『経済学研究』（北海道大学），第51巻第3号，127(399)-134(406)，2001年12月a。

園 信太郎，『サヴェジ基礎論覚書』，岩波出版サービスセンター，東京，2001年12月20日b。「基礎論」への要約，注釈，及び「読み」を提示している。また，上の園（2000年6月），（2001年6月）が各各第2及び第3章として収められている。

園 信太郎，「サヴェジ氏の帰納法に関する見解について」，『経済学研究』(北海道大学)，第52巻第1号，37(37)-83(83)，2002年6月。

ラムジー，F. P.，著，D. H. メラー 編，伊藤 邦武，橋本 康二 訳，『ラムジー哲学論集』，勁草書房，東京，1996年5月15日。この書物は，Ramsey, F. P., *Philosophical Papers,* edited by D. H. Mellor, Cambridge University Press, 1990, の全訳であり，Ramsey（1926, 1928）の訳が収められている。