



Title	異方性媒質を含む開放型共振器および導波系に関する研究
Author(s)	榎戸, 武揚
Citation	北海道大学. 博士(工学) 甲第733号
Issue Date	1971-03-25
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/32617
Type	theses (doctoral)
File Information	0733.pdf



[Instructions for use](#)

異方性媒質を含む開放型共振器
および導波系に関する研究

榎戸武揚

異方性媒質を含む開放型共振器および 導波系に関する研究

目次

第1章 序論	1
--------	---

第2章 線路表示法

§ 2.1 序言	11
----------	----

§ 2.2 異方性媒質中の筒座標径方向 線路表示	20
-----------------------------	----

§ 2.3 等方性媒質中での E-line および P-line	30
-------------------------------------	----

§ 2.4 回転座標系径方向線路表示	33
--------------------	----

§ 2.5 内面に誘電体が付着した 放射物筒導波管の伝搬定数	40
-----------------------------------	----

§ 2.6 結言	49
----------	----

第3章 無限長円筒状反射鏡よりなる ファブリ・ペロー共振器

§ 3.1 序言	52
----------	----

§ 3.2 入力アドミタンス停留表示 58

§ 3.3 入力アドミタンスの算出 77

§ 3.4 等価回路、理論と実験との比較 80

§ 3.5 結言 92

第4章 異方性媒質板をそう入りに ファブリ・ペロー共振器

§ 4.1 序言 94

§ 4.2 異方性媒質板を含む場合の
グリーン関数 97

§ 4.3 境界条件の導入 104

§ 4.4 入力アドミタンス 108

§ 4.5 共振特性 114

§ 4.6 結言 123

第5章 運動媒質を含むファブリ・ペロー 共振器

§ 5.1 序言 125

§ 5.2	運動媒質中での伝送方程式の 導出	129
-------	---------------------	-----

§ 5.3	入カアドミタンス(TM-type 波)	135
-------	---------------------	-----

§ 5.4	入カアドミタンス(TE-type 波)	143
-------	---------------------	-----

§ 5.5	反射係数、媒質の運動による 共振周波数のずれ	145
-------	---------------------------	-----

§ 5.6	結言	157
-------	----	-----

第 6 章 ファブリ・ペロー共振器による プラズマ定数の測定について

§ 6.1	序言	159
-------	----	-----

§ 6.2	プラズマの基礎理論	162
-------	-----------	-----

§ 6.3	プラズマをそう入しにファブリ ペロー共振器の入カアドミタン ス	171
-------	---------------------------------------	-----

§ 6.4	プラズマ定数の測定について	177
-------	---------------	-----

§ 6.5	結言	187
-------	----	-----

第7章 異方性媒質で満たされた 反射型ビームウェーブガイド

§ 7.1 序言 190

§ 7.2 インピーダンス・グリーン関数 193

§ 7.3 鏡面電流による電界 200

§ 7.4 積分方程式の解 204

I 共焦点 type の場合 204

II 非共焦点 type の場合 209

§ 7.5 結言 214

第8章 複素誘電率の測定法と 一実験例

§ 8.1 序言 216

§ 8.2 TM-type 波入力アドミタンス 223

§ 8.3 複素誘電率の測定法 227

§ 8.4 複素誘電率の測定実験
および考察 241

§ 8.5 結言 253

第9章 結論 255

謝 辭 260

付 録 261

参考文献 283

第1章 序論

周波数帯域幅が W に制限された通信路で、平均送信電力 S の信号が、それと独立な平均電力 N のランダム雑音によって妨害を受け、信号に雑音が線形に加え合わさるとき、この通信路の通信容量 C は $C = W \log[(S+N)/N]$ インポート/秒で表わされる。 S と N が与えられたとき C を大きくするには周波数帯域幅 W を広くとればよい。

そのためには必然的に周波数を高くする必要があり、また実用的な通信が低い周波数を用いて始められてきたため、現在の情報伝送の氾らん、送受系の小型化とくに放射系の小型化、指向性の鋭さなどと相まって使用周波数はセンチ波 → ミリ波 → サブミリ波 → レーザ波へと高い方へ高い方へと進みつつある。

このように周波数の増大にともなって、マイクロ波で従来用いられてきた完全密閉型の導波管や空洞共振器のほかにも前者とは異なって開放型である各種の表面波線路およびこれを用いた共振器、また各種のビーム伝送系および共振器(これらも開放型である)などが提案研究されてきた。⁽¹⁾

本論文は最後にあげた電磁波ビームを用いた共振器とくに弘で導波管と結合した共焦点型フアブリ・パロー共振器の特性(たとえば導波管側から見た入力アドミタンス)を電磁界の回路網的取り扱いによって相当な厳密さで求め、従来説明のできるか、その実験結果に初めて明確で定量的な説明を与えることに成功し、さらにこの共振器内に異方性媒質板(たとえば磁化プラズマ

シース、運動媒質、普通の異方性媒質)もそう
入った場合についても解析に成功し、ファブリ
ペロー共振器が開放型である特徴をいかにして、
これら異方性媒質定数をいかに速かつ正確に測定で
きる方法を初めて確立し、特別の場合について
実験的に確かめている。また連続反射型ビームウ
ェーブガイド内に異方性媒質が満たされている
とき、伝送損失を最小にするには反射板の構造
をいかにすべきかと理論的に求めている。この
結果はレーザー光のジグザグ進行波型変調器など
に応用することができる。

以上の結果はいずれも従来発表されているか
つた理論(および実験)であるが、以下第二章
から第八章にあたる内容を略述しておく。

電磁界問題解析の一つの有力な手段として回

路網的概念を導入して考察する方法がある。電
磁界に電界とそれに直角な磁界の比、あるいは
電圧と電流の比としてのインピーダンスの概念

の導入とその利用は Stratton や Schelkunoff により行

なされた。⁽²⁾⁽³⁾ このインピーダンスの概念の導入に

よって、電磁波の反射に関する多種多様な問題

を一つに統一して、おのおの問題を一つの一

般的な問題の特別な場合として取り扱うことが

できるようになった。境界値問題を完備直交系

をなす無限個の関数の重畳として解くことは数

学的には古くから知られていたが、1940年代に

J. Schwinger, N. Marcuvitz をはじめとする MIT の研

究者達により、この解法にインピーダンスの概

念を導入、徹底させた電磁界の回路網的取り扱い

の公式化がなされた。この公式化は一般的な形

で1951年発表された。⁽⁴⁾ 従来の公式化として伝搬軸を直角座標の z 軸とする Uniform Transmission Line, 円筒座標の ρ 軸とする Radial Transmission Line および球座標の r 軸にとる Spherical Transmission Line 表示が知られており、種種の解析に有力な手法となっている。この公式化はさらに異方性媒質中で源を含む場合について鈴木氏により拡張され広範な問題に應用されている。⁽⁵⁾

最近のマイクロ波、ミリ波技術の発展とともにその伝送手段も方形あるいは円筒導波管以外の形状のもの、たとえば、だ円筒、放物筒導波管、ビームウェーブガイド等が多く用いられるようになってきている。このだ円、あるいは放物筒座標で表わされた境界値問題を回路網的に取り扱うため第二章では新たにだ円筒座標およ

び放物筒座標の径方向を線路と考える表示法を

異方性媒質中で導いた⁽⁶⁾。この表示法を Elliptical

Transmission Line 表示、Parabolic Transmission Line 表示と

名付け、従来⁽⁶⁾の表示法も含めて一般的形式で公

式化できた。さらに等方性媒質中での伝送方程

式を示した⁽⁷⁾。

また周方向には変化がな⁽⁷⁾い界について、偏長

(偏平) 回転放物体座標、回転放物体座標の径

方向を線路と考える Prolate (Oblate) Spheroidal Transmi-

ssion Line, Paraboloidal Transmission Line 表示を導き⁽⁸⁾

その一応用例も示した⁽⁷⁾。

第三章では第二章で新たに求めた Elliptical Trans-

mission Line 表示を用いて導波管とスリットで結合

したファブリ・ペロー共振器の特性を解析した。

その結果従来説明できなかった実験結果を初め

て定量的に説明することができた。また理論の検証のため実験を行ない、両者が良く一致することを確かめた。⁽⁹⁾

第四章ではこの共振器に異方性誘電体板をその入射面について解析し、その入力アドミタンスを初めて求めた。この共振器が開放型で高Q値を得やすいという特徴をいかして、その異方性媒質定数の測定を迅速に行なうことが期待されるが、この章はそのための理論を与えるものである。

第五章では最近特に盛んに研究されている運動媒質を含む二媒質系の問題に関連して、共振器内を媒質が運動しているモデルを考え、TM-type, TE-type 両波について解析した。その結果より運動媒質を含む電磁界問題で大きな役割を

果たす運動速度を共振周波数から求める関係式

を導いた。本章ではその際重要である結合スリ

ット幅の変化による共振周波数のずれについて

も考察している。

第六章はプラズマ定数の測定に関するもので

ある。プラズマ定数の測定法については古くか

らプローブ法⁽¹⁰⁾、光を用いる干渉法⁽¹¹⁾などが知られ

ているが前者はプラズマに対するじょう乱の問題

題が、後者では高密度プラズマに対してしか用

いられないなどの問題点があり、マイクロ波によ

るプラズマ診断も行なわれている。その有力な

手法としてファブリ・ペロー共振器を用いること

が考えられており、この方法は従来の密閉型空

洞共振器では困難であった磁化プラズマの測定

に特に有効である。⁽¹²⁾⁽¹³⁾本章はプラズマ・シースをそ

→ 入射した場合を解析して、共振周波数のずれおよびQ値の変化から電子密度、サイクロトロン周波数、衝突周波数を求める式を示した。

第七章では連続反射型ビーム・ウェーブガイド内に異方性媒質が満たされているとき、その伝送損失を最小にする反射板の構造をいかにすべきかを理論的に解析し、構造を適切に選ぶことにより異方性による損失をほとんど打ち消すことが可能なことを示している。

第八章では第四章の解析結果から複素誘電率を測定するための関係式を導いている。すなわち比誘電率は試料の有無によらず共振周波数を一定とするための鏡面間隔の変化長から求め、 $\tan \delta$ をQ値の変化より求める算出式を示した。

最後にこの算出式に基づき、アクリル樹脂板で

実験を行ないその複素誘電率を測定した。

第2章 線路表示法

§ 2.1 序言

任意の境界条件を持ち、かつ任意の源分布を有する領域内の電磁界は Maxwell の界方程式をその領域に適した座標系において解くことにより求められる。従来界方程式を解くには、界方程式のままに解く方法、各種のポテンシャルを導入し、ポテンシャルについての波動方程式を解く方法などがあるが、厳密解を求め得るのはごく特別の場合で、源がある場合にはさらに困難となる。このような境界値問題の解法として、数学的には完備直交系をなす関数の無限個の重畳として求めるという方法が古くから知られているが、1942年から46年にかけて J. Schwinger を中心とする Radiation Laboratory of MIT の人々により、

この解法が電磁界と回路理論の関連、電磁界へのインピーダンスの概念の導入という観点からより徹底して研究された。⁽¹⁾

一般に電磁界は一つの簡単な関数で表わすことは不可能で無限個の関数の重畳、つまりモードの重畳で表わされ、おのおののモードに対応する電界、磁界成分は伝搬方向に垂直な断面内の座標にのみ依存する関数と、伝搬方向の座標にのみ依存する関数とに分解される。モードの横断面の関数(モード関数)はその与えられた領域に依存し、振幅因子は含まず、全断面で同一となる。したがってその振幅のみ求めてやればよく、その振幅の伝搬方向の変化は一次元の波動あるいは伝送方程式により求められる。それゆえ電磁界はその領域に適合した伝送線路上

の電圧、電流とモード関数によって完全に記述

される。いったんモードの横断面関数形(時間

および空間的な)が決まると電磁界問題は第一

にモード振幅の決定、第二に各モードの重畳に

よる界の計算という問題に変換される。このよ

うに適当なモード関数を選ぶことによって、ゲ

クトル電磁界問題をよく知られた回路問題に変

換することが可能となる。この回路理論の電圧

と電流の比としてのインピーダンスの概念を導入

することにより、領域内に不連続があるとき

の電界と磁界の二つの量の連続性をインピーダ

ンスという一つの量の連続性にすることができ

る。このインピーダンスは各領域について固有

な量であるから、ある領域について一度求めて

おけば、他の領域と接続した場合も、異なるイ

ンピーダンスを持つた伝送線路と集中定数回路の問題、すなわち回路問題として解析することが可能である。伝送線路の方向（伝搬方向）は任意に選ぶことが出来るが、従来まで次の三つの選ぶ方が知られている。

(1) 直角座標の z 軸 (x, y, z)

(2) 円筒座標の ρ 軸 (ρ, φ, z)

(3) 球座標の r 軸 (r, θ, φ)

そのように選んだ場合、それ等の線路はそれぞれ、

(1) Uniform Transmission Line (U-line)

(2) Radial Transmission Line (R-line)

(3) Spherical Transmission Line (S-line)

と呼ばれている。

領域は Uniform 領域と Nonuniform 領域とに大別する

こゝができる。Uniform領域とは伝搬方向に垂直な断面の形状、大きさが伝搬軸に沿って常に一定である領域であり、Nonuniform領域は断面の形状は同一であるが大きさが伝搬軸座標に依存して変化する領域である。上記線路では(1)がUniform領域、(2)(3)がNonuniform領域である。(1)および(2)の公式

は一般的な形で Marcuvitz により 1951 年に発表さ

(14)
れ、その後、源を含む場合の Homogeneous U-line につ

(15)
いて 1956 年発表され、R-line は 1957 年 Goldstone 等

(16)
により求められてゐる。さらに鈴木道雄氏等により

不均一 U-line や S-line および R-line の源を含む場合の

の拡張と種々の不連続問題の解析が行なわれて

(17)
ゐる。

従来よく使われる導波管はほとんど方形ある

いは円筒導波管のみであるが、最近のマイク

口波、ミリ波技術の発達、特に波長の短い領域

での技術の進歩により、波長に比べ十分大きな

サイズを持つ、開放型導波管、開放型共振器、

あるいは円筒導波管、放物筒導波管などもそ

れぞれの特徴ある性質のため使われるようになって

ってきている。この場合、電磁界を回路理論に

変換して解析するには、その境界に適した座標系

をとれば、円筒座標あるいは放物筒座標、さ

らに回転円筒、放物筒座標の径方向を線路と

考える伝送線路表示が必要となる。このため本

章では円筒、放物筒座標の径方向を伝搬方

向と考える線路表示法、

(4) Elliptical Transmission Line Representation (E-line)

(5) Parabolic Transmission Line Representation (P-line)

を異方媒質中で、新たに導き出⁽⁶⁾す。さらに、

それを等方性媒質に適用した結果を示した。(7)

次に周方向には変化がない界について偏長回転

円体座標、扁平回転体座標、回転放物体座標

の径方向を伝搬方向と考える

(6) Prolate Spheroidal Transmission Line Representation

(7) Oblate Spheroidal Transmission Line Representation

(8) Paraboloidal Transmission Line Representation

(8)

を導いた。

U-line 表示では普通 E_{modes} と H_{modes} (TM_{modes} と TE_{modes})

の区別が一般的であるが、これに加えて線路表

示を別なモードに對して求めることも可能であ

(16)

る。ここに E, H_{modes} はそれぞれ伝送線路方向の

磁界成分、電界成分のないうモードである。別な

モード系として可能であるのは伝送線路方向に

直角な面内にある方向に沿う電磁界成分の有無

により区別されるもので E-type modes, H-type modes (TM-type modes,

TE-type modes) と呼ばれる。ここで TM-type modes は磁界成分

のないモードであり、TE-type modes は電界成分のない

モードである。この TE-type, TM-type modes は界を TE, TM modes

で表わせば両方の modes が必要であるが TE-type, TM-type-

modes を用いるとどちらか一方だけで完全に解ける

ような問題に関連して便利である。

R-line 表示は、伝送方程式は径方向 r について考

え、モードは円筒の軸 z 方向の電磁界成分の有

無によって TE-type, TM-type 波と分類する。本章で述

べる E-line, P-line 表示も同様に径方向 r に沿って

伝送方程式を考え、筒軸 z 方向の電磁界成分の有

無にしたがって TE-type modes, TM-type modes を区別する。最後に

ここで求めた P-line 表示による、放物筒導波管の

の適用例を示した。

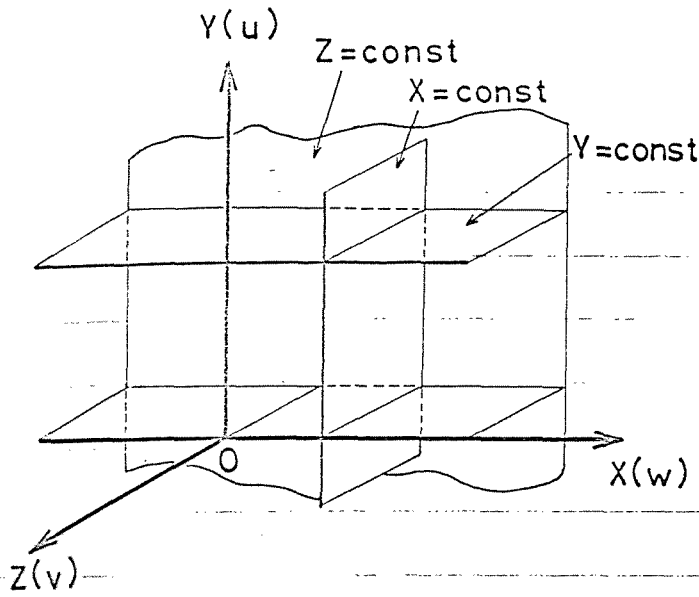


fig. 2-1 a

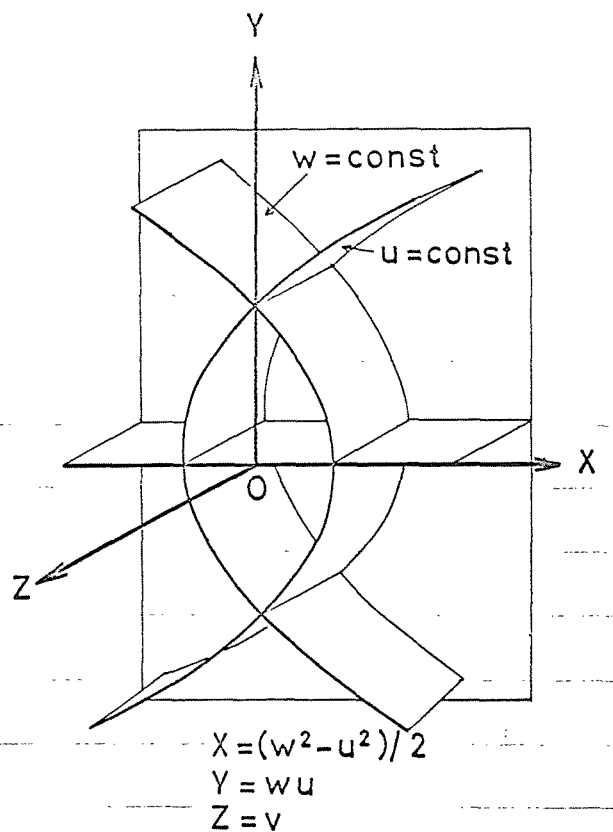


fig. 2-1 b

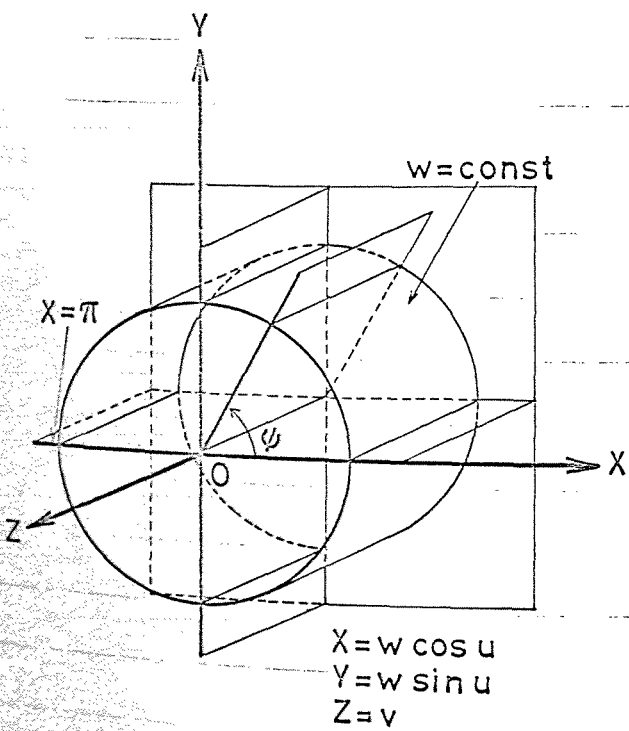


fig. 2-1 c

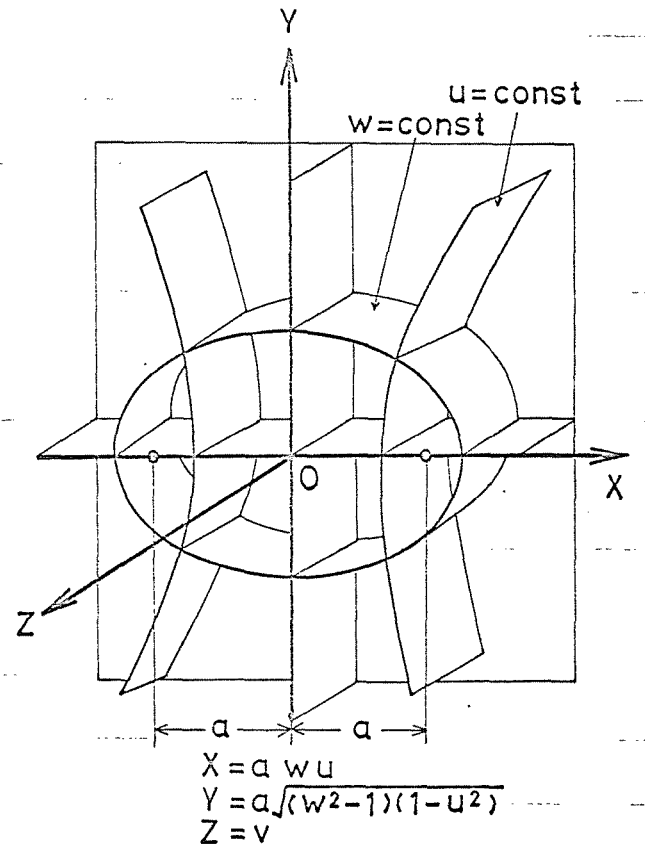


fig. 2-1 d

图2-1 各種筒座標

§ 2.2 異方性媒質中の筒座標径方向線路表示

本節は異方性媒質中での E-line, P-line 表示法を導くが、両者をまとめて取り扱うため直交曲線座標 (u, v, w) を用いる。このとき測度係数 h_1, h_2, h_3 が次の条件を満足するものと仮定する。

$$h_2 = 1$$

$$\frac{h_3}{h_1} = \frac{p(u)}{q(w)} \quad (2-1)$$

$$h_1 h_3 p(u) q(w) = P(u) + Q(w)$$

この条件は、円筒座標および放物筒座標さらに直角座標、円筒座標に適用すると表(2-1)となる。(18)

したがって、本節で求めた線路表示は従来個々に求められていた R-line, U-line を含めた一般的な形で求められている。(ただし、普通の意味での U-line ではなく、TE-type 波, TM-type 波)

	円筒座標	放物筒座標	円筒座標	直角座標
x	cuw	$\frac{1}{2}(w^2 - u^2)$	$w \cos u$	w
y	$c\sqrt{(w^2-1)(1-u^2)}$	wu	$w \sin u$	u
z	v	v	v	v
h_1	$c\sqrt{\frac{w^2-u^2}{1-u^2}}$	$\sqrt{u^2+w^2}$	w	1
h_2	1	1	1	1
h_3	$c\sqrt{\frac{w^2-u^2}{w^2-1}}$	$\sqrt{u^2+w^2}$	1	1
$p(u)$	$\sqrt{1-u^2}$	1	1	1
$g(w)$	$\sqrt{w^2-1}$	1	w	1
$P(u)$	$-c^2u^2$	u^2	0	0
$Q(w)$	c^2w^2	w^2	w^2	1

表2-1 座標 (u, v, w) で表わす各種筒座標
 測度係数とパラメータ $p(u), g(w)$
 $P(u), Q(w)$

異方性媒質の dyadic 誘電率、透磁率を $\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\mu}}$
 とすると

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{\mu}} = \begin{pmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

マクスウェルの界方程式は電流、磁流密度分布

を \underline{J} , \underline{M} , 時間因数を $e^{j\omega t}$ とし、MKS 合理化単位

系を採用すると^注

$$\nabla \times \underline{H} = \underline{J} + j\omega \underline{\underline{\epsilon}} \cdot \underline{E} \quad (2-3a)$$

$$\nabla \times \underline{E} = -\underline{M} - j\omega \underline{\underline{\mu}} \cdot \underline{H} \quad (2-3b)$$

となる。波の伝搬方向の座標を z , x, y, z 方向

の単位ベクトルをそれぞれ $\underline{n}_1, \underline{n}_2, \underline{n}_3$ で、また \underline{n}_3 と

直角なベクトルに添字 t をつけて表わすことに

する。 \underline{n}_3 と (2-3a), (2-3b) 式の内積をとって縦成分を

(z 方向成分) 横断面電磁界成分で表わすと

$$\underline{E}_z = \frac{1}{j\omega \epsilon_{33}} \left[\underline{n}_3 \cdot (\nabla \times \underline{H}_t) - j\omega \underline{n}_3 \cdot \underline{\underline{\epsilon}} \cdot \underline{E}_t - \underline{J}_z \right] \quad (2-4)$$

$$\underline{H}_z = \frac{1}{j\omega \mu_{33}} \left[-\underline{n}_3 \cdot (\nabla \times \underline{E}_t) - j\omega \underline{n}_3 \cdot \underline{\underline{\mu}} \cdot \underline{H}_t - \underline{M}_z \right]$$

注 以下ベクトル量は A の " とく表わし、 δ イ
 アディクを $\underline{1}$, \underline{B} のように表わす。また A の

u, v, w 成分をそれぞれ A_1, A_2, A_3 で表わす。

本論文では異方性媒質として、その媒質定数が管軸方向には変化がないものと考えている。したがって、 ϵ, μ の各成分は座標 v には無関係である。しかし座標 u あるいは w に関してはその一方または両方の関数であって良い。

今横断面電磁界の形を v 方向に β の位相定数を持つ

$$E_x(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_m V_m^l(\omega) f_m^l(u, \omega, \beta) e^{-j\beta v} d\beta \quad (2-5)$$

$$H_x(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_m I_m^l(\omega) g_m^l(u, \omega, \beta) e^{-j\beta v} d\beta$$

と仮定する。ここに $V_m^l(\omega), I_m^l(\omega)$ は ω 方向伝送線路

のモード電圧、電流振幅であり、 $l=1$ は磁界の

管軸 (v) 成分の無い TM-type modes に、 $l=2$ は電界の v 成

分の無い TE-type modes に対応している。また添字 m は

u 方向のモードの次数を意味し、 $f_m^l(u, \omega, \beta), g_m^l(u, \omega, \beta)$

はベクトルモード関数で横断面内で次のように

仮定する。

$$\underline{f}_m^1(u, \omega, \beta) = \frac{e^{j\beta z}}{\lambda^2 h_1} \frac{\partial^2}{\partial u \partial v} \left\{ \varphi_m^1(u) e^{-j\beta v} \right\} \underline{n}_1 + \varphi_m^1(u) \underline{n}_2$$

(2-6)

$$\underline{g}_m^1(u, \omega, \beta) = -\frac{1}{h_1 p(u)} \varphi_m^1(u) \underline{n}_1$$

$$\underline{f}_m^2(u, \omega, \beta) = \frac{1}{h_1 p(u)} \varphi_m^2(u) \underline{n}_1$$

(2-7)

$$\underline{g}_m^2(u, \omega, \beta) = \frac{e^{j\beta v}}{\lambda^2 h_1} \frac{\partial^2}{\partial u \partial v} \left\{ \varphi_m^2(u) e^{-j\beta v} \right\} \underline{n}_1 + \varphi_m^2(u) \underline{n}_2$$

$$\lambda^2 = \omega^2 \epsilon_{33} \mu_{33} - \beta^2$$

$\varphi_m^1(u)$, $\varphi_m^2(u)$ は TM-type, TE-type modes の スカラ -

モード関数で次の微分方程式

$$p(u) \frac{d}{du} \left\{ p(u) \frac{d\varphi_m^l(u)}{du} \right\} + \left\{ \lambda^2 p(u) + b_m \right\} \varphi_m^l(u) = 0 \quad (2-8)$$

の解であり、規格直交性 注(P25)

$$\int \underline{g}_m^{l'*}(u, \omega, \beta) \cdot \underline{n}_3 \times \underline{f}_m^l(u, \omega, \beta) h_1 du = \delta_{mm'} \delta_{ll'} \quad (2-9)$$

あるいは、

$$\int \varphi_m^l(u) \varphi_m^l(u) \frac{du}{p(u)} = \delta_{mm'} \delta_{ll'} \quad (2-10)$$

を満足するものとする。

(2-5) 式を (2-4) 式に代入すると、全電界、磁界の表示式は次のようになる。

$$E(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^2 \sum_m \left[V_m^l(\omega) f_m^l(u, \omega, \beta) e^{-j\beta v} \right.$$

$$\left. + \frac{I_m^l(\omega)}{j\omega \epsilon_{33}} \nabla_r \times (g_m^l(u, \omega, \beta) e^{-j\beta v}) \right.$$

$$\left. - \frac{V_m^l(\omega)}{\epsilon_{33}} n_3 (n_3 - \epsilon) f_m^l(u, \omega, \beta) e^{-j\beta v} \right] d\beta = \frac{n_3 J_3}{j\omega \epsilon_{33}} \quad (2-11a)$$

$$H(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^2 \sum_m \left[I_m^l(\omega) g_m^l(u, \omega, \beta) e^{-j\beta v} \right.$$

$$\left. - \frac{V_m^l(\omega)}{j\omega \mu_{33}} \nabla_r \times (f_m^l(u, \omega, \beta) e^{-j\beta v}) \right.$$

$$\left. - \frac{I_m^l(\omega)}{\mu_{33}} n_3 (n_3 - \mu) g_m^l(u, \omega, \beta) e^{-j\beta v} \right] d\beta = \frac{n_3 M_3}{j\omega \mu_{33}} \quad (2-11b)$$

注 * は $e^{-j\beta v}$ について Conjugate complex をとることを示す。

(2-11a), (2-11b)式を(2-3)式へ代入, 変形し, 逆変換

をと, 以後で $h_1 h_3 \underline{g}_m^{l'x}$, あるいは $h_1 h_3 \underline{f}_m^{l'x}$ をスカラ

一的に乗じて u 領域において積分すると, 伝

送方程式が得られる。(付録1参照)

$$\frac{\partial V_m^l(\omega)}{\partial \omega} = \sum_{l'=1}^2 \sum_{m'} [j a_{mm'}^{ll'} I_{m'}^{l'}(\omega) + b_{mm'}^{ll'} V_{m'}^{l'}(\omega)] + \psi_m^l$$

(2-12)

$$\frac{\partial I_m^l(\omega)}{\partial \omega} = \sum_{l'=1}^2 \sum_{m'} [j c_{mm'}^{ll'} V_{m'}^{l'}(\omega) + d_{mm'}^{ll'} I_{m'}^{l'}(\omega)] + i_m^l$$

各係数は

$$a_{mm'}^{ll'} = \omega \int_u \underline{g}_m^{lx}(u, \omega, \beta) \cdot \left[\underline{\mu} - \frac{\underline{\mu} \cdot \underline{n}_3 \underline{n}_3 \cdot \underline{\mu}}{\mu_{33}} \right] \cdot \underline{g}_{m'}^{l'x}(u, \omega, \beta) \cdot$$

$$\frac{e^{-j\beta u}}{\omega^2} \nabla_t \times \left\{ \frac{\nabla_t \times (\underline{g}_{m'}^{l'x}(u, \omega, \beta) e^{-j\beta u})}{\epsilon_{33}} \right\} h_1 h_3 du \quad (2-13a)$$

$$b_{mm'}^{ll'} = \int_u \underline{g}_m^{lx}(u, \omega, \beta) \cdot \left[\frac{\underline{\mu} \cdot \nabla_t \times (\underline{f}_{m'}^{l'x}(u, \omega, \beta) e^{-j\beta u})}{\mu_{33}} \right.$$

$$\left. + \nabla_t \times \left(\frac{\underline{n}_3 \cdot \underline{\epsilon} \cdot \underline{f}_{m'}^{l'x}(u, \omega, \beta) e^{-j\beta u}}{\epsilon_{33}} \underline{n}_3 \right) \right] h_1 h_3 e^{-j\beta u} du$$

(2-13b)

$$C_{mm'}^{ll'} = \omega \int_U \underline{f}_m^{lx}(u, \omega, \beta) \cdot \left[\underline{\underline{\epsilon}} - \frac{\underline{\underline{\epsilon}} \cdot \underline{n}_3 \underline{n}_3 \cdot \underline{\underline{\epsilon}}}{\epsilon_{33}} \right] \cdot \underline{f}_{m'}^{l'}(u, \omega, \beta)$$

$$\frac{e^{j\beta z}}{\omega^2} \nabla_x \times \left\{ \frac{\nabla_x \times \underline{f}_{m'}^{l'}(u, \omega, \beta)}{\mu_{33}} e^{-j\beta z} \right\} \Big|_{h_1 h_3} du \quad (2-13c)$$

$$C_{mm'}^{ll'} = \int_U \underline{f}_m^{lx}(u, \omega, \beta) \cdot \left[\frac{\underline{\underline{\epsilon}} \cdot \nabla_x \times (\underline{f}_{m'}^{l'}(u, \omega, \beta) e^{-j\beta z})}{\epsilon_{33}} \right.$$

$$\left. + \nabla_x \times \left(\frac{\underline{n}_3 \cdot \underline{\mu} \cdot \underline{f}_{m'}^{l'}(u, \omega, \beta)}{\mu_{33}} e^{-j\beta z} \underline{n}_3 \right) \Big|_{h_1 h_3} e^{j\beta z} du \quad (2-13d)$$

v_m^l , i_m^l は分布電圧源および電流源であって等価

横断面磁流、電流により次の積分で与えられる。

$$v_m^l(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint_{u'u'} \hat{M}_x \cdot \underline{g}_m^{lx}(u', \omega, \beta) e^{j\beta z'} h_1 h_3 du' d\omega'$$

(2-14)

$$i_m^l(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint_{u'u'} \hat{J}_x \cdot \underline{f}_m^{lx}(u', \omega, \beta) e^{j\beta z'} h_1 h_3 du' d\omega'$$

= = κ

$$\hat{M}_x = M_x - \frac{\underline{\mu} \cdot \underline{n}_3}{\mu_{33}} M_3 - \nabla_x \times \left(\frac{J_3}{j\omega \epsilon_{33}} \underline{n}_3 \right)$$

(2-15)

$$\hat{J}_x = J_x - \frac{\underline{\underline{\epsilon}} \cdot \underline{n}_3}{\epsilon_{33}} J_3 + \nabla_x \times \left(\frac{M_3}{j\omega \mu_{33}} \underline{n}_3 \right)$$

(2-12) 式から (2-15) 式までによって、異方性媒質
 中の伝送方程式が求められる。異方性媒質中
 の電磁界は回路理論を用いた次の手順で与えられ
 る。

(1) 取り扱う問題に適した筒座標の尺度係数から
 $\rho(u)$, $z(u)$, $P(u)$, $Q(u)$ を求め(表2-1)、それにより定ま
 る微分方程式(2-8)の解 $\varphi_m^l(u)$ を求める。

(2) 2 のスカラー関数 $\varphi_m^l(u)$ により、ベクトルモード
 関数が決まる。

(3) 媒質の dyadic誘電率、透磁率をその筒座標系で
 表わす。

(4) (2), (3) の結果を用いて伝送方程式の各係数 $a_{mm'}^{ll'}$,
 $b_{mm'}^{ll'}$, $c_{mm'}^{ll'}$, $d_{mm'}^{ll'}$ を計算する。

(5) 伝送方程式を解いて、源による電圧、電流を
 求める。

(b) (2-11a) 式, (2-11b) 式により求める電磁界が決定される。

また直角座標および筒座標に適用し、 ϵ 場合には

$\nabla \times \underline{D} \equiv 0$ であることを考慮すると (2-14) 式は異方性

媒質中での U-line, R-line と等価すてに求められて

いるものと一致する。⁽¹⁶⁾

§ 2.3 等方性媒質中での E-line および P-line

前節で求めた異方性媒質中での筒座標径方向伝送方程式を等方性媒質中の円筒座標および放物筒座標に適用して E-line および P-line 表示での簡単な伝送方程式の形を導き出す。等方性媒質

では (2-13b), (2-13d) 式より明らかのように $b_{mm'}^{ee'} \equiv 0$,

$d_{mm'}^{ee'} \equiv 0$ である。 $a_{mm'}^{ee'}$, $b_{mm'}^{ee'}$ は規格直交性により付録

2 のように求まり、結局伝送方程式は TM, TE-type

に対し

$$\frac{dV_m^e(\omega)}{d\omega} = j\kappa_m g_m^e I_m^e(\omega) + v_m^e$$

(2-16)

$$\frac{dI_m^e(\omega)}{d\omega} = j\kappa_m y_m^e V_m^e(\omega) + i_m^e$$

なる簡潔な形で与えられる。 $\kappa_m = \kappa$

$$\kappa_m = \frac{\sqrt{\lambda^2 Q(\omega) - b_m}}{g(\omega)}$$

(2-17)

$$Z_m^1 = \frac{1}{Y_m^1} = \frac{\lambda^2}{\omega \epsilon \kappa_m Z(\omega)} \quad (2-18)$$

$$Z_m^2 = \frac{1}{Y_m^2} = \frac{\omega \mu \kappa_m Z(\omega)}{\lambda^2} \quad (2-19)$$

である。この結果を円筒座標、放物筒座標に

適用すると等方性媒質中の E-line、P-line 表示が得ら

れる。また直角座標、円筒座標にも適用でき従

来の U-line、R-line 表示が得られる。各表示法の特徴

インピーダンス、ベクトルモード関数は表 2-2 の

ようになり、 $\varphi_m^e(u)$ の満足すべき微分方程式および

の伝送方程式は表 2-3 となる。

	E-line	P-line	R-line	U-line
κ_m	$\frac{\sqrt{c^2 \lambda^2 \omega^2 - b_m}}{\sqrt{\omega^2 - 1}}$	$\sqrt{\lambda^2 \omega^2 - b_m}$	$\frac{\sqrt{\lambda^2 \omega^2 - b_m}}{\omega}$	$\sqrt{\lambda^2 - b_m}$
Z_m^1	$\frac{\lambda^2}{\omega \epsilon \kappa_m \sqrt{\omega^2 - 1}}$	$\frac{\lambda^2}{\omega \epsilon \kappa_m}$	$\frac{\lambda^2}{\omega \epsilon \kappa_m \omega}$	$\frac{\lambda^2}{\omega \epsilon \kappa_m}$
Z_m^2	$\frac{\omega \mu \kappa_m \sqrt{\omega^2 - 1}}{\lambda^2}$	$\frac{\omega \mu \kappa_m}{\lambda^2}$	$\frac{\omega \mu \kappa_m \omega}{\lambda^2}$	$\frac{\omega \mu \kappa_m}{\lambda^2}$
f_m^1	$\frac{j\beta \sqrt{1-u^2}}{\lambda c \sqrt{\omega^2 - u^2}} \frac{\partial \varphi_m^1}{\partial u} \eta_1 + \varphi_m^1 \eta_2$	$\frac{j\beta}{\lambda^2 \sqrt{u^2 + \omega^2}} \frac{\partial \varphi_m^1}{\partial u} \eta_1 + \varphi_m^1 \eta_2$	$\frac{j\beta}{\lambda^2 \omega} \frac{\partial \varphi_m^1}{\partial u} \eta_1 + \varphi_m^1 \eta_2$	$\frac{j\beta}{\lambda^2} \frac{\partial \varphi_m^1}{\partial u} \eta_1 + \varphi_m^1 \eta_2$
g_m^1	$-\frac{1}{c \sqrt{\omega^2 - u^2}} \varphi_m^1 \eta_1$	$-\frac{1}{\sqrt{u^2 + \omega^2}} \varphi_m^1 \eta_1$	$-\frac{1}{\omega} \varphi_m^1 \eta_1$	$-\varphi_m^1 \eta_1$
f_m^2	$\frac{1}{c \sqrt{\omega^2 - u^2}} \varphi_m^2 \eta_1$	$\frac{1}{\sqrt{u^2 + \omega^2}} \varphi_m^2 \eta_1$	$\frac{1}{\omega} \varphi_m^2 \eta_1$	$\varphi_m^2 \eta_1$
g_m^2	$-\frac{j\beta \sqrt{1-u^2}}{\lambda c \sqrt{\omega^2 - u^2}} \frac{\partial \varphi_m^2}{\partial u} \eta_1 + \varphi_m^2 \eta_2$	$-\frac{j\beta}{\lambda^2 \sqrt{u^2 + \omega^2}} \frac{\partial \varphi_m^2}{\partial u} \eta_1 + \varphi_m^2 \eta_2$	$-\frac{j\beta}{\lambda^2 \omega} \frac{\partial \varphi_m^2}{\partial u} \eta_1 + \varphi_m^2 \eta_2$	$-\frac{j\beta}{\lambda^2} \frac{\partial \varphi_m^2}{\partial u} \eta_1 + \varphi_m^2 \eta_2$

表 2-2 各種線路表示

E-line	$\sqrt{1-u^2} \frac{d}{du} \left(\sqrt{1-u^2} \frac{d\varphi_m^l}{du} \right) + \{ b_m - (c\lambda\omega)^2 \} \varphi_m^l = 0$
P-line	$\frac{d^2 \varphi_m^l}{du^2} + (b_m + u^2) \varphi_m^l = 0$
R-line	$\frac{d^2 \varphi_m^l}{du^2} + b_m \varphi_m^l = 0$
U-line	$\frac{d^2 \varphi_m^l}{du^2} + b_m \varphi_m^l = 0$

表 2-3 スカラ関数の満足すべき微分方程式

§ 2.4 回転座標系径方向線路表示

前節では筒座標 (u, v, w) で(2-1)式を満たすものについて伝送方程式を導いた。レーザー光共振器あるいはビームウェーブガイド等では実際には三次元の球面あるいは回転楕円体鏡面が用いられることが多い。このような場合の電磁界を回路理論で解析するのに球座標での伝送線路表示はすでに定められているが、偏長、偏平回転楕円体座標系および回転放物面座標系での公式化は知られていない。この座標系ではベクトル波動方程式は一般に分離可能ではなく、等方性媒質中で界が回転方向に変化が無い場合にのみ分離可能である。それゆえ、回転方向に界が一樣である場合にのみ伝送線路表示が厳密に可能である。

以下において、球座標、偏長回転体座標、偏平回転体座標および回転放物面座標を総合的に取り扱うため、直交曲線座標 u, v, w を導入する。このとき測度係数 h_1, h_2, h_3 の間には次の分離条件があるものとする。

$$\frac{\sqrt{g}}{h_i^2} = M_i f_1(u) f_2(v) f_3(w) \quad (2-20)$$

ここで

$$\sqrt{g} = h_1 h_2 h_3$$

f_1, f_2, f_3 はそれぞれ $u_1 = u, u_2 = v, u_3 = w$ のみの関数、

M_1, M_2, M_3 はそれぞれ u, v, w を含まない関数である。

たとえば M_1 は u を含まない関数で、 u_2, u_3 は

含んでも良い。

さらに公式化のため

$$M_i f_1^2 f_2^2 f_3^2 = F_1(u) + F_3(w) \quad (2-21)$$

のように u , w のみの関数に分離できるものと仮定する。

前述したように公式化は電磁界が周方向のみ変化がない、すなわち $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$ の場合のみ可能である。このとき界方程式 (2-30), (2-3b) 式より縦成分を消去すると ($k^2 = \omega^2 \epsilon \mu$)

$$\nabla_{\phi} \times \underline{E}_t = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \left[-k^2 \underline{H}_t + \nabla_t \times \nabla_t \times \underline{H}_t \right] - \hat{M}_t$$

(2-22)

$$\nabla_{\phi} \times \underline{H}_t = \frac{1}{j\omega\mu} \left[-k^2 \underline{E}_t + \nabla_t \times \nabla_t \times \underline{E}_t \right] + \hat{J}_t$$

ここに \hat{M}_t , \hat{J}_t は次式で与えられる。

$$\hat{M}_t = \underline{M}_t - \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[\nabla_t \times \underline{J}_3 \underline{n}_3 \right]$$

(2-23)

$$\hat{J}_t = \underline{J}_t + \frac{1}{j\omega\mu} \left[\nabla_t \times \underline{M}_3 \underline{n}_3 \right]$$

ここで横電磁界を次のように仮定する。

$$\underline{E}_t = \sum_{\ell=1}^{\infty} \sum_m V_m^{\ell}(\omega) \underline{f}_m^{\ell}(u, w)$$

(2-24)

$$H_z = \sum_{l=1}^2 \sum_m I_m^l(\omega) \underline{g}_m^l(u, \omega) \quad (2-24)$$

さらに、 \vec{H} のモード関数を

$$\underline{f}_m^1 = \frac{1}{h_2 f_2} \varphi_m^1(u) \underline{n}_2$$

$$\underline{g}_m^1 = -\frac{1}{h_1 f_1} \varphi_m^1(u) \underline{n}_1$$

(2-25)

$$\underline{f}_m^2 = \frac{1}{h_1 f_1} \varphi_m^2(u) \underline{n}_1$$

$$\underline{g}_m^2 = \frac{1}{h_2 f_2} \varphi_m^2(u) \underline{n}_2$$

と置く。ここに添字 1, 2 はそれぞれ TM-type modes,

TE-type modes を表わし、同方向 (\vec{v}) の磁界成分、電界

成分の有無により区別している。スカラー関数

$\varphi_m^l(u)$ は微分方程式

$$\frac{d}{du} \left\{ p(u) \frac{d\varphi_m^l}{du} \right\} + \left\{ q(u) + b_m r(u) \right\} \varphi_m^l(u) = 0 \quad (2-26)$$

の解で与えられるもので規格直交条件

$$\int_{\omega} \eta_3 \times \underline{f}_m^l \cdot \underline{g}_m^{l'*} h_1 h_2 \underline{f}_2 d\omega = \int_{\omega} \frac{\varphi_m^l \varphi_m^{l'*}}{f_1} d\omega = \delta_{mm'} \delta_{ll'}$$

(2-27)

を満足する。たゞし

$$p(\omega) = \frac{1}{M_3 f_1(\omega)}, \quad z(\omega) = \frac{1}{k^2} \frac{F_1(\omega)}{f_1(\omega)}, \quad r(\omega) = \frac{1}{f_1(\omega)}$$

(2-28)

である。

(2-24)式を(2-22)式に代入し、両辺に $\sqrt{g} f_2 g_m^{l'*}$ を
 乗じ、 ω 領域で積分し、(2-26)式、

(2-27)式を用いると伝送方程式は付録3に5)次

の5)次に求められる。(8)

$$\frac{\partial V_m^l(\omega)}{\partial \omega} = j k_m z_m^l I_m^l(\omega) + \omega_m^l$$

(2-29)

$$\frac{\partial I_m^l(\omega)}{\partial \omega} = j k_m y_m^l V_m^l(\omega) + i_m^l$$

$= = k$

$$k_m = \sqrt{M_1 \{ k^2 F_3(\omega) - b_m \}}$$

(2-30)

$$z_m^1 = \frac{1}{y_m^1} = \frac{e^2 M_1 f_2^2 f_3}{\omega \epsilon \kappa_m}$$

(2-30)

$$z_m^2 = \frac{1}{y_m^2} = \frac{\omega \mu \kappa_m}{e^2 M_1 f_2^2 f_3}$$

$$v_m^l = \int_u^{\hat{M}_\tau} \hat{M}_\tau \cdot \underline{g}_m^l(u, \omega) \sqrt{g} f_2 du$$

(2-31)

$$i_m^l = \int_u^{\hat{J}_\tau} \hat{J}_\tau \cdot \underline{f}_m^l(u, \omega) \sqrt{g} f_2 du$$

= の結果を球座標、偏長回転円筒座標、扁平

回転円筒座標および回転放物面座標に適用す

ると次のようになる。

(i) Spherical Coordinates

$x = w \sin u \cos v$	$y = w \sin u \sin v$	$z = w \cos u$
$0 \leq u < \pi$	$0 \leq v < 2\pi$	$0 \leq w < \infty$
$h_1 = w$	$h_2 = w \sin u$	$h_3 = 1$
$f_1 = \sin u$	$f_2 = 1$	$f_3 = w^2$
$M_1 = 1/w^2$	$M_2 = 1/w^2 \sin^2 u$	$M_3 = 1$
$F_1 = 0$		$F_3 = w^2$
$\kappa_m = \sqrt{e^2 - b_m/w^2}$	$z_m^1 = e^2 / \omega \epsilon \kappa_m$	$z_m^2 = \omega \mu \kappa_m / e^2$

(ii) Prolate Spheroidal Coordinates (Oblate)

$x = a\sqrt{(\omega^2 \mp 1)(1-u^2)} \cos v$	$y = a\sqrt{(\omega^2 \mp 1)(1-u^2)} \sin v$	$z = a\omega u$
$-1 \leq u \leq 1$	$0 \leq v \leq 2\pi$	$\frac{1}{\omega} \leq \omega < \infty$
$h_1 = a\sqrt{\frac{\omega^2 \mp u^2}{1-u^2}}$	$h_2 = a\sqrt{(\omega^2 \mp 1)(1-u^2)}$	$h_3 = a\sqrt{\frac{\omega^2 \mp u^2}{\omega^2 - 1}}$
$f_1 = 1 - u^2$	$f_2 = 1$	$f_3 = \omega^2 \mp 1$
$M_1 = \frac{a}{\omega^2 \mp 1}$	$M_2 = \frac{a(\omega^2 \mp u^2)}{[(\omega^2 \mp 1)(1-u^2)]^2}$	$M_3 = \frac{a}{1-u^2}$
$F_1 = -a u^2$		$F_3 = a\omega^2$
$k_m = \sqrt{\frac{k^2 a^2 \omega^2 - a b_m}{\omega^2 \mp 1}}$	$z'_m = \frac{a k^2}{\omega \epsilon k_m}$	$z''_m = \frac{\omega \mu k_m}{a k^2}$

* Prolate に対しては複号の上を、Oblate に対しては複号の下を用いる。

(iii) Paraboloidal Coordinates

$x = \omega u \cos v$	$y = \omega u \sin v$	$z = \frac{1}{2}(\omega^2 - u^2)$
$-\infty \leq u < \infty$	$0 \leq v < 2\pi$	$0 \leq \omega < \infty$
$h_1 = \sqrt{\omega^2 + u^2}$	$h_2 = \omega u$	$h_3 = \sqrt{\omega^2 + u^2}$
$f_1 = u$	$f_2 = 1$	$f_3 = \omega$
$M_1 = 1$	$M_2 = \frac{\omega^2 + u^2}{\omega^2 - u^2}$	$M_3 = 1$
$F_1 = u^2$		$F_3 = \omega^2$
$k_m = \sqrt{k^2 \omega^2 - b_m}$	$z'_m = \frac{\omega k^2}{\omega \epsilon k_m}$	$z''_m = \frac{\omega \mu k_m}{\omega k^2}$

§ 2.5 内面に誘電体が付着した放物筒導波管の

伝搬定数

前節までに示した一般的な表示法をいかに実際の問題に用いるかを説明するため、P-line表示の簡単な一応用例として放物筒導波管の内面に一様に誘電体が付着したときの伝搬定数を求める。導波管が開発されて20余年が経過し、現在ではほとんど方形および円形導波管のみに限定されたと観があるが、しかし、使用周波数の高域化により、工作の容易さ、施設の簡易さを含めてさまざまな導波管の検討がなされて来ている。この放物筒形導波管もその一つで横断面が二つの対称な共焦点放物線で形づくられ、Goubauの提案によるビーム導波管と普通の導波管との特性を兼備した導波管である。⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾ 実際には使用波長⁽²¹⁾

に比べて十分大きな寸法に選ぶと二つの稜線部
 は必ずしも閉じる必要はなく、開放形ビームウ
 エーブガイドに近いものとなる。

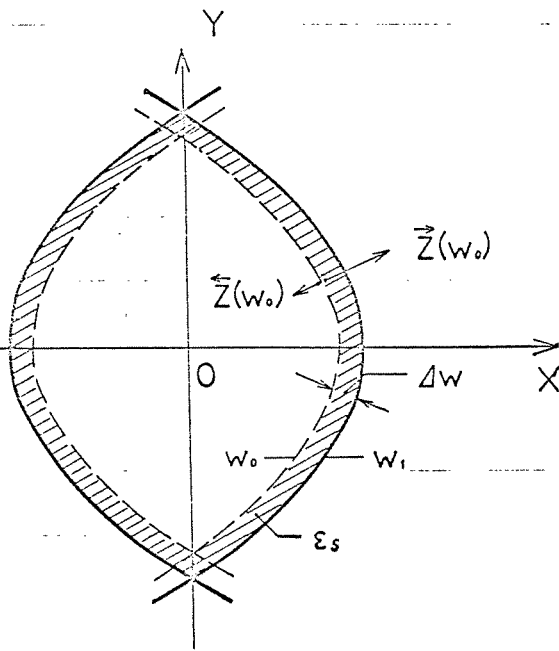


図 2-2

放物筒導波管
 内面に一様な誘電体が付着
 1 の場合

導波管管壁断面が二つの共焦点放物線群 (u, w)

$$x = \frac{1}{2}(w^2 - u^2)$$

(2-32)

$$y = wu$$

のうち $u^2 = u_1^2$ 、 $w^2 = w_1^2$ ($u_1^2 = w_1^2$) で表わされる二つの

対称な共焦点放物線と一致する放物筒形導波管

を考え、その内面に一樣に、すなわち $\omega^2 = \omega_0^2$ 、

$u^2 = u_0^2$ ($\omega_0^2 = u_0^2$) の放物線と管壁の間に、比誘電率

ϵ_s の誘電体が付着している場合の伝搬定数を求めて

みる。図2-2で、 ω, u の変域としては $0 \leq \omega < +\infty$ 、

$-\infty < u < +\infty$ を用いる。等方性媒質中での伝送方

程式(2-16)で $k'_m = v'_m = 0$ と置き、P-line の k_m , β'_m を用

いると TM-type 波 ($l=1, H_z=0$) に対し添字 1 は省略して

次式となる。

$$\frac{\partial V_m(\omega)}{\partial \omega} = j \frac{\lambda^2}{\omega \epsilon} I_m(\omega)$$

(2-33)

$$\frac{\partial I_m(\omega)}{\partial \omega} = j \frac{\omega \epsilon}{\lambda^2} (\lambda^2 \omega^2 - b_m) V_m(\omega)$$

両式より、

$$\frac{\partial^2 V_m(\omega)}{\partial \omega^2} = (\lambda^2 \omega^2 - b_m) V_m(\omega) \quad (2-34)$$

但し、 $0 \leq \omega \leq \omega_0$ 領域に対しては $\epsilon = \epsilon_0$ を用い、

$\omega_0 \leq \omega \leq \omega_1$ 領域に対しては $\epsilon = \epsilon_s \epsilon_0$ を用いる。

導波管内でy軸に関して対称な界を取り扱うもの

とすれば $b_m = 0$ と考えられるから ^(2D)

$$\frac{\partial^2 V(\omega)}{\partial \omega^2} + \lambda^2 \omega^2 V(\omega) = 0 \quad (2-35)$$

となる。今、 $t = \frac{\lambda}{2} \omega^2$ において変数変換すれば、

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \frac{1}{\lambda t} \frac{\partial V}{\partial t} + V = 0$$

更に $V = t^{\frac{1}{4}} U$ とおけば

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{1}{t} \frac{\partial U}{\partial t} + \left\{ 1 - \frac{(\frac{1}{4})^2}{t^2} \right\} U = 0 \quad (2-36)$$

これは $\nu = \frac{1}{4}$ の Bessel の方程式であるから、独立解

として次の二つを採用する。

$$U^o = J_{\frac{1}{4}}(t), \quad U^e = J_{-\frac{1}{4}}(t) \quad (2-37)$$

ゆえに

$$V^o = \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \omega^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{4}}\left(\frac{\lambda}{2} \omega^2\right)$$

$$V^e = \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \omega^{\frac{1}{2}} J_{-\frac{1}{4}}\left(\frac{\lambda}{2} \omega^2\right)$$

(2-38)

となる。二に添字 o, e は ω について odd 関数

even 関数となることを示している。(2-32)式より

モード電流はそれぞれ

$$I^o = j \frac{\omega \epsilon}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \omega^{\frac{3}{2}} J_{-\frac{3}{4}}\left(\frac{\lambda}{2} \omega^2\right)$$

$$I^e = -j \frac{\omega \epsilon}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \omega^{\frac{3}{2}} J_{\frac{3}{4}}\left(\frac{\lambda}{2} \omega^2\right) \quad (2-39)$$

で表わされる。点 $\omega = \omega_0$ で内方を見たいインピー

ダンスを $\overleftarrow{Z}(\omega_0)$ で表わせば

$$\overleftarrow{Z}(\omega_0) = -\frac{V(\omega_0)}{I(\omega_0)} = \begin{cases} j \frac{\lambda}{\omega \epsilon_0 \omega_0} \frac{J_{\frac{1}{4}}\left(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2\right)}{J_{-\frac{3}{4}}\left(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2\right)} & ; \text{ odd mode} \\ -j \frac{\lambda}{\omega \epsilon_0 \omega_0} \frac{J_{-\frac{1}{4}}\left(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2\right)}{J_{\frac{3}{4}}\left(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2\right)} & ; \text{ even mode} \end{cases}$$

(2-40)

誘電体内部での電圧、電流 $V'(\omega)$, $I'(\omega)$ は 注 P.48

$$V'(\omega) = A \left(\frac{\lambda'}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \omega^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{4}}\left(\frac{\lambda'}{2} \omega^2\right) + B \left(\frac{\lambda'}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \omega^{\frac{1}{2}} J_{-\frac{1}{4}}\left(\frac{\lambda'}{2} \omega^2\right)$$

$$I'(\omega) = j \frac{\omega \epsilon \epsilon_0}{\lambda'} \left\{ A \left(\frac{\lambda'}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \omega^{\frac{3}{2}} J_{\frac{3}{4}}\left(\frac{\lambda'}{2} \omega^2\right) - B \left(\frac{\lambda'}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \omega^{\frac{3}{2}} J_{\frac{1}{4}}\left(\frac{\lambda'}{2} \omega^2\right) \right\}$$

(2-41)

で与えられ、 ω で外方を見込インピーダンス

$\vec{Z}'(\omega)$ は

$$\vec{Z}'(\omega) = j \frac{\lambda}{\omega \epsilon_s \epsilon_0} \frac{\omega^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega^2) + c \omega^{\frac{1}{2}} J_{-\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega^2)}{-\omega^{\frac{3}{2}} J_{-\frac{3}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega^2) + c \omega^{\frac{3}{2}} J_{\frac{3}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega^2)} \quad (2-42)$$

となるから壁面が完全導体でできているものと

すれば、 $\omega = \omega_1$ で外方向を見込インピーダンスは

零となり、未知定数 c は

$$c = \frac{\omega_1^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_1^2)}{\omega_1^{\frac{3}{2}} J_{-\frac{3}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_1^2)} \quad (2-43)$$

$=$ $\kappa \lambda^2 = k^2 \epsilon_s - \beta^2$, $\lambda^2 = k^2 - \beta^2$, $k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ である。

$\omega_1^2 = (\omega_0 + \Delta\omega)^2 \simeq \omega_0^2 + 2\Delta\omega\omega_0$ と近似できるほど誘電体の

厚さが薄いものとして、(2-43)式の分母、分子を

Taylor 展開し、 $\Delta\omega^2$ 以上の項を省略すると c の近似

値

$$c = \frac{J_{\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2) + J_{-\frac{3}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2)}{-J_{\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2) + J_{\frac{3}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2)}$$

が計算される。

(2-44)式を(2-42)式に代入すると、 $\omega = \omega_0$ で外方を見
たインピーダンスが次式のように求められる。

$$\vec{Z}'(\omega_0) = j \frac{\lambda^2}{\omega \epsilon_s \epsilon_0} \Delta \omega \quad (2-45)$$

(2-40)および(2-45)式により $\omega = \omega_0$ で外方、内方を見
たインピーダンスが求められたから、横共振式

$$\vec{Z}(\omega_0) + \vec{Z}'(\omega_0) = 0 \quad (2-46)$$

に代入すると次の決定方程式が得られる。

(j) Odd Mode の場合

$$j \frac{\lambda}{\omega \epsilon_s \omega_0} \frac{J_{\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2)}{J_{-\frac{3}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2)} + j \frac{\lambda^2}{\omega \epsilon_s \epsilon_0} \Delta \omega = 0 \quad (2-47)$$

ゆえに

$$J_{\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2) = - \frac{\lambda^2 \omega_0}{\epsilon_s \lambda} J_{-\frac{3}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2) \Delta \omega \quad (2-48)$$

いま $J_{\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2} \omega_0^2) = 0$ の第 m 番目の根を λ_m とする。こ

のとき β_m は $\lambda_m = \sqrt{k^2 - \beta_m^2}$ から求められる。今、誘

電体が付着したため位相定数が β_m から $\beta_1 = \beta_m + \Delta \beta_m$ に

変化 | たもの と考える。このとき $\Delta\beta_m$ が小さい事

を考慮すれば

$$\lambda_1 = \sqrt{k^2 - \beta_1^2} \simeq \lambda_m - \frac{\beta_m}{\lambda_m} \Delta\beta_m$$

これに $J_{\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2}\omega_0)$ を Taylor 展開し、 $\Delta\beta_m^2$ 以上の項を

省略し、(2-48) 式に代入すれば

$$\Delta\beta_m = \frac{2\lambda'_m \Delta\omega}{\beta_m \omega_0 \epsilon_0} \quad (2-49)$$

と位相定数の変化分が求められる。ここに λ'_m は

$$\lambda'_m = \sqrt{k^2 - \beta_m^2} \text{ に } J_{\frac{1}{4}} \text{ と与えられる。}$$

(ii) Even Mode の場合

この場合にも横共振式より位相定数の決定方

程式が次のように求まる。

$$J_{-\frac{1}{4}}(\frac{\lambda}{2}\omega_0) = \frac{\chi^2}{\epsilon_s \lambda} \omega_0 J_{\frac{3}{4}}(\frac{\lambda}{2}\omega_0^2) \Delta\omega \quad (2-50)$$

(2-50) に $J_{\frac{3}{4}}(\frac{\lambda}{2}\omega_0^2)$ を与えれば位相定数の変化分 $\Delta\beta_m$ を求めると odd mode

の場合と全く同様の (2-49) 式で与えられる。ただし

この場合 β_m は $J_{-\frac{1}{2}}(\frac{1}{2}\omega_0^2) = 0$ の第 m 番目の根から計算される。

注 誘電体内部の諸量には ' をつけて表示する。

§ 2.6 結言

電磁界を回路網的に取り扱うには、まずモード電圧、モード電流に関する伝送方程式を導く必要がある。この種の伝送方程式は U -line、 R -line および S -line の場合について、主としてブルックリン工科大学の電子物理グループによって求められた。

本章では上記の取り扱いをさらに源があり、かつ媒質が異方性の場合に拡張し、これら line の他に E -line および P -line 表示を新たに導出することに成功した。

また、源はあるが媒質は等方であつ界が回転方向に一樣な回転座標系径方向線路表示の導出にも成功している。このような回路網的取り扱いの特徴については今までに述べたことでの

で、この結言ではこれを取り扱って注意すべき
一つの点を述べておく。

U-line 表示ではバクトルモード関数が媒質定数
を含まず、従って方形導波管内に横断面寸法の
一辺に等しい誘電体スラブをそう入した場合の
伝搬定数は、スラブ境界面でスラブ内方および
外方を見れば同一モードのインピーダンスまたは
アドミタンスをこの方向の伝送方程式から求
めて、いわゆる横共振法によって伝搬定数が完
全に求められる。

しかし、E-line や P-line ではバクトルモード関数
の中に媒質定数と横断面座標が積の形で入って
くるので、媒質境界面で面の両側領域における
バクトルモード関数の間に一般には直交性がな
く、従って §2.5 で述べた放射物筒形導波管の場合

も厳密にいえば、一つのモード間で横共振法を

適用して伝搬定数を求めることはできない。(但

し、§2.5の場合のように誘電体が薄いか、誘電

率が外部とあまり変りないときは上記の方法に

よる誤差は二次の無限小となるから無視できる。)

このような場合の厳密な計算例は、後の機会

にゆずることとする。

第3章 無限長円筒状反射鏡よりの ファブリ・ペロー共振器

§ 3.1 序言

ファブリ・ペロー干渉計は1897年、FabryとPerotにより考察された干渉計で、二枚の平面ガラスを互いに平行におき、ガラス板の内側を、光線の一部を反射させ、残りを透過させるように作ったもので高い分解能を有している。Schawlow, TownesあるいはProkhorov, Dicke等は二枚の平面反射鏡を対向させたファブリ・ペロー干渉計をレーザ用のQの高い共振器として提案している。

ファブリ・ペロー共振器の詳細な研究はFoxとLiにより Huygensの原理を用いて Self-reproducing Field Distribution を表わす積分方程式が導かれ、その数値的解析が行なわれた。(22) ファブリ・ペロー共振器

のような開放型共振器の損失は鏡の周辺からの
 回折損失と反射面での透過あるいは熱損失、散
 乱による反射損失とがあり、回折損失について
 は平板反射鏡よりも曲率を有する球面鏡の方が
 はるかに小さいことが P. Connes により示されて
 いる。この任意の曲率を持つ球面ファブリ・ペロ
 ー共振器に関する解析は Boyd と Gordon ⁽²³⁾ あるいは
 Boyd と Kogelnik ⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾ により行なわれ、モードの回折
 損失が著しく減少することが示されている。特
 に両鏡面の焦点が同一の点となるような、共焦
 点 (confocal) ファブリ・ペロー共振器の場合には續
 分方程式の解析解が求められている。同様な解
 析が主としてモード選択の立場から W. A. Specht, ⁽²⁶⁾
⁽²⁷⁾⁽²⁸⁾ Li 等により、詳しく論じられている。

ミリ波、マイクロ波領域ではより短い波長へ

と技術が発展しているが、それにつれて波長程度
 の大きさを持つ導波管、共振器では小さくなる
 りすぎ、製作精度や取り扱いの面で困難となっ
 て来ている。このため波長に比べ十分大きな形
 状を持つ開放型導波管、あるいは開放型共振
 器が提案され、光波におけると同様フアブリ・パ
 ロー共振器をマイクロ波、ミリ波で、波長そのほ
 かの測定に利用することも検討されている。⁽²⁹⁾こ
 の波長においては外部への結合は鏡面全面であ
 る必要はなく、グレーティングあるいは孔によ
 り結合することができるといえる。

導波管と孔で結合したフアブリ・パロー共振器
 の導波管側から見るとVSWR-周波数特性は結合孔
 が大きくなると普通の空洞共振器の場合とは著
 しく異った周波数特性を示すという興味ある実

験結果が報告されている。⁽³⁰⁾⁽³¹⁾ すなわち結合孔の小

さる場合は普通の空洞共振器と同じく共振点で

VSWRが小さくなるが、孔が大きくなると反対に

共振点で VSWR が大きくなるという事で、二

の実験結果に対する定性的な説明も試みられて

いる。⁽³⁰⁾⁽³¹⁾⁽³²⁾ しかし現在までの所、この現象の定量的

説明は行なわれていない。

一方マイクロ波帯でのファブリ・ペロー共振器

の励振についての理論的取り扱いも、二、三報

告されているが、⁽³³⁾⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾ 導波管と孔で結合したファブ

リ・ペロー共振器の入力アドミタンスも共振器

の回折損失および抵抗損失を十分考慮して計算

したものはまだ発表されておらず、しかも前述

の現象はこれらの損失を考慮しなれば説明で

きない。

本章では図3-1に示すような無限長円筒状反射鏡からなる共焦点ファブリ・ペロー共振器と平行平板導波管を無限長スリットで結合した場合の入力アドミタンスを、前章で求めたE-line表示法により回路理論的に解析し、共振器の回折損失および抵抗損失を十分考慮して求め、前述の実験結果を明確に説明することができた。⁽³⁶⁾

図3-1のような二次元的問題(界は z に無関係)を選んだ理由は、もしも共振器が軸方向(z)に有限で、これを普通の方形導波管で励振した場合に、共振器内の界は軸方向に関してフーリエ積分となり、この積分を計算すると共振器の固有モードのほか、branch cutにその積分からの寄与があらわれ、問題がいたずらに複雑になるのを避けるためである。

近似的に二次元条件を満足するような共振器

でいくつかの結合スリット幅について実験を行

い理論の検証を行、た。

§ 3.2 入力アドミタンス停留表示の導出

二枚の対向する無限長共焦点だ円筒状反射鏡よりなるファブリ・ペロー共振器で、その一鏡面に無限長スリットを設けて平行平板導波管と結合した構造を考える。本章では励振はTM-type波($H_z=0$)とする。これはTE-type波ではスリットを著しく狭くする必要があるのである。

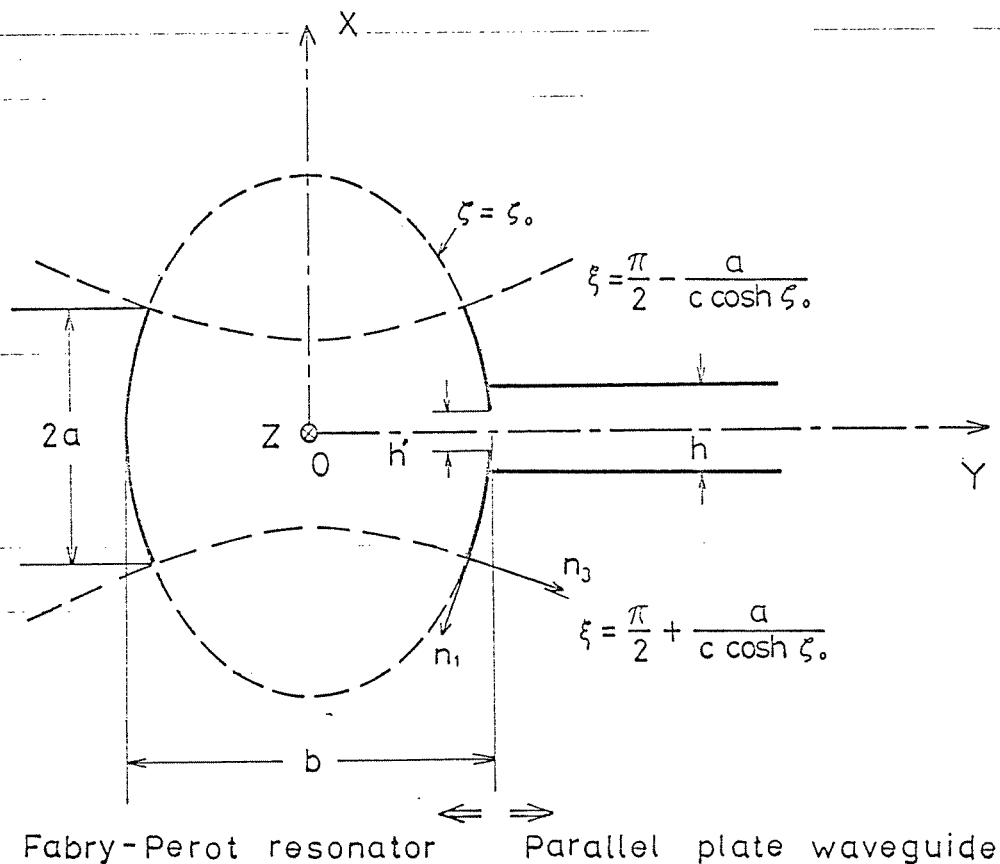


図 3-1 無限長だ円筒反射鏡よりなる共焦点ファブリ・ペロー共振器

座標軸を図3-1のように選ぶ、導波管内の界を取り扱う場合には直角座標 (x, y, z) を用い、 y 方向を線路と考える Uniform Transmission Line 表示で界を表わす。

一方ファブリ・ペロー共振器内の界には、だ円筒座標 (ξ, η, ζ)

$$x = c \cos \xi \cosh \zeta, \quad y = c \sin \xi \sinh \zeta \quad (3-1)$$

を用いる。 $2c$ はだ円の焦点間距離である。変域

は $0 \leq \zeta < \infty$, $0 \leq \xi \leq 2\pi$ とし、 ζ 方向を線路と考

える Elliptical Transmission Line 表示で界を表わす。 = ⁽¹⁷⁾

のとき右側の鏡面は鏡面幅 $2a$ に対し

$$\frac{\pi}{2} - \alpha \leq \xi \leq \frac{\pi}{2} + \alpha, \quad \zeta = \zeta_0.$$

$$\alpha = \frac{a}{c \cosh \zeta_0} = \frac{a}{\sqrt{2}c} \quad (3-2)$$

で与えられる。 $\sin^2 \alpha \ll \cosh^2 \zeta_0$ であるときには鏡面

の曲率半径はほとんど一定で $c \frac{\cosh^2 \zeta_0}{\sinh \zeta_0}$ となる

から、これが鏡面間隔 $b=2C \sinh \zeta_0$ に等しいとき、

すなわち $\sinh \zeta_0 = 1$, $b=2C$ のとき共焦点となる。ま

たスリット領域はスリット面が今の場合十分な

近似度で平面とみなせることを考えると直角座

標では

$$y_1 = \frac{b}{2}, \quad -\frac{h'}{2} \leq x \leq \frac{h'}{2} \quad (3-3)$$

た円筒座標では

$$\zeta = \zeta_0 = \sinh^{-1} 1, \quad \frac{\pi}{2} - \alpha_1 < \xi < \frac{\pi}{2} + \alpha_1$$

$$\alpha_1 = \frac{h'}{2\sqrt{2}C} \quad (3-4)$$

と表わされる。結合スリット面上の導波管側磁

流を $\underline{M}^+ = \underline{x}_0 M$, 共振器側磁流を $\underline{M}^- = -\underline{M}^+$ とすると

ぎ、これらの磁流によって導波管側、共振器側

領域に生ずる磁界 H_w , H_c は次のように求められる。

る。

導波管側に生ずる磁界は平行平板導波管の

TM-type modes 磁界表示 (16)

$$H_{zm}(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} I_{zm}(y) \underline{h}_{zm}(x) \quad (3-5)$$

$$I_{zm}(y) = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \underline{M}^+(x') \cdot \underline{h}_{zm}^*(x') Y_{zm}(y, \frac{b}{2}) dx' \quad (3-6)$$

で与えられる。ここはベクトルモード関数 $\underline{h}_{zm}(x)$

およびアドミタンス・グリーン関数は次の通り

である。

$$\underline{h}_{zm}(x) = \underline{x}_0 \sqrt{\frac{2}{h}} \cos \frac{m\pi x}{h}, \quad m=1, 3, 5 \quad (3-7)$$

$$Y_{zm}(y, \frac{b}{2}) = \frac{k_m}{\omega \mu_0} e^{-j k_m (y - \frac{b}{2})}$$

(3-8)

$$k_m = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{h}\right)^2}$$

ただし $\underline{x}_0, \underline{y}_0, \underline{z}_0$ はそれぞれ, x, y, z 方向の単位ベク

トルであり, $\underline{n}_1, \underline{n}_2 (= \underline{z}_0), \underline{n}_3$ は円筒座標系, ϕ, r, z 方

向の単位ベクトルである。

一方共振器側に生ずる磁界を求めるには第一

に鏡面上での境界条件を満足するアドミタンス・グリーン関数を求める必要がある。図3-1の円筒座標のうち方向を線路と見るE-line表示は δ -independentなTM-type波の場合、第二章の結果より次のようになる。

$$\underline{E}_z(\xi, \zeta) = \sum_n V_n(\zeta) \underline{f}_n(\xi, \zeta)$$

(3-9)

$$\underline{H}_z(\xi, \zeta) = \sum_n I_n(\zeta) \underline{g}_n(\xi, \zeta)$$

ベクトルモード関数は

$$\underline{f}_n(\xi, \zeta) = \varphi_n(\xi) \underline{z}_0$$

(3-10)

$$\underline{g}_n(\xi, \zeta) = \frac{\varphi_n(\xi)}{c \sqrt{\cosh^2 \zeta - \cos^2 \xi}} \underline{h}_1$$

ここで $\varphi_n(\xi)$ は Mathieu 微分方程式

$$\frac{\partial^2 \varphi_n(\xi)}{\partial \xi^2} + [b_n - (\delta \cos \xi)^2] \varphi_n(\xi) = 0 \quad (3-11)$$

$$\delta = c l e$$

の解で次式も満足する。

$$\int_0^{2\pi} \varphi_n(\xi) \varphi_m(\xi) d\xi = \delta_{mn}$$

この解は厳密には Mathieu function となるが、今の

場合のように $\gamma = \frac{2\pi c}{\lambda} \gg 1$ ぞ、かつ $\xi = \frac{\pi}{2}$ または $\frac{3\pi}{2}$ の

近傍では

$$\cos \xi = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \xi\right) \sim \frac{\pi}{2} - \xi = \frac{\eta}{\sqrt{2\gamma}}$$

または

$$\cos \xi = \sin\left(\xi - \frac{3\pi}{2}\right) \sim \xi - \frac{3\pi}{2} = \frac{\eta}{\sqrt{2\gamma}}$$

とおいで得られる Weber の微分方程式

$$\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial \eta^2} + \left\{ \frac{b_n}{2\gamma} - \frac{\eta^2}{4} \right\} \varphi_n = 0 \quad (3-12)$$

(37)-(38) の解で近似できる。周期的な解となるために固

有値を $b_n = (2n+1)\gamma$ とおくと

$$\varphi_n(\xi) = \sqrt{\frac{1}{n!}} \sqrt{\frac{\gamma}{4\pi}} \psi_n \left\{ \sqrt{2\gamma} \left(\xi - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \quad (3-13)$$

$$\psi_n(z) = e^{-\frac{z^2}{4}} H_m(z)$$

λ ; 波長, $H_m(z)$; Hermite 関数

となる。

一方モード電圧、電流 $V_n(\xi)$, $I_n(\xi)$ は次の伝送
方程式

$$-\frac{\partial V_n}{\partial \xi} = j\omega\mu_0 I_n \quad (3-14)$$

$$-\frac{\partial I_n}{\partial \xi} = j \frac{\delta^2 \cosh^2 \xi - b_n}{\omega\mu_0} V_n \quad (3-15)$$

を満足する上式は

$$\frac{\partial^2 V_n}{\partial \xi^2} + \left\{ \delta^2 \cosh^2 \xi - (2n+1)\delta \right\} V_n = 0 \quad (3-16)$$

なる変形された Mathieu 微分方程式を与えらる。 =

の式の $\delta \gg 1$ なるときの近似解は文献(39)によい。

$$V_n(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\cosh \xi}} \left[A_n e^{-j\alpha_n(\xi)} + B_n e^{j\alpha_n(\xi)} \right] \quad (3-17)$$

$$\alpha_n(\xi) = \delta \sinh \xi - \left(m + \frac{1}{2}\right) \xi \quad (3-18)$$

$$\delta = \sin^{-1}(\tanh \beta)$$

で与えられる。 $I_n(\beta)$ は $V_n(\beta)$ を (3-14) 式に代入すると求められる。

さて反射鏡面 $S = S_0 - 0$ で内外を境に n -mode に対する全インピーダンス

$$\vec{Z}_{tn}(S_0) = \vec{Z}_n(S_0 - 0) + \vec{Z}_n(S_0 - 0)$$

を計算する。図 3-1 の共振器内の励振界 H_c はスリ

ット内側 $S = S_0 - 0$ に磁流 \vec{M} を仮定して計算して、

この磁流は領域外部、すなわち導波管側の電界

を零にするごときのものであるから、スリット面⁽²⁾

は短絡として $\vec{Z}_n(S_0 - 0)$ を計算する必要がある。

しかし、スリットの面積は鏡面全体に比べると小

さいから、スリット面も含めて全鏡面が表面イ

ンピーダンス $Z_s = R_s + jX_s$ を持つとして計算して

も誤差は無視できる。

鏡面 S_1 , S_2 面上の電流分布を \underline{J}_1 , \underline{J}_2 とすると

$$\underline{J}_i(\xi, \zeta) = \underline{J}_i(\xi) \tanh \zeta_0 \frac{\delta(\zeta - \zeta_0)}{c}, \quad i=1, 2 \quad (3-19)$$

$\delta(\zeta - \zeta_0)$; delta 関数

今、共振器内の電界を $y=0$ 面に対して電界が
左右で非対称の界 odd modes と対称な界 even modes とに
分けて考える。この odd modes, even modes に対して和
の和の

$$\underline{J}_1\left(\frac{\pi}{2} - \alpha'\right) = -\underline{J}_2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha'\right)$$

$$\underline{J}_1\left(\frac{\pi}{2} - \alpha'\right) = \underline{J}_2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha'\right)$$

なる関係があることを考慮すると、これらの電
流によって生ずる電界 $\underline{E}_t(\xi, \zeta)$ は次式で与えられ
る。

$$\underline{E}_t(\xi, \zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(\zeta) \underline{f}_n(\xi, \zeta) \quad (3-20)$$

$$V_n(s) = -2 \int_{\xi = \frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \int_{s' = 0}^{\infty} \underline{J}_1(\xi', s') \cdot \underline{f}_n^*(\xi', s') \underline{Z}_n(s, s')$$

$$c^2 \cosh^2 s' d\xi' ds' \quad (3-21)$$

= = に インピーダンス グリーン関数 $\underline{Z}_n(s, s')$ は

$s < s'$ で odd modes, even modes に対 (付録 4 参照)

$$\underline{Z}_n(s, s') = \frac{k}{\omega \epsilon_0 c} \frac{e^{-j\alpha_n(s')}}{\sqrt{\cosh s \cosh s'}} \begin{cases} j \sin \alpha_n(s) & ; \text{ odd mode} \\ \cos \alpha_n(s) & ; \text{ even mode} \end{cases}$$

(3-22)

鏡面の表面インピーダンスを Z_s とすると鏡面

上で $\underline{E}_t(\xi, s_0) = Z_s \underline{J}_1(\xi, s_0)$ なる境界条件が成立する

ことから

$$V_m(s_0) \underline{f}_m(\xi, s_0) = Z_s \underline{J}_1(\xi, s_0) - \sum_{n \neq m} V_n(s_0) \underline{f}_n(\xi, s_0) \quad (3-23)$$

なる $\underline{J}_1(\xi, s_0)$ についての積分方程式を得る。さら

に $s = s_0 = 0$ で外方を見た第 m . mode に対する鏡面イ

ンピーダンス $\vec{Z}_m(s_0 = 0)$ は $\vec{Z}_m(s_0 = 0)$ を用いて

$$\vec{Z}_m(s_0 = 0) = \frac{V_m(s_0)}{I_m(s_0 = 0)} \quad (3-24)$$

で求められる。ここに $I_m(s_0=0)$ は (3-21) 式を (3-14) 式

に代入して得られる。一方 $\vec{Z}_m(s_0=0)$ は (A3-3) 式から

容易に

$$\vec{Z}_m(s_0=0) = \pm j Z_m(s_0) \begin{cases} \tan \alpha_m(s_0) & ; \text{odd modes} \\ \cot \alpha_m(s_0) & ; \text{even modes} \end{cases}$$

$$Z_m(s_0) = \frac{te}{\omega \epsilon_0 \cosh \zeta_0} \quad (3-25)$$

で求められるから、鏡面位置の全インピーダンス

す $\vec{Z}_{tm}(s_0) = \vec{Z}_m(s_0=0) + \vec{Z}_m(s_0=0)$ に関する積分方程式は

$$\vec{Z}_{tm}(s_0) \int_{\xi' = \frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \underline{J}_1(\xi') \cdot \underline{f}_m^*(\xi', s') \underline{f}_m(\xi, s) e^{-j\alpha_m(s_0)} \begin{cases} \cos \alpha_m(s_0) \\ j \sin \alpha_m(s_0) \end{cases} ds'$$

$$= \frac{1}{2} Z_S \underline{J}_1(\xi) + \int_{\xi' = \frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \underline{J}_1(\xi') \cdot \underline{K}(\xi, \xi') ds' \quad (3-26)$$

$$\underline{K}(\xi, \xi') = \sum_{n=0}^{\infty} \underline{f}_n^*(\xi', s') \underline{f}_n(\xi, s') Z_n(s_0) e^{-j\alpha_n(s_0)} \begin{cases} j \sin \alpha_n(s_0) \\ \cos \alpha_n(s_0) \end{cases}$$

(3-27)

$$ds' = c \cosh \zeta_0 d\xi'$$

となる。(付録 5)

$\sqrt{2f}(\frac{\pi}{2} - \xi) = \tau_0 t$, $\tau_0 = \sqrt{2f} \alpha$ なる変数変換を行うと

核 $\underline{K}(\xi, \xi')$ は次式のように変形できる。

$$\underline{K}(\xi, \xi') = \sum_0 \sum_0 \sqrt{\frac{f}{4\pi}} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \psi_n(\tau_0 t) \psi_n(\tau_0 t')}{n!} \frac{\delta_n(\xi_0)}{2} \left\{ 1 \mp e^{j2\alpha n(\xi_0)} \right\}$$

$$= \frac{\sqrt{f}}{2\sqrt{2} c \cosh \xi_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sum_0 \sum_0 \left[S(0) \mp e^{-j2\alpha \sinh \xi_0} S(\xi_0) \right]$$

(3-28)

$F = F'$

$$S(\xi_0) = \frac{e^{j\xi_0}}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} e^{j2n\xi_0} \frac{\psi_n(\tau_0 t) \psi_n(\tau_0 t')}{n!}$$

(3-29)

$$S(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\psi_n(\tau_0 t) \psi_n(\tau_0 t')}{n!}$$

この級数は Hermite 関数の積分表示および母関数

(1)(40)

を用いて計算すると

$$S(\xi_0) = \sqrt{\frac{c_1}{2\pi}} \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{\tau_0} e^{-j\frac{c_0}{2}(t^2 + t'^2) + jc_1 t t'} \quad (3-30)$$

$$S(0) = \frac{1}{\tau_0} \delta(t - t') \quad (3-31)$$

さらに

$$S'(-0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\psi_{2m}(\tau_0 t) \psi_{2m}(\tau_0 t)}{(2m)!} = \frac{1}{2\tau_0} [\delta(t-\tau_0) + \delta(t+\tau_0)] \quad (3-32)$$

$$C_0 = C_1 \sqrt{1 - \left\{ \frac{b/c}{1 + (b/2c)} \right\}^2}, \quad C_1 = \frac{ka^2}{b}$$

となる。共焦点条件 $b=2c$ に代って $C_0=0$ とおき

積分方程式で上記変数変換を行ない、さらに両

辺に $J_1(t)$ を乗じ、鏡面領域 $-1 \leq t \leq 1$ で積分し変

形すると

$$\vec{Z}_n = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\sqrt{\frac{\pi}{f}} n!}{a \Gamma_n^2} \frac{2R_0}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 \mp e^{-j2\alpha \sinh S_0 + j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}} \nu_n \left. \begin{array}{l} e^{-j\alpha_n(S_0)} \{ \cos \alpha_n(S_0) \\ j \sin \alpha_n(S_0) \} \end{array} \right\} \quad (3-33)$$

$$\Gamma_n^2 = \frac{\int_{-1}^1 J_1(t)^2 dt}{\left[\int_{-1}^1 J_1(t) \psi_n(\tau_0 t) dt \right]^2} \quad (3-34)$$

$$\nu_n = \frac{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 J_1(t) J_1(t') e^{j\alpha_1 t t'} dt dt'}{\int_{-1}^1 J_1(t)^2 dt} \quad (3-35)$$

を得る。(3-35)式の第 n 番目の固有値は

$$V_n = 2 e^{j \frac{n}{2} \pi} R_{0n}^{(1)}(C_1, 1) \quad (3-26)$$

$$R_{0n}^{(1)}(C_1, 1); \text{ Radial Prolate Spheroidal Function} \quad (41)(42)$$

で与えられ、またこれに対する固有関数の近似

解は

$$J_1(t) = \psi_n(\tau_0 t) \quad (3-37)$$

(23)(43)
となる。

(3-37)式を(3-34)式に代入すると

$$\Gamma_n^2 \approx \frac{\sqrt{2\pi}}{\tau_0} n! \quad , \quad \tau_0 = \frac{\sqrt{2} f a}{c \cosh \xi_0} = \sqrt{\frac{k}{c}} a \quad (3-38)$$

が求まり、これを(3-33)式に代入すると反射鏡

面 $\xi = \xi_0 = 0$ で、内外を見込 n -mode に対する全インピー

ダンスが

$$\sum_{\pm n, 0}^{\leftarrow} Z_{n, 0}(\xi_0) = \frac{1}{2} Z_0(\xi_0) [R_{n, 0} + j X_{n, 0}] \quad (3-39)$$

$$Z_0 = \frac{k}{\omega \epsilon_0 c \cosh \xi_0}$$

と求まる。 $\epsilon = \epsilon_0$

$$R_{n,o,e} = \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 - \chi_n(k)$$

$$X_{n,o,e} = \begin{cases} \left(\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 + \chi_n(k) \right) \tan \alpha_n(\beta_0) & \text{odd modes} \\ - \left(\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 + \chi_n(k) \right) \cot \alpha_n(\beta_0) & \text{even modes} \end{cases}$$

(3-40)

$$\chi_n(k) = \sqrt{\frac{2c_1}{\pi}} e^{i\frac{n}{2}\alpha} R_{on}^{(1)}(c_1, 1) \quad (3-41)$$

この(3-39)式により鏡面上での境界条件を満足す

るアドミッタンスグリーン関数は $\beta = \beta_0$ 上で

$$Y_{n,o,e}(\beta_0, \beta_0) = \frac{1}{\sum_{n,o,e} t_{n,o,e}(\beta_0)} \quad (3-42)$$

と求められた。この鏡面インピーダンスのうち

に回折損失および抵抗損失の影響がすべて考慮

されている。結局このアドミッタンスグリーン

関数を用いて結合スリット上の磁流により、共

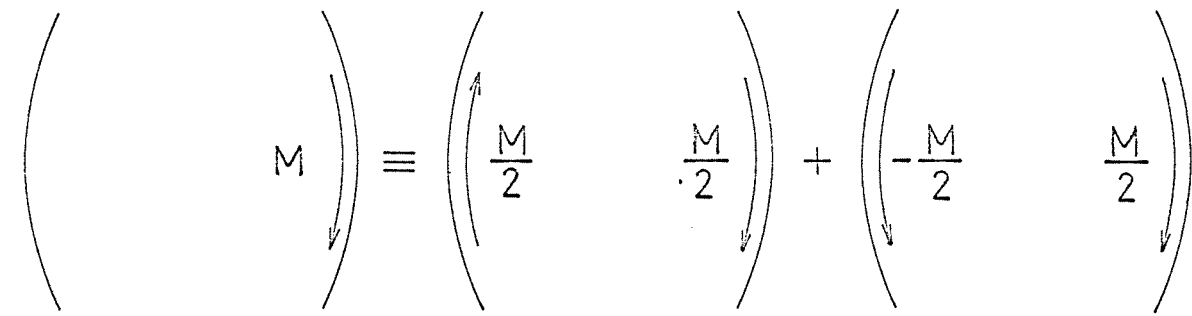
振器側を生ずる磁界は

$$\underline{H}_c(\xi, \beta) = \sum_{0, e} \sum_{n=0}^{\infty} I_{cn, 0}(\beta) \underline{h}_{cn}(\xi, \beta) \quad (3-43)$$

$$I_{cn, 0}(\beta) = \int_{\xi' = \frac{\pi}{2} - \alpha_1}^{\frac{\pi}{2} + \alpha_1} \underline{M}^+(\xi') \cdot \underline{h}_{cn}^*(\xi', \beta') \underline{Y}_{cn, 0}(\beta_0, \beta_0) dS \quad (3-44)$$

$$dS = -c \cosh \beta_0 d\xi' \approx -dx'$$

$$\underline{h}_{cn}(\xi, \beta) = \underline{h}_1 \frac{\varphi_n(\xi)}{c \sqrt{\cosh^2 \beta - \cos^2 \xi}} \quad (3-45)$$

ここに $\varphi_n(\xi)$ は (3-13) 式で与えられる。スリット上
の磁流 M による界が (3-43) 式の \sum と e even modes と
odd modes の和で表わされるのは、 3-2 のような
重ね合わせの法則の結果である。

$$\left(\begin{array}{c} \curvearrowright \\ M \\ \curvearrowleft \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{c} \curvearrowright \\ \frac{M}{2} \\ \curvearrowleft \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \curvearrowleft \\ -\frac{M}{2} \\ \curvearrowright \end{array} \right)$$

odd mode even mode

図 3-2 重ね合わせの法則の応用

スリット面における磁界の連続条件 $H_{\omega}(x, \frac{b}{2}) =$

$H_c(\xi, \xi_0)$ に式 (3-5), (3-43) を代入変形すると

$$I_{\omega_1}(\frac{b}{2}) \underline{h}_{\omega_1}(x) = \sum_{0, e} \sum_{n=0} I_{cn, 0} \underline{h}_{cn}(\xi, \xi_0) - \sum_{m=3, 5, \dots} I_{\omega_m}(\frac{b}{2}) \underline{h}_{\omega_m}(x)$$

(3-46)

一方スリット上 ($y = \frac{b}{2} + 0$) の $m=1$ mode の電圧

$$V_{\omega_1}(\frac{b}{2}) = - \int_{-\frac{h'}{2}}^{\frac{h'}{2}} \underline{M}^+(x') \cdot \underline{h}_{\omega_1}^*(x') dx' \quad (3-47)$$

を導入すると平行平板導波管から見た共振器入

カアドミタンスは

$$\bar{Y}(\frac{b}{2} + 0) = - \frac{I_{\omega_1}(\frac{b}{2})}{V_{\omega_1}(\frac{b}{2})} = - \frac{I_{\omega_1}(\frac{b}{2}) \underline{h}_{\omega_1}(x)}{V_{\omega_1}(\frac{b}{2}) \underline{h}_{\omega_1}(x)} \quad (3-48)$$

で求められる。

(3-45)式に(3-43)式を代入し、(3-1), (3-6), (3-42)

(3-44), (3-45)式を考慮すると

$$\bar{Y}(\frac{b}{2} + 0) = - \int_{-\frac{h'}{2}}^{\frac{h'}{2}} \underline{M}^+(x') \cdot \underline{h}_{\omega_1}(x') dx'$$

$$= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \underline{M}^+(x') \cdot [\underline{G}_1(\xi, \xi') + \underline{G}_2(\xi, \xi')] dx' \quad (3-49)$$

$$\underline{G}_1(\xi, \xi') = \frac{n_1 n_1}{c^2 \cosh^2 \xi_0} \frac{2}{\xi_0} \sum_{0, e} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n(\xi') \varphi_n(\xi)}{R_{n,0} + jX_{n,0}} \quad (3-50)$$

$$\underline{G}_2(x, x') = \frac{x_0 x_0}{h} \sum_{m=3,5,\dots}^{\infty} \frac{k_m}{\omega \mu_0} \cos \frac{m\pi c}{h} x' \cos \frac{m\pi c}{h} x \quad (3-51)$$

なる共振器入力アドミタンスおよびスリット

面上磁流分布を求めるための積分方程式が得ら

れる。なお $\underline{G}_1, \underline{G}_2$ が dyadic green 関数であることと

$\underline{G}_1, \underline{G}_2$ で明示した。またスリット上では $\xi = -n_1$ と

おいてよい。

(3-49)式 の両辺に $\underline{M}^+(x)$ を乗じて $-\frac{h}{2} \sim \frac{h}{2}$ で積分変

形すると次の停留表示を得る。

$$\overleftarrow{Y}(\frac{b}{2} + 0) = \overleftarrow{Y}_1 + \overleftarrow{Y}_2 \quad (3-52)$$

$$\overleftarrow{Y}_1 = \frac{1}{D} \left(\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \underline{M}^+(x) \cdot \underline{G}_1(\xi, \xi') \cdot \underline{M}^+(x) dx dx' \right)$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{1}{D} \iint_{-\frac{h'}{2}}^{\frac{h'}{2}} \underline{M}^+(x') \cdot \underline{G}_2(\xi, \xi') \cdot \underline{M}^+(x) dx dx' \quad \left. \vphantom{\bar{Y}_2} \right\} (3-53)$$

$$D = \left[\int_{-\frac{h'}{2}}^{\frac{h'}{2}} \underline{M}^+(x) \cdot \underline{h}_{201}(x) dx \right]^2$$

§ 3.3 入力アドミタンスの算出

(3-50)式の \bar{Y}_2 をみるとこれはちょうど平行平板導波管内に h' の幅をもつ、 h アイリスを入れたときの並列アドミタンス停留表示の半分になっており、この計算結果はよく知られているからこれを利用すると⁽⁴⁾

$$\bar{Y}_2 = -j \frac{\kappa_1}{\omega \mu_0} \frac{\lambda_g}{2h} \cot^2 \frac{\pi h'}{2h} \quad (3-54)$$

となる。ここでは微小な補正項は省略した。

次に \bar{Y}_1 を考える。(3-40)式で n が少し大きくなる $\alpha_n \ll 1$ となり、 h が

$$R_n + jX_n \rightarrow \begin{cases} 1 + j \tan \alpha_n(\xi_0) & \text{odd mode} \\ 1 - j \cot \alpha_n(\xi_0) & \text{even mode} \end{cases}$$

となる点に注目して、(3-50)式を

$$\underline{\underline{G}}_1(\xi, \xi') = \underline{\underline{G}}_{10}(\xi, \xi') + \Delta \underline{\underline{G}}_1(\xi, \xi')$$

$$\underline{G}_{10}(\xi, \xi') = \frac{n_1 n_1}{c^2 \cosh^2 \xi_0} \frac{2}{8_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left\{ \frac{1}{R_{2n,0} + jX_{2n,0}} - \frac{1}{1 + j \tan \alpha_{2n}(\xi_0)} \right\} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{1}{R_{2n,e} + jX_{2n,e}} - \frac{1}{1 - j \cot \alpha_{2n}(\xi_0)} \right\} \right] \cdot \varphi_{2n}(\xi') \varphi_{2n}(\xi) \quad (3-55)$$

$$\underline{\Delta G}_1(\xi, \xi') = \frac{n_1 n_1}{c^2 \cosh^2 \xi_0} \frac{2}{8_0} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{2n}(\xi') \varphi_{2n}(\xi) \quad (3-56)$$

とあけると \underline{G}_{10} の級数は $n=0$ の近傍の項のみ大きく、急速に収束する。一方 $\underline{\Delta G}_1$ は higher modes の共振の寄与を示す。 $\underline{\Delta G}_1$ において

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{2n}(\xi') \varphi_{2n}(\xi) \quad (3-57)$$

に式(3-32)の公式を用いて和を求め、 $M^+(\alpha')$ の trial function として

$$M^+(\alpha') = \cos \frac{\pi \alpha'}{h'} \quad (3-58)$$

を採用すると、 \bar{Y}_1 が容易に計算される。これを

先の \bar{Y}_2 とまとめて示すと、結局求める入力アド

ミタンス $\bar{Y}(\frac{b}{2} + 0)$ は、

$$\bar{Y}\left(\frac{b}{2}+0\right) = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left[K \sum_{0,e} \sum_{m=0,1,\dots} \frac{(2m-1)!!}{2m!!} \cdot \left\{ \frac{1}{R_{2m,e} + jX_{2m,e}} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{+j \tan \alpha_{2m}(S_0)} \right\} + \frac{\pi^2 h}{16 h'} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{h'}{h}\right)^2}{\cos \frac{\pi h'}{2h}} \right\}^2 - j \frac{\lambda}{2h} \cot^2 \frac{\pi h'}{2h} \right] \\ - j \cot \alpha_{2m}(S_0) \quad (3-59)$$

と得られ $K = = = K$ (36)

$$K = \frac{h}{c \cosh S_0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{h'}{h}\right)^2}{\cos \frac{\pi h'}{2h}} \right\}^2$$

§ 3.4 等価回路、理論と実験との比較

(3-59)式でファブリ・ペロー共振器の導波管側から見た入力アドミタンスが決った。今、共振器が odd mode で共振していると考えて (even mode で共振しているとしても以下同様に取り扱えるのでここでは odd mode について考えている。) (3-59)式の数式を $m=0$ の odd mode 共振のアドミタンス項とそれ以外の非共振モードによるアドミタンスの項とに分け、次の様に変形する。

$$\overleftarrow{Y}\left(\frac{b}{2}+0\right) = \frac{1}{R_r + jX_r} + \frac{1}{R_e + jX_e} \quad (3-60)$$

ここに $R_r + jX_r$ は共振モード ($m=0, \text{odd mode}$) のインピー

ダンス。 $R_e + jX_e$ は残りの級数中の項および higher

modes の寄与による項、さらにスリットを設けた

ことによる並列アドミタンスを含めた総合のイ

ンピーダンスを表わしている。

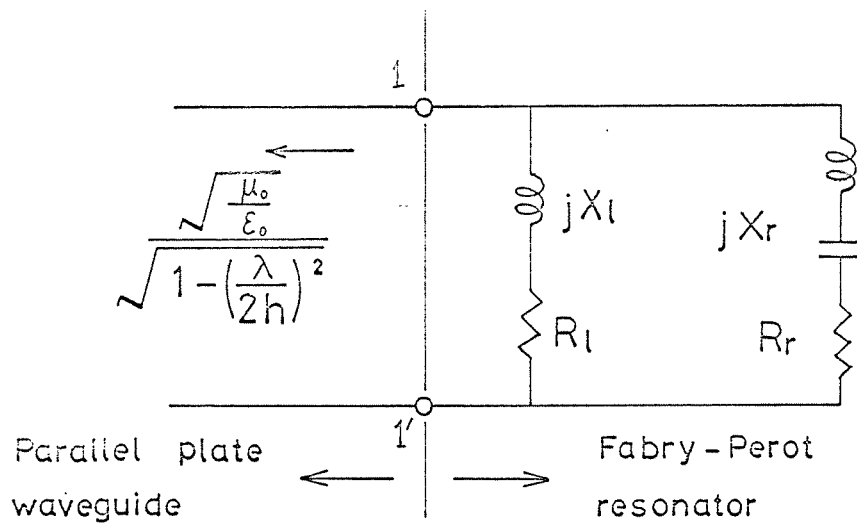


図3-3 スリット結合によるファブリ・ペロー共振器等価回路

(3-60)式により図3-3のような等価回路が考えら

れる。ここに $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{\lambda}{2h})^2}}$ は平行平板導波管の $m=1$

モードの特性インピーダンスである。等価回路1-1'

端での反射係数 Γ_R は

$$\Gamma_R = \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{1 - (\frac{\lambda}{2h})^2} - \frac{1}{R_r + jX_r} - \frac{1}{R_e + jX_e}}{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{1 - (\frac{\lambda}{2h})^2} + \frac{1}{R_r + jX_r} + \frac{1}{R_e + jX_e}}$$

(3-61)

で求められる。

数値例として $a=70\text{mm}$, $b=2c=324\text{mm}$ と選ぶと

共振波長 32 mm ($f_0 = 9.375$ GHz) 付近で odd modes 共振が起

る。このとき $C_1 = \frac{k_0 a^2}{b_0} \approx 3$ となり、ほぼ単一モ

ード (最低次の odd mode のみ) で共振していると考え

られる。したがって $m \geq 3$ に対しては Radial Prolate

Spheroidal Function より定義された X_m は $X_m \approx 0$ と考

えられる。

この場合の導波管側結合スリット上で見た反

射係数の周波数特性をいくつかのスリット幅 h

について計算した結果が図 3-4 である。スリッ

ト幅 h としては 5 mm, 8 mm の小さい場合および

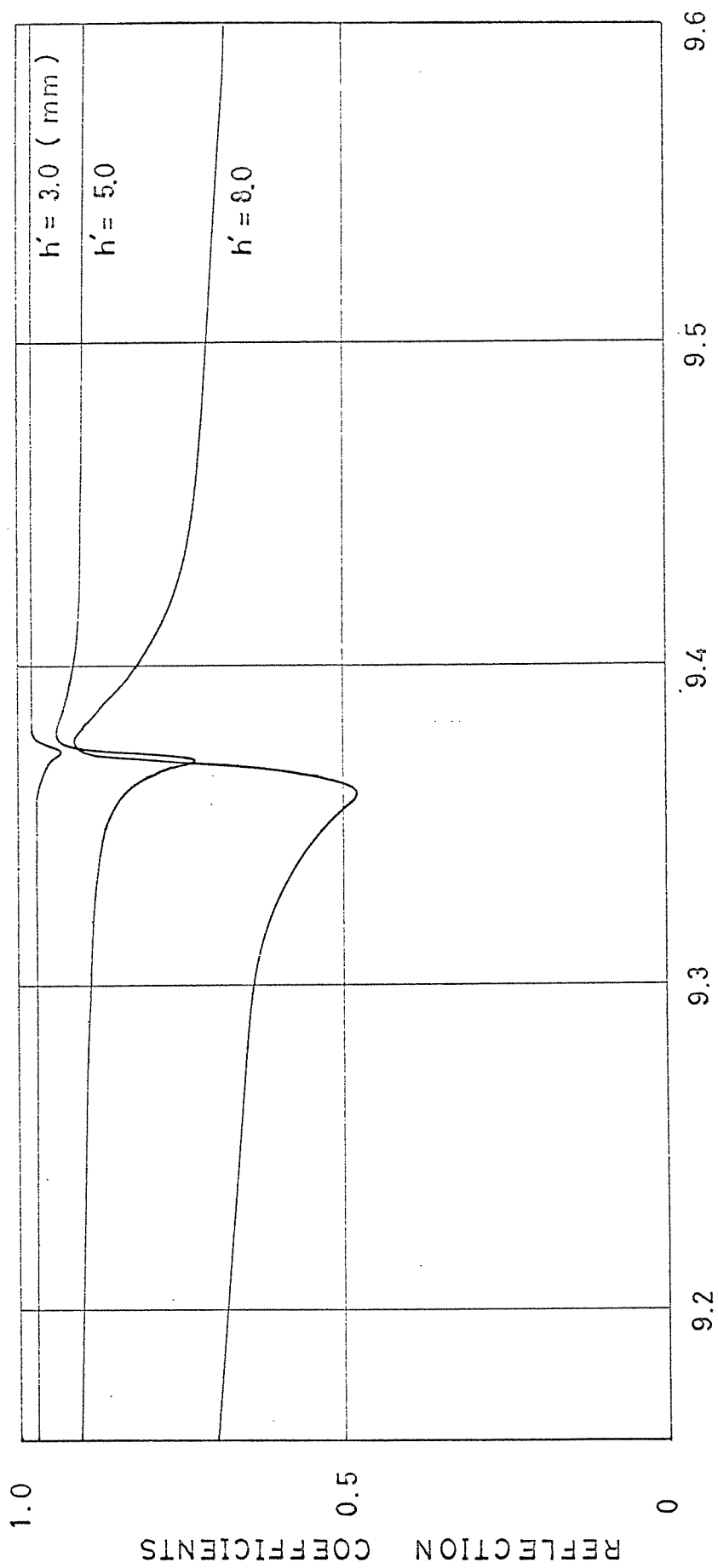
11.5 mm, 15 mm, 22.9 mm と大きくなる、その場合を示した。

この結果から h/h_0 が 1 に比し小さい値をとる付

近ではその共振特性は従来の普通の空洞共振器

のそれとよく似た傾向を持つことが示された。

しかし一方 h/h_0 が 1 に近くなるような共振器では



FREQUENCY (GHz)

圖 3-4 a 圓球數對反射係數 (理論值)

$$h'/h < 0.5$$

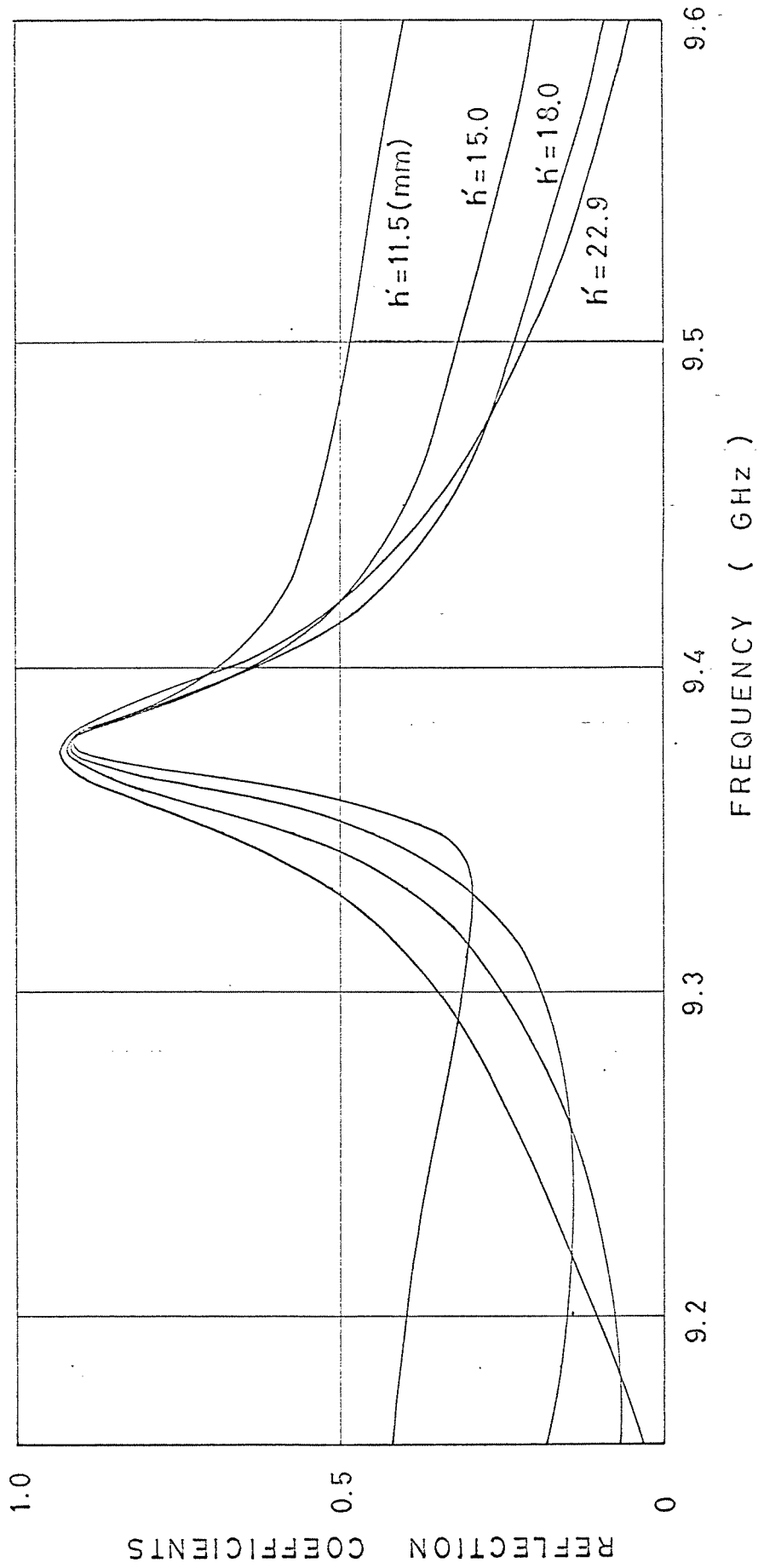
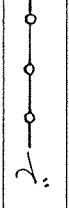


图 3-4 b 圆波数对反射系数 (理论值)

$$0.5 < \frac{h'}{h} < 1.0$$

著 | <異なる周波数特性を有し、共振時に反射
 係数が最大となるということが示された。この
 ことは従来、実験的には発見されていた現象で
 あるが、⁽³¹⁾ 定量的な説明はなされていなかった。
 今回、この数値計算例からその現象が起る原因
 となることが初めて確かめられた。

それ等は三次元フーグリ・ペロー共振器で実験
 されていたものであり、ここでは示した理論
 の実験的検証のため、近似的に二次元条件を満
 たすと考えられる図3-5のようなフーグリ・ペロー
 共振器を上記数値例の寸法、かつ二種のスリッ
 ト幅 $h=5\text{mm}$, 22.9mm で製作し、そのVSWRを測定し
 た。

この共振器の周波数対反射係数特性の実測値
 をそれぞれ図3-6, 図3-7 の  で示した。

$a = 70 \text{ mm}$
 $b = 32.4$
 $h = 22.9$
 $h' = 5 \text{ or } 22.9$
 $d = 10.9$

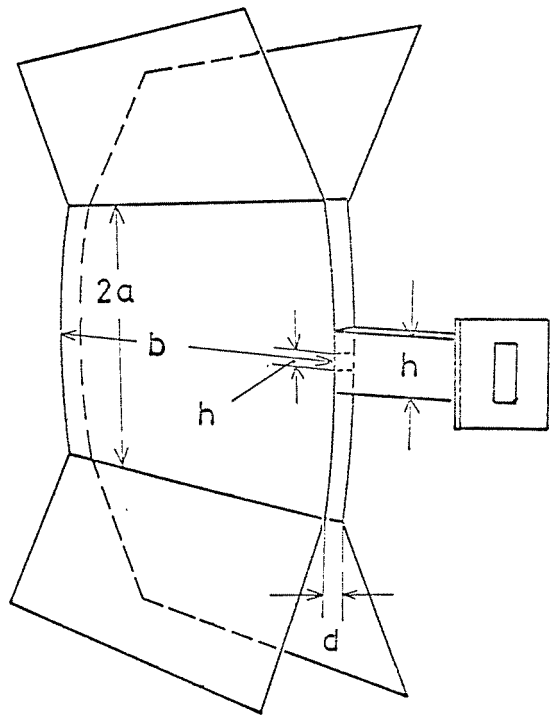


図3-5 実験用二次元共焦点ファブリ・ペロー共振器構造

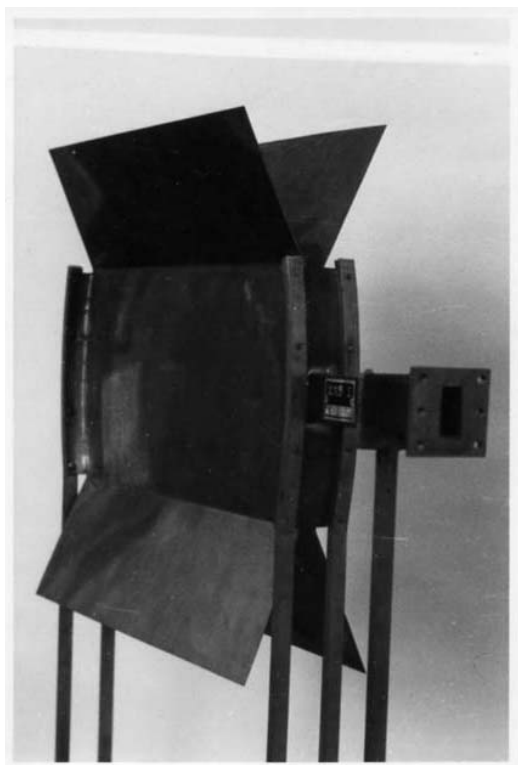


図3-5a 測定に用いた共振器

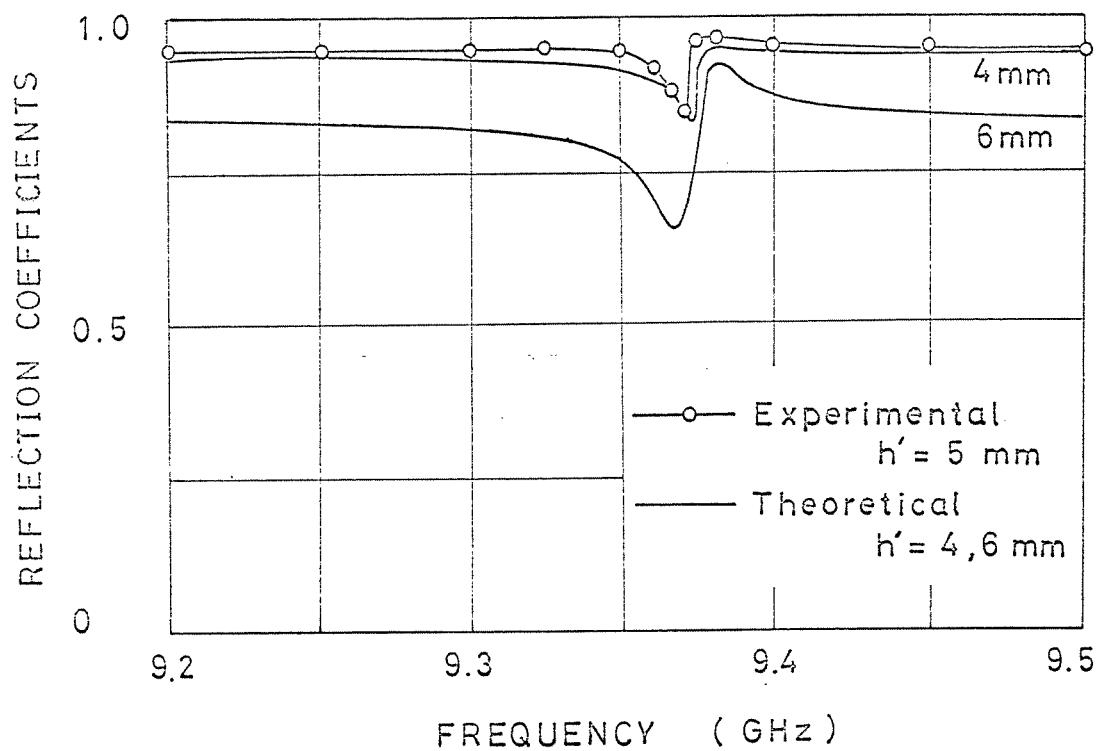


図3-6 共振特性の実測値および理論値 ($h' = 5 \text{ mm}$)

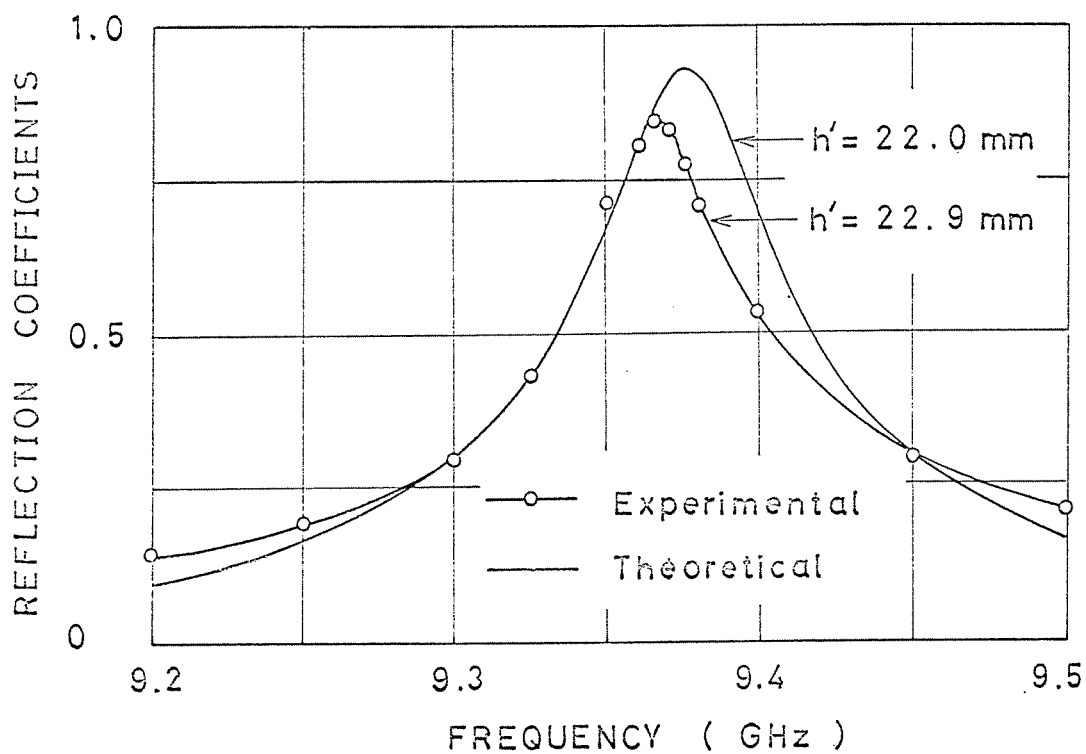


図3-7 共振特性の実測値および理論値 ($h' = 22.9 \text{ mm}$)

これにより理論値とほぼ等しい特性を有することが確かめられた。両者を比較すると $\frac{h}{h} = \frac{5}{22.9}$ の

場合、反射係数が小さくなってはいるが、これは

理論では無限長として計算してはいるが軸方向を

実験では図3-5a(写真)で示すように真ちゅう板で

短絡して二次元条件を実現してはいるための抵抗

損失の増加によるQ値の低下のためと考えられる。

また $\frac{h}{h}$ の実測値はほぼ良く一致しては

いる。この場合には共振点付近で強く影響を持つ

鏡面精度の不良による損失の増加が原因となった

てはいるものと考えられる。また共振周波数が10MHz

程度ずれてはいるが、これは鏡面間隔のずれによ

るもので、設計値 $b = 324 \text{ mm}$ が製作した共振器に

おいては 324.4 mm に広がっているためである。

以上の傾向を図3-3の等価回路について考え

る $\approx h'/h \approx 0.1 \sim 0.3$ および $h'/h \approx 0.8 \sim 1.0$ の値に対して

図3-8a, 3-8b のような等価回路が得られる。

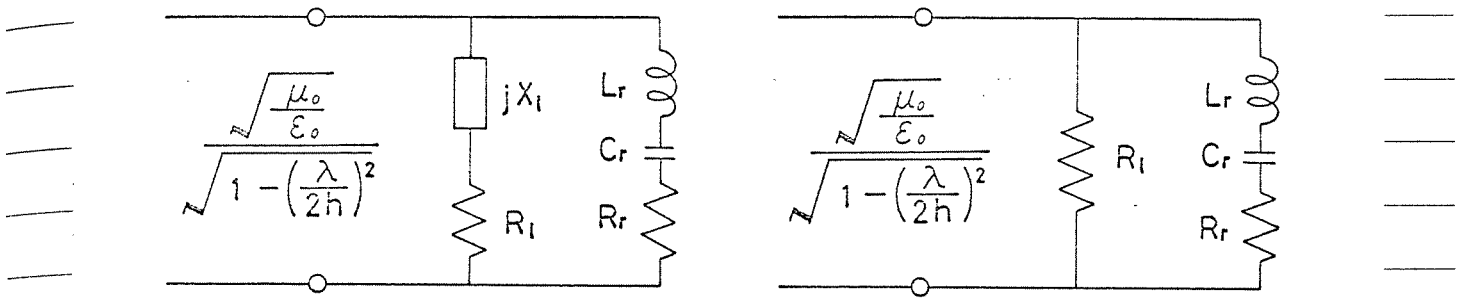


図3-8a $h'/h \approx 0.1 \sim 0.3$ の場合の 等価回路 図3-8b $h'/h \approx 0.7 \sim 1$ の場合の 等価回路

h'/h が 1 に比べ \wedge 小さいときは R_e は X_e に比べ \wedge 小さいので R_e, X_e は周波数によらずほぼ一定の値をとり、スリット幅 h' に依存して図3-9に示すような変化をする。 $R_e + jX_e$ はインダクタンス成分が強く、この X_e と共振モードのサセプタンス成分が並列共振して、共振したときに吸収が一番大きくなると思われる。一方 h'/h が 1 に近い付近では $R_e \gg X_e$ となり、かつ X_e は小さくなるた

め、 $R_e + jX_e$ は純抵抗となる。(したがって共振モードの直列共振特性のみが強く現われて、しかも R_r が小さいので、共振したとき、ほとんど短絡状態となり、一番吸収の少ない、ほとんど全反射の特性を持つと考えることができる。

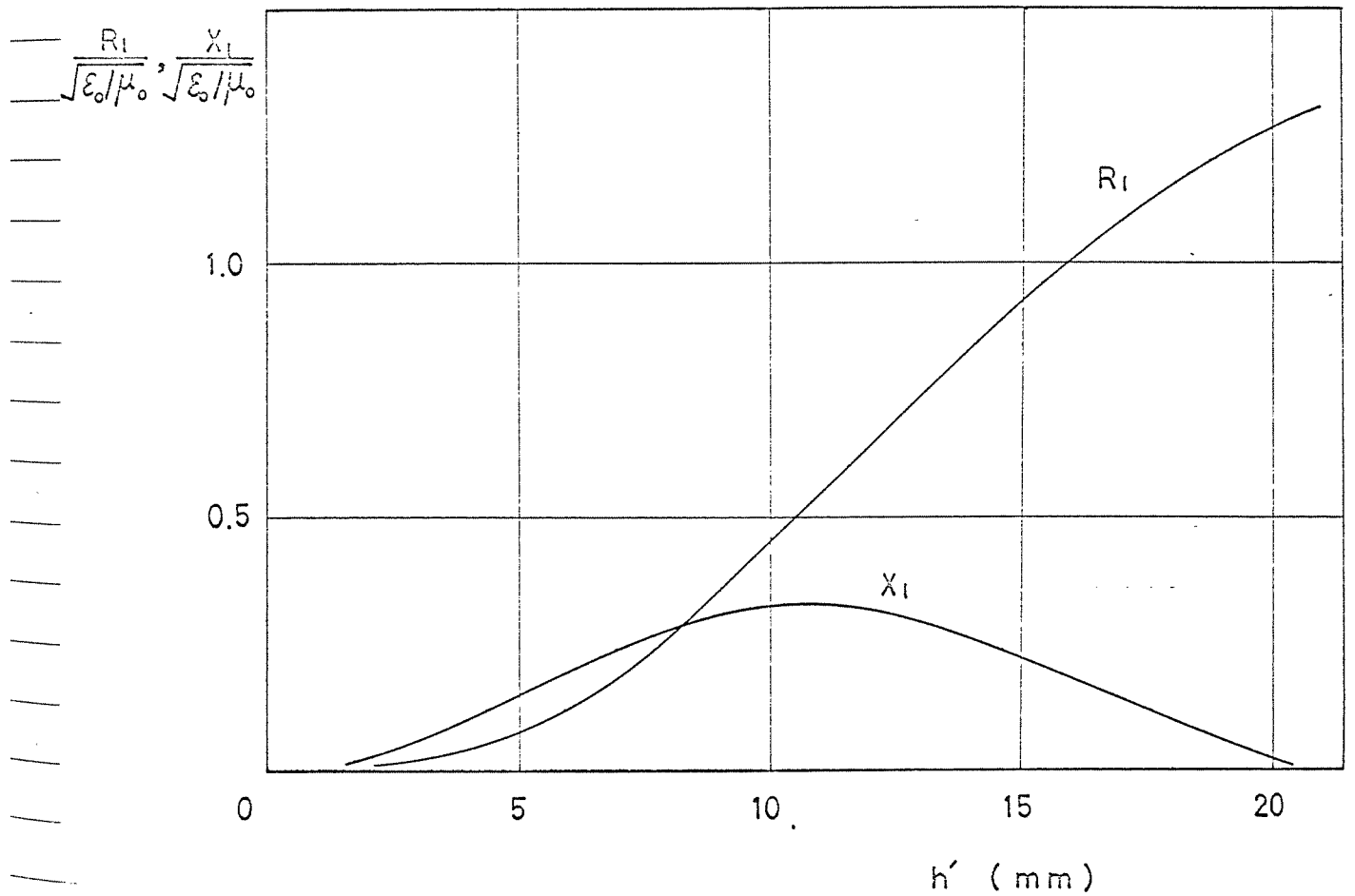


図3-9 R_e および X_e のスリット幅 h' による変化

以上導波管とスリットで結合したファブリ・ペ
ロー共振器の特性は孔が大きくなつた場合に普
通の空洞共振器の場合とは著しく異つてゐるこ
とを理論値および実験値で示した。さらにこの
現象は図3-8a, 3-8bの等価回路を考えることによ
つて定性的に理解できることを示した。

§ 3.5 結言

前章で示した Elliptical Transmission Line 表示を用いて導波管とスリットで結合した共焦点円筒状反射鏡よりなるファブリ・ペロー共振器の電磁界を回路細的に解析した。その結果、従来実験的に示されていたことが明確に説明できないでいた共振現象を二次元的な場合についてその入力アドミタンスを理論的に求め、反射係数を数値計算することによって定量的に説明することができた。さらに等価回路表示することによって物理的にも明確に説明することができた。

さらに近似的に二次元条件を満たす共焦点ファブリ・ペロー共振器を製作し、2種のスリット幅のものについて実験を行い、理論を確かめた。

このような開放型共振器で示されたモードはま

た開放型導波管でも同一となることが示されて

(29)

いるから、たとえば異方性媒質を含む共振器、

あるいは導波管等についても同様な解析が可能

である。このような問題については次章以下で

取り扱う。

第4章 異方性媒質をそり入れた ファブリ・ペロー共振器

§ 4.1 序言

ファブリ・ペロー共振器は開放型ではあるが、鏡面の大きさ、間隔を適当に選ぶことにより高いQ値が比較的容易に得られることが知られている。マイクロ波、ミリ波においても導波管と孔で結合させ高Qの共振器として使用できることは前章で示した。それゆえこの共振器を用いることにより、物質の媒質定数を密閉型共振器の場合に比し、より迅速かつ正確に測定することができ、とくに従来困難であった磁化プラズマ、あるいは運動媒質の等価媒質定数の測定も可能で、さらに開放型なるゆえ、誘電体の出し入れが非常に容易であるため、現場で種類の誘電体を迅速に測定できる点に大きな特徴が

ある。

前章でも述べたがファブリ・ペロー共振器のみ
の共振周波数や回折損失、界分布については数

多くの論文が発表されているが、導波管と弘で
(22)(23)(24)

結合したファブリ・ペロー共振器の入カアドミ

タンスを求めたものは数少ない。⁽³⁶⁾⁽³²⁾ さらに内部に

誘電体を含む場合については、準光学的取り扱い

(44)(45)

いのみで、導波管側から見入カアドミタンス

を電磁界的に解析したものはまだ発表されて

(46)

いない。

本章では二次元的ファブリ・ペロー共振器内に

異方性誘電体板を含む場合を、電磁界の回路網的

取り扱いにより解析している。すなわち異方性

媒質中での Uniform Transmission Line 表示を用いて解

析し、共振器自身の回折損失、鏡面の反射損失、

媒質がそう入されたことによる共焦点条件から

α ずれによる回折損失の増加および媒質の誘電

体損と異方性による損失の増加を考慮して入力

了ドミタンスを求め、損失の間の定量的な関

係、共振器の Q 値と α の関係を明確に | した。

§ 4.2 異方性媒質板を含む場合の
グリーン関数

図4-1に示すような無限長共焦点だ円反射鏡よ
りなるファブリ・ペロー共振器内にそのテンソル
誘電率 $\underline{\underline{\epsilon}}$ が次式で表わされるような異方性誘電
体板をそう入し、この場合につき解析する。

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ 0 & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad \epsilon_{23} = \epsilon_{32} \quad (4-1)$$

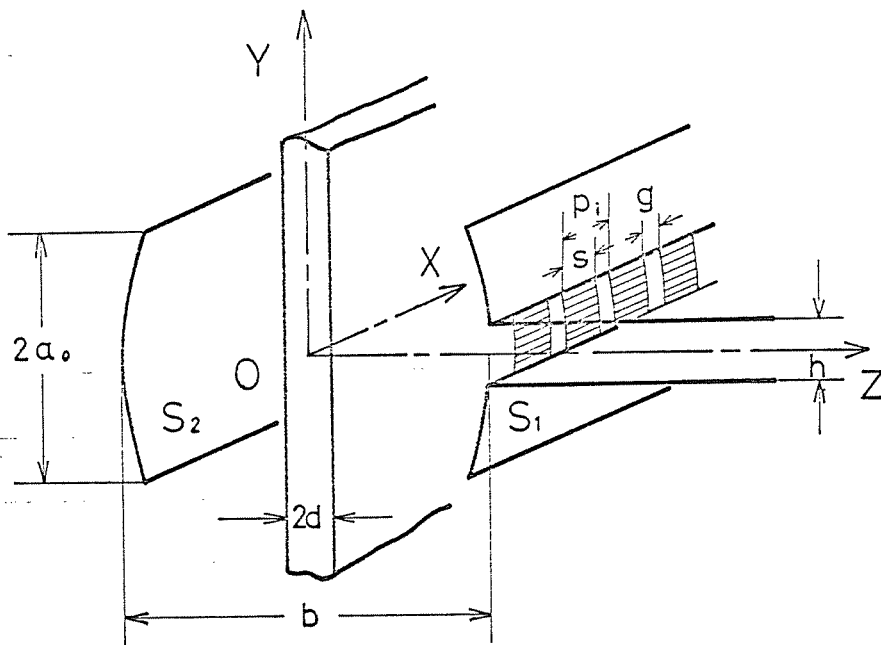


図4-1 異方性誘電体板を含む
ファブリ・ペロー共振器

透磁率は空気中の μ_0 に等しいとし、厚さを $2d$ と

する。この異方性の影響は TM-type 波では現われ

ないのでここでは TE-type 波 ($E_x=0$) を励振するもの

とし、図4-1のようにグレーティングにより導波

管と結合する。y方向のフーリエスペクトルを

$e^{-j\beta y}$ とし、 x -independent field を求める。z方向を線

路と考える伝送方程式は U-line 表示により、

$$-\frac{\partial V_1}{\partial z} = ja_1 I_1 + b_1 V_1$$

(4-2)

$$-\frac{\partial I_1}{\partial z} = jc_1 V_1 + d_1 I_1$$

となる。ここに a_1, b_1, c_1, d_1 は (2-13a) ~ (2-13d) 式、また

は文献49により計算すると上記媒質中では次の

ように求められる。

$$a_1 = \frac{\omega^2 \epsilon_{33} \mu_0 - \beta^2}{\omega \epsilon_{33}}$$

$$b_1 = d_1 = -j\beta \frac{E_{23}}{E_{33}} \quad (4-3)$$

$$C_1 = \omega \left(E_{22} - \frac{E_{23}}{E_{33}} \right)$$

ノットルモード関数は

$$\underline{f}(y) = \underline{y}_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-j\beta y}, \quad \underline{g}(y) = -\underline{x}_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-j\beta y} \quad (4-4)$$

で与えられる。伝送方程式(4-2)および自由空間

中の伝送方程式(A4-1)より、source点 $z = z'$ にある

負単位点電流源により観測点 $z = z$ に生ずる電圧

すなわちインピーダンスグリーン関数が求めら

れる。(付録6参照)

$z = -c$ に負単位電流源を置いたときの $z > d$,

$z < -d$ 領域に対するインピーダンスグリーン関数

はそれぞれ

$$Z(z > d, -c) = \frac{z_0}{2} T(\beta) e^{-jk_0(c+z) + j(k_0 - k)zd + j\tau\beta zd} \quad (4-5)$$

$$Z(z < -d, -c) = \frac{z_0}{2} \left\{ e^{\frac{1}{2}k_0(c+z)} - R(\beta) e^{\frac{1}{2}k_0(c-z) + j(k_0 - k)2d} \right\} \quad (4-6)$$

と求められる。また $z=c$ に負単位電流源を置

けときの $z < -d$, $z > d$ 領域に対するインピーダン

スグリーン関数 $Z(z < -d, c)$, $Z(z > d, c)$ はそれぞれ上

式 $Z(z > d, -c)$, $Z(z < -d, -c)$ の右辺の z を $-z$ へ, c を

$-c$ に置き換えると得られる。すなわち、

$$\tau = \frac{E_{23}}{E_{33}}, \quad \rho = \frac{E_{22}}{E_{33}}$$

$$k = \sqrt{k^2 - \rho\beta^2}, \quad k_0 = \sqrt{k_0^2 - \beta^2} \quad (4-7)$$

$$k^2 = \omega^2 E_{22} \mu_0 \left(1 - \frac{\tau^2}{\rho}\right), \quad k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$$

$$y = \frac{\omega E_{33} k}{\omega^2 E_{33} - \beta^2} = \frac{1}{z}, \quad y_0 = \frac{\omega \epsilon_0 k_0}{k_0^2 - \beta^2} = \frac{1}{z_0}$$

でありグリーン関数中の係数 $R(\beta)$, $T(\beta)$ は次式で与

えられる。

$$R(\beta) = \frac{j}{D(\beta)} \left(1 - \frac{y_0^2}{y^2}\right) \sin 2kd, \quad T(\beta) = \frac{1}{D(\beta)} \frac{2y_0}{y}$$

$$D(\beta) = \frac{2y_0}{y} + j \sin 2kd \cdot \left(1 - \frac{y_0}{y}\right)^2 e^{-j2kd} \quad (4-8)$$

鏡面 S_1 および S_2 上の電流密度を $J_1(y')$, $J_2(y')$ と仮定すれば、これによるモード電圧は ($z'_1 = c$, $z'_2 = -c$)

$$V(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=1}^2 \int_{S_i} J_i(y') Z(z, z'_i) e^{-j\beta y'} dy' \quad (4-9)$$

で与えられ、したがって共振器内電界は次のように表示される。

$$E_y(y, z) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} z_0 e^{-j\beta(y-y')} \left[\int_{S_1} J_1(y') \left\{ e^{-jk_0(c-z)} \right. \right.$$

$$\left. - R(\beta) e^{-jk_0(c+z) + j(k_0 - k)2d} \right\} dy' + \int_{S_2} J_2(y') T(\beta) e^{-jk_0(c+z)}$$

$$\left. \cdot e^{j(k_0 - k)2d + j2\pi\beta d} dy' \right] d\beta \quad (z > d) \quad (4-10)$$

$z < -d$ に対する電界の表示式は上式で J_1 と J_2 を λ

に換え、 z および c の符号を換える (= z に y)

得られる。鏡面上の電界は $r=c$ とおくと与えら

れる。付録 6 では鏡面を平面と考えてグリーン

関数を求めたが、実際には曲率を持っている。

この曲率を考慮するには c の代わりに共焦点で

円面を構成する曲線を示す

$$2c = b - \frac{y^2 + y'^2}{4p_0} \quad (4-11)$$

を用いればよい。ここから $2p_0$ は円面の焦点間間

隔であり、この場合十分な近似で両鏡面の曲率

半径に等しい。

(4-10) 式の β に関する積分は鏡面間隔が波長に

比べて十分大きいことから近軸光近似を用いる

ことにより計算することができ。さらに $y=at$

と変数変換した結果は次式となる(付録 7 参照)

$$E_y(t, \rho_1) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left[J_1(kt) - \int_{-1}^1 J_1(kt') R(\rho) \sqrt{\frac{G}{2\pi}} e^{j(\frac{\pi}{4} - k_0 \rho a)} \right]$$

$$e^{jC_1 t t' - j \frac{C_0}{2} (t^2 + t'^2)} dt' + \int_{-1}^1 J_2(t') T(0) \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}} e^{j(\frac{\pi}{4} - k_0 b a)}$$

$$e^{jC_1 t t' - j \frac{C_0}{2} (t^2 + t'^2) + j C_2 (t - t')} dt' \quad (4-12)$$

$k \quad k'' \quad |$

$$C_1 = \frac{k_0 a_0^2}{b_e}, \quad C_0 = C_1 \left(1 - \frac{b_e}{2P_0}\right), \quad C_2 = \frac{2k_0 a_0}{b_e} \alpha d$$

(4-13)

$$b_e = b + \left(p \frac{k_0}{k_1} - 1\right) 2d, \quad b_a = b + \left(\frac{k_1}{k_0} - 1\right) 2d$$

(4-14)

§ 4.3 境界条件の導入

(4-12)式に関連して

$$\chi_m + \Delta\chi_m \psi_m(t) = \sqrt{\frac{c_1}{2\pi}} \int_{-1}^1 \psi_m(t') e^{j c_1 t t' - j \frac{c_0}{2}(t^2 + t'^2) \pm j c_2(t-t')} dt' \quad (4-15)$$

なる Fredholm 型同次第二種積分方程式を考える。

この積分方程式の解は解析的に求められることが

鏡面間隔を適当に選ぶことによつて $c_0 = 0$, $c_2 \approx 0$

とすることが出来る。この場合(共焦点条件を満

たす場合)には

$$\chi_m \psi_m(t) = \sqrt{\frac{c_1}{2\pi}} \int_{-1}^1 \psi_m(t') e^{j c_1 t t'} dt' \quad (4-16)$$

なる積分方程式となり、固有値、固有関数は解

(23)(43)

析的に求められている。

$$\chi_m = \chi_{m0} = \sqrt{\frac{2c_1}{\pi}} e^{j \frac{m\pi}{2}} R_{0m}^{(1)}(c_1, 1) \quad (4-17)$$

$R_{0m}^{(1)}(c_1, 1)$; Radial Prolate Spheroidal Function ⁽⁴¹⁾

$$\psi_m(t) \propto S_{0m}(c_1, t)$$

$S_{0m}(c_1, t)$; Angular Prolate Spheroidal Function ⁽⁴¹⁾

実際には $C_0=0$, $C_2=0$ とする = とはできないが

C_1 に比べれば十分小さいので固有値 ($\chi_m + \Delta\chi_m$) は次のように準停留表示により近似できる。

$$\chi_m = \chi_{m0} + \delta\chi_m \quad (4-18)$$

$$\delta\chi_m = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \psi_m(t) \psi_m(t') e^{jC_1 t t'} \left[e^{-j\frac{C_0}{2}(t^2+t'^2)} - 1 \right] dt dt' \quad (4-19)$$

$$\Delta\chi_m = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \psi_m(t) \psi_m(t') e^{jC_1 t t' - j\frac{C_0}{2}(t^2+t'^2)} \left[e^{jC_2(t-t')} - 1 \right] dt dt'$$

$$M = \int_{-1}^1 \psi_m^2(t) dt \quad (4-20)$$

= で固有関数として $\psi_m(t)$ ではなく、共焦点条

件を満足する (4-16) 式の固有関数 $\psi_m(t)$ を用いて計

算する。この $\psi_m(t)$ は厳密には Angular Prolate Spheroidal

Function となるが鏡面の中心付近ではほぼガウス

分布とエルミート多項式の積で近似できて ⁽⁵⁰⁾

$$\psi_m(t) = \sqrt{\frac{\tau_0}{m!} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}} \Phi_m(\tau_0, t), \quad \tau_0 = \sqrt{2C_1} \quad (4-21)$$

$$\Phi_m(t) = e^{-\frac{t^2}{4}} H_m(t) \quad (4-22)$$

$H_m(t)$; Hermite 関数

となる。これをを用いて固有値を計算すると(付録8)

$$\delta\chi_0 = -jg - \frac{3}{4}g^2, \quad \delta\chi_2 = j\frac{C_0}{4C_1^2} \left(1 + \frac{g}{4C_1}\right) \quad (4-23)$$

$$\Delta\chi_0 = \frac{k_0}{2b_e} (2cd)^2, \quad \delta\chi_m = 0 \quad (m \geq 4)$$

$$g = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{b_e}{2P_0}\right) \quad (4-24)$$

S_1, S_2 面上の電界 $E_y(t, S_1), E_y(t, S_2)$ (4-12) 式) は鏡

面上で次の境界条件を満足しなければならない。

$$-E_y(t, S_1) + R_s J_1(t) = -E(x, t) \quad (4-25)$$

$$-E_y(t, S_2) + R_s J_2(t) = 0$$

ここに R_s は鏡面の表皮抵抗, $E(x, t)$ は図4-1の結合

グレーティング面上の電界である。電流 $J_1(t)$, $J_2(t)$

を固有関数 $\psi_m(t)$ で展開して

$$J_i(t) = \sum_m A_{im} \psi_m(t) \quad i=1 \text{ または } 2 \quad (4-26)$$

とする。これを(4-12)式に代入し、境界条件を満

足するように展開係数を決定する。このとき $\psi_m(t)$

の規格直交性を考慮すると、 A_{1m} , A_{2m} に関する積

分方程式を代数方程式とすることができ、結局

$$A_{1m} = \frac{\left(1 + \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} - R_m\right) \frac{2}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} \frac{1}{P_i} \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} \int_{-1}^1 \mathcal{E}(x'; t') \psi_m(t') dx' dt'}{\left(1 + \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} - R_m\right)^2 - T_m^2}$$

$$A_{2m} = \frac{T_m \frac{2}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} \frac{1}{P_i} \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} \int_{-1}^1 \mathcal{E}(x'; t') \psi_m(t') dx' dt'}{\left(1 + \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} - R_m\right)^2 - T_m^2} \quad (4-27)$$

$$R_m = \chi_m R(0) e^{j\left(\frac{\pi}{4} - k_0 ba\right)}$$

$$T_m = (\chi_m + \Delta\chi_m) T(0) e^{j\left(\frac{\pi}{4} - k_0 ba - \frac{2k_0(\pi d)^2}{be}\right)} \quad (4-28)$$

と表わされる。

§ 4.4 入力アドミタンス

共振器内の磁界を x 方向に一様な $H_{cx,0}$ とグレート
 ティング面から少し離れると急速に減衰する
 x -dependent な磁界 $H_{cx,h}$ とに分けて $H_{cx} = H_{cx,0} + H_{cx,h}$ と

おく。 $H_{cx,0}$ は電界の表示式 (4-10) の z 微分

$$H_{cx,0} = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_y(y,z)}{\partial z} \quad (4-29)$$

により求められる。電界表示式に対し行、 k_z と
 同様に β に関する積分を近軸光近似を用いて行
 ない、鏡面電流を固有関数で展開する。このと
 き展開係数が (4-27) 式で求められているから、こ
 れを用いると結合面上の磁界は

$$H_{cx,0} = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} E(x', y') \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{P_i} \sqrt{\frac{k_0}{\pi b_e}} \sum_m G_m \frac{\Phi_m(\sqrt{\frac{2k_0}{b_e}} y') \cdot \Phi_m(\sqrt{\frac{2k_0}{b_e}} y)}{m!} \cdot dx' dy' \quad (4-30)$$

と表わされる。ここに G_m は次式で与えられる。

$$G_m = \frac{\left(\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 - R_m\right)(1 + R_m) + T_m}{\left(\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 - R_m\right)^2 - T_m^2} \quad (4-31)$$

一方電界 $E(x', t')$ によって生ずる x 方向の高次モード磁界は P_i の周期関数であり、かつ鏡面のごく近傍のみで寄与することから付録9により次式となる。

$$H_{0x, h} = \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} E(x') \sum_{m=1}^{\infty} \frac{j\omega\epsilon_0}{\sqrt{\left(\frac{2m\pi}{P_i}\right)^2 - k_0^2}} \frac{2}{P_i} \cos \frac{2m\pi x'}{P_i} \cos \frac{2m\pi x}{P_i} dx' \quad (4-32)$$

$E(x', t')$ により導波管側に生ずる磁界は高さ h 、周期 P_i の「グレーティング」の場合の平行平板導波管に対してよく知られているように次式となる。⁽¹⁶⁾

$$H_{0x} = \sum_m \sum_n I_{mn}(z) h_{mn}(x, y)$$

$$I_{mn}(z) = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} E(x', y') \frac{\omega\epsilon_0}{\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{2m\pi}{h}\right)^2 - \left(\frac{2n\pi}{P_i}\right)^2}} e^{-j\sqrt{k_0^2 - \left(\frac{2m\pi}{h}\right)^2 - \left(\frac{2n\pi}{P_i}\right)^2} z} \cdot h_{mn}(x', y') dx' dy' \quad (4-34)$$

ここにモード関数 h_{mn} は

$$h_{mn}(x, y) = \sqrt{\frac{\epsilon_n \epsilon_m}{h P_i}} \cos \frac{2m\pi y}{w} \cos \frac{2n\pi x}{P_i}$$

で与えられる。 ϵ_k は $k=0$ のとき $\epsilon_k=1$, $k \neq 0$ に対

して $\epsilon_k=2$ とするものである。平行平板導波管で

y 方向には $m=0$ の最低次モードのみ伝搬可能で

あるものを考え、 $E(x', y') = E(x') E(y') = E(x')$ と仮定する

と導波管側結合面上磁界は最低次モード電流 I_{00}

を分離して次式のように表わされる。

$$H_{\omega x} = I_{00} h_{00}(x, y) - \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} E(x') \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega \epsilon_0}{\sqrt{\left(\frac{2n\pi}{P_i}\right)^2 - k_0^2}} \frac{2}{P_i} \cos \frac{2n\pi}{P_i} x' \cos \frac{2n\pi}{P_i} x dx' \quad (4-35)$$

(4-30), (4-32) および (4-35) 式において共振器内の

磁界および導波管内磁界を結合面上に仮定して

電界 $E(x', y')$ の積分で表わす。この両磁界は境

界面上での連続条件 $H_{\omega x} = H_{\omega x, 0} + H_{\omega x, h}$ を満足しなけ

ればならない。ここから導波管側最低次モード電

流 I_{00} が他の高次モードおよび共振器内のモード

により表わされる。一方この境界面上で導波管

側最低次モード電圧 V_{00} は

$$V_{00} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} E(x', y') h_{00}(x', y') dz' dy' \quad (4-36)$$

で与えられるから、ファブリペロ共振器の入

カアドミタンスは次のように停留表示される。

$$\bar{Y} = Y_c + Y_w \quad (4-37)$$

$$Y_c = \frac{\sqrt{\epsilon_0} \sqrt{\mu_0} h^2}{2\pi C_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(y') E(y) \sum_{n=0}^{\infty} G_{nm} \frac{\bar{\Phi}_m(\sqrt{\frac{2k_0}{\mu_0}} y) \bar{\Phi}_m(\sqrt{\frac{2k_0}{\mu_0}} y')}{m} dy dy' \left[\int E(y) dy \right]^2 \quad (4-38)$$

$$Y_w = \frac{4 \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} E(x') E(x) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega \epsilon_0}{\sqrt{(2n\pi/P_i)^2 - k_0^2}} \cos \frac{2n\pi x'}{P_i} \cos \frac{2n\pi x}{P_i} dx dx'}{\left[\int E(x) dx \right]^2} \quad (4-39)$$

Y_w は inductive strips の停留表示となっているが

(4)

らその結果を利用すると、

$$Y_w = -j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\lambda}{P_i} \frac{1}{\ln \coth \frac{\pi S}{2P_i}} \quad (4-40)$$

となる。また Y_c を計算するのに、マイクロ波帯

では m が大きくなると χ_m が急速に小さくなるこ

と、したがって R_m, T_m が急速に零に近づくこと

に注目して (4-31) 式を次のように変形する。

$$G_m = \frac{A(R_m + T_m)}{\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 - R_m - T_m} + \frac{A(R_m - T_m)}{\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 - R_m + T_m} + \frac{1}{\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1} \quad (4-41)$$

$$A = \frac{1 + \frac{R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}}{1 + \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}}$$

この最初の二項を G_{m0} で表わすと、この項で作ら

れる級数は急速に収束する。停留表示の trial

function $E(y')$ として

$$E(y') = 1 \quad (4-42)$$

を採用し、級数和として (83.2) の結果を用いて

計算すると、付録 10 により

$$Y_c = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}} \left[\frac{1}{\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1} + \sqrt{\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi \epsilon_0}} \sum_{m=0}^{\infty} G_{2m,0} \frac{(2m-1)!!}{(2m)!!} \right] \quad (4-43)$$

となる。結局(4-40)式と合わせて結合面から見た

異方性媒質板を含むファブリ・ペロー共振器の入

カアドミタンスが求められた。

§ 4.5 共振特性

§ 4.4 で求められた入力アドミタンス \bar{Y} を用

いると結合面で導波管側最低次モードについて

求めた反射係数は注

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} - \operatorname{Re} \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} + \operatorname{Re} \bar{Y}} + \frac{j \operatorname{Im} \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} + \operatorname{Re} \bar{Y}} \quad (4-44)$$

により求められる。

$G_{2m,0}$ は (4-40) 式で与えられるが損失を考慮しな

く複素誘電率 $\epsilon_{22} = \epsilon'_2 - j\epsilon''_2$, $\epsilon_{33} = \epsilon'_3 - j\epsilon''_3$ を用いて変

形する二次式のようになる

$$G_{2m,0}^e = \frac{\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} + 1 - D_{2m}^0}{D_{2m}^0} + \frac{\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} + 1 - D_{2m}^e}{D_{2m}^e} \quad (4-45)$$

$$D_{2m}^0 = \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} + 1 - (1 - \Delta_{\pm} - \alpha)(\alpha_{m_0} + \delta \alpha_m) e^{j\Phi_{\pm}} + \alpha_m e^{j\Phi_{\pm} \mp j\beta l} \quad (4-46)$$

注 $\operatorname{Re} \bar{Y}$, $\operatorname{Im} \bar{Y}$ はそれぞれ \bar{Y} の実部、虚部を取
ることを示す。

$$\Phi^+ = \frac{\pi}{4} - k_0 b a - \varphi + \nu$$

(4-47)

$$\Phi^- = \frac{5\pi}{4} - k_0 b a - \varphi + \nu$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \frac{(1 - \rho_0)^2 \tan \beta}{2\rho_0 + (1 + \rho_0^2) \tan^2 \beta} \right\}$$

(4-48)

$$\nu = \tan^{-1} \left\{ \frac{(1 - \rho_0^2) \sin \beta}{2\rho_0} \right\}$$

$$Z_m = \frac{-\Delta X_m (1 + jX_{m0})}{M} \quad M = \sqrt{1 + \frac{(1 - \rho_0^2)^2 \sin^2 \beta}{4\rho_0^2}} \quad (4-49)$$

$$\Delta \pm = \frac{1}{2M^2} \left[\alpha \left\{ \frac{\rho_0}{(1 - \rho_0^2)^2} - \frac{(1 - \rho_0^2)^2}{2\rho_0^2} \sin^2 \beta \pm \frac{\rho_0}{(1 - \rho_0^2)} \cos \beta \right\} \right]$$

$$+ \delta \left\{ \frac{1 - \rho_0^2}{\rho_0^2} \cos \beta \sin \beta \pm \frac{1 + \rho_0^2}{\rho_0^2} \sin^2 \beta \right\} \quad (4-50)$$

= = $\alpha, \beta, \delta, \nu$ は複素誘電率に於て

$$X = 2k_0 n_2 d \frac{\epsilon_2''}{\epsilon_2'} \quad \delta = \frac{1}{\epsilon_2''} \frac{n_2}{2\epsilon_1'} \quad n_2 = \sqrt{\frac{\epsilon_2''}{\epsilon_2'}}$$

(4-51)

$$\beta = 2k_0 n_2 d \left(1 - \frac{\epsilon_{23}''}{2\epsilon_1' \epsilon_2'} \right) \quad \rho_0 = \frac{1}{n_2} \left(1 + \frac{\epsilon_{23}''}{2\epsilon_1' \epsilon_2'} \right)$$

τ と ϵ とは

結合グレーティングの同期を $P_i = 2\text{cm}$ とし、 S をパラメータとして場合の反射係数の同波数特性を(4-44)式により計算すると図4-2のようになる。この結果からグレーティングの空隙の大きさに対して共振特性が第三章で示した結果に似た変化を示すことが求められた。ここでは数値例として

$$b = 32.4\text{ cm}, \quad 2a_0 = 18.0\text{ cm}, \quad h = 2.29\text{ cm}$$

を選び、無媒質の場合を考えている。この図より $S = 1.4$ 程度にグレーティングを選ぶと最も良好な共振特性を持つことが示されたから、次にこの寸法の共振器中に $\epsilon_0 = 2$, $2d = 1.16\text{ cm}$ の誘電体板をそう入した場合を誘電体損失 $\tan \delta_0$ の二、三の値について計算すると、図4-3となる。ただしここでは第八章で示す理由により鏡面間隔 B を

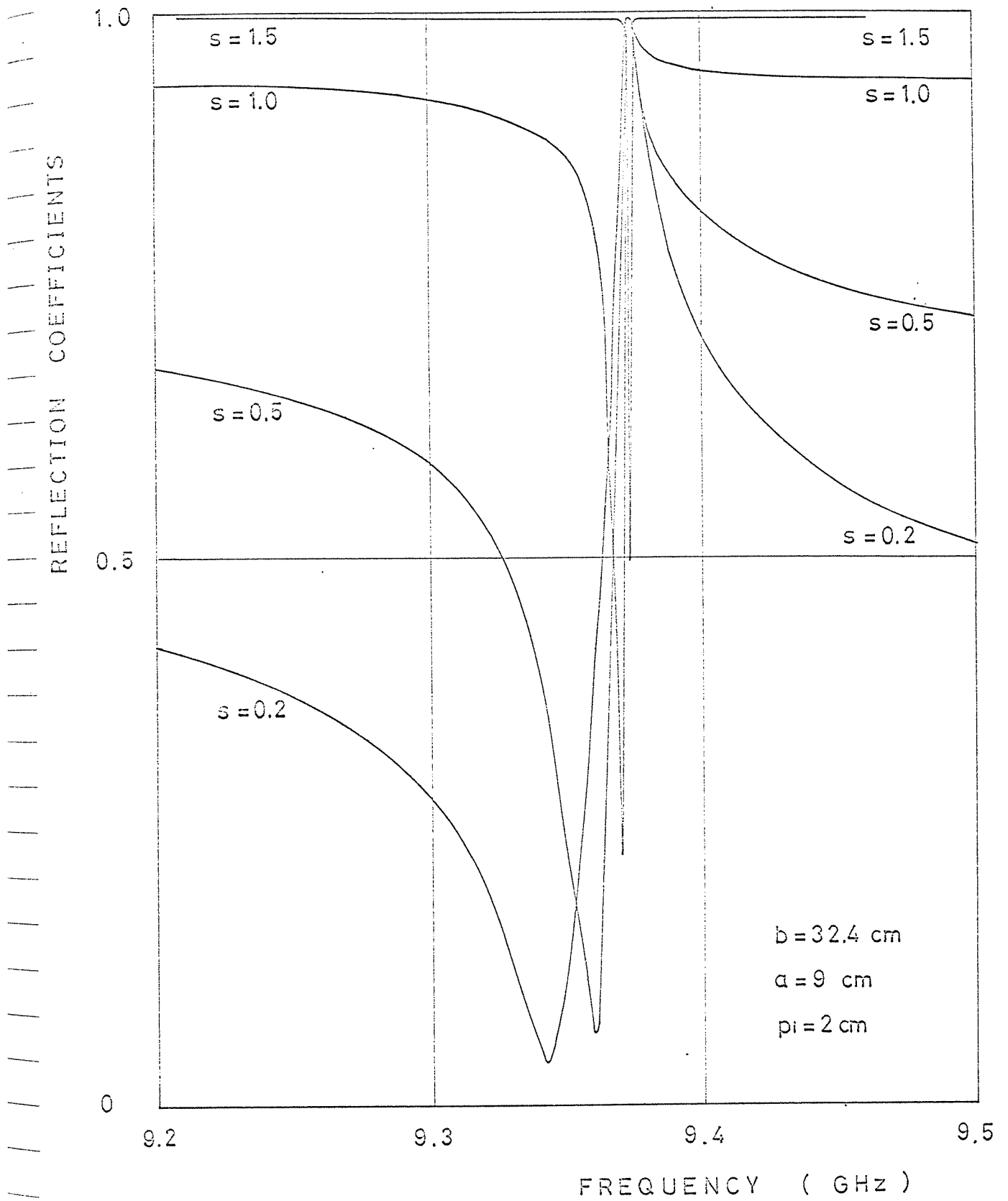


図4-2 共振特性のグレーディング空隙による変化(無媒質)

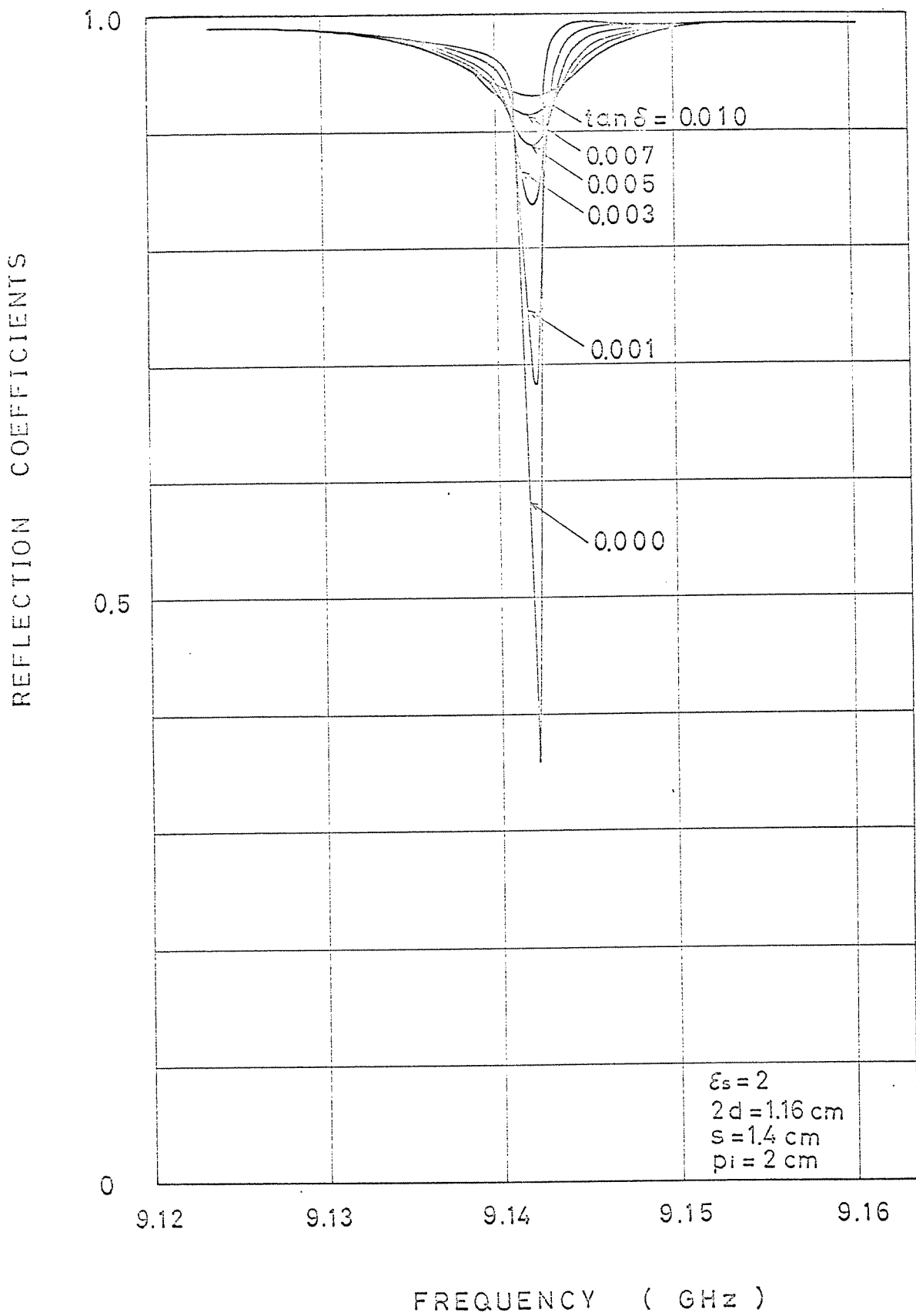


図4-3 媒質 $\alpha \tan \delta$ による共振特性の変化

$32.4 + 0.34 \text{ cm}$ と広げておき共振周波数は 9.375 GHz

から 9.142 GHz へ変化している。

図4-3 より各 $\tan \delta_0$ の値に対する Q 値の低下が
 未まれば逆に誘電体損失を求めることも可能で
 あるが、一般に任意の厚さ、誘電率を持つ試料
 について測定のとどその数値を代入した共振特
 性を求めるのはそれほど困難でないにしても、
 一般的では無い。なお簡単化して測定法につい
 ては第八章で検討する。誘電体損失のほかの回折
 損失、反射損失等との定量的な関係は次のよう
 にして求められる。

光領域と異なりマイクロ波、ミリ波の領域で
 はファブリ・ペロー共振器はほぼ単一モードで共
 振するよう鏡面間隔および大きさを選ぶことが
 可能である。⁽⁵¹⁾ このような共振器ではグレーティ

ングの空際を狭く ($S \leq P$ に近い値 $1 \leq S \leq P$) 選ん

でやるとその共振特性はほとんど odd modes, even

modes の最低次モードの寄与 D_o^o あるいは D_o^e の虚数

部を零とする周波数近傍での D_o^o , D_o^e の変化のみ

で決まる。すなわち異方性が余り大きくない場

合には共振は

$$\Phi_{\pm} = 2l\pi - \frac{g}{\chi_{00} - \frac{3}{4}g^2}, \quad l: \text{整数} \quad \begin{array}{l} \text{odd} \\ \text{even} \end{array}$$

を生ずる。この共振点で D_o^e は

$$D_{\text{res}}^e = \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + (1 - \chi_{00}) + (\Delta_{\pm} + \alpha)\chi_{00} + \frac{g^2}{4\chi_{00}}$$

$$+ \frac{|\Delta\chi_m|}{M} \left\{ \cos\left(\frac{g}{\chi_{00} - \frac{3}{4}g^2} + \psi\right) - \chi_{00} \sin\left(\frac{g}{\chi_{00} - \frac{3}{4}g^2} + \psi\right) \right\}$$

(4-52)

となる。上式の右辺第一項が鏡面の抵抗による

熱損失、第二項が共焦点時の回折損失、第三

項が誘電損失の項、第四項が媒質を入れたこと

により共振器が共焦点条件からずれるための回

折損失の増加、第五項が媒質の異方性による損

失と表わしている。また Φ_+ , Φ_- はそれぞれ第三

章で示した κ odd mode, even mode に対応している。

一例として $\lambda = 3.282 \text{ cm}$ ($f_0 = 9.142 \text{ GHz}$) 近傍で共振

する $a = 9 \text{ cm}$, $b = 32.4 \text{ cm}$ なる共振器中に厚さ $2d = 3.5 \text{ cm}$,

媒質定数 $\epsilon'_2 = \epsilon'_3 = 3\epsilon_0$ なる誘電体板をそう入ると

とするとき各損失は次のようになる。

$$\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} \approx 1.4 \times 10^{-4} \quad (\text{銅板鏡面})$$

$$1 - \chi_{00} \approx 3.2 \times 10^{-4} \quad (C_1 \approx 5)$$

$$(\Delta - \alpha)\chi_{00} \approx 2.6 \tan \delta_0$$

$$\frac{\xi^2}{4\chi_{00}} \approx -1.3 \times 10^{-4}$$

$$\frac{\Delta\chi_0}{M} \approx 1.5 \times 10^{-4} \quad (\tau = \frac{1}{50})$$

したがって $\tan \delta_0$ が 10^{-4} 程度の低損失の誘電体を測定する場合には異方性あるいは媒質その入による共振器の回折損失の増加が無視できない。

従来測定法ではこれ等の損失については全く考えておらず、これ等の損失までも誘電体損失の中に含まれて測定されていた。したがって比誘電率の小さい、ごく薄い試料でないと誤差が大きくなる。また比誘電率を測定する場合の軸方向モードの違いの影響も重要である。

本章の結果から媒質の複素誘電率を算出する式の導出については第八章で検討する。

§4.6 結言

ファブリ・ペロー共振器が開放型共振器で高い
 Q 値を有することから正確かつ短時間に材料の
 媒質定数測定を行なうのに適した共振器である
 と考えられる。本章では第八章の理論的準備と
 して導波管とグレーティングにより結合したフ
 ァブリ・ペロー共振器中心に一部異方性誘電体板
 をそう入した場合のグリーン関数を U -line 表示を
 用いて導出し、鏡面上の電流 J_1 , J_2 による電界
 磁界表示式を導き、それ等の境界条件を用いる
 ことにより (§4.3)、結合面から見た入力アドミ
 タンスを求めた (§4.4)。測定に適した共振特性
 を知るため媒質を含む場合の共振特性を二、三
 のグレーティング空隙および種々の誘電体損失
 の値について計算し、図示した。本章の解析は

従来、準光学的擾動法によりファブリペロー共

振器内に薄い誘電体を傾けて入れ、反射波は無

視(うる)として取り扱って⁽⁴⁵⁾いた測定法⁽⁴⁵⁾について

理論的な根拠を示したものであり、新たに従

来明瞭ではなかつた媒質のよう入によつて生ずる

共焦点条件からのずれによる損失(従来はこの損

失分も誘電体の損失に含まれて測定されていた)

増加分を示した。

次に無媒質時の共振器の反射損失と回折損失

さらに媒質の誘電損失、媒質のよう入による回

折損失の増加および異方性による損失の増加に

ついて定量的関係を用らかした。さらにそれ

等の一数值例を示し、低損失な試料($\tan \delta_0$ が 10^{-4}

程度)の場合にはそれら回折損失の増加分が無視

できないことを示した。

第5章 運動媒質も含むフアブリ・パロー 共振器

§5.1 序言

最近運動媒質と静止媒質の二つの媒質もを含む系での電磁波の伝播に関して数多くの研究が行なわれており、興味ある結果が報告されていている。

それ等はほらも二媒質の境界面での電磁波の反射、透過に関してであるが、導波管内に運動媒質がある場合についても二、三報告されており、

(52)(53)その伝播特性、あるいは導波管の管壁が抵抗壁である場合には電磁波の増幅現象の可能性がある

(54)(55)

こと、が示されておる。このよくなる運動媒質の問題については特にその運動速度が解析結果に大きな影響を与えており、今後は特に光速に比べ無視でさなう程度での速度で運動する媒質の速度を精度良く求めらるることが重要となると思

られる。

運動媒質中の電磁界を媒質に固定した座標系
 で見ると電磁界の Lorentz 変換より求める方法が一
 般に行なわれている手法であるが、一方深井氏
 は“等価媒質パラメータ表示”により運動媒質中の
 電磁界のほか、プラズマ、あるいは半導体中の電磁
 界などを統一的に取り扱える解析法を提案して
 (56)
 いる。この手法によれば運動媒質も静止系で見
 らる等価な異方性媒質に変換でき、その後は異方
 性媒質中での線路表示法で回路網的に取り扱え
 る。

本章ではこの手法によりファブリ・ペロー共振
 器中にそう入されている運動媒質も等価なテン
 ソール透電率、透磁率で表わし、さらに第四章と
 同様な手法により解析を行なった。従来の運動

媒質に関する解析のほとんどは運動媒質の中での物理量(電界、磁界など)のふるまいについてであり、それ等を直接測定することは困難である。

本論文は共振器の中の媒質運動による影響を共振周波数の変化として観測できることを示した。(57)

解析は簡単のため二次元問題(図5-1)として行った。この時媒質の運動方向が x 軸方向であると、この方向の電界、磁界成分の有無で分けたTE-type 波、TM-type 波は結合してしまうが、運動が y 軸方向であれば両波は分離する。本章ではこの場合をTE-type 波、TM-type 波の両波について解析を行った。さらに得られた入力アドミタンスを用いて媒質の運動速度による共振器の共振曲線の変化を求め図示した。このことから運動速度による共振周波数のずれを求め、運動

媒質において重要な媒質速度が(2)の結果から判定可能であることを示した。さらに(2)の場合の共振周波数と媒質速度との近似式を導き、結合スリット幅による共振周波数の変化についても言及した。

§ 5.2 運動媒質中での伝送方程式の導出

運動する媒質中(静止時の誘電率 ϵ , 透磁率 μ)

を伝わる電磁波は Minkowski 形式で記述すれば次

のようになる。⁽⁵⁶⁾

$$\nabla \times \underline{H} = j\omega \underline{D}, \quad \nabla \times \underline{E} = -j\omega \underline{B} \quad (5-1)$$

$$\underline{D} = \epsilon \underline{\alpha} \cdot \underline{E} + \underline{\Omega} \cdot \underline{H}$$

$$\underline{B} = \mu \underline{\alpha} \cdot \underline{H} - \underline{\Omega} \cdot \underline{E}$$

$$\underline{\alpha} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}, \quad \underline{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Omega \\ 0 & 0 & 0 \\ -\Omega & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ここで a, Ω は媒質の静止時の屈折率を n_0 とする

と

$$a = \frac{1 - \beta_e^2}{1 - n_0^2 \beta_e^2}, \quad \Omega = \frac{n_0^2 - 1}{1 - n_0^2 \beta_e^2} \cdot \frac{\beta_e}{c} \quad (5-2)$$

で与えられる。また $\beta_e = v/c$ であり、 v は媒質

の運動速度、 c は真空中での光速である。また

$\nabla \times$ を演算子を深井氏により導入された形式的

をダイアデイク表示

$$\underline{\nabla} = \begin{pmatrix} 0 & -\nabla_z & \nabla_y \\ \nabla_z & 0 & -\nabla_x \\ -\nabla_y & \nabla_x & 0 \end{pmatrix}$$

で置き換え \underline{D} , \underline{B} をそれぞれ \underline{E} のみ, \underline{H} のみの

式で表示すると, x 方向に界が変化しない場合

$\nabla_x = 0$ となり, ω を角周波数として

$$\underline{D} = \underline{\epsilon} \cdot \underline{E}, \quad \underline{B} = \underline{\mu} \cdot \underline{H} \quad (5-3)$$

$$\underline{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad \epsilon_{11} = \epsilon_{33} = \epsilon a - \frac{j\omega\Omega^2 - \Omega\nabla_y}{j\omega\mu a}$$

$$\epsilon_{22} = \epsilon, \quad \epsilon_{32} = \frac{\Omega\nabla_z}{j\omega\mu a}$$

となる。 $\underline{\mu}$ は上式で ϵ と μ を入れ換えると得ら

れる。

第三章と同様 x 方向に無限長の二次元ファブ

1) パロ一共振器を考え、その内部を厚さ $2d$ の

誘電体板が y 方向に一様速度で運動しているとする。

このとき運動媒質内部での x 方向の位相定数を k 、 y 方向の位相定数を β と仮定すると

$$\nabla_y = -j\beta, \quad \nabla_x = -jk$$

と置き換えられ

$$\epsilon_{11} = \epsilon_{33} = \epsilon a - \frac{\Omega(\omega\Omega + \beta)}{\omega\mu a}, \quad \epsilon_{22} = \epsilon, \quad \epsilon_{32} = \frac{\Omega k}{\omega\mu a}$$

$$\mu_{11} = \mu_{33} = \mu a - \frac{\Omega(\omega\Omega + \beta)}{\omega\epsilon a}, \quad \mu_{22} = \mu, \quad \mu_{32} = \frac{\Omega k}{\omega\epsilon a}$$

(5-4)

となる。 $H_x \equiv 0$ なる TM-type 波について考えると、

x 方向を線路と考える伝送方程式は (2-13a) ~ (2-13d)

式を (5) の見かけ上の異方性媒質中で計算して、次

式となる。

$$-\frac{\partial V}{\partial z} = -j\omega\mu_{22}I, \quad \frac{\partial I}{\partial z} = j\frac{\omega^2\epsilon_{11}\mu_{33} - \beta^2}{\omega\mu_{33}}V - j\beta\frac{\mu_{32}}{\mu_{33}}I$$

(5-5)

位相定数 k と β は未知であるが、この関係は

(5-5) 式から求められる。すなわち $\nabla_x^2 = -k^2$ とおいて

から上式で $\frac{d}{dz} = -jk$ と置き、整理すると k

は次のように表わされる。

$$k = \pm \sqrt{k_0^2 a^2 - \frac{(\omega \Omega + \beta)^2}{a^2}}, \quad k_0^2 = \omega^2 \epsilon \mu_0$$

一方図5-1の空気領域での伝送方程式は(5-5)式

で $\mu_{33} = \mu_{22} = \mu_0$, $\mu_{32} = 0$, $\epsilon_{11} = \epsilon_0$ とおけば良い。

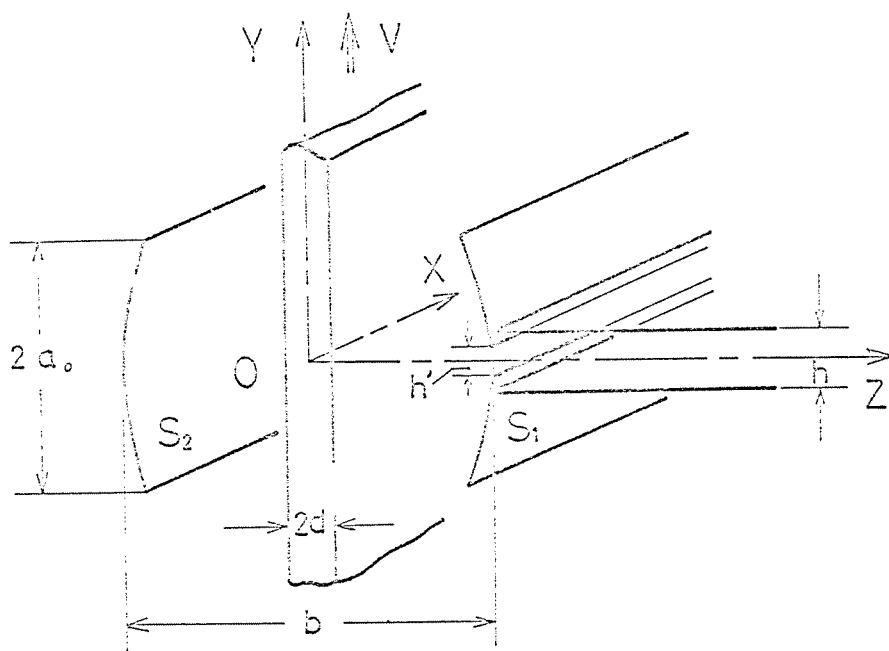


図5-1 運動媒質を含むファブリ・ペロー共振器 (TM-type 波)

鏡面上での電界についての境界条件を導入するため、鏡面 S_1 , S_2 面上の電流 J_1 , J_2 により共振器内に生ずる電界表示を求める。それには第四章で行なう k と同様に最初鏡面は平面と仮定して、インピーダンスグリーン関数を計算する必要があり、付録 6 で異方性媒質板を含む場合に行なう k と同様の手法により、インピーダンスグリーン関数が求められる。 $Z(z < -d, c)$ は全く (4-6) 式と同形であるが $Z(z > d, -c)$ は異方性の影響は表われない。

$$Z(z > d, -c) = \frac{z_0}{2} T(\beta) e^{-\frac{1}{2}k_0(c+z) + \frac{1}{2}(k_0 - k)2d} \quad (5-6)$$

となる。 $z = c$ に添があるグリーン関数 $Z(z < -d, c)$

および $Z(z > d, c)$ はそれぞれ $Z(z > d, -c)$, $Z(z < -d, -c)$ の z

を $-z$ で置き換えることにより得られる。(5-6) 式

のようになるのは等価な媒質定数には見かけ上

異方性の項が含まれるが、この項は z 方向の位

相定数を含むもので、 z 軸方向への進行波と後

進波に対、符号が変化するためである。このこ

とは物理的には当然予測されることで、運動方

向が y 方向のとき、 z の正および負方向に違いは

ない。 $\beta = \kappa$

$$R(\beta) = \frac{1}{D(\beta)} \left(1 - \frac{y_0^2}{y_1^2}\right) \sin 2\kappa d \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$T(\beta) = \frac{1}{D(\beta)} \frac{2y_0}{y_1}$$

$$D(\beta) = \frac{2y_0}{y_1} + \left(1 - \frac{y_0}{y_1}\right)^2 e^{-i2\kappa d + i\frac{\pi}{2}} \sin 2\kappa d \quad (5-7)$$

$$y_0 = \frac{1}{z_0} = \frac{\omega \mu_0}{\kappa_0}, \quad y_1 = \frac{\omega \mu_0}{\kappa} \quad (5-8)$$

§ 5.3 入力アドミタンス (TM-type 波)

このインピーダンスグリーン関数を用いると
電流分布 $J_1(y)$, $J_2(y)$ (TM-type 波では x 方向成分のみ)
によるモード電圧 $V(z)$ は J_1 , J_2 の分布にあたって
積分するを得られる。さらにこのモード電圧に
より共振器内の横電界は

$$E_x(y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} V(z) e^{-ip_y y} dp_y \quad (5-9)$$

で表わされる。これまでは鏡面を平面 ($z=c$ と $z=-c$)

かつ $-a \leq y \leq a$) と考えて解析してきたが、実際

の鏡面は $y = p_0 \cos \xi \cosh \zeta$, $z = p_0 \sin \xi \sinh \zeta$ なる円錐の

一部 (ξ の $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$ 近傍) で示される曲率を持ってい

る。鏡面上で鏡面の間隔 $2c$ は z の大きさと小さ

さ c を考慮すると、間隔 $2c$ はほぼ $|z - \alpha|$ で近似 (α

は左側鏡面, α は右側鏡面) でき $\xi = \frac{\pi}{2} + \Delta\xi$, $\xi = \frac{3\pi}{2} + \Delta\xi$

とみると、

$$2C \approx |z - z'| = 2p_0 \sinh \zeta_0 - \frac{(y^2 + y'^2) \sinh \zeta_0}{2p_0 \cosh^2 \zeta_0}$$

となる。共振器が共焦点であれば $\sinh \zeta_0 = 1, \cosh \zeta_0 = \sqrt{2}$

であるから共焦点鏡面の曲率を考慮するには

(5-6) 式中に交えられる C の代わりに

$$2C = b - \frac{y^2 + y'^2}{+p_0} \quad (5-10)$$

を用いればよい。さらに z に C の値を代入し、 β

積分と近軸光近似により行うと、

$$E_x(z, S_1) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left[J_1(t) - \int_1^1 \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}} R_1(t) J_1(t') e^{j\Phi(t, t')} dt' \right. \\ \left. + \int_1^1 \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}} T_1(t) J_2(t') e^{j\Phi(t, t')} dt' \right] \quad (5-11)$$

$$\Phi(t, t') = \frac{\pi}{4} - k_0 b_2 + C_2(t-t') + C_1 t t' - \frac{C_0}{2}(t^2 + t'^2) \quad (5-12)$$

となる。ここで $y = a_0 t$ ($2a_0$; 鏡面) なる変数変換を

行った。 S_2 面上の電界は添字 1, 2 を置き換える

と得られ、 C_1, C_2 等は次式で与えられる。

$$C_1 = \frac{k_e d_0}{b_e}, \quad C_2 = C_1 \left(1 - \frac{k_e}{2f_0}\right), \quad C_2 = \frac{k_e d_0}{b_e} \frac{\omega \Omega}{\theta a} 2d$$

$$\theta = \sqrt{k_e a - \frac{\omega^2 \Omega^2}{a}} \quad (5-13)$$

$$p_2 = b + \left(\frac{\theta}{k_e} - 1\right) 2d + \frac{1}{2k_e} \left(\frac{2\omega \Omega}{\theta a} d\right)^2$$

$$p_e = b + \left\{ \frac{\partial}{\partial a} \left(1 - \frac{3\omega^2 \Omega^2}{\theta^2 a}\right) - 1 \right\} 2d \quad (5-14)$$

よについての特積分項中 C_2 は一般に十分小さく,

C_0 は鏡面間隙を適当に選ぶと零にするこがで

よので、第四章(4-16)式で示される積分方程式

の固有関数 $\psi_m(t)$ を用いて $E_z(t, z)$ の鏡面電流 J_1, J_2

を展開する。電界が S_1, S_2 鏡面上では R_{J_1}, R_{S_2} に等

しく、スリット面上では電界 $E(t)$ に等(いとい

う境界条件から、展開係数 A_{1m}, A_{2m} が定められる。

$$A_{1m} = \frac{\left(1 + \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - R_m\right) \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \int_{-l}^l E(t) \psi_m(t) dt}{\left(1 + \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - R_m\right)^2 - T_m^2} \quad (5-15)$$

$$R_m = \mathcal{R}_m R(\omega) e^{i(\frac{\pi}{2} - \epsilon_0 \beta_2)} \quad (5-16)$$

A_{2m} は A_{1m} の $(1 + \frac{2k_0}{\sqrt{a_0 \epsilon_0}} - R_m)$ と T_m を入れ換えると宗まり

T_m は R_m の右辺 $R(\omega)$ と T ので置き換えると宗まる。二

二に固有値 \mathcal{R}_m は (4-15) 式と同形の類余分極式の固有

値で共振点の時の \mathcal{R}_{m0} を用いて評価留表式

から、

$$\mathcal{R}_m = \mathcal{R}_{m0} - i\mathcal{Q} - \frac{3}{4}\mathcal{Q}^2 - \frac{\epsilon_0}{2\beta_2} \left(\frac{2\omega\Omega a}{\partial a} \right)^2 \quad (5-17)$$

$$= \mathcal{R}_{m0} \quad (m \neq 0)$$

$$\mathcal{Q} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\beta_2}{2\beta_0} \right)$$

を用いる。また \mathcal{R}_{m0} は共振点時の固有関数で Radial

Prolate Spheroidal Function で与えられる。 (4)(43)

鏡面上の電流がスリット面上の電界 $E(\omega)$ のみで

表わされるから、この電流による共振器内の磁界

を求めると、モード電流はモード電圧の二微分で

与えら (5-9) 式を微分する = により磁界が

求められる。電界で行な、 β と同様 β について

積分を行ない曲率の影響を考慮する。さらに

$J_0(t)$, $J_2(t)$ をさきに求めた固有関数で展開し、その

規格直交性を利用すると (4-31) 式の G_m を用いて

$$H_{cy}(t, s_1) = \sum_m G_m \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} e^{i\omega t} \psi_m(t) \psi_m(t) dt \quad (5-18)$$

と表わされる。

次にこのスリット面上の電界 E_y のより導波管側に生ずる磁界はいまのように x 方向に一樣

る TM-type 波の場合、第三章 (3-5) ~ (3-8) 式で示し

たように与えられ、特に $\beta = \frac{h}{2}$ 面上の磁界は

$$H_{cy}(y, b) = I_1(\beta) h_{wn}(y) - j \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E_y(y') \sum_{n=3}^{\infty} h_{wn}(y') h_{wn}(y) \frac{dn}{\omega \mu_0} dy' \quad (5-19)$$

$$\hat{k}_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{h}\right)^2 - k_0^2} \quad (n \geq 3), \quad h_{wn}(y) = \sqrt{\frac{2}{h}} \cos \frac{n\pi}{h} y$$

と表わされ

スリット面上に与ける共振器磁界と導波管側
磁界の連続条件, $H_{cy}(t, a_1) = H_{cy}(y, b)$ (5-18) 式より

(5-19) 式を代入し, 平行平板導波管内の最低次

モード電流 I_1 について整理し, さらに面上での

他次モード電圧 V_1

$$V_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(y') h_{\omega_1}(y') dy' \quad (5-20)$$

との比を取るとより入力アドミタンスの

停留表示が得られる。

$$\bar{Y} = Y_{\text{res}} + Y_c \quad (5-21)$$

$$Y_{\text{res}} = \frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(y') E(y) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\hat{k}_n}{\omega \mu_0} \frac{2}{h} \cos \frac{n\pi y}{h} \cos \frac{n\pi y'}{h} dy' dy}{\left[\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(y') \cos \frac{\pi y'}{h} dy' \right]^2} \quad (5-22)$$

$$Y_c = \frac{\int_{-\frac{h}{2a_0}}^{\frac{h}{2a_0}} \int_{-\frac{h}{2a_0}}^{\frac{h}{2a_0}} E(t) E(t') \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sum_{m=0}^{\infty} G_m \psi_m(\omega) \psi_m'(t) dt' dt}{a_0 \left[\int_{-\frac{h}{2a_0}}^{\frac{h}{2a_0}} E(t) \cos \left(\frac{a_0 \pi}{h} t \right) dt \right]^2} \quad (5-23)$$

Y_c は平行平板導波管内の幅 h のアイリスを入れたときの逆アドミタンスの停留表示式である。この場合に (5-23) = の結果を利用すると微少の補正項は省略して (5-24)

$$Y_c = -j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\lambda}{2h} \cot^2 \frac{\pi h}{2h} \quad (5-24)$$

となる。 Y_c の停留表示を計算するのに G_m は第四章で示したように、マイクロ波領域では (4-41) 式のように変形できるので、級数の性質

$$\sum_m \frac{\psi_m(t) \psi_m(t')}{m!} = \sqrt{2\pi} \delta(t-t')$$

を用い、trial function $E(\psi)$ を、

$$E(\psi) = \cos \frac{\pi \psi'}{h'} \quad (5-25)$$

を仮定して計算する (57)

$$Y_c = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{h}{2} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{h}{h'}\right)^2}{\cos \frac{\pi h'}{2h}} \right\}^2 \left(\frac{1 + \frac{R_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}}{1 + \frac{2R_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}} \right) \left[\frac{1}{i + \frac{R_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}} \frac{\pi^2}{8h} + \sum_{m=0}^{\infty} G_{2m,0} \frac{(2m-1)!!}{2m!!} \right] \quad (5-26)$$

と求めらる。ここで G_{2m0} は次のように与えら

$$G_{2m0} = \frac{\chi_{2m} e^{j\beta_+}}{\frac{2R_0}{V\mu_0 \epsilon_0} + 1 - \chi_{2m} e^{j\beta_+}} + \frac{\chi_{2m} e^{j\beta_-}}{\frac{2R_0}{V\mu_0 \epsilon_0} + 1 - \chi_{2m} e^{j\beta_-}} \quad (5-27)$$

$$\bar{\theta}_{\pm} = \frac{3\pi}{4} - k_0 b_2 \pm \alpha_1 - \alpha_2 = \frac{\pi}{2} \quad (5-28)$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{k_0}{\beta}\right)^2}{2 \frac{k_0}{\beta}} \sin 2\theta d \right\} \quad (5-29)$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \left\{ \frac{\left(1 - \frac{k_0}{\beta}\right)^2 \tan 2\theta d}{2 \frac{k_0}{\beta} + \left(1 + \frac{k_0}{\beta}\right) \tan^2 2\theta d} \right\} \quad (5-30)$$

§ 5.4 入力アドミタンス (TE-type 波)

本節では TE-type 波の組合を解析する。(58) の場合
 電界は y 方向成分のみとなり図 5-2 に示す
 二重グラデーティングに等価する。

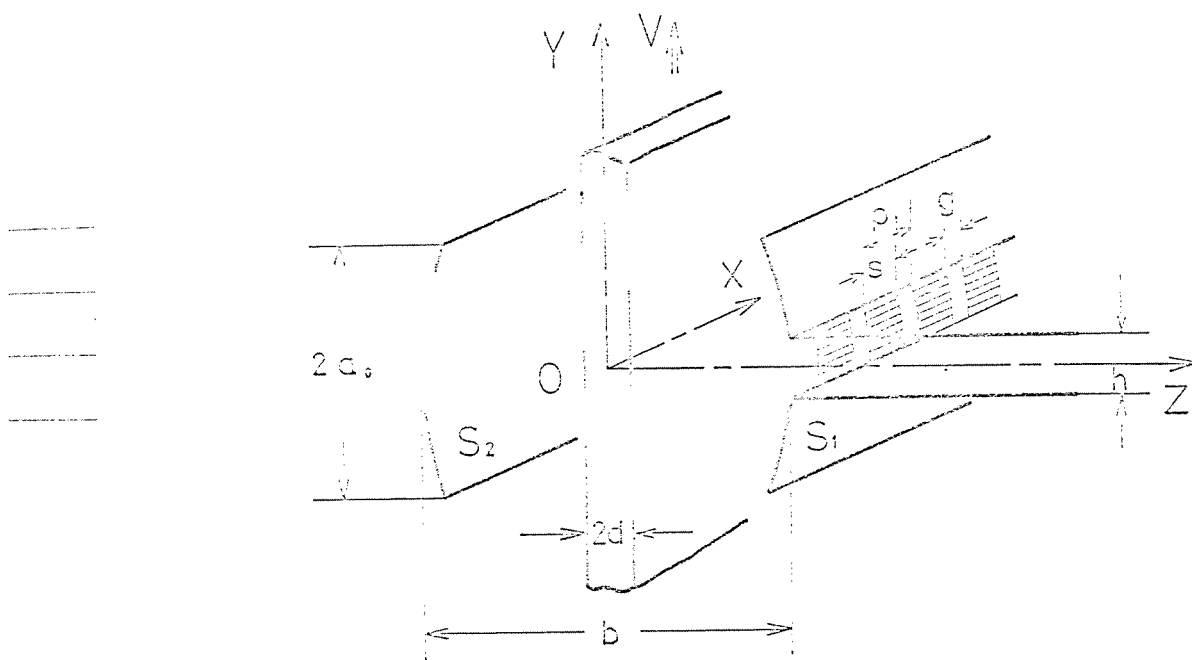


図 5-2 運動媒質を含むファブリ・ペロー
 共振器 (TE-type 波)

方向へ運動する媒質中での伝送方程式は (5-3)

式の等価媒質定数を用いて

$$\frac{dV}{dx} = j \frac{\omega^2 \epsilon_{33} \mu_{11} - \beta^2}{\omega \epsilon_{33}} I - j \beta \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} V, \quad -\frac{\partial I}{\partial z} = j\omega \epsilon_{22} V$$

(5-31)

とる。前節での取扱いと全く同様、グリーン関数と鏡面電流による共振器内電界表式が境界条件を満足することから鏡面電流と結合面上での電界で表わす。この電流により共振器側、導波管側両領域における磁界が表わさる。この磁界が結合面上で連続でなければならぬ。ことから、結合面上電界についての積分方程式が得られる。この積分方程式で導波管内最低次モード電流、電圧に注目してその比として入力アドミタンスを求め、停留表示式を計算

す。次式となる (58)

$$Y_{in} = -j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\lambda}{\pi b} \frac{1}{\ln \operatorname{cosec} \frac{\pi d}{2b}} \quad (5-22)$$

$$Y_c = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left[\frac{1}{2R_s \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\eta^2}{\pi b \epsilon} \sum_{m=0}^{\infty} G_{2m0} \frac{(2m-1)!!}{(2m)!!} \right] \quad (5-23)$$

§ 5.5 反射係数, 媒質の運動による 共振周波数のずれ

§5.3 で求められた入力アドミタンスを用いて、

一、二、三のスリット幅 K と運動速度 βc に対して

反射係数の周波数特性を計算する。共振はスリット幅が小さい時には、おおよそ $\Phi_+ = 2l\pi$ または $\Phi_- = 2l\pi$ (l は整数) を満足する周波数で起るが、前者は共振器の中心面すなわち $x=0$ の面で電界が零となるような軸方向モードの共振でこれを odd modes と呼ぶ。後者は $x=l$ の面で電界が左右対称となるモードの共振が生じる場合でこれを even modes と呼ぶ。

媒質が無い時には、 $\beta c = 2\gamma_0$ したがって (5-13) 式で $C_0 = C_2 = 0$ となり共振点となる。一般に媒質がそのうに入ると C_0 は無視できない程度変化する。

一方 C_2 は βc が 0.5 程度まででは非常に小さい、

したがって (5-13) 式で C_2 は無視できるとして、

共振周波数のずれを計算する。この場合 C_0 は βc が小さいと仮定して、

したがって (5-13) 式で C_2 は無視できるとして、

共振周波数のずれを計算する。この場合 C_0 は βc が小さいと仮定して、

したがって (5-13) 式で C_2 は無視できるとして、

共振周波数のずれを計算する。この場合 C_0 は βc が小さいと仮定して、

したがって (5-13) 式で C_2 は無視できるとして、

たがって、 ϵ の C_0 が零つまり ϵ が零となる場合、共振器はほぼ共焦点条件を満足していると考えてよい。今後簡単のため共焦点という言葉にはこの状態も含めることにする。

さて鏡面間隔 $b = 2p_0$ で共焦点条件を満足している共振器中心に屈折率 n_0 、厚さ $2d$ の誘電体が図5-1のようにさし入れられると、媒質が静止している時、(5-14)式より

$$b_e = b + \left(\frac{1}{n_0} - 1\right) 2d$$

となる。この状態では $g = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{b_e}{2p_0}\right)$ は零とはならないが、間隔 b を $2p_0$ から

$$b = 2p_0 + \left(\frac{n_0 - 1}{n_0}\right) 2d \quad (5-34)$$

と広げてやれば、 $b_e = 2p_0$ となり、 $g = 0$ とする
ことが出来るから、再び共焦点となる。

にたとえば $b=2p_0=32.4 \text{ cm}$, $2a_0=14 \text{ cm}$ なる共焦点フ

ァブリ・ペロー共振器を考え、 $n_0=\sqrt{2}$, $2d=1.16 \text{ cm}$ の

誘電体をそう入 | にするときには $\Delta b=(n_0-1)2d/n_0$

$=0.34 \text{ cm}$ だけ間隔を広げることによ | 共焦点とす

ることができる。odd mode 共振は $\Phi_+ = 2l\pi$ より求め

ると無媒質のとき $f_0=9.375 \text{ GHz}$ で共振するが、上

記媒質がそう入され、鏡面間隔を広げた後では

$f=9.1435 \text{ GHz}$ となる。

図5-3、図5-4には $b/h=0.1$ および 1.0 となるスリッ

ト幅に選んだときの反射係数の同波数特性を β_e

の二、三の値に対して求めた結果を示した。こ

に反射係数 Γ は入力アドミタンス \vec{Y} を用い

て

$$\Gamma = \sqrt{\frac{\left(\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2h}\right)^2} - \text{Re} \vec{Y}\right)^2 + (\text{Im} \vec{Y})^2}{\left(\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2h}\right)^2} + \text{Re} \vec{Y}\right)^2 + (\text{Im} \vec{Y})^2}} \quad (5-35)$$

から計算される。この特性は $\beta_e = 0$ とすると第三章で共焦点ファブリ・ペロー共振器について別な解析法を用いて行なう。結果と一致している。

図5-3, 図5-4では odd modes, even modes とともに第三高次 mode まで含めて計算を行なう。

ODD MODE RESONANCE

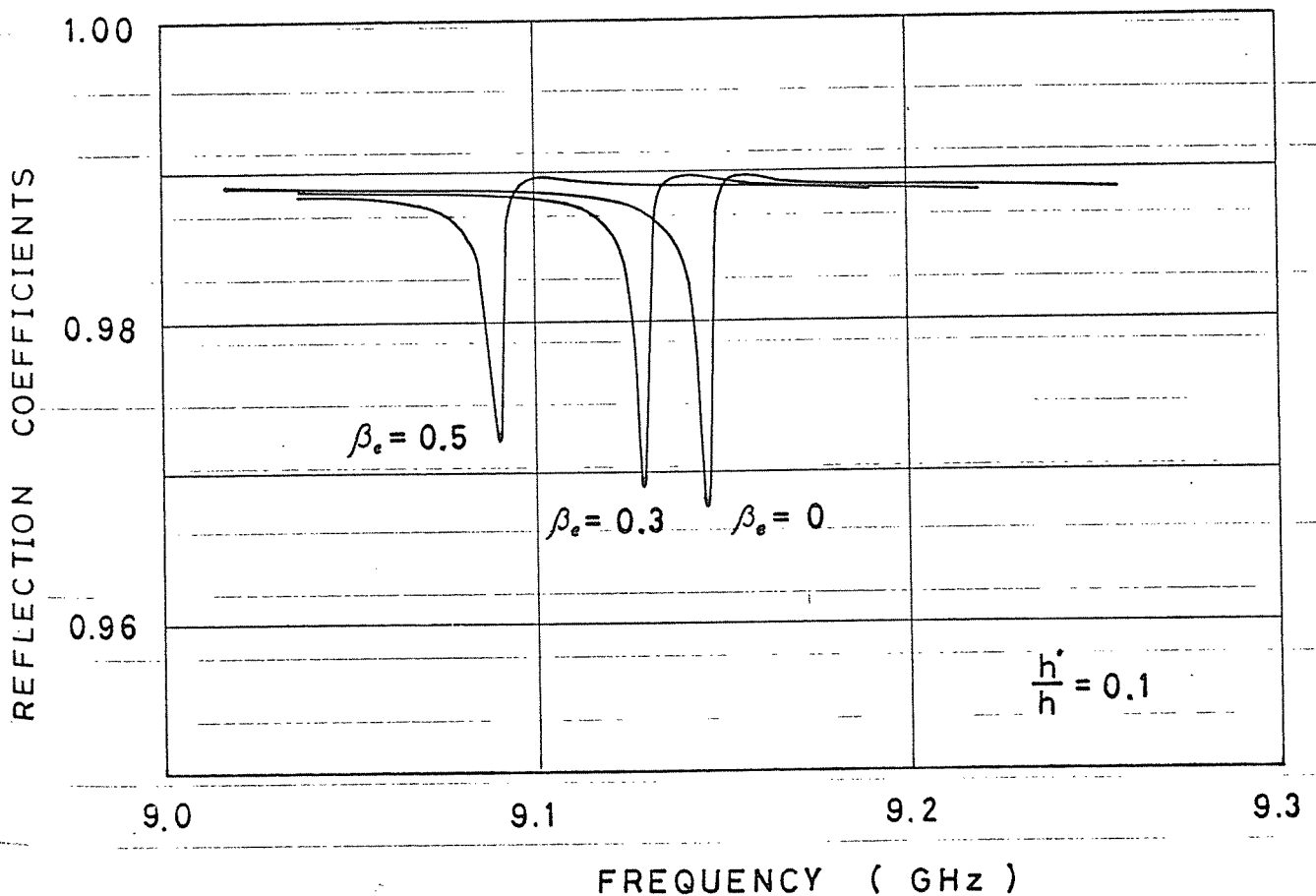


図5-3 媒質の運動による共振特性の変化
($\frac{h'}{h} = 0.1$)

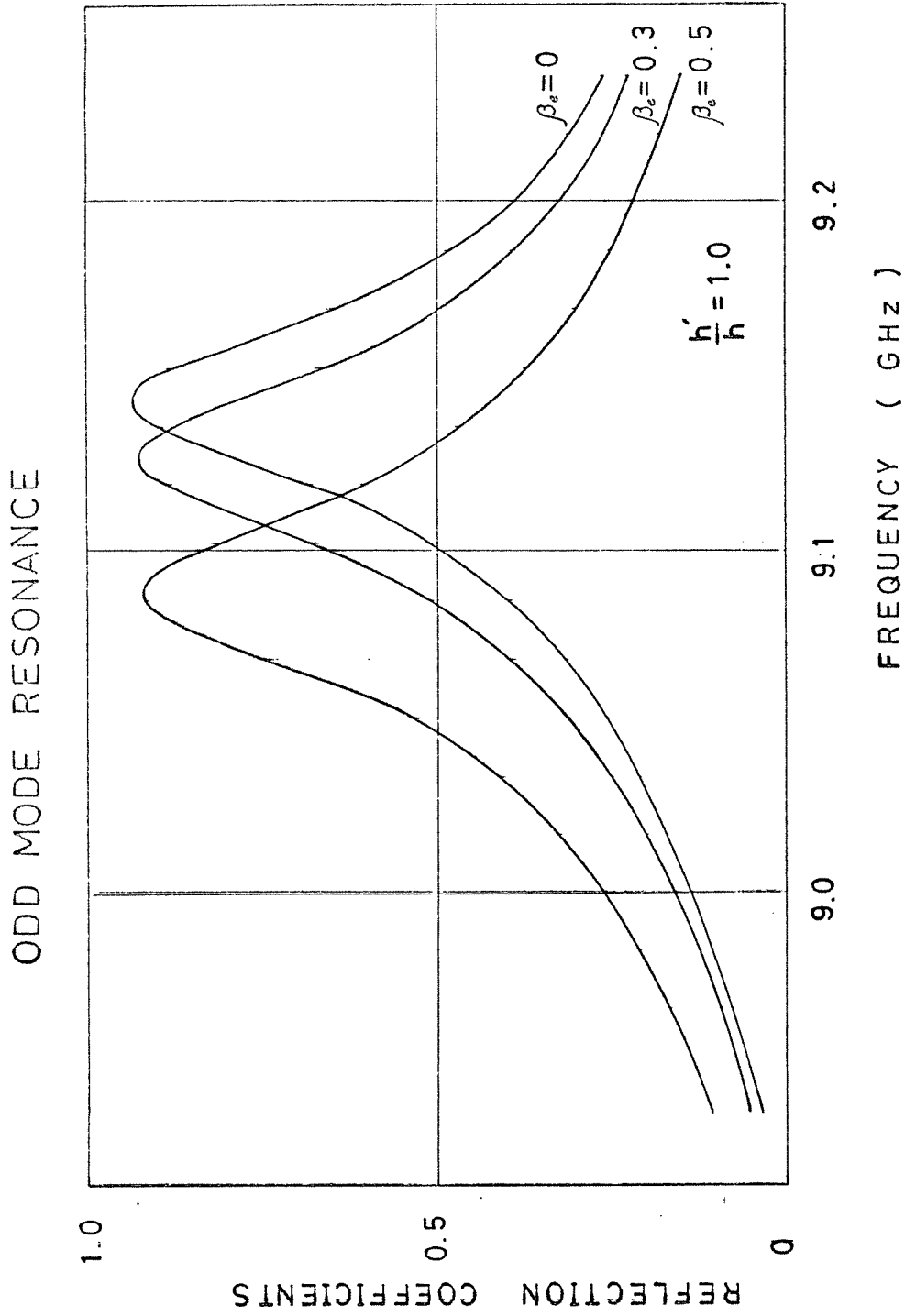


図5-4 媒質の運動による共振特性の変化
($h'/h = 1.0$)

媒質の運動による共振周波数のずれは西図より求められるが、より簡単には $\Phi_+ = 2l\pi$ を解いて求めることも可能である。(付録11参照) しかしいくつかの場合には結合スリットによる影響が考慮されないため誤差が生ずる。鏡面に設けたスリットによる共振周波数のずれは定性的には方形導波管型共振器の結合に容量性の窓を設けるか、誘導性の窓を設けるかによって共振周波数が前者では高く、後者では低くなるものと同等であると考えられる。すなわちこの場合誘導性スリットにより結合しているため、共振周波数はスリットを設けないときの共振周波数、すなわち $\Phi_+ = 2l\pi$ より求めた周波数より下がることを考えられる。図5-5にはこの規格化スリット幅 h/h による共振周波数のずれを示した。これにより $h/h = 0$

α と β の 9.1435 GHz ($\Phi_+ = 2l\pi$ の解) より低下する
 ことがわかる。

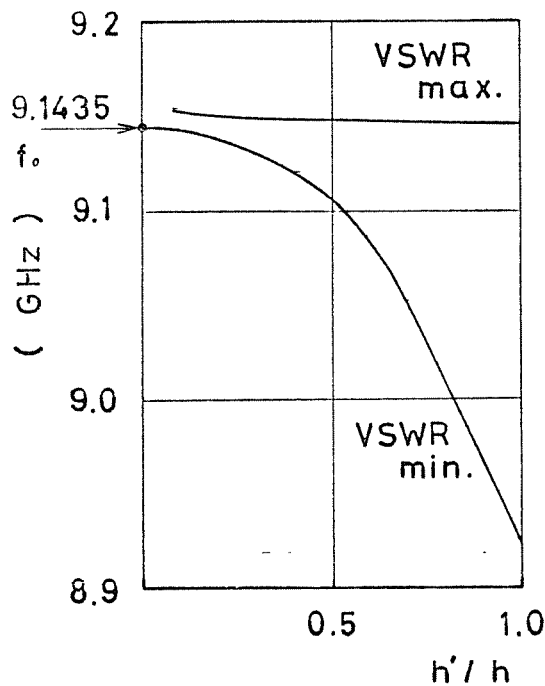


図5-5

規格化スリット幅
 h'/h による共振周波
 数のずれ ($\beta_e = 0$)

図5-6 は媒質の運動速度による共振周波数の
 ずれと前記数値例で示したもので、 β とえば光
 速の $1/10$ で運動する媒質があれば共振周波数は
 odd mode 共振の場合 2 MHz 程度となり、 Δ テロダ
 イン検波等によって十分測定が可能である。

図5-6には even mode 共振の場合もあわせて示した

even mode共振は無媒質時 $f=9.838$ GHzで共振し、前

記媒質とそう入すると $f=9.6065$ GHz ($h/h=0$ に対し)

で共振する。この共振モードについての共振特

性を $h/h=0.2$, $h/h=0.3$, $h/h=1.0$ の三種に対し計算する

と図5-7, 図5-8, 図5-9となる。

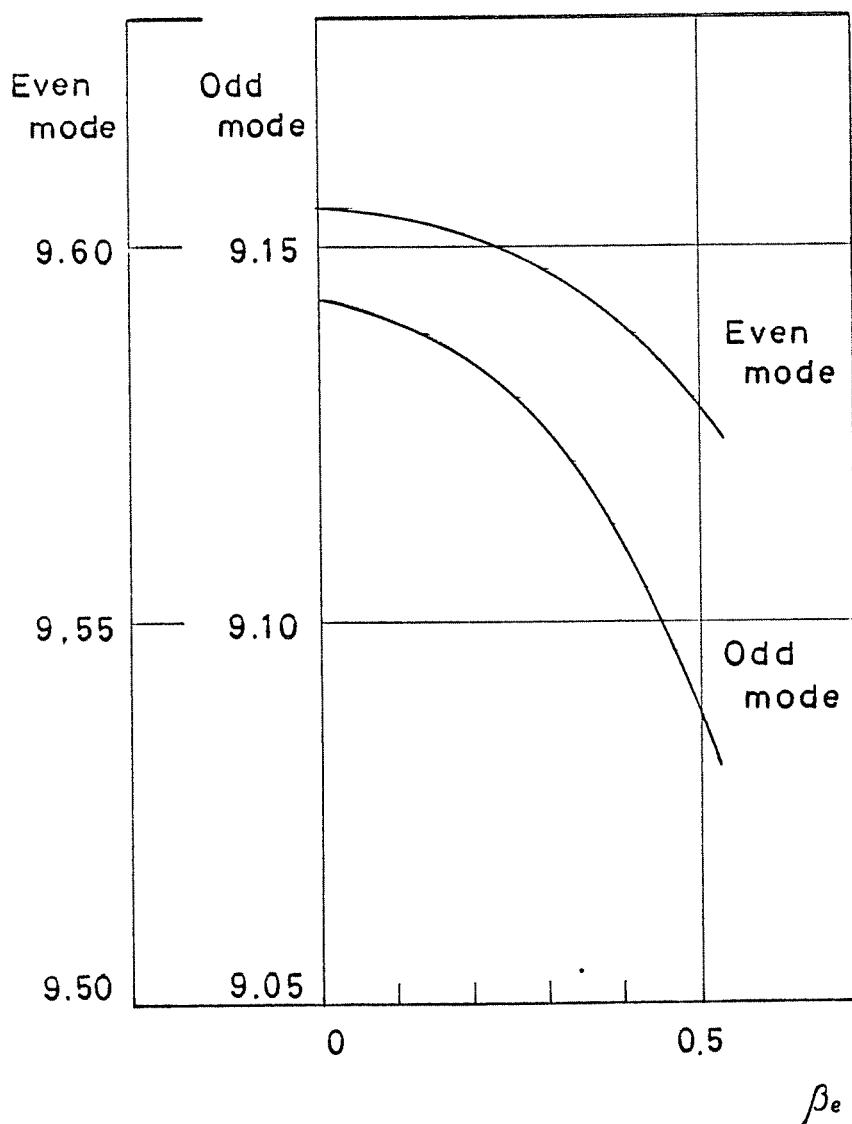


図5-6 媒質の運動速度に対する共振周波数の変化 (even mode および odd mode 共振の場合)

EVEN MODE RESONANCE

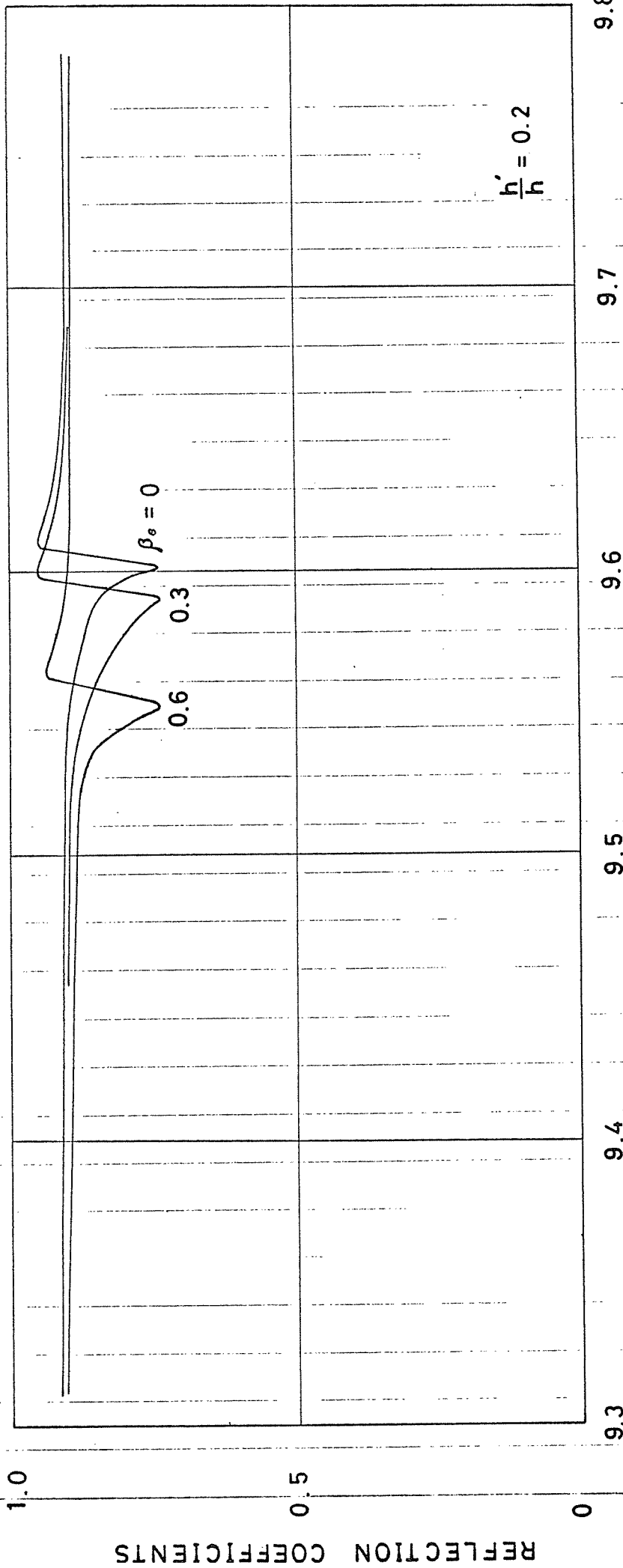


図 5-7
媒質の運動による共振周波数の変化
($\frac{h'}{h} = 0.2$, even mode 共振)

EVEN MODE RESONANCE

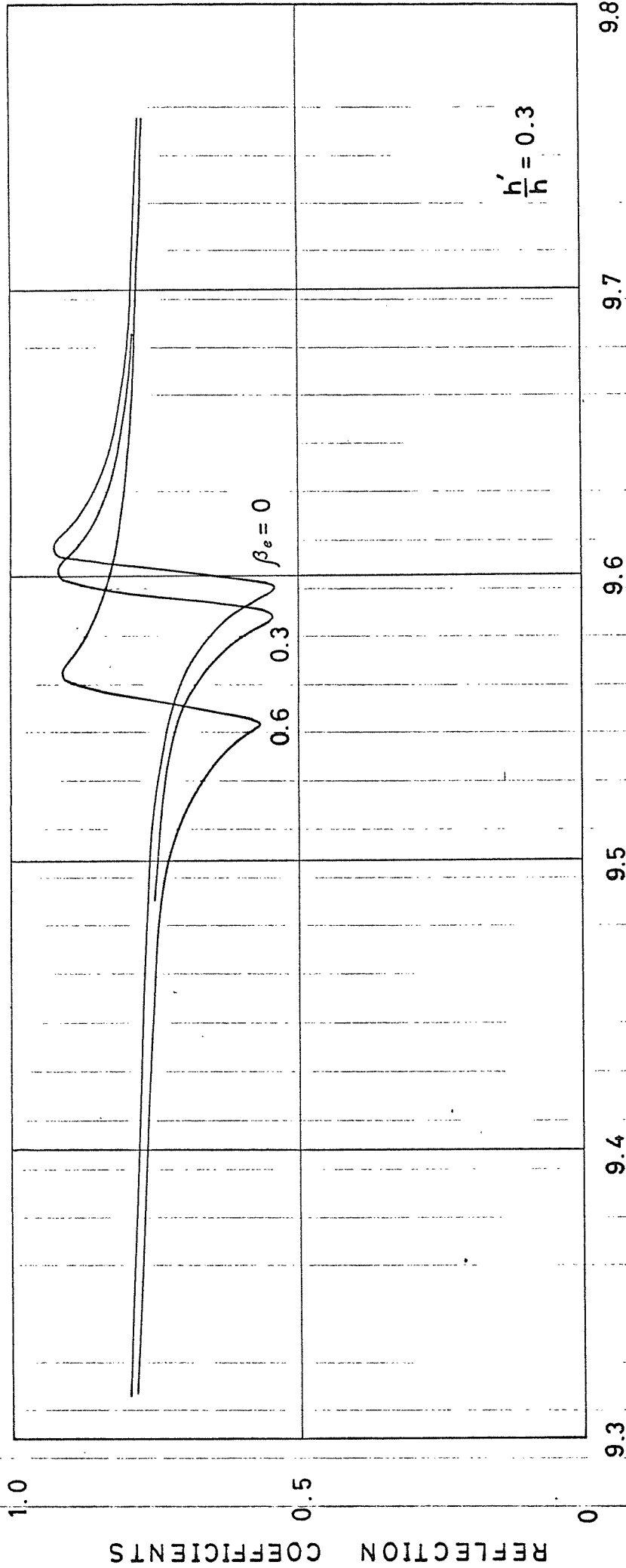


図 5-8 媒質の運動による共振周波数の変化 ($\frac{h'}{h} = 0.3$, even mode 共振)

EVEN MODE RESONANCE

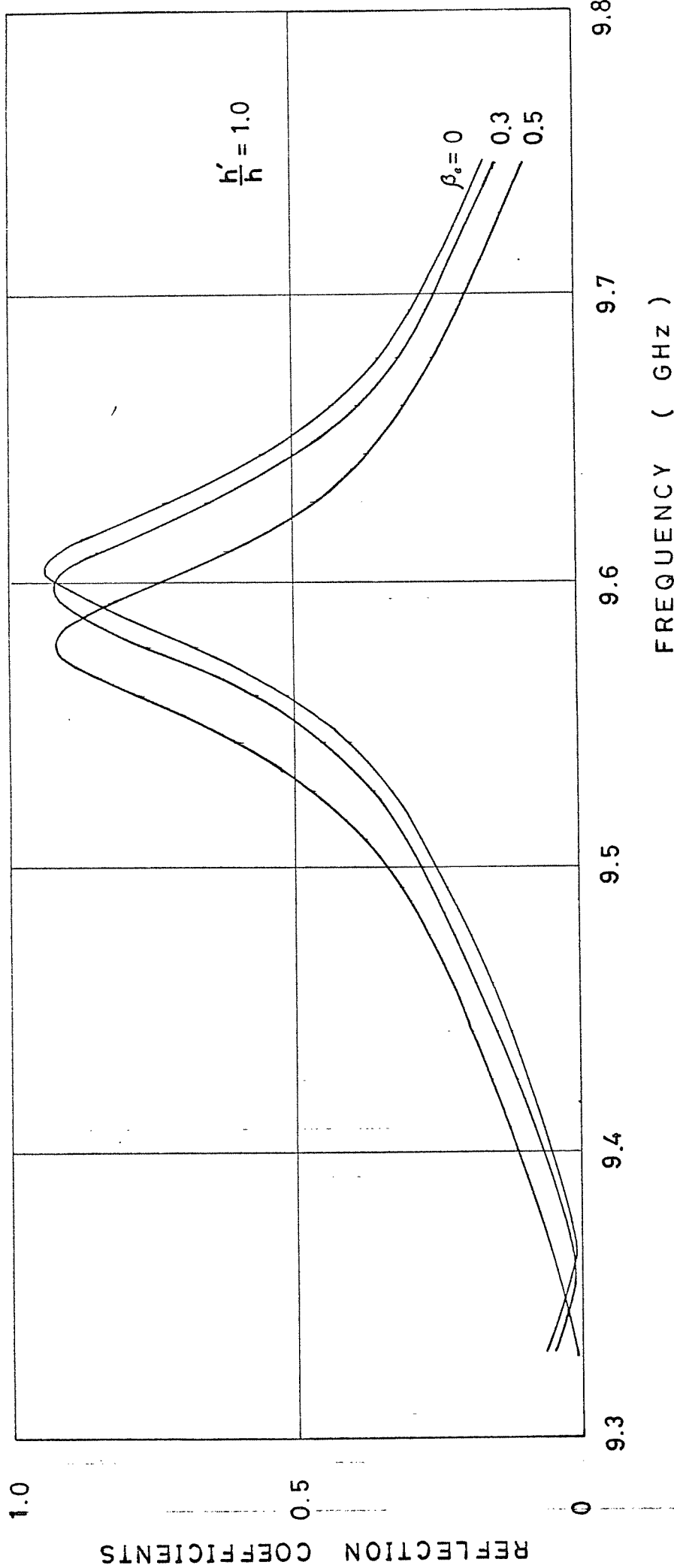


図 5-9 媒質の運動による共振周波数の変化
 ($\frac{h'}{h} = 1.0$, even mode 共振)

厚さが $2d = 1.16 \text{ cm}$ と | $\epsilon_1 \epsilon_2$ の even mode 共振時の
同一速度に対する周波数変化は odd mode のそれの
ほぼ半分となっているが、厚さがごく薄い場合、
あるいは 2 cm 程度とすると逆に even mode 共振時
の変化が大きくなる。

§ 5.6 結言

最近特に興味を持たれている分野に運動媒質と静止媒質という二媒質にまたがる電磁界の問題、特にその境界での平面電磁波の反射および透過という問題があり、多くの研究がなされている。これに関連して境界面のみが移動するという点に注目して藤田氏は移動境界面について研究を行なっている。⁽⁵³⁾ これは導波管内に非線形誘電体媒質を満たし、これにパルス状電界を加えてやると、その部分の誘電率が変化する。この時作られる媒質中での電磁界のふるまい、あるいは電子ビームの流れの速さを求めることも興味ある問題である。⁽⁵⁹⁾ 本章ではこのような問題の解析の一例として誘電体板が運動する場合を解析した。§5.2 では運動媒質が静止系で見かけ

上異方性媒質と見なせることを用いて、ファブリ・
パロー共振器中に含まれる場合のインピーダンス
スグリーン関数を求めた。次に TM-type 波、TE-type
波のそれぞれの場合について結合面で見込入力
アドミタンスを求めた。§5.5 ではその結果を
用いてスリット幅および媒質の運動速度による
共振特性の変化を求め、図示した。さらに共振
周波数と運動速度との関係を図示し、簡単な超
越方程式で近似できることを示し、さらにそれ
が十分測定可能であることを確かめた。また付
随的に結合スリット幅による共振周波数の低下
が求められた。

第6章 ファブリ・ペロー共振器による プラズマ定数の測定について

§ 6.1 序言

従来、プラズマの測定法として、光を用いる方法、プローブによる方法が良く用いられているが、前者は光周波数が高いため測定するプラズマの電子密度が十分高いことが要求され、後者はプラズマに対するじょう乱の問題がある。

一方、実験室で作られるようなプラズマについては電子密度が余り高くないので光周波数で測定を行なうことは困難である。この問題につい

ても最近のマイクロ波技術の発展に多大の興味

が持たれ、マイクロ波による測定が行なわれて

いる。その測定法は大別すると伝搬法、反射波

法そして共振器法と分けられるが、その中で最

も精度が高く、また測定可能な範囲が広いもの

が共振器法であるが、試料を密閉型の空洞にそ
う入する点で問題がある。これに対し現在最
も確実視されている測定法はファブリ・ペロー共
振器を用いる方法である。この共振器はすでに
述べたように製作が容易であり、調整も比較的
簡単で、開放型共振器であるからプラズマをそ
う入することが容易であり、しかも大きさにそ
れほどこ制限がないという大きな利点を持つてい
る。その上高い干渉性のため同じ通路長のプラ
ズマに対し、普通の干渉計で可能であるよりも
はるかに低い電子密度の測定ができる。これは
普通の干渉計では一度しか電波がプラズマ中を
通らないのに対し、共振器では多重の往復を行
なわせるからである。さらに従来の共振器では
困難な磁化プラズマの測定も可能である。

まず §6.2 ではプラズマの簡単な基礎理論と従来の測定法について述べた。板状プラズマを含む場合のファブリ・ペロー共振器についてはおぼろげに文献(12)で普通の閉じた共振器からの類推で取り扱われているのみであるが §6.3 では結合面から見た入力アドミタンスを電磁界的に解析して求め、その結果からプラズマ定数の算出式を理論的に導いた。電子密度をプラズマの有無によらず共振周波数を一定とする鏡面間隔の移動距離 d から求める関係を図示した。⁽⁶⁰⁾

§ 6.2 プラズマの基礎理論

本節では以下の取り扱いで必要なるプラズマに関する基礎理論について述べる。

図6-1は平衡状態にある

プラズマで厚さ X の

部分が中性プラズマ、

これに x の厚さの荷電

分離により生じた薄い

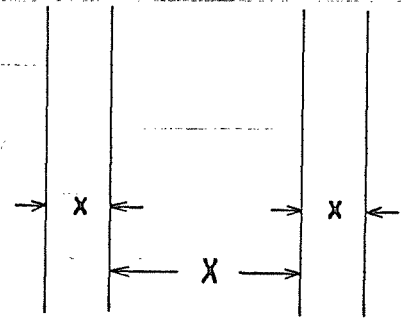


図6-1 中性プラズマからのわずかなずれ

電子層があるとする。このとき両側の x の中に

ある荷電粒子密度 n_e のため $E = \frac{en_e}{\epsilon_0} x$ なる電界 E

を生じ、 X 中の電子に対しては次式のゴッキ力

が加わる。

$$X n_e e E = n_e^2 X e^2 \frac{x}{\epsilon_0} \quad (6-1)$$

したがって X 中の全電子に対する運動方程式は

電子の質量を m として

$$\sum n_e m \frac{d^2 x}{dt^2} = -n_e^2 X e^2 \frac{x}{\epsilon_0} \quad (6-2)$$

となる。これより求められる振動角周波数 ω_p は

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m \epsilon_0}} \quad (6-3)$$

となり、密度 n_e さえ決まれば定まる角周波数で、

これが電子プラズマ角周波数と呼ばれる。1が

がって、これより周波数は n_e のみで

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 0.897 \times 10^4 \sqrt{n_e} \quad (n_e; 1/\text{cm}^3)$$

で表わされる。

次に図6-2において、いま

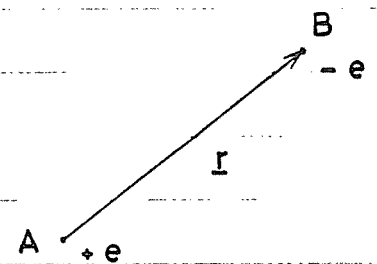
電界 E により $-e$ なる電荷

がAよりBまで動くとする 図6-2 双極子モーメント

る。このときには電荷 $+e$

をA点に、 $-e$ をB点に持つ双極子モーメント

トを考えると同じことである。電荷の数を n_e と



すれば e となる双極子モメントが n_0 個ある =

となり、 $-n_0 e$ もとなる距離に接す = と等価

であり、全体として

$$\underline{P} = n_0 e \underline{r} \quad (6-4)$$

なる分極ベクトルがある = となる。衝突のな

いときの単位電荷の運動方程式 $m\ddot{r} = eE$ を解く

と、

$$\underline{r} = \frac{e}{m\omega^2} \underline{E}$$

となるから

$$\underline{P} = \frac{-n_0 e^2}{m\omega^2} \underline{E} \quad (6-5)$$

となる、したがって

$$\underline{D} = \epsilon \underline{E} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{n_0 e^2}{m\epsilon_0 \omega^2}\right) \underline{E}$$

により電子の存在する空間の等価誘電率 ϵ が与

えられる。これよりプラズマの誘電率は、衝突周波数、サイクロトロン周波数を無視すると良く知られた結果となる。

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \quad (6-6)$$

さらに衝突周波数 ν を考慮すると

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\nu)} \right) \quad (6-7)$$

となる。

プラズマの誘電率は電子密度、衝突頻度と磁界の強さ、方向の関数として、一般にテンソルで示される。プラズマ中を電磁波が伝搬する問題、特に電離層中の伝搬については良く解かれています。その伝搬特性から電離層プラズマの定数を知らることが出来る。

一般のプラズマについて電子密度、電子温度、

磁界などを測定する方法で最も良く知られている方法としては、プローブによる方法、Langmuir
 プローブ法、ダブルプローブ法、高周波プローブ法などがあり、定常低電離グロー放電等に用
 いられるがプローブによる乱れが避け難い。⁽¹⁰⁾

また高温プラズマの測定には光を用いる方法
 が標準的である。これはプラズマ中を通る透過
 光と、他の通路を通る光との光路差を検出する
 干渉法によつてその電子密度を求めるもので、
 測定可能な電子密度の上限は $\omega_p^2/\omega^2 < 1$ の条件か
 ら決まり、可視光線の周波数 10^{15} Hz 程度では

$n_e \approx 10^{20} \text{ /cm}^3$ 程度となる。使われる干渉計として

は Michelson, Mach-Zehnder, Jamin らの干渉計が知

られている。⁽¹¹⁾ 一方測定可能な下限は干渉計の

何分の一を測れるかにより決まり、現状では、

0.5 μ の波長で、プラズマ中の通路Lが1cmのとき、

4 $\times 10^{16}$ /cm³程度で電子密度としては高い。したが

ってLの大きいプラズマでない限り、可視光線

では10¹⁶ /cm³以下の電子密度は測れない。さらに

低密度の測定を行なうには、鏡を用いて数回光

を繰り返してプラズマ中を通して、実効的なLを

増すか、もっと長い波長、すなわち遠赤外、さ

らにはマイクロ波を用いるかの方法がある。

実験室のプラズマでは電子密度が10¹⁰ /cm³程度

となり、波長数cm程度のマイクロ波を用いるの

が都合が良い。

マイクロ波によるプラズマ測定法としては従

来伝搬法、すなわち二つの送受信ホーンの間

のプラズマの有無による位相差と減衰により求め

る方法が知られていた(図6-3a)。また空洞共振器

を用いたプラズマをそう入したときの共振周波数

のずれ、およびQ値の低下から n_e と ν を測定す

る方法もあり、低密度プラズマ測定の場合が良

くなること、さらに共振周波数を掃引してだけ

ば、 n_e を直読でき、アフターグローの n_e の測定

によく用いられている(図6-3b)。(10)

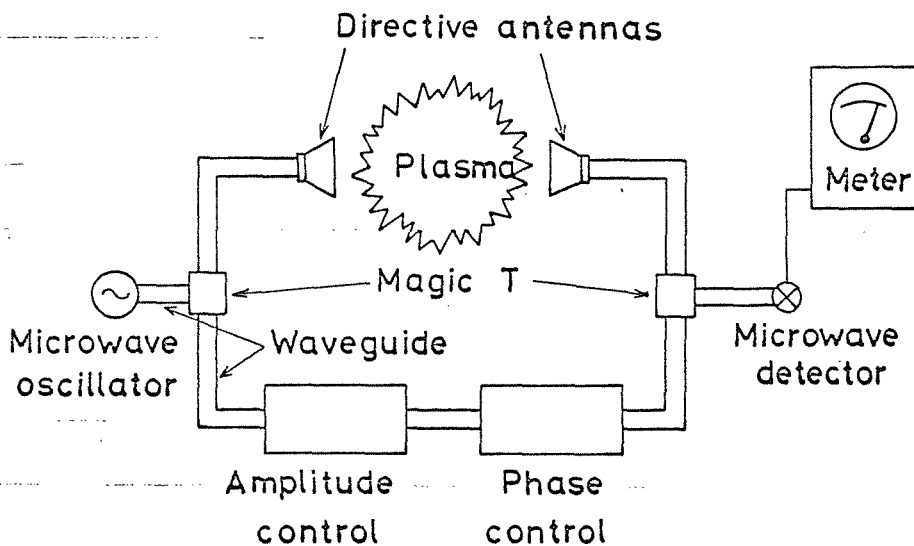


図6-3a

伝搬法による
測定法

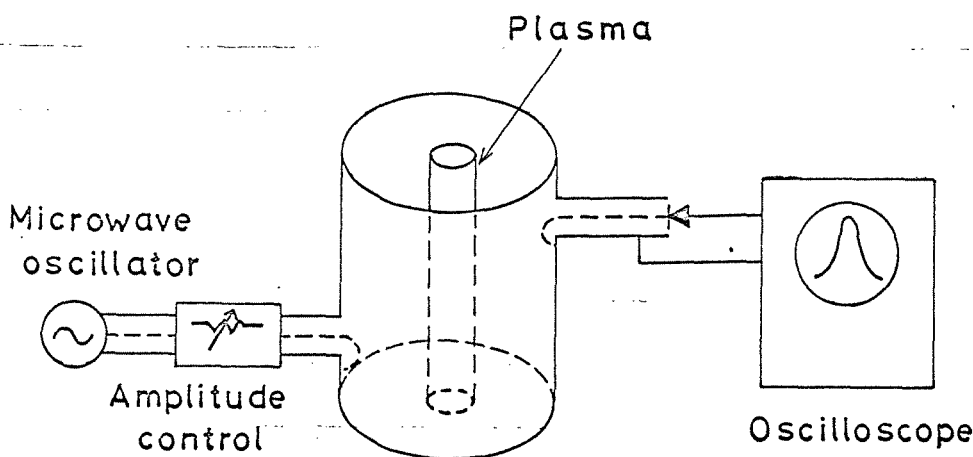


図6-3b

空洞共振器
による測定
法

n_e の測定精度は共振周波数のずれ Δf と Q 値の低下を測る精度に依存する。つまりは空洞の Q 値によって決まり、できるだけ高い Q 値の共振器が望まれる。しかしながら密閉型の空洞ではプラズマをそう入するため、空洞の端面に孔をあけるければならず、孔が大きいと Q 値が低下して測定精度が悪くなり、また孔が小さければそう入できるプラズマの容積が小さく、やはり測定精度が上がらないという欠点がある。

これに対し現在最も有望視されている方法の一つが、高い Q 値を持つ共焦点球面ファブリペロ (12) 共振器を用いる方法である。この共振器は開放型であるためプラズマ、特に磁化プラズマについても測定可能であり、さらに空洞共振器では困難である、大きな試料をそう入しても Q 値が

それほど低下せず測定精度を上げることが可能である。これについては R. J. Chaffin 等が普通の空洞共振器からの類推により解析しているが、本論文ではこの問題を前章までに示した電磁界の回路網的手法により共振器の回折損失、反射損失、さらにはプラズマそう入による共振器の回折損失の増加などの影響を考慮して求め、電子密度 n_e を求める算出式を導き、その理論的根拠を明確にした。さらに衝突周波数を Q 値の変化から求める算出式を導き一例を示した。(60)

§ 6.3 プラズマをそり入ったファブリ・ペロー共振器の入力アドミタンス

図4-1で示される二次元ファブリ・ペロー共振器で異方性媒質としてx軸方向に外部磁場が存在。

するプラズマを考える。プラズマ角周波数

$$\omega_p = \sqrt{ne^2/m\epsilon_0}, \quad \text{サイクロトロン角周波数 } \omega_c = -eB_0/m,$$

衝突周波数 ν を用いると、このとき比誘電率テ

ンソルは記号的に

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ 0 & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (6-8)$$

$$\epsilon_{11} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\nu_c)} \right), \quad \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = \epsilon_0 (1 - \Omega)$$

$$\epsilon_{32} = -\epsilon_{23} = -j \frac{\omega_c}{\omega - j\nu_c} \Omega \epsilon_0$$

(6-9)

$$\Omega = \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{\omega - j\nu_c}{(\omega - j\nu_c)^2 - \omega_c^2}$$

と表わされる。ここに m は電子の質量、 n は電

子密度、 e は電気素量である。

さて電界の x 成分のなす TE-type 波で x 方向に
 界が一樣であるとき、 z 方向を線路と考える伝
 送方程式は上記プラズマ中では異方性媒質中の
 U-line 表示を用いて

$$\frac{dV(z)}{dz} = jaI(z) + bV(z)$$

(6-10)

$$\frac{dI(z)}{dz} = jcV(z) + dI(z)$$

$$a = \frac{\omega^2 \epsilon_{33} \mu_0 - \beta^2}{\omega \epsilon_{33}}, \quad b = -j \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} \beta, \quad c = \omega \left(\epsilon_{22} - \frac{\epsilon_{23} \epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} \right)$$

(6-11)

$$d = -j \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} \beta, \quad \beta: y \text{ 方向の位相定数}$$

と表わされる。(6-10)式よりモード電圧 $V(z)$ を求

めると次式となる。

$$V(z) = A_1 e^{-jk_1 z} + B_1 e^{jk_1 z} \quad (6-12)$$

== 丁

$$k_1 = \sqrt{k_0^2 - \beta^2}$$

(6-13)

$$k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 (1 - \Omega) \left[1 - \left\{ \frac{\omega_c \Omega}{(\omega - j\nu_c)(1 - \Omega)} \right\}^2 \right]$$

エーアド電流 $I(z)$ は (6-10) 式, (6-12) 式より

$$I(z) = y_1 \left[(1 - jy_c) A_1 e^{-jk_1 z} - (1 + jy_c) B_1 e^{jk_1 z} \right] \quad (6-14)$$

となる。ここで y_1 , y_c は次式で与えられる。

$$y_1 = \frac{\omega \epsilon_0 (1 - \Omega)}{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 (1 - \Omega) - \beta^2} k_1$$

(6-15)

$$y_c = \frac{\omega_c \Omega \beta}{(\omega - j\nu_c)(1 - \Omega) k_1}$$

一方空気中での伝送方程式は (6-10) 式以降で

$$a = (\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - \beta^2) / \omega \epsilon_0, \quad c = \omega \epsilon_0, \quad b = d = 0, \quad k_0 = \sqrt{k_0^2 - \beta^2}, \quad k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$$

$$y_0 = \omega \epsilon_0 / k_0 = 1/z_0. \quad \text{とだけば得られるから, 鏡面 } z = \pm C \text{ に}$$

源があるときのインピーダンスグリーン関数は

z の正方向および負方向で特性アドミタンス

が異なることを考慮して, 付録 6 と同様にして求

めると、次のように求められる。

$$Z(z > d, c) = \frac{z_0}{2} \left[e^{-jk_0(c-z)} - R_+(\beta) e^{-jk_0(c+z) + j(k_0 - k_1)2d} \right]$$

(6-16)

$$Z(z < -d, c) = \frac{z_0}{2} T(\beta) e^{-jk_0(c-z) + j(k_0 - k_1)2d}$$

$$R_{\pm}(\beta) = \frac{1}{D(\beta)} j \sin 2k_1 d \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{y_0}{y_1} \mp j y_c \right)^2 \right\}$$

$$T(\beta) = \frac{1}{D(\beta)} \frac{2y_0}{y_1}$$

(6-17)

$$D(\beta) = \frac{2y_0}{y_1} + j \sin 2k_1 d \cdot \left\{ \left(1 - \frac{y_0}{y_1} \right)^2 + y_c^2 \right\} e^{-j2k_1 d}$$

ここで $z = -c$ に源があるときのインピーダンス

グリーン関数 $Z(z < -d, -c)$, $Z(z > d, -c)$ は (6-16) 式で z

を $-z$ に置き換え、 $R_+(\beta)$ の代わりに $R_-(\beta)$ を用いね

ば与えられる。

鏡面電流 J_1 , J_2 による共振器内電界をこのグ

リーン関数を用いて表示し、鏡面上での電界の

境界条件を用いると、 J_1 , J_2 を Weber 関数で展

開し たときの展開係数が結合面上の電界で表わされる。さらに結合面上の電界により共振器側と導波管側に生ずる磁界の連続性を用いることにより、この電界についての積分方程式が求められる。この式を導波管側の最低次モード電流について整理し、モード電圧との比を取ることから入力アドミタンスが計算できて結果のみ示すと次式となる。

$$\frac{Y}{\sqrt{\epsilon_0/\mu_0}} = \frac{1}{1 + \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}} - j \frac{\lambda}{\pi} \frac{1}{\ln \operatorname{cosec} \frac{\pi s}{2\pi a}} + \sqrt{\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi b \epsilon}} \frac{1 + \frac{R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}}{1 + \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}}$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m-1)!!}{(2m)!!} \left\{ \frac{D_{2m}^o - 1 - \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}}{D_{2m}^o} + \frac{D_{2m}^e - 1 - \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}}{D_{2m}^e} \right\} \quad (6-18)$$

$$D_{2m}^e = \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 - \chi_{2m}(R(0) \pm T(0)) e^{j(\frac{\pi}{4} - k_0 b a)} \quad (6-19)$$

$$b a = b + \left(\frac{k_1}{k_0} - 1 \right) 2d$$

ここに χ_m は第四章(4-18)式で与えられる固有値に

等(11). $R(\Omega)$, $T(\Omega)$ は(6-17)式で $\beta=0$ とおけば与え

られ、 γ_1 のとき γ_1 , k_1 は

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{1 - \Omega} \quad , \quad \Omega = \frac{(1 - j\Omega_D)\Omega_P^2}{(1 - j\Omega_D)^2 - \Omega_C^2} \quad (6-20)$$

で与えられる。 $\Omega = \omega_p/\omega$, $\Omega_C = \omega_c/\omega$, $\Omega_D = \nu/\omega$

なる規格化した角周波数を用いた。この入力ア

ドミタンスを用いて、導波管側最低次モードに

ついで反射係数の周波数特性を計算すると、

プラズマのそり入による共振周波数のずれから

プラズマ角周波数 ω_p とサイクロトロン角周波数 ω_c

が、また Q 値の変化から衝突角周波数 ν が求め

られる。 ω_p と ω_c は一回の測定では測定できない

が、励振が TM-type 波で磁界の影響を受ける正

常波が共振する共振器を併用することにより、

ω_p のみの値を求めることができ、ついで ω_c 、つ

まりはプラズマ内磁界を求めることができる。

§ 6.4 プラズマ定数の測定について

普通の実験室のプラズマではマイクロ波の角
周波数に対して $v_c^2/\omega^2 \ll 1$ となっていると考えら

れ、 v_c を無視することができるとする。このときには

(6-19) 式は次のような簡単な式となる。

$$D_{2m}^{\circ} = \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + |1 - \chi_{2m} e^{j\Phi_{\pm}}| \quad (6-21)$$

$$\Phi_{\pm} = \frac{3\pi}{4} - k_0 b a - \alpha_1 \pm \alpha_2 \mp \frac{\pi}{2} \quad (6-22)$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \left\{ \frac{K^2 - 1}{2K} \sin \beta \right\} \quad (6-23)$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \left\{ \frac{(K-1)^2 \tan \beta}{2K + (K^2+1) \tan^2 \beta} \right\}$$

$$K = \sqrt{1 - \frac{\Omega_p^2}{1 - \Omega_c^2}}, \quad \beta = 2k_0 K d \quad (6-24)$$

前章で示したように結合グレーティングの空
隙が狭い場合には共振はほぼ $\Phi_{\pm} \approx 2l\pi$ を満足す

る周波数で生じる。odd mode共振を例にとりて考

える。最初に無媒質の共振器を考えると(このとき鏡面間隔を b_0 とする) $(\pi/4) - k_0 b_0 = 2l\pi$ を満足する位相定数で共振する。この共振器内にプラズマがそう入されると共振の位相定数は変化するが、このとき間隔を $b_0 + \Delta b$ と広げて、再び前の位相定数 k_0 で共振がとれたとすると共振条件

$$\Phi_+ = 2l\pi \text{ (1)}$$

$$\Delta b = (1 - K) 2d \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{k_0} \quad (6-25)$$

なる関係式が得られる。任意の厚さ $2d$ のプラズマについてあらかじめ K の値に対する Δb の曲線を求めておけば逆に Δb を測定することにより K の値が求められる。(これを K_0 とする) このまま

では $\omega_p = \omega_c$ は分離できないが、前述のように

TM-type 波共振器での Δb を測定して得られる K の値

(K_1) を用いるとそれぞれ、

$$\omega_p^2 = (K_1^2 - 1)\omega_0^2$$

(6-26)

$$\omega_c^2 = \left(1 - \frac{K_1^2 - 1}{K_0^2 - 1}\right)\omega_0^2$$

により求められる。特に ω_p^2/ω^2 が 1 に比べ余り大きくなる箇所では

$$\Delta b \approx \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2} 2d \quad (\omega_0; \text{共振角同波数})$$

と近似できる。 ω_p^2 は n_0 に比例するからこのとき

にはプラズマの電子密度は Δb に比例し、次式で

与えられる。(13)

$$n = \omega_0^2 \frac{m\epsilon_0}{e^2} \frac{\Delta b}{d} \quad (6-27)$$

図 6-4 は (6-25) 式により、いくつかのプラズマ

の厚さに対し、電子密度と、共振周波数をプラズマ

の有無によらず一定とするための、鏡面間隔の変化長 Δb の関係を示すため、これにより Δb を

測定すれば、電子密度が求められる。

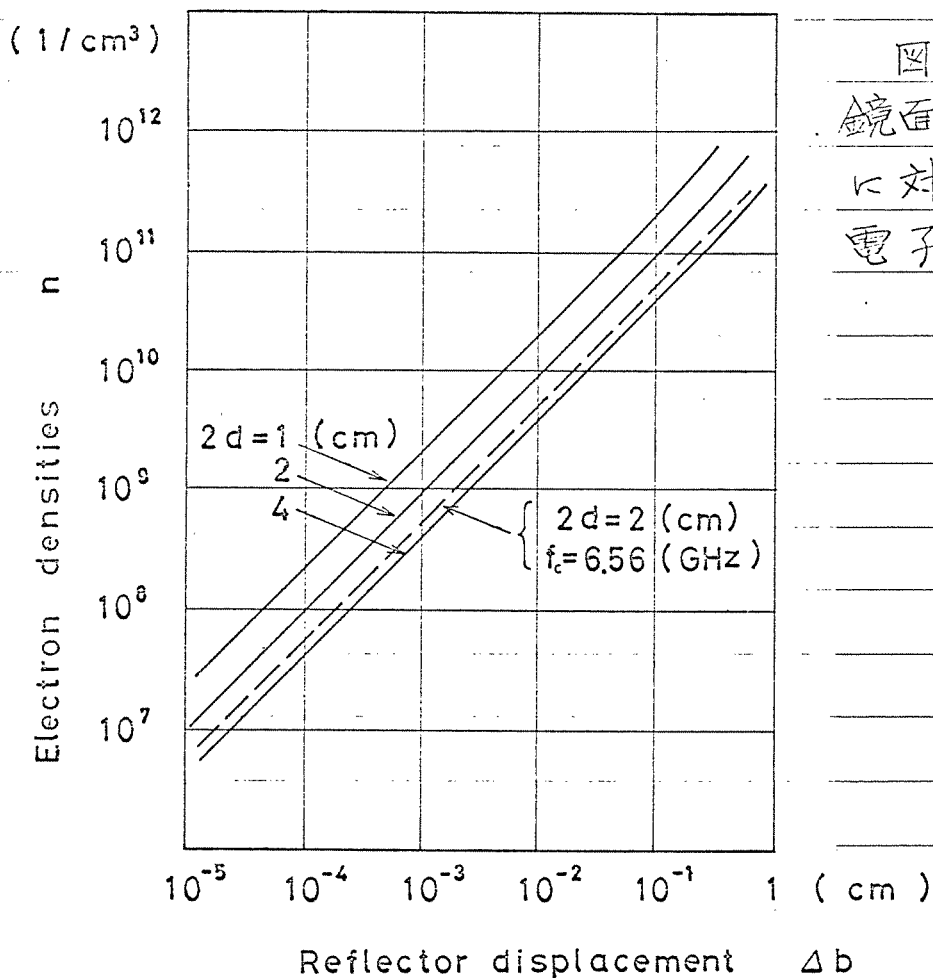


図6-4
鏡面間隔変化長 Δb
に対するプラズマ
電子密度 n

Q直視装置などで共振周波数を直視すれば Δb も

容易に求めることが可能である。その関係はほ

ぼ直線であるが Ω_p が1に近い所では傾斜が急に

なる。定性的には簡単な近似式(6-27)が便利であ

るが、この式は Ω_p が1に近い所では近似が悪く

なる。また Ω_p が小さい所でも (6-25) 式の右辺第二項を無視しているため、最悪な条件では Δb が約四割程度違っている。したがって実際の測定には (6-25) 式を用いる必要がある。

ファブリ・ペロー共振器を用いたプラズマ定数の測定では、このようにプラズマの厚さを任意に選べる点に大きな特徴があり、磁化プラズマのそう入も可能であることは前述したが、 x 軸方向に外部磁界が加わっている場合には同一のプラズマ電子密度に対しても Δb の値が異なり

図 6-4 に-----で一例を示したようになる。たと

えば厚さ 2cm で電子密度 $10^9 / \text{cm}^3$ のプラズマで

非磁化プラズマ ($\Omega_c = 0$) と磁化プラズマ ($\Omega_c = 0.7$)

の Δb を比較すると後者は前者の約二倍である。

プラズマの Ω_c が既知であるときには Ω_c をパラメ

一方として書いたグラフの Δb から電子密度を求めることが出来る。一方外部磁界があるときにそのサイクロトロン周波数 f_c を求めるには、外部磁界の影響を受ける励振により f_p のみを図6-4からまず求めておく必要がある。 f_p が既知であれば図6-5に示す曲線群により f_c が求められる。

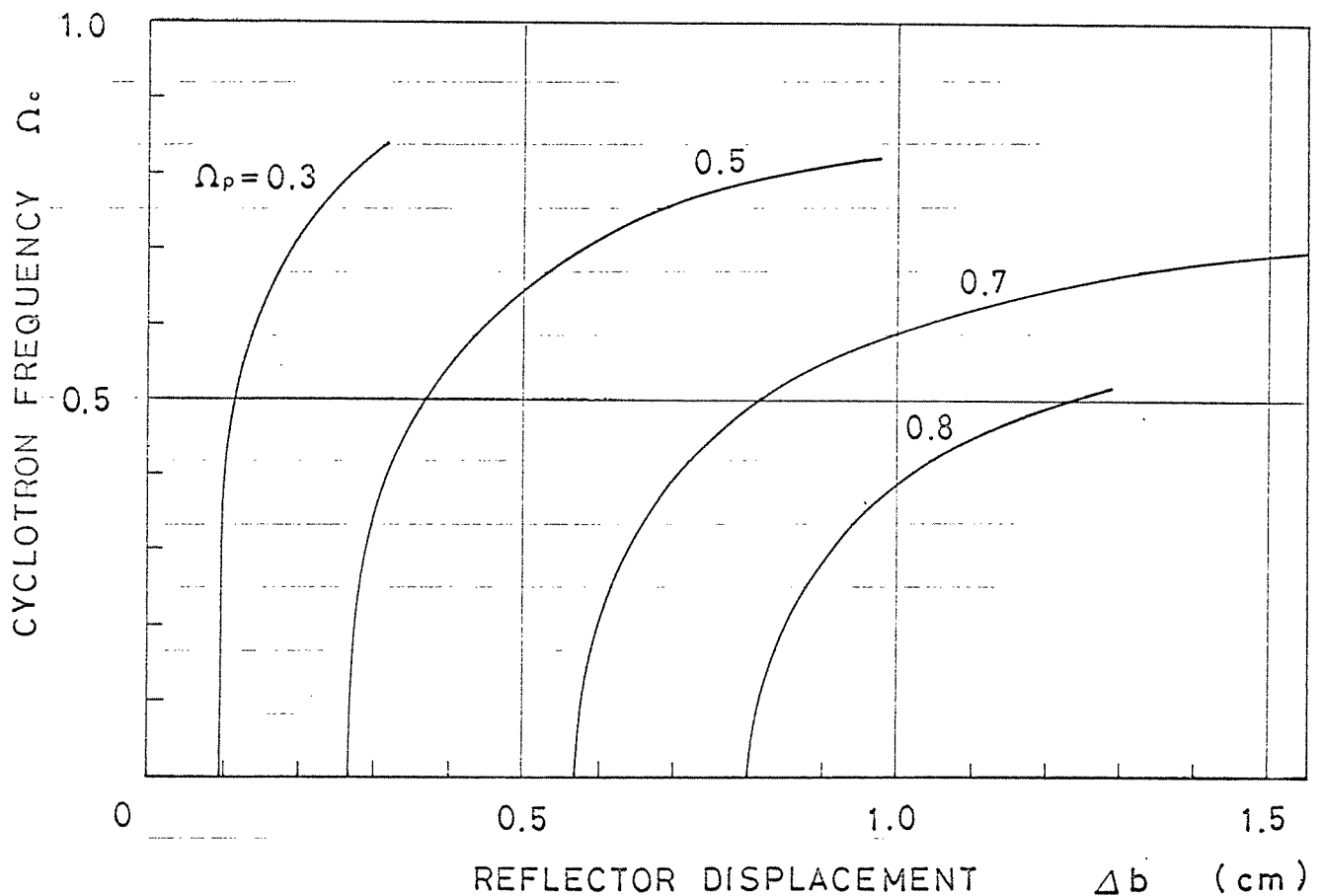


図6-5 鏡面間隔変化長 Δb に対する規格化サイクロトロン角周波数 Ω_c (Ω_p ; パラメータ)

このファブリ・ペロー共振器により測定可能な電子密度の範囲は使用する周波数とその精度に依存するが、 $f_0 = 9.375 \text{ GHz}$ を用いるとすると上限はプラズマ中の電磁波が cutoff となる $f_p = f_0$ であり、 $n = 1.09 \times 10^{12} \text{ 1/cm}^3$ となる。また下限は使用周波数の測定精度あるいは鏡面間隔の測定精度から決まり、 10^{-3} cm の精度で読み取れるとすると $n \approx 10^8 \text{ 1/cm}^3$ ($2d = 2 \text{ cm}$ の場合) 程度となる。より小さな n を測定するには厚さを増すか、 f_0 を下げる必要がある。

以上衝突周波数を無視できる磁化プラズマの電子密度およびサイクロトロン周波数を求める算出式を導き、図示したが、次に衝突周波数を考慮した非磁化プラズマについて検討し、そのことを求める算出式を導く。

この場合については(6-19)式は

$$D_{2m}^0 = \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 - \chi_{2m} e^{j\Phi_{\pm}} + \chi_{2m} \Delta_{\pm} e^{j\Phi_{\pm}} \quad (6-27)$$

$$\Delta_{\pm} = \frac{L}{2 \left\{ 1 + \frac{(K^2-1)^2}{4K^2} \sin^2 \beta \right\}} \left[\frac{K^2-1}{2K} \sin 2\beta + \frac{K^2+1}{K} \sin \beta \right.$$

$$\left. + \beta \left\{ \frac{(K-1)^2}{K} \frac{(K^2-1)^2}{2K^2} \sin^2 \beta + \frac{K^2-1}{K} \cos \beta \right\} \right] + \frac{\beta L}{2}$$

(6-28)

$$K = \sqrt{1 - \Omega_p^2}, \quad L = \frac{1}{2} \frac{\Omega_p^2}{1 - \Omega_p^2} \Omega_p \quad (6-29)$$

となる。この(6-27)式右辺第四項の $\chi_0 \Delta_{\pm}$ が衝突周

波数による共振器のQ値の低下を与えるもので、

この項を考慮して(第四章図4-3と同様な共振特性

を計算することにより、Q値を測定して Ω_p を求

めることができる。

Δ_{\pm} による共振器のQ値の低下 $1/Q_d$ はプラズマ

がない場合の共振器のQ値を Q_0 とし、プラズマ

をそう入しなときの Q 値を Q とすると

$$Q_d = Q, \quad Q_d = \frac{\Delta \pm}{\left(\frac{\pi}{4} - 2l\pi\right)} \quad (6-30)$$

で与えられる。今、 $f_p = 0.5f_0$ なるプラズマ周波

数で厚さ 1.82 cm を持つプラズマを $b_0 = 32.12 \text{ cm}$ なる

ファブリ・ペロー共振器にそう入しな場合の衝突

周波数と Q_d の関係は

$$Q_d = \frac{2\left(\frac{\pi}{4} - 2l\pi\right)(1 - \Omega_p^2)}{\beta K \Omega_p^2 \Omega_p} \quad (6-31)$$

で与えられる。この結果を図示すると図 6-6 と

なる。

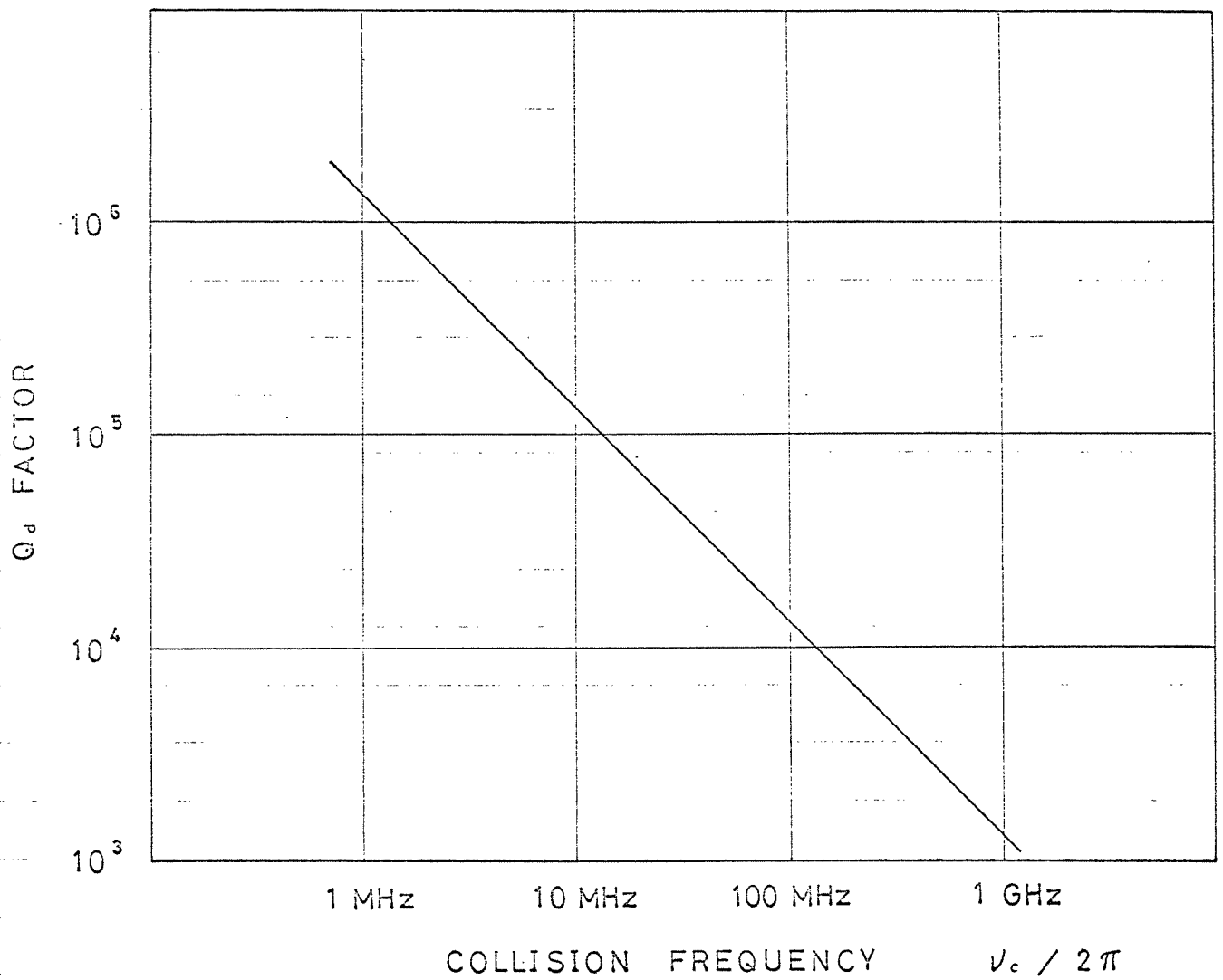


図6-6 衝突周波数による共振器Q値の変化

§ 6.5 結言

プラズマの電子密度、プラズマ周波数、サイクロトロン周波数あるいは衝突周波数を測定する方法としてはプローブを用いる方法 (Langmuir プローブ法、ダブルプローブ法等) が古くから知られている。また高密度プラズマの測定には光を用いる方法が一般的であり、これは透過波による干渉を利用するものである。光周波数により測定可能な電子密度は $10^{16} \sim 10^{20} \text{ 1/cm}^3$ 程度であるため、これより低密度なプラズマを取り扱うには、遠赤外あるいはマイクロ波、ミリ波周波数による測定が必要となる。プラズマの測定にマイクロ波を用いるものは $10^6 \sim 10^{14} \text{ 1/cm}^3$ の範囲で特に有効で、方形導波管前面に置いたプラズマからの反射波を測定するものが提案されており、衝撃波管中

のプラズマ電子密度の測定等も行なわれている。⁽⁶⁾

そのほかファブリ・ペロー共振器中に一部そう入

して、その共振周波数のずれおよびQ値の変化

を測定するものも提案され非常に有望視されて
いる。⁽¹³⁾

マイクロ波を用いるファブリ・ペロー共振器に

よるプラズマの測定は従来の密閉型の空洞共振

器の欠点であ、試料そう入の困難さを解消し、

しかも製作、調整が容易であるという長所を持

っているが、これに関する解析はあずかに従来

の密閉型の空洞共振器からの類推で行なわれて

いるのみであ、⁽¹⁴⁾。本章はこのプラズマを含む

ファブリ・ペロー共振器内の電磁界を厳密に取り

扱い、その入カアドミタンスを初めて求め、

その結果からプラズマ定数を算出する式を導い

た。すなわちその電子密度あるいはサイクロト

ン同波数を、プラズマのそう入によらず共振周波

数を一定とするための鏡面間隔の変化長から求

める式を新たに導出した。さらに衝突周波数と

共振器のQ値との関係式の理論的根拠を明確に

し、一例を図示した。

第7章 異方性媒質で満たされた反射型 ビームウェーブガイド

§ 7.1 序言

前章までは無負荷のファブリ・ペロー共振器であるいはその中に板状の異方性媒質が含まれる場合を解析した。このような共焦点ファブリ・ペロー共振器は開放型で、鏡面間隔を波長に比べ相当大きくとる必要がある。かつ鏡面の大きさを所要に応じて大きくとれば目的とするモードに対しては十分高Qで、不要なモードは大きな放射損失を持ち、また短い波長でもそれほど精度が要求されないという大きな特徴を持っている。この高Qのファブリ・ペロー共振器は電磁波ビーム伝送や、サブミリ波、光の回路素子などに関連があり、マイクロ波帯、ミリ波帯の長距離伝送系、列車制御に用いられる開放型導波

管と密接な関係にある。開放型導波管は伝送軸

と垂直な(横)方向で変位の二乗に比例する誘相効

果を持たせる収束素子の一つで、共振器と同様

波長に比べて十分大きな寸法を持ち、単一ある

いは、二、三の低次モードだけがあまり減衰せ

ずに伝送される線路である。伝送方向に直角な

断面の磁界分布は同じ形状の共振器のそれと同

(39)

一で、円筒座標系の場合にはラゲール・ガウス形

の多項式で、直角座標あるいは円筒座標の場

合にはエルミート・ガウス形の多項式で近似的に

表わされ、基本モードはガウス分布となる。内

部に何も含まれない時には、二の場合にも、鏡面の

大きさおよび間隔が与えられた場合、曲率が共

焦点条件を満足するとき、最も低損失である。

本章では連続反射型ビーム導波管を異方性媒

質中で構成した場合を解析し、異方性による放射損の増加による減衰定数の増加を求めた。さらにこの増加量を減らすための鏡面構成について述べ、この結果鏡面を若干傾けることにより異方性媒質をそう入しても、ほとんど等方性媒質の場合と同程度の減衰定数が得られるということを示した。

(64)

このような導波系の理論はたとえレーザー光の Zig-Zag 進行波型増幅器あるいは変調器に利用できるものである。さらに第二高調波を発生しうる物質は結晶学的に対称中心を持ってはならず、このことから第二高調波発生と論ずる場合には一般に異方性媒質として取り扱わねばならず、その場合にも本章の結果も応用できよう。

§ 7.2 インピーダンス・グリーン関数

y-z面内に光学軸を持つような異方性誘電体、

すなわち、そのテンソル誘電率が

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ 0 & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{\mu}} = \begin{pmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{pmatrix} \quad (7-1)$$

で示される媒質中に帯状の反射型ビーム導波管

を作った。図7-1の構造のものについて解析する。

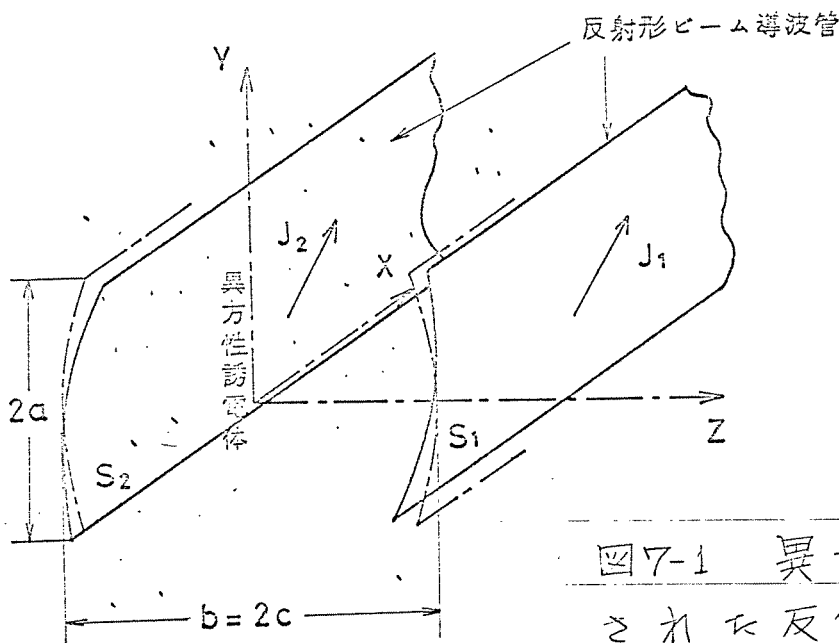


図7-1 異方性媒質で満たされた反射型ビームウエーブガイド

第四章でグリーン関数を求めた場合と同しく、

最初は鏡面を平面と仮定し、異方性媒質中の

U-line表示法を用いる。その線路方向をz軸に取

り、z方向の磁界成分の無いTM波($l=1$)、電界

成分の無いTE波($l=2$)に対する伝送方程式は、上

記異方性のため、両モード間の結合があり、次

式となる。

$$-\frac{\partial V_1}{\partial z} = ja_{11}I_1 + jb_{11}V_1 + jb_{12}V_2 \quad (7-2a)$$

$$-\frac{\partial I_1}{\partial z} = jc_{11}V_1 + jc_{12}V_2 + jd_{11}I_1 \quad (7-2b)$$

$$-\frac{\partial V_2}{\partial z} = ja_{22}I_2 \quad (7-2c)$$

$$-\frac{\partial I_2}{\partial z} = jc_{21}V_1 + jc_{22}V_2 + jd_{21}I_1 \quad (7-2d)$$

$$a_{11} = \frac{k^2 - K^2}{\omega \epsilon_{33}}, \quad a_{22} = \omega \mu_0, \quad k^2 = \omega \epsilon_{33} \mu_0,$$

$$b_{11} = -\beta \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{33}}, \quad b_{12} = \alpha \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{33}}$$

$$c_{11} = \frac{\omega}{K^2} \left\{ \epsilon_{11} \alpha^2 + \left(\epsilon_{22} - \frac{\epsilon_{23} \epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} \right) \beta^2 \right\}, \quad c_{12} = \frac{\omega}{K^2} \alpha \beta \left\{ \epsilon_{11} - \epsilon_{22} + \frac{\epsilon_{23} \epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} \right\} = c_{21}$$

$$C_{22} = \frac{\omega}{K^2} \left\{ \epsilon_{11} \beta^2 + \left(\epsilon_{22} - \frac{\epsilon_{23} \epsilon_{32}}{\epsilon_{33}} \right) \beta^2 \right\} - \frac{K^2}{\omega \mu_0}$$

$$d_{11} = -\beta \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}}, \quad d_{21} = \alpha \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} \quad (7-3)$$

$= =$ に $(V_1, I_1), (V_2, I_2)$ はそれぞれ TM 波、TE 波のモード電圧、電流であり、そのベクトルモード関数は x 方向、 y 方向の界の変化が $e^{-j\alpha x}, e^{-j\beta y}$ である

$\alpha = 1 \tau$

$$\underline{f}_1 = \frac{j}{\sqrt{2\pi} K} \underline{K} e^{-j\beta y}, \quad \underline{f}_2 = \frac{-j}{\sqrt{2\pi} K} \underline{z}_0 \times \underline{K} e^{-j\beta y} \quad (7-4)$$

$$\underline{K} = \underline{z}_0 \alpha + \underline{y}_0 \beta, \quad K = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

と与えられる。

注 $= =$ では $\underline{x}_0, \underline{y}_0, \underline{z}_0$ は x, y, z 方向の単位ベクトルを表わす。

上記伝送方程式においてモード電圧、電流の形

$\underline{V}, \underline{I}$

$$V_k(z) = V_{k0} e^{-j\delta z}, \quad I_k(z) = I_{k0} e^{-j\delta z} \quad (k=1, 2) \quad (7-5)$$

と置いて得られる, $V_{10}, V_{20}, I_{10}, I_{20}$ の四元連立方程式が解を有することからその係数行列式の値が零でなければならず、次式が得られる。

$$\delta^2 - (b_{11} + d_{11})\delta + (b_{11}d_{11} - a_{11}c_{11}) + \frac{a_{22} \{ 2b_{12}c_{12}(b_{11} - \delta) - a_{11}c_{12}^2 + c_{11}b_{12}^2 \}}{\delta^2 - a_{22}c_{22}} = 0 \quad (7-6)$$

ここで媒質の異方性が余り大きくない、すなわち

$$\epsilon_{23} = \epsilon_{32} \ll \epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33} \quad \text{かつ} \quad \epsilon_{11} - \epsilon_{33} + (\epsilon_{23}^2 / \epsilon_{33}) \ll \epsilon_{11} \quad \text{と仮}$$

定できるものとする。と (7-6) 式の右辺第四項は残り

の項に比べて十分小さい。それゆえこの項を

摂動項と考え、最初の三項のみによる解 δ を代

入し、さらに近軸光近似 $\alpha^2 \gg \beta^2$ を用いると (7-6)

式の摂動解は次のように求められる。

$$\delta_{\pm} = -\beta \pm \alpha, \quad \beta = \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} \quad (7-7)$$

$$\kappa = \sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - (\alpha^2 + \beta^2) \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}}} + \frac{\alpha^2 \frac{(\epsilon_{23}/\epsilon_{33})^2}{1 - (\epsilon_{22}/\epsilon_{11}) + (\epsilon_{23}/\epsilon_{11}\epsilon_{33})}}{2 \sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - (\alpha^2 + \beta^2) \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}}}}$$

$$\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0$$

(7-8)

$$\left\{ \omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - (\alpha^2 + \beta^2) \frac{\epsilon_{11}/\epsilon_{33} - 1}{1 - \epsilon_{22}/\epsilon_{11} + \epsilon_{23}^2/\epsilon_{33}\epsilon_{11}} \right\}$$

さて $z = z'$ に電流源があると考えると、TM波のモード電圧、電流は $z > z'$ では

$$V_1(z) = V_{10}^+ e^{-j\beta z}, \quad I_1(z) = Y_1^+ V_{10}^+ e^{-j\beta z} \quad (7-9)$$

$z < z'$ では

$$V_1(z) = V_{10}^- e^{-j\beta z}, \quad I_1(z) = -Y_1^- V_{10}^- e^{-j\beta z} \quad (7-10)$$

と表わされる。 Y_1^\pm は、(7-2a) ~ (7-2d) より

I_{10}/V_{10} の比を求めることにより得られるが、その

式で $\beta = \beta_\pm$ と置き、近軸光近似では位相項以外は

$\beta = 0$ とおけることから次式で表わされる。

$$Y_1^\pm = \frac{\omega \epsilon_{11}}{\kappa} = Y_1 = \frac{1}{Z_1} \quad (7-11)$$

A $z = z'$ に電流源 I_1 を考えているから z' で境界条件

$$V_1(z'-0) = V_1(z'+0), \quad I_1(z'-0) = I_1(z'+0) + I_1 \quad (7-12)$$

が成立する。(7-9), (7-10)式を上式に代入すると V_{10}^+
 V_{10}^- が求められる。さらに $l = -1$ とおいたときの $V_1(z)$
 を $z > z'$, $z < z'$ 両領域で計算するとインピーダンス
 ス・グリーン関数は

$$Z_1(z, z') = \frac{Z_1}{2} e^{j\beta(z-z') \mp jk(z-z')} \quad z \gtrless z' \quad (7-13)$$

と求められる。同様にして TE 波に対するインピー
 ダンス関数も求められる。

$$Z_2(z, z') = \frac{Z_2}{2} e^{j\beta(z-z') \mp jk(z-z')} \quad z \gtrless z' \quad (7-14)$$

とする。ただし $\Gamma = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$ で

$$Z_1 = \frac{k}{\omega \epsilon_{11}} \approx \frac{1}{\omega \epsilon_{11}} \sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - \alpha^2 \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}}}$$

(7-15)

$$Z_2 = \frac{\omega \mu_0}{k} \approx \frac{\omega \mu_0}{\sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - \alpha^2 \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}}}} \quad (7-15)$$

§ 7.3 鏡面電流による電界

本節では鏡面 S_1, S_2 面上の電流についての積分方程式を導出する。今鏡面 S_1, S_2 面上の電流 $\underline{J}_1(\underline{r})$

$$= \underline{z}_0 J_{1x} + \underline{y}_0 J_{1y}, \quad \underline{J}_2(\underline{r}) = \underline{z}_0 J_{2x} + \underline{y}_0 J_{2y} \quad (\underline{r} : (y, z)) \quad \text{によ}$$

る電界は TM 波 (\underline{E}_1)、TE 波 (\underline{E}_2) の和で与えられ、前節

のインピーダンス・グリーン関数を用いて次式と

なる。

$$\begin{aligned} \underline{E}_1(\underline{r}) + \underline{E}_2(\underline{r}) = & \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \left[\int_{S_1} \underline{J}_1(\underline{r}') \cdot \underline{Z}(\alpha, \beta) e^{-j\underline{F}_1(\underline{r}, \underline{r}') - j\alpha(z-z')} dy' \right. \\ & \left. + \int_{S_2} \underline{J}_2(\underline{r}') \cdot \underline{Z}(\alpha, \beta) e^{-j\underline{F}_2(\underline{r}, \underline{r}') - j\alpha(z-z')} dy' \right] \quad (7-16) \end{aligned}$$

$$\underline{Z}(\alpha, \beta) = \underline{Z}_1 \frac{(\underline{z}_0 \alpha + \underline{y}_0 \beta)(\underline{z}_0 \alpha + \underline{y}_0 \beta)}{\alpha^2 + \beta^2} + \underline{Z}_2 \frac{(\underline{z}_0 \beta - \underline{y}_0 \alpha)(\underline{z}_0 \beta - \underline{y}_0 \alpha)}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (7-17)$$

ここで $\underline{F}_1, \underline{F}_2$ は位相項で

$$\underline{F}_1(\underline{r}, \underline{r}') = \beta(y-y') \pm \gamma \rho(c-z) + k(c-z) \quad (7-18)$$

で表わされるものである。

以上では鏡面を平面と仮定して解析を行、た
 が、実際に1枚鏡面は図7-1に示すゴとき曲面で構
 成されている。この曲面は媒質が等方性であ
 り、その焦点距離を間隔の半分に等しく選ん
 び、最も低損失となるが、媒質が今の場合の
 ように異方性である時には最も低損失を
 与える形状は、
 二軸に相当する。いまこの最適を鏡面
 構造を次式、

$$S_1; z=c \quad \frac{y^2}{4f_0} + Ay \quad S_2; z=-c \quad \left[c - \frac{y}{4f_0} - By \right]$$

のように仮定し、したがって(7-18)式で
 $z=c$ または $z=-c$ とおいて表わされる
 $z=c$ を、着目点が S_1 上で
 Source が S_2 にあるとき、
 $z=c - \frac{(y^2+y^2)}{4f_0} + (Ay - By')$ に置
 き換え、着目点が S_2 、Source が S_1
 にあるときには

$$z=c - \frac{y^2+y^2}{4f_0} + (Ay - By')$$

を考慮するにたが、(7-16)式で示される電界

は \$S_1, S_2\$ 上で

$$\Xi_1(x) + \Xi_2(x) = R \cdot J_1(x) \quad (k=1, 2), \quad R = R_x z_0 + R_y y_0$$

(\$R_x, R_y\$ はそれぞれ反射板の \$x, y\$ 方向の表面インピー

\$-\gamma > \gamma\$) なる境界条件を満足しなくてはならず

よいか、\$J_1(x)\$ についての積分方程式が求めら

れる。さらに \$J_1(x) = J_0(y) e^{-i\alpha x}\$, \$J_2(x) = J_0(y) e^{-i\alpha x}\$

より、\$y = \alpha t\$ (\$-1 \leq t \leq 1\$) なる変数変換を行なうと

\$J_{10x}, J_{10y}, J_{20x}, J_{20y}\$ に関する四元連立積分方程式

が得られる。その \$\alpha, \beta\$ に関する積分を近軸光近似

を用いて行なうと、繁雑な計算の結果次式となる。

$$\left(1 + \frac{2R_x}{Z_{10}}\right) J_{10x}(t) + \int_{-1}^1 J_{20x}(t') K_{12}(t, t') dt'$$

$$= \frac{E_{11} \alpha}{E_{22} k_0^2 a} \left[\frac{\partial J_{10y}(t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{-1}^1 J_{20y}(t') K_{21}(t, t') dt' \right] \quad (7-19)$$

$$\left(1 + \frac{2R_x}{Z_{10}}\right) J_{20x}(t) + \int_{-1}^1 J_{10x}(t') K_{21}(t, t') dt'$$

$$= \frac{E_{11} \alpha}{E_{22} k_0^2 a} \left[\frac{\partial J_{20y}(t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{-1}^1 J_{10y}(t') K_{12}(t, t') dt' \right] \quad (7-20)$$

もう二組の積分方程式は (7-19), (7-20) 式で $J_{10,x}$ と

$J_{10,y}$ とを、また $J_{20,x}$ と $J_{20,y}$ とを入れ換え、さらに

$\epsilon_{11} \alpha / j\omega \epsilon_{33} k_0 a$ を $\alpha / j\omega^2 \epsilon_{33} \mu_0 a$ に置き換えると得られる。

== <

$$K_{12}^{21}(t, t') = \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}} e^{j\gamma t - j\frac{C_0}{2}(t^2 + t'^2) + jC_1 t t' \mp jC_2 t \pm jC_2 t'} \quad (7-21)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{4} k_0 b - k_0 b \frac{\epsilon_{23}^2}{2\epsilon_{11}\epsilon_{33}} \quad (7-22)$$

$$k_0 = \sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - \alpha^2 \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}}} + \frac{\alpha^2 \frac{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 (\frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}})^2}{1 - (\frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{11}}) + \frac{\epsilon_{23}^2}{\epsilon_{11}\epsilon_{33}}}}{2\sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - \alpha^2 \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}}} \left\{ \omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - \alpha^2 \frac{\frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}} - 1}{1 - \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{11}} + \frac{\epsilon_{23}^2}{\epsilon_{11}\epsilon_{33}}} \right\}} \quad (7-23)$$

$$C_0 = \frac{k_0 a^2}{(\epsilon_{11}/\epsilon_{33})b} - \frac{k_0 a^2}{2\rho_0}, \quad C_1 = \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{11}} \frac{k_0 a^2}{b} \quad (7-24)$$

$$C_2 = (A - \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{11}}) k_0 a, \quad C_2' = (B - \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{11}}) k_0 a$$

$$\beta_{10} = \frac{k_0}{\omega \epsilon_{11}} \quad (\text{TM波}), \quad \beta_{20} = \frac{\omega \mu_0}{k_0} \quad (\text{TE波}) \quad (7-25)$$

§ 7.4 積分方程式の解

(I) 共焦点 type の場合

前節において、は鏡面上の電流 $J_{10,x}$, $J_{20,x}$, $J_{10,y}$, $J_{20,y}$

による電界表示についての境界条件から、鏡面電

流に関する連立積分方程式を求めた。媒質が等

方性であれば $b=2F_0$ と選んだとき ($2F_0$ は鏡面をそ

の一部とする楕円の焦点間距離であり、十分な

近似で鏡面の曲率半径に等しい) 積分方程式の

核は $e^{jC_1 k r}$ のみの関数となり、最も低損失となる

ことがわかる。したがって異方性媒質の場合

にも伝送損失を減少させるためには、積分方程式

の核 $K_{12}(t, t')$, $K_{21}(t, t')$ (7-21) 式} を共焦点形の核

関数にしてやる必要がある。この共焦点時の核

関数は $e^{jC_1 k r}$ のみの関数であるから、この条件

は (7-24) 式の C_0, C_2, C_2' が零となれば満足される。す

なれち鏡面の構造(曲率)および鏡面の傾きを

$$P_0 = \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}} \frac{b}{z} \quad A = \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{11}} = \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{11}} = B \quad (7-26)$$

を満足するよう選ぶれば核 K_{12} , K_{21} は

$$K_{12} = K_{21} = \sqrt{\frac{c_1}{2\pi}} e^{j\phi + i\alpha t t} \quad (7-27)$$

となる。

この K_{12} を核とする同次 Fredholm 積分方程式

$$\dot{x}_m \varphi_m(t) = \int_{-1}^1 \varphi_m(t') \sqrt{\frac{c_1}{2\pi}} e^{j\phi + i\alpha t t'} dt'$$

を満足する固有関数 $\varphi_m(t)$ で鏡面電流 $J_{i0,z}$, $J_{i0,y}$ ($i=1,2$)

を展開すると次のようになる。

$$J_{i0,z}(t) = \sum A_{im} \varphi_m(t), \quad J_{i0,y}(t) = \sum B_{im} \varphi_m(t)$$

連立積分方程式(7-19), (7-20)式およびこれを前述

の置換で得られる二つの式に代入し、 B_{im} , B_{2im} を

消去し、 $\varphi_m(t)$ の規格直交性を用いると A_{im} , A_{2im} の

二つの連立代数方程式が得られ、

$$\begin{aligned}
& \left(1 + \frac{2R_x}{\beta_{10}}\right) A_{1m} + \dot{\chi}_m e^{j2\gamma} A_{2m} + H \sum_n \sum_{n'} \frac{G_{mn} G_{nn'}}{D_n} \left[\left(1 + \frac{2R_y}{\beta_{20}} - \dot{\chi}_n \dot{\chi}_{n'} e^{j2\gamma}\right) \right. \\
& + \dot{\chi}_n e^{j2\gamma} \left[\left(1 + \frac{2R_y}{\beta_{20}}\right) \dot{\chi}_{n'} - \dot{\chi}_n \right] \left. \right] A_{1n'} + \left\{ \left(1 + \frac{2R_y}{\beta_{20}}\right) \dot{\chi}_{n'} e^{j2\gamma} - \dot{\chi}_n e^{j2\gamma} \right. \\
& \left. + \dot{\chi}_n e^{j2\gamma} \left(1 + \frac{2R_y}{\beta_{20}} - \dot{\chi}_n \dot{\chi}_{n'} e^{j2\gamma}\right) \right\} A_{2n'} = 0 \quad (7-28)
\end{aligned}$$

および、上式で A_{1m} と A_{2m} のように $A_{1n'}$ と $A_{2n'}$ を入れ換えて
得られる方程式，となる。 = = =

$$D_m = \left(1 + \frac{2R_y}{\beta_{20}}\right)^2 - \dot{\chi}_m^2 e^{j2\gamma}, \quad H = \frac{(\epsilon_{11}/\epsilon_{33}) \alpha^2}{\omega^2 \epsilon_{33} \mu_0 (k_0 a)^2} \ll 1. \quad (7-29)$$

$$G_{mn} = \int_{-1}^1 \varphi_m(t) \frac{\partial \varphi_n(t)}{\partial t} dt, \quad G_{mm} = 0 \quad (7-30)$$

である。 $m=0$ のモードのみが大きいものとし、

補正項の級数も $G_{mm}=0$ の関係から、初項のみ

($n=1, n'=1$) を考えて

$$\begin{aligned}
& \left(1 + \frac{2R_x}{\beta_{10}}\right) A_{10} + \dot{\chi}_0 e^{j2\gamma} A_{20} + H \frac{G_{01} G_{10}}{D_1} \left[\left(1 + \frac{2R_y}{\beta_{20}} - \dot{\chi}_1 \dot{\chi}_0 e^{j2\gamma}\right) \right. \\
& + \dot{\chi}_1 e^{j2\gamma} \left[\left(1 + \frac{2R_y}{\beta_{20}}\right) \dot{\chi}_0 - \dot{\chi}_1 \right] \left. \right] A_{10} + \left\{ \left(1 + \frac{2R_y}{\beta_{20}}\right) \dot{\chi}_0 - \dot{\chi}_1 \right. \\
& \left. + \dot{\chi}_1 \left(1 + \frac{2R_y}{\beta_{20}} - \dot{\chi}_1 \dot{\chi}_0 e^{j2\gamma}\right) \right\} e^{j2\gamma} A_{20} = 0 \quad (7-31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \kappa_0 e^{i\beta} A_{10} + \left(1 + \frac{2R_2}{Z_{10}}\right) A_{20} + H \frac{G_{01} G_{10}}{D_1} \left\{ \left(1 + \frac{2R_2}{Z_{20}}\right) \kappa_1 \kappa_0 e^{i2\beta} \right\} \kappa_1 \\ & + \left(1 + \frac{2R_1}{Z_{20}}\right) \kappa_0 - \kappa_1 \left\{ e^{i\beta} A_{10} + \left\{ \kappa_1 e^{i2\beta} \left(1 + \frac{2R_1}{Z_{20}}\right) \kappa_0 - \kappa_1 \right\} \right. \\ & \left. + \left(1 + \frac{2R_1}{Z_{20}}\right) \kappa_0 \kappa_1 e^{i2\beta} \right\} A_{20} \Big] = 0 \end{aligned} \quad (7-32)$$

(7-31), (7-32) 両式より係数 A_{10}, A_{20} が解を持つための

条件より, 次の決定方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{2R_2}{Z_{10}} \mp \kappa_0 e^{i\beta} + 1 + \frac{G_{01} G_{10}}{D_1} \left\{ \left(1 \mp \kappa_0 e^{i\beta}\right) \left(1 - \kappa_1^2 e^{i2\beta}\right) \right. \\ & \left. + \frac{2R_1}{Z_{20}} \left(1 + \kappa_0 \kappa_1 e^{i2\beta} \mp \kappa_0 e^{i\beta} \mp \kappa_1 e^{i\beta}\right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (7-33)$$

ニニ重複 α 上の電界が $Z=0$ (X-Y) 面で零となる

odd mode に対称し, 下は電界が $Z=0$ 面で対称である

る even mode に対称してなる。(7-33) 式を $\alpha = \alpha' - j\alpha''$ に

ついで解けば異方性媒質を含む反射型ビーム導

波管の伝搬定数が求められる。

最初 $\kappa = \alpha = \alpha' - j\alpha''$ を (7-33) 式に代入する。

$$\kappa_0 = \kappa_0' + j\alpha'' D_0$$

(7-34)

$$k'_0 = \frac{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 \left(\frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} \right)^2}{\sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - \alpha'^2 \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}}} + \alpha'^2} \frac{1 - \frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}} + \frac{\epsilon_{23}^2}{\epsilon_{11} \epsilon_{33}}}{2 \sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - \alpha'^2 \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}}} \left[\frac{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - \alpha'^2 \left(\frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}} + \frac{\epsilon_{23}^2}{\epsilon_{11} \epsilon_{33}} \right)} \right]} \quad (7-35)$$

$$D'_0 = \frac{\alpha'}{\sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - \alpha'^2 \left(\frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}} \right)}} \left[\begin{array}{c} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{33} \end{array} \frac{1 - \frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}} + \frac{\epsilon_{23}^2}{\epsilon_{11} \epsilon_{33}}}{\alpha'^2 \left(\frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}} - 1 \right)} \right] \frac{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 \left(\frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}} \right)^2}{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 \left(1 - \frac{\epsilon_{22}}{\epsilon_{11}} + \frac{\epsilon_{23}^2}{\epsilon_{11} \epsilon_{33}} \right)} \quad (7-36)$$

が得られる。(7-33) 式で H を零としたりするときの共振

条件から求まる α' , k'_0 をそれぞれ α'_0 , k'_{00} とする。

$$\sin \left\{ \frac{\pi}{4} k'_{00} \left(1 + \frac{\epsilon_{23}^2}{2\epsilon_{11} \epsilon_{33}} \right) b \right\} = 0 \quad (7-37)$$

したがって

$$k'_{00} \approx \frac{\left(\frac{2l}{2l+1} + \frac{1}{4} \right) \pi}{b} \quad \begin{array}{l} \cdot \text{ odd mode} \\ \cdot \text{ even mode} \end{array}$$

(7-38)

$$\alpha'_0 \approx \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{11}} \sqrt{\omega^2 \epsilon_{11} \mu_0 - k'_{00}{}^2}$$

が求められる。 $H \neq 0$ のときの減衰項 α'' を求める

のときは α'_0 を用いるとして $\alpha = \alpha'_0 - j\alpha''$ を決定方

程式に代入し、 H を含む項では $\alpha = \alpha'_0$ を使い、

上記共振条件(7-37)式を用いると

$$\alpha'' = \frac{1 + \frac{2R_c}{Z_{10}} - \dot{\chi}_0(k_{00}') - \operatorname{Re}\left[H \frac{G_{01} G_{10}}{D_1} (1 - \dot{\chi}_0)(1 - \dot{\chi}_0^2)\right]}{D_0 b \dot{\chi}_0(k_{00}')} \quad (7-39)$$

付録12により分子第四項を計算すると結局、

$$\alpha'' \approx \frac{\frac{2R_c}{Z_{10}} + (1 - \dot{\chi}_0(k_{00}')) \left(1 + \frac{\alpha_0'^2}{\omega^2 \epsilon_{33} \mu_0 k_{00}' b}\right)}{D_0 b \dot{\chi}_0(k_{00}')} \quad (7-40)$$

と求められる。 $(\alpha_0'^2 / \omega^2 \epsilon_{33} \mu_0 k_{00}' b) \ll 1$ が一般に満足さ

れているから、共焦点条件を満足するごとく、鏡

面を(7-26)式の構造に設計すると、 α'' は等方性媒

質を含む共焦点反射型ビーム導波管の伝送損失

とほぼ等しくなり、低損失性が得られる。

(II) 非共焦点 type の場合

I においては(7-26)式で示されるごとく、両鏡

面を傾斜させ、共焦点条件を満足する構造の

ものについて解析し、異方性媒質中での伝送損

矢が等方性媒質の場合と同程度まで軽減できる

ことを示した。ここでは鏡面を傾斜させない場合、異方性により伝送損失がどの程度増加するかを検討する。

前述した所から TM 波と TE 波の結合の影響は小さいので、ここでは簡単のため TM 波のみで考察する。鏡面を傾斜させないときは $A=B=0$ であるからこの場合、 $J_{10,x}(t)$, $J_{20,x}(t)$ についての積分方程式は (7-19) (7-20) 式の右辺を零とおい取るとなる。ただしそこで核関数 K_{12} , K_{21} とすれば

$$K_{\begin{matrix} 12 \\ 21 \end{matrix}}(t, t') = \sqrt{\frac{c_1}{2\pi}} e^{j\phi + jC_1 t t' - jC_3(t-t')}$$

(7-41)

$$C_3 = \frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{11}} k_0 a$$

を用いる。ここで電流 $J_{10,x}(t)$ を

$$\chi_{\frac{1m}{2m}} \phi_{\frac{1m}{2m}}(t) = \int_{-1}^1 \phi_{\frac{1m}{2m}}(t') \sqrt{\frac{c_1}{2\pi}} e^{jC_1 t t' - jC_3(t-t')} dt' \quad (7-42)$$

を満足する固有関数で展開し、 $J_{10,x}(z)$ について

の積分方程式に代入し、 $m=0$ モードを考慮する

と決定方程式は

$$\left(1 + \frac{2R_x}{z_{10}}\right)^2 \tilde{\chi}_{10} \tilde{\chi}_{20} e^{j2\phi} = 0 \quad (7-43)$$

となる。共焦点 type の場合と同様にして減衰定

数 α'' を求めると

$$\alpha'' = \frac{2R_x}{z_{10}} + 1 - \tilde{\chi}_0 + \frac{1}{2} \frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_{33}} \left(\frac{\epsilon_{23}}{\epsilon_{33}}\right)^2 K_{00} b \quad (7-44)$$

$$D_0 b \left\{ \tilde{\chi}_{00} - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_{23}^2}{\epsilon_{11} \epsilon_{33}} K_{00} b \right\}$$

となる。上記の取り扱いはマイクロ波から光領

域まで適用することは可能であるが、一数值例

として KDP を選ぶと、屈折率は $n_o = 1.510$, $n_e = 1.468$

であるから y 軸に対し、光学軸を 10° 傾けた媒質

とせば $\epsilon_{11} = 2.279 \epsilon_0$, $\epsilon_{22} = 2.160 \epsilon_0$, $\epsilon_{33} = 2.275 \epsilon_0$,

$\epsilon_{23} = 0.021 \epsilon_0$ となる。 $b = 0.5 \text{ mm}$ の光ビーム導波系で

は $700 \text{ m}\mu$ 波長の光を用いるとすると、(7-38)式より

$$1) \quad k_{00} \approx 9.425 \times 10^4 \text{ rad/cm}, \quad \alpha'_0 \approx 9.737 \times 10^4 \text{ rad/cm}$$

$$\omega \sqrt{\epsilon_{11} \mu_0} \approx 13.56 \times 10^4 \text{ rad/cm} \text{ となり、先に仮定した}$$

$$\epsilon_{23} \ll \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \quad \epsilon_{11} - \epsilon_{33} + \epsilon_{23}^2 / \epsilon_{33} \ll \epsilon_{33}, \quad H \ll 1 \text{ の条}$$

件を満足している。鏡面を傾けて共焦点 type の

1 型の場合の減衰定数 α'' は (7-40) 式で与えられる

$$\text{が、} \quad \alpha_0'^2 / \omega^2 \epsilon_{33} \mu_0 k_{00} b \approx 0.12 \times 10^{-8}, \quad \nu_0 \approx 1.03 \text{ 程度であり、}$$

しかも光周波数では $\gamma_0 \approx 1$ であるので異方性によ

る影響は無視でき共焦点時の損失に等しくなる。

一方非共焦点 type の場合の減衰定数は (7-44) 式

で与えられる。この場合 $k_{00} b$ が非常に大きく、

$$0.471 \times 10^4 \text{ であり、} \quad (\epsilon_{23} / \epsilon_{33})^2 (\epsilon_{11} / \epsilon_{33}) \approx 8.52 \times 10^{-5} \text{ を用いる}$$

と (7-44) 式は

$$\alpha'' \approx \frac{2R_c}{8\lambda_0} + 1 - \gamma_0 + 0.201 \\ \nu_0 b (\gamma_0 - 0.201)$$

となる。これにより一般に $1 - \gamma_0 \approx 0$ であるのと

対し鏡面を傾けない場合の異方性による伝送損

尖が著しく大きくなること(非共焦点であるため

損失増加は今の例では 170 dB/cm にもなる)がわか

った。このことより異方性媒質中を低損失で伝

送させるには鏡面の傾きが特に重要であること

が示されたいわけであるが、上記数値例では鏡面

を z 軸に対し 30° 傾けた場合に共焦点条件が満

足される。

§ 7.5 結言

本章では前章までの開放型共振器と特に密接な関連を持つ開放型導波管について考え、共焦点型円面の一部で作られる反射型ビームウェーブガイドが異方性媒質で満たされた場合を解析した。反射型ビームウェーブガイドはその良好な伝送特性のため将来マイクロ波、ミリ波伝送、列軍制御等に重要な役割を果たし、また光領域ではレーザー光の Zig-Zag 進行波形増幅、あるいは変調器、第二高調波の発生等に利用できるものである。このビームウェーブガイドが自由空間中にある場合については詳しく検討が行われて⁽¹⁾⁽²⁰⁾ いるが、本章で示したような異方性媒質で満たされた場合については、全く行われていない。変調器あるいは第二高調波発生用として

て用いる場合は必然的に異方性媒質とならざるを得ず $\epsilon = \epsilon_0$ を示した分析が役立つと思われ

る。§7.2, §7.3 においては異方性媒質中で α 鏡面

の曲率および傾きを任意としたときの伝送方程式

を求め、鏡面上の電流についての積分方程式

を電界の境界条件より導いた。§7.4 において鏡

面の構造を異方性媒質中で共焦点条件を満足

するよう選んだときと全く傾けなかつたとき

との位相定数 α を求める決定方程式を導き、特

に最低次モードの位相定数をそれぞれ求めた。

その結果、鏡面をわずかに傾けて共焦点条件を満

足させることにより伝送損失を大きく軽減でき

る $\epsilon = \epsilon_0$ を解析的に求め、一例として異方性媒質

が KDP の場合について数値的に実証した。

第8章 複素誘率の測定法と一実験例

§ 8.1 序言

物質の電気的定数 ϵ , $\tan\delta$ あるいは $\epsilon' - j\epsilon''$ の測定には従来種種の方法が提案されており、中でも MHz 以下以下の周波数領域では、測定結果も豊富である。また光学定数の測定についても反射率も測定して求める方法が使われている。

従来⁽¹⁾⁽²⁾の測定法は原理的に次の三つに分けられる。

→

(I) 透過波法

波長の短い cm 波帯に適しており、自由空間における透過波法と、導波管あるいは同軸線路も使用する透過波法とが知られている。ともに厚さ一定の板状の試料を透過した電磁波の位相および振幅の測定から電気定数も算出するもので

ある。

(II) 反射波法 (定在波法)

この方法は電磁波の反射波により測定するもので、定在波法とも称せられ I と同様に自由空間における反射波法と同軸線路あるいは導波管による反射波法とがある。またこの方法を光領域で使うドルーデの方法等も知られている。⁽⁶³⁾

この反射波法は特に損失の多い物質定数の測定に有効である。

(III) 共振法

共振法は被測定試料を空洞共振器にそう入した場合、および除去した場合の Q の変化および共振波長の変化、あるいはそれと等価な諸定数の変化から算出する方法である。共振器としては同軸および半同軸共振器を使用する方法と所

筒形空洞共振器を使用する方法があり、比較的

同波数が低い場合には同軸共振器、高い同波数

では方形あるいは円筒空洞共振器が使用される。

この共振法は $\tan \delta$ が小さい試料の測定に特に有効であり、測定精度は I, II に比べすぐれている

ので、現在誘電率の測定に広く用いられている。

このように比較的低い同波数での測定法はほぼ確立されており、測定結果も多いたが、波長の

短かいマイクロ波あるいはミリ波の範囲では測

定は余り行なわれていない。一方最近のマイクロ

波、ミリ波技術の発展により、この同波数領

域での電気定数の測定が重要になってきている。⁽⁴⁵⁾

この同波数でも共振法が測定精度の点で最も

有効な測定法であるが、従来の密閉型の空洞共

振器を用いて測定するのは、波長が短いので共

振器が小さくなり、試料と共振器の壁との隙間

や試料の大きさなどの寸法精度が問題となり

測定が困難となる。また振動の小さい試料を測

定するには高いQ値の共振器が必要となるが、

その共振器中の試料をその入するための導波管接

合部での取りはずしを行わなくてはならず、

それにより無負荷Q値が変動するゆえにある。

これに対し前章でも述べたようにファブリ・パ

ロー共振器のような開放型共振器を使えば容易

に試料の出し入れができ、試料その入にともな

う不要な無負荷Q値の変動は除くことができ、

しかも高いQ値が得やすいなどの特徴があり、

測定が可能である。

マイクロ波ファブリ・パロー共振器として W. Culshaw

(29)

は多層フィルムを用いたものを提案し、同波数

計として使用できることを示している。また導

波管とマイリスで結合したファブリ・ペロー共振

器をプラズマの診断に使うという実験および従

来の閉じた空洞共振器からの類推による解析も

R.J. Chaffin 等により行なわれている。⁽¹²⁾⁽¹³⁾

誘電体の複素誘電率の測定にこの共振器を用

いることは最初 J.E. Degenford 等によって提案さ

れたが⁽¹⁴⁾ この場合はファブリ・ペロー共振器にこ

く薄い誘電体板をさう入し、それを傾けて反射

波は無視しうるとして実験されており、解析は

垂直にさう入した誘電体板への電磁波の入射、

透過についての半光学的取り扱った結果から近似

されているため、屈折率が大きい場合、およそ

$\tan \delta$ の測定には用いられる。同様の測定法の

より詳しい検討は弓場氏により、電磁波の誘電体

板への斜入射の場合の解析を用いて行なわれ

(45)

損失項の測定も行なわれている。これ等ほとも

に反射波を無視できるように試料を傾けている

ため、余り厚い試料は用いることができない点

に困難があった。また試料のそ入と傾斜によ

り共振器の回折損失が増加して、試料の $\tan \delta$ 以外

の理由で Q 値が低下する点については全くふれ

ていない。

本章では第四章のファブリ・ペロー共振器中心

に誘電体板をそ入した場合の電磁界的な解析

結果を用いて試料の複素誘電率の算出式を求め

た。 ϵ' は試料の有無によらず共振周波数を一定

とするための鏡面間隔の変化長から求められ、

ϵ'' は試料のそ入および除去による共振器の Q

値の差から求められる。このときこれまで考慮

されていながら、試験料そのう入によらる共振器の回折損失の増加の影響を考慮してゐる。さらにはこ

の比誘電率の測定に於いては共振器の軸方向

共振モードの奇数 (odd modes) 共振であるが、even

modes 共振であるから) が大きな影響を与えること

を新たに示した。また損失項の測定に於いては

試験料のそのう入によらる共振器の共焦点条件からの

ずれによる回折損失の増加があり、低損失の試

料の測定に於いては無視できないう望となること

を示した。さらにはこの損失分は鏡面間隔を変化

させて再び共焦点とすることにより除去できら

ることを示した。§8.4 では誘電体板をそのう入しに

フアブリ・ペロ共振器の反射係数を求めらる実験

を行なひ、ここに示した算式により、その複

素誘電率を測定した。

§ 8.2 TM-type 波入力アドミタンス

第四章では電界の x 成分のなる TE-type 波の場合で異方性媒質板を含むファブリ・ペロー共振器の解析を行なったが、その結果から異方性の影響を分離して求めるには、ほかに異方性の影響を受けるとした場合について測定を行なう必要がある。

このためには試料の切り方を変えろることゝ一方法であるが、これが困難である場合には励振電界が x 方向成分のみを持つような TM-type 波を用いれば良い。このとき媒質が線形ならば異常光線は発生せず、媒質は等方性と等価になる。以下の取り扱いはこの TM-type 波の場合を考へることにする。

図 5-1 で示される構造のファブリ・ペロー共振器で厚さ $2d$ の誘電体板 (誘電率 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$, 透磁率 μ_0)

を含む場合の解析から、その結果の表記すと入

カアドミタ、ンスは次式となる。

$$\bar{Y} = Y_w + Y_c \quad (8-1)$$

$$Y_w = -j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\lambda}{2h} \cot^2 \frac{\pi h}{2h} \quad (8-2)$$

$$Y_c = \frac{\sqrt{\epsilon_0} h}{\mu_0 2} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{h}{h'}\right)^2}{\cos \frac{\pi h}{2h}} \right\}^2 \left[1 + \frac{R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} \right] \left[1 + \frac{R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} \frac{\pi^2}{8h'} \sum_m \left(\frac{D_{2m}^0 - 1 - \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}}{D_{2m}^0} \right) \right]$$

$$+ \left. \frac{D_{2m}^e - 1 - \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}}{D_{2m}^e} \right\} \frac{(2m-1)!!}{(2m)!!} \quad (8-3)$$

R_s : 鏡面表皮抵抗

$= = \dots$

$$D_{2m}^0 = \frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + 1 - \chi_{2m} e^{j\bar{\Phi}_{\pm}} + \Delta_{\pm} \chi_{2m} e^{j\bar{\Phi}_{\pm}} \quad (8-4)$$

$$\bar{\Phi}_{\pm} = \frac{3\pi}{4} - \left(\epsilon_0 b a \pm \right) - \varphi \mp \frac{\pi}{2} \quad (8-5)$$

$$\Delta_{\pm} = \tan^{-1} \left\{ \frac{(n_0^2 - 1) \sin \beta}{2n_0} \right\} \quad (8-6)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ \frac{(n_0 - 1)^2 \tan \beta}{2n_0 + (n_0^2 + 1) \tan^2 \beta} \right\}$$

$$b_a = b + \left(\frac{k_{e1}}{k_e} - 1 \right) 2d, \quad b_e = b + \left(\frac{k_e}{k_{e1}} - 1 \right) 2d \quad (8-8)$$

$$k_e^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0, \quad k_{e1}^2 = \omega^2 \epsilon \mu_0 = \omega^2 (\epsilon' - j\epsilon'') \mu_0$$

(8-9)

$$n_0 = \sqrt{\frac{\epsilon'}{\epsilon_0}}, \quad \beta = 2k_e n_0 d, \quad \xi = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{b_e}{2p_0} \right)$$

で与えられる。また固有値 χ_m は第四章 (4-23) 式を

用いて

$$\chi_0 = \begin{cases} \chi_{0,0} - j\xi - \frac{3}{4}\xi^2 \\ \chi_{2m,0} \end{cases} \quad (m \neq 0) \quad (8-10)$$

$$\chi_{2m,0} = \sqrt{\frac{2c_1}{\pi}} e^{j m \pi} R_{0,2m}(c_1, 1) \quad (8-11)$$

で与えられる。 $\chi_{0,0}$ が共焦点時の回折損失に依存

する項であり、 $-j\xi - \frac{3}{4}\xi^2$ が媒質のそり入による共

焦点条件からのずれによる回折損失の寄与であ

る。

誘電体損失の影響は (8-4) 式の $\Delta \pm \chi_m$ で表わさ

なる式 = 又は $\epsilon''/\epsilon' = \tan \delta$ を用いて次式で与えら

れる。

$$\Delta_{\pm} = \frac{\tan \delta}{4M} \left[\beta \left\{ \frac{(n_0 - 1)^2}{n_0} \frac{(n_0^2 - 1)^2}{2n_0^2} \sin^2 \beta \mp \frac{n_0^2 - 1}{n_0} \cos \beta \right\} \right.$$

$$\left. + \left\{ \frac{n_0^2 - 1}{2n_0} \sin 2\beta \mp \frac{n_0^2 + 1}{n_0} \sin \beta \right\} \right] \quad (8-12)$$

$$M = 1 + \frac{(n_0^2 - 1)^2}{4n_0^2} \sin^2 \beta \quad (8-13)$$

§ 8.3 複素誘電率の測定法

前節で示した入力アドミタンスを用いて結合面での導波管側最低次モードに対する反射係数の同波数特性を計算することが出来る。この共振特性から試料のその入による共振同波数のずれ、および Q 値の低下と試料の厚さ $2d$ 、比誘電率 ϵ' 、損失項 $\tan\delta$ の種々の値について求め(even mode, odd mode の高次モードまで含めて)、チャートを作っておけば、共振同波数のずれあるいは Q 値の低下と測定して複素誘電率を厳密に求めることが出来る。

しかしながらこの方法では計算機によらずなくてはならず一般的ではない。本節では以下の複素誘電率の簡単な算出式を導く。第一に比誘電率 $\epsilon_0 = \epsilon/\epsilon_0$ の算出式を導く。スリット幅 h が狭

の場合には共振特性はほとんど D_{2m}^o または D_{2m}^e の虚数部が零となる共振数近傍での変化で決まる。また共振点 $\gamma_{\text{マ}} \gamma_{\text{リ}} \cdot \gamma_{\text{ロー}}$ 共振器ではモードの縮退が起こるが、その高次モードは低い Q 値であるため重要ではなく、鏡面の大きさと間隔を適当に選択するににより単一モードに近い共振が可能である。それゆえ D_{2m}^o, D_{2m}^e の最低次モード、 $m=0$ の項のみで表されることをができる。したがって共振周波数は (8-4) 式より

$$\frac{3\pi}{4} - ka \approx \pm 2\pi - \frac{\theta}{2} = 2Q\pi - \frac{\theta}{2} \quad \begin{matrix} \text{odd mode} \\ \text{even mode} \end{matrix}$$

(8-14)

の根として求められる。この方程式は周波数について超越方程式となっているため、試料がない。この場合以外には解は簡単には求められない。

しかし今鏡面間隔の調節（間隔を無媒質時の間

隔 b_0 から Δb だけ狭くする) によって、試料をそ

ろ入し、この場合の共振周波数を、試料を含まないこ

の共振周波数 f_{01} (位相定数 k_{01}) に等しくでき

たにすると、この Δb は

$$\Delta b = \frac{k_{01} + \frac{1}{4\chi_{00}P_0 n_0}}{(n_0 - 1)2d + \frac{\varphi \mp \pi}{k_{01} - \frac{1}{4\chi_{00}P_0}}} \quad (8-15)$$

なる簡単な関係式で表わされる。一般には

$k_{01}P_0 \gg 1$ であるから

$$\Delta b \approx (n_0 - 1)2d + \frac{\varphi \mp \pi}{k_{01}}$$

で近似できる。この式を n_0 の値に対して計算し

ておけば、 Δb を測定して比誘電率 n_0^2 を求める =

とができる。

図 8-1 は一例として $b_0 = 2P_0 = 32.4 \text{ cm}$, $2d = 18 \text{ cm}$ なる

るファブリ・ペロー共振器で試料の厚さ $2d$ の =

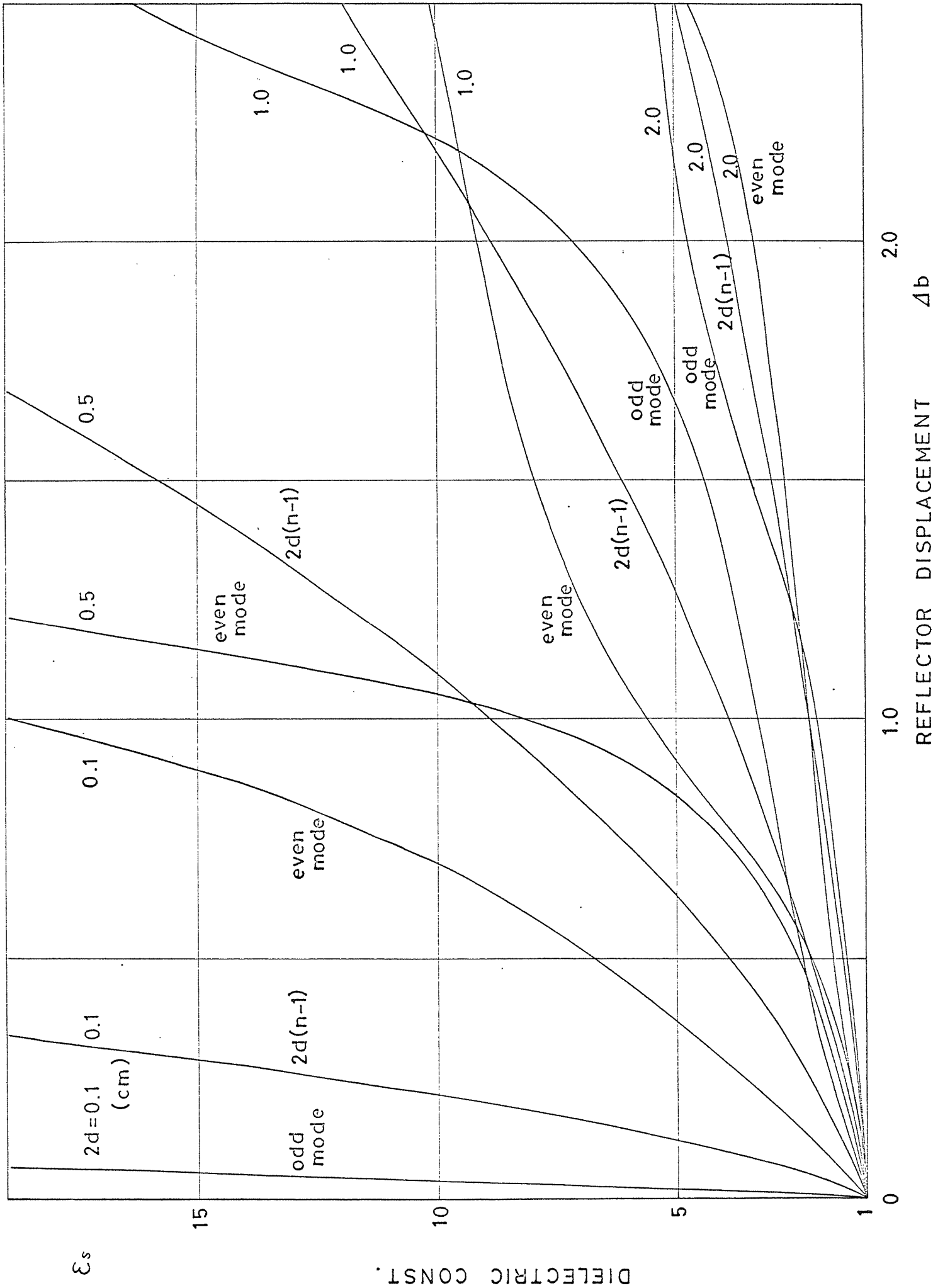


图8-1a 鏡面間隔变化長 Δb 对比誘電率 ϵ_0

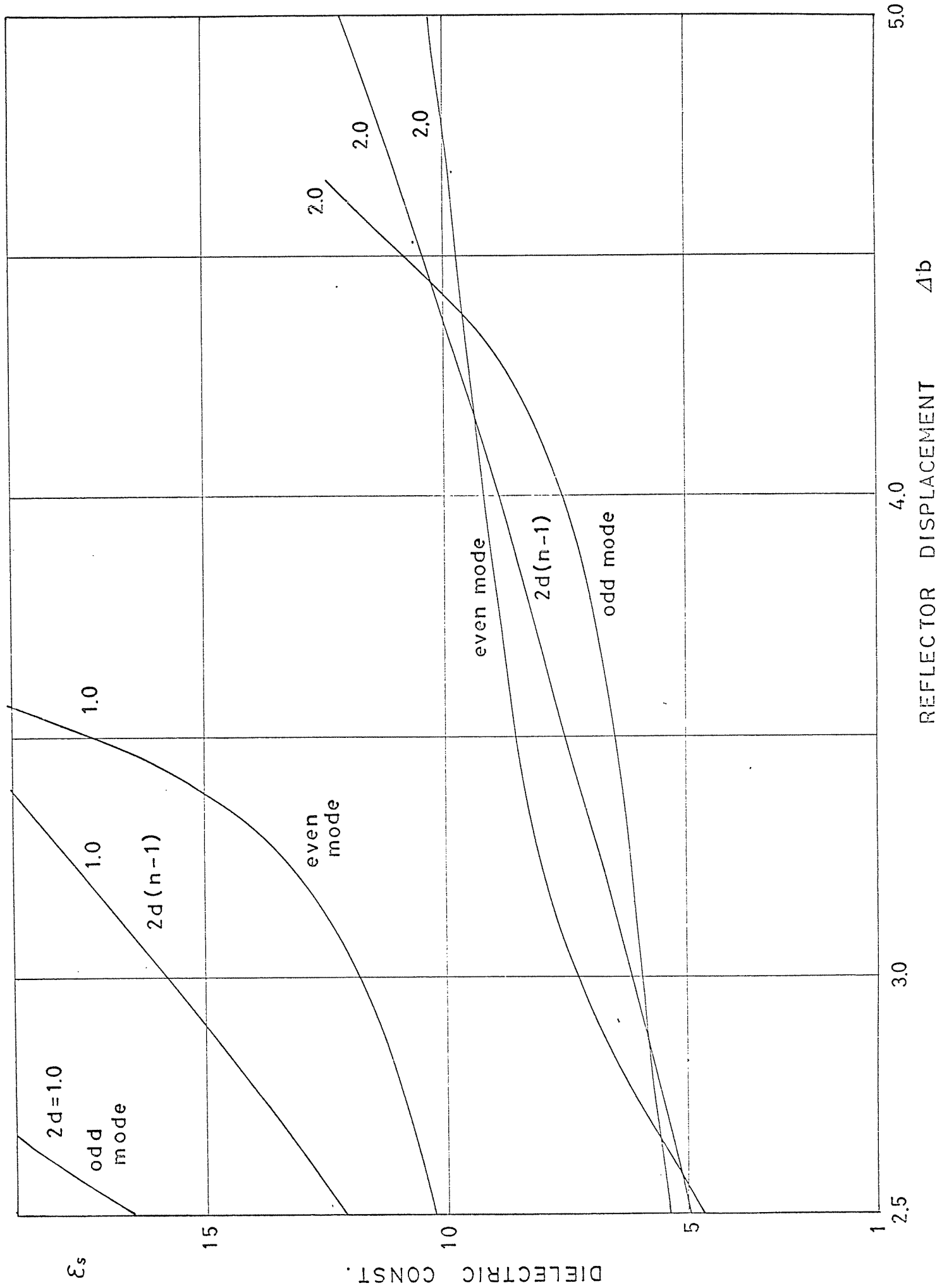


圖 8-1b 鏡面間隔變化長 Δb 對比誘電率 ϵ_2

三の値に対して Δb と $n_0^2 = \epsilon_0$ の関係を示すため

である。odd mode 共振は上記数値例では $f_{01} = 9.375 \text{ GHz}$

($f_{01} = 1.9635$) である、even mode 共振は $f_{01} = 9.838 \text{ GHz}$

($f_{01} = 2.0605$) である。この結果試料の厚さ $2d$ が

ごく薄い場合以外には測定を odd mode 共振で行な

うが、even mode 共振で行なうかの違いを考慮し

なければ大きな誤差となることを示された。

測定精度に特に重要な要因として試料の厚さ

の精度があるが、これを高い精度で仕上げるの

は困難なことを示す。この場合には d であるだけ

その厚さの影響を受ける測定が望ましい。図

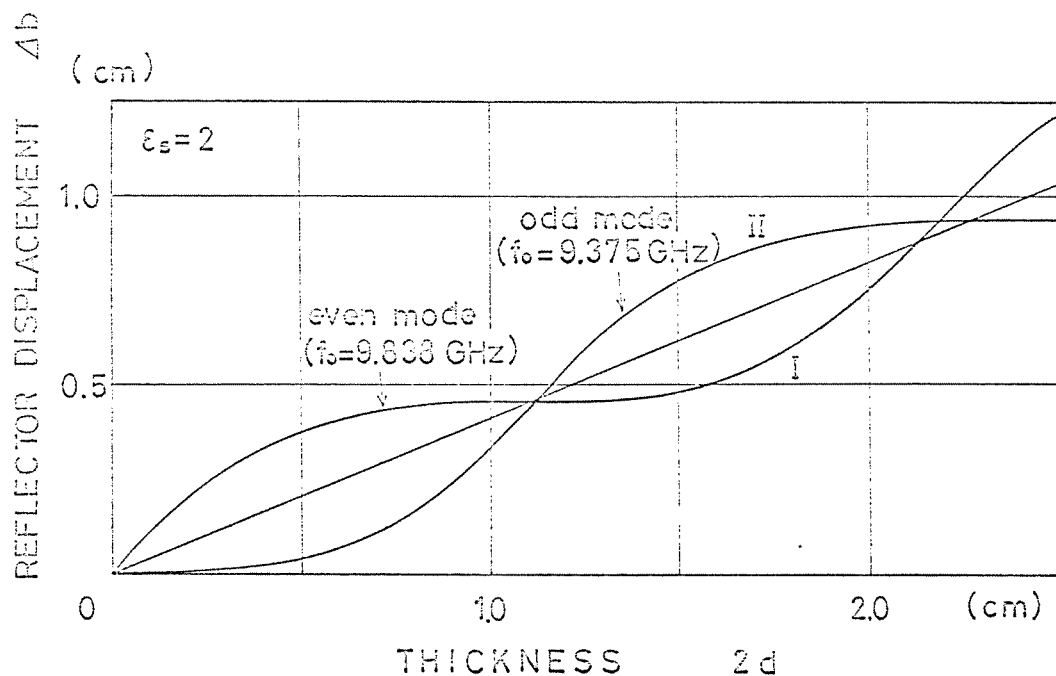
8-2 は $\epsilon_0 = 2$ の誘電体板の厚さを変化させるとき

の Δb の変化を示すため、これを d と $2d = 1.1 \text{ cm}$

程度では厚さが多少変化しても Δb はほとんど変

化していない。これを逆におおよその n_0

が知られている時には厚さ $2d$ を $2k_0 n d \approx \pi$ となるように選べば厚さの精度の影響を軽減できるとも示している。図 8-2 の I は even mode について求めたものであるが、odd mode の場合はこの曲線が



逆に急な傾斜が急な所で平坦となる

から、結局厚さを任意に選べるような試料の

場合には odd mode あるいは even mode のどちらかを

選んで厚さの影響を軽減できるともなり、試料

の厚さの精度を下げてても測定精度を悪化させざる

いことが可能である。

次に損失環の算出式を導くが、常に試料のそ

う入を除去によるQ値の変化を求めたのみでは

損失環の測定値は、第四章 §4.5 で述べたように試

料のそが入による共振条件からのずれによる

回折損失の増加分、 $\frac{8^2}{4\epsilon_0}$ の影響をも含めて算の

値より大きく読み取られることになる。かりに

$2d = 2cm$, $n_0 = 2$ とするとこの環は 2.5×10^{-4} 程度となる

るから、損失の小さい試料も測定する場合には

無視でさきい量となる。この影響は計算で求め

られるから測定値より除去するにとり可能であ

り、あるいは $\delta = 0$ とするにとりよっても可能で

ある。この条件は試料の n_0 を求めておき、それ

を用いて鏡面間隔を選んだ場合にはQ値の変化

ほそのまま誘電体損によるものとなる。この時

の新しい共振周波数 f_{02} (位相定数 k_{02}) は

$$k_{02} \left\{ b_0 + \frac{n_0^2 - 1}{n_0} 2d \right\} + (\varphi \mp \pi) = k_{01} b_0$$

となる。特に odd mode 共振を考へ、簡単のため $2d$

を $\beta = 2k_{02} n_0 d = \pi$ となるように選ぶと (8-12) 式は非

常に簡単化され $\Delta_+ + \frac{\beta}{2} \tan \delta = (M \tan \delta) / 2$ となる

る。このとき、

$$D_0 = \frac{2R_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} + 1 - \alpha_{00} \left(1 - \frac{n_0 \tan \delta}{2} \right) e^{j\Phi_+} \quad (8-17)$$

$$\Phi_+ = \frac{\pi}{4} - k_0 \left(b_0 + \frac{n_0^2 - 1}{n_0} 2d \right) \quad (8-18)$$

と表わされる (この厚さの制限は本質的に必要

なものではない。このことについては後述する。)

odd mode 共振近傍ではこの D_0 の式が非常に小さく

かつ急激に変化し、ほかの項の変化はゆるやか

であるから、共振器内の界振幅は $E = K/D_0$ の形で近

以てきる。 \bar{Q}_+ が共振時の \bar{Q}_{+res} から $\Delta\bar{Q}$ だけずれた

とすると $D_0^0 = D_0^0 res(1 \pm j)$ となるから

$$\Delta\bar{Q} = \frac{\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + |1 - \chi_{00}| + \frac{n_0 \tan \delta}{2} \chi_{00}}{\chi_{00}}$$

$$= \frac{\Delta\omega}{c} \left(b_0 + \frac{n_0^2 - 1}{n_0} 2d \right) \quad (8-19)$$

したがって共振器の Q 値は

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\frac{2R_s}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}} + |1 - \chi_{00}| + \frac{n_0 \tan \delta}{2} \chi_{00}}{(\bar{Q}_{+res} + \frac{\pi}{4}) \chi_{00}} + \frac{1}{\bar{Q}_{+res} + \frac{\pi}{4}} + \frac{1}{Q_{ext}}$$

$$= \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_{ext}} \quad (8-20)$$

と与えられる。ここで Q_L は試料負荷時の Q 値、

Q_0 は外部との結合がない共振器のみの Q 値、 Q_d

は誘電体損失の Q 値であり Q_{ext} は結合スリットに

より、外部回路で失われる損失による Q 値であ

る。

前述の寸法の共振器で無媒質、結合のない時

の Q_0 は 12,700 ($f_{01} = 9.375 \text{ GHz}$, $C_1 = 5$)。この共振器

に $2d = 1.16 \text{ cm}$, $\epsilon_d = 2$ なる誘電体板をさう入する

と共振条件は $b = 32.4 + 0.34 \text{ cm}$ で満足される

この共振周波数 $f_{02} = 9.1441 \text{ GHz}$, $C_1 = 4.9$ とする。

このとき $Q_0 = 106,000$ である。スリットにより導

波管と結合させるため、 Q 値は低下するが $h' = 0.15$

$h' = 0.2$ のときこの Q_{ext} も考慮し共振負荷 Q 値 Q_u

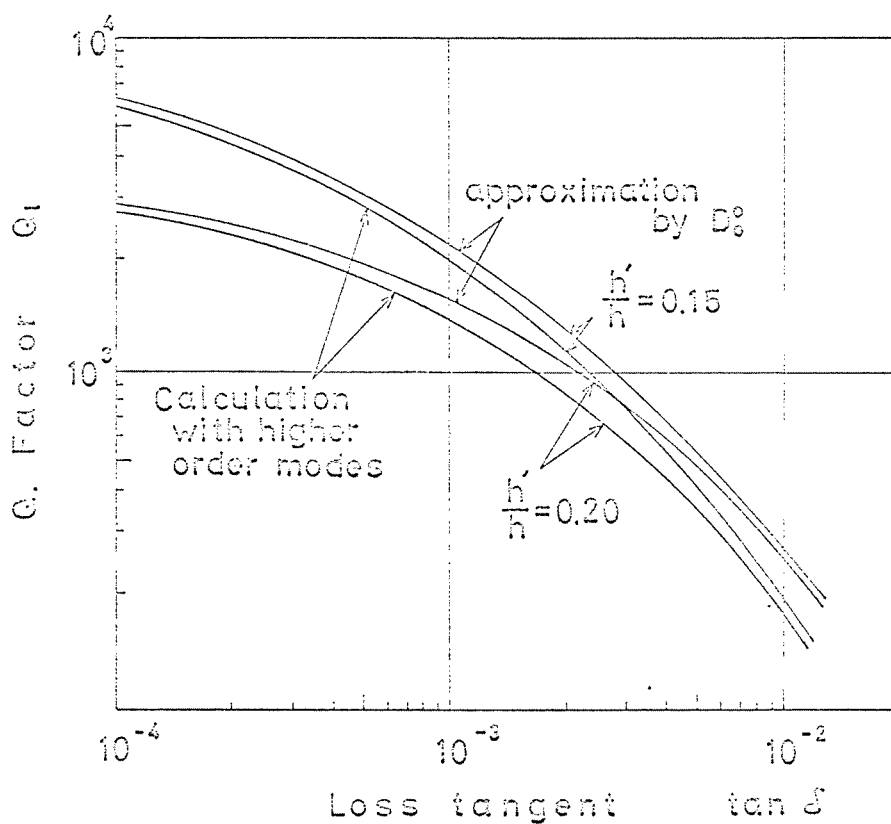


図 8-3 $\tan \delta$ と Q 値との関係

はそれぞれ 80,000, 30,500 となる。図8-3はこの場

合の $\tan \delta$ と負荷 Q 値 Q_L との関係を示す。右の

でこの Q_L を測定すれば、 $\tan \delta$ は次式

$$\tan \delta = \frac{\frac{\pi}{2} - 2\theta_{+res}}{n_0} \left(\frac{1}{Q_s} - \frac{1}{Q_u} \right) \quad (8-21)$$

で求められる。図8-3には even mode および高次モ

ードも含めて計算機により計算し、結果もあわ

せて示した。

(8-16)式で示されるごとく鏡面間隔を広げるこ

とにより積分方程式(4-15)式の核を $e^{jk_0 r}$ (共焦点

の時の核)に等しくできることは前述したが、

このことは幾何光学的には光線が原点を通るよ

うに鏡面を移動させたことに相当すると思われる。

すなわち無媒質で共焦点条件を満足して

いるファブリ・ペロー共振器では光線は図8-4の

Iで示されるように共振器の原点Oを通る。い

隔と l とは二の倍で、これをさきに積分方程式

の核が共焦点形となるように l を求めた鏡面間

隔の変化長と一致している。

§ 8.4 複素誘電率の測定実験および考察

前節ではファブリ・ペロー共振器を用いて試料の複素誘電率 $\epsilon' - j\epsilon''$ を与える算出式を理論的に導いた。ファブリ・ペロー共振器による測定はその取り扱いの容易さにもかかわらず理論的解析がほとんど行なわれていないから、そのため、余り行なわれておらず、わずかにごく薄い試料を傾けてそう入しただけの場合についての解析および実験が行なわれているのみである。この測定法では特に回折損失の増加という問題点がある。この影響を最小にするには試料を垂直にそう入する必要があるが、一方この場合の解析では反射波を無視できず、解析が困難となる。前節まででは、これまで行なわれていないから、垂直に試料をそう入した場合を解析し、回折損失の影響

を定量的に求めることを可能にし、その複素を

考慮して、より厳密に複素誘電率を求める算出式

を初めて導いたが、本節ではこの理論の検証を

よび実際の測定例を示すため、以下に示す実験を

行なった。

今回使用したファブリ・ペロー共振器は鏡面間

隔を変化させられる構造のものであるため、金

体の測定装置を図8-5に示す構成に選り、定在

波測定器を用いて試料をそり入るとき、およ

び除去したときの反射係数を種々の周波数に対

し求める定在波測定法により行なった。ファブ

リ・ペロー共振器として、図3-8(写真)に示した

ごとく、二次元条件を満たすように軸方向を裏方

のうち板で短絡し、鏡面幅 $2a_0 = 14 \text{ cm}$ 、曲率半径

$r = 32.4 \text{ cm}$ の銅製球面鏡を間隔 32.47 cm で対向させ、

スリット幅 $K=0.5\text{cm}$ で外部の方形導波管と結合し

たものを示す。実際の実験装置を 図8-6 に示す。

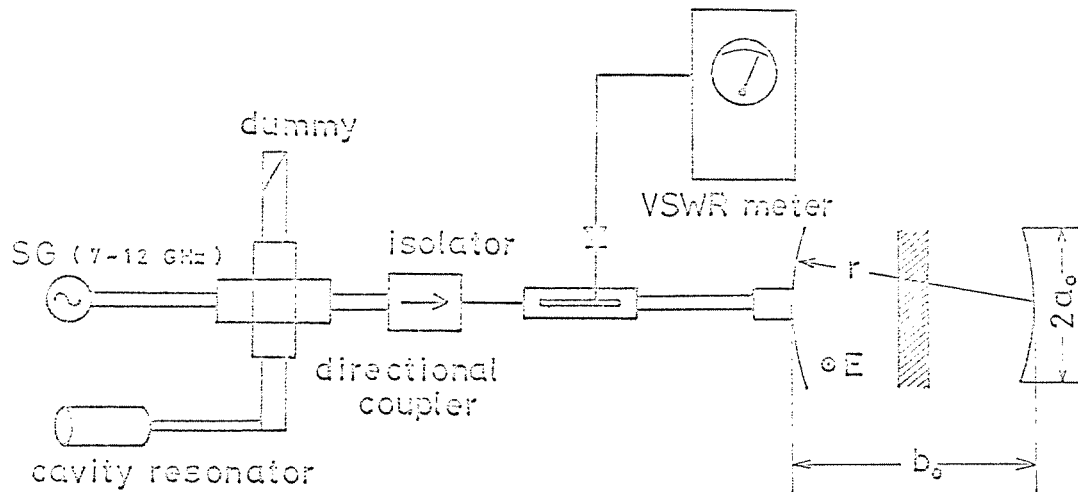


図8-5 誘電率測定回路

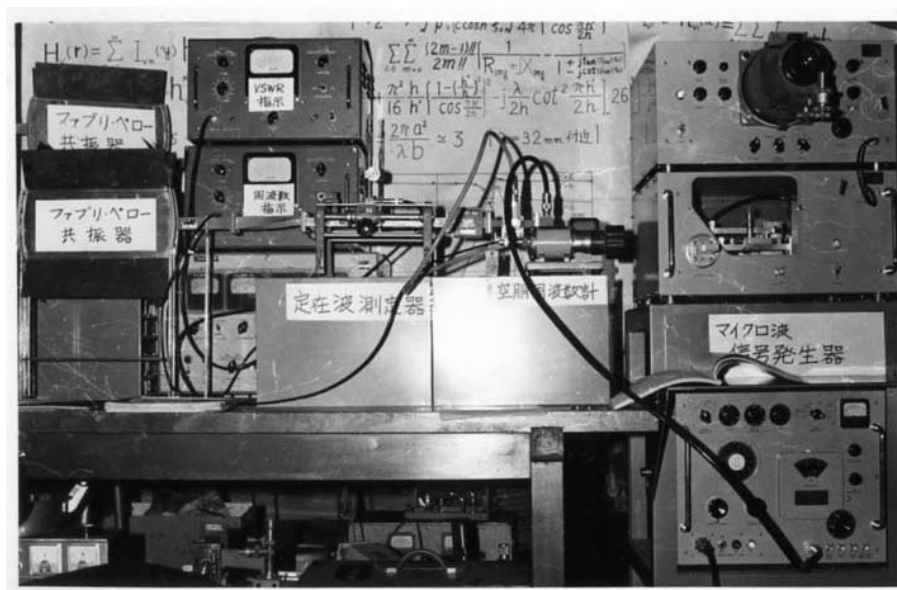


図8-6 測定回路の写真

測定の手順としては、最初に試料のない状態
 の共振特性を求め、その時の共振周波数 f_0 と
 無負荷Q値 Q_u (共振器のみのQ値 Q_0 にスリッ
 トで結合した外部Q値 Q_{ext} を含めたQ値)を測
 定する。次に試料を入れて同様に測定を行う。
 このときの共振周波数 f' と負荷Q値 Q_L を求め
 る。

図8-7はこの手順で実測した共振特性で曲線I
 は試料のない状態での共振特性であり、曲線II,
 IIIはそれぞれ厚さ $2d=0.21\text{cm}$, 0.42cm の試料をそ
 うに入れた状態での共振特性である。この結果より
 その複素誘電率を求めると、鏡面間隔を変化さ
 せば図8-1より簡単にその比誘電率を求めるこ
 とが可能であるが、今回は第一には鏡面
 間隔を変化させられないため、第二には特に薄

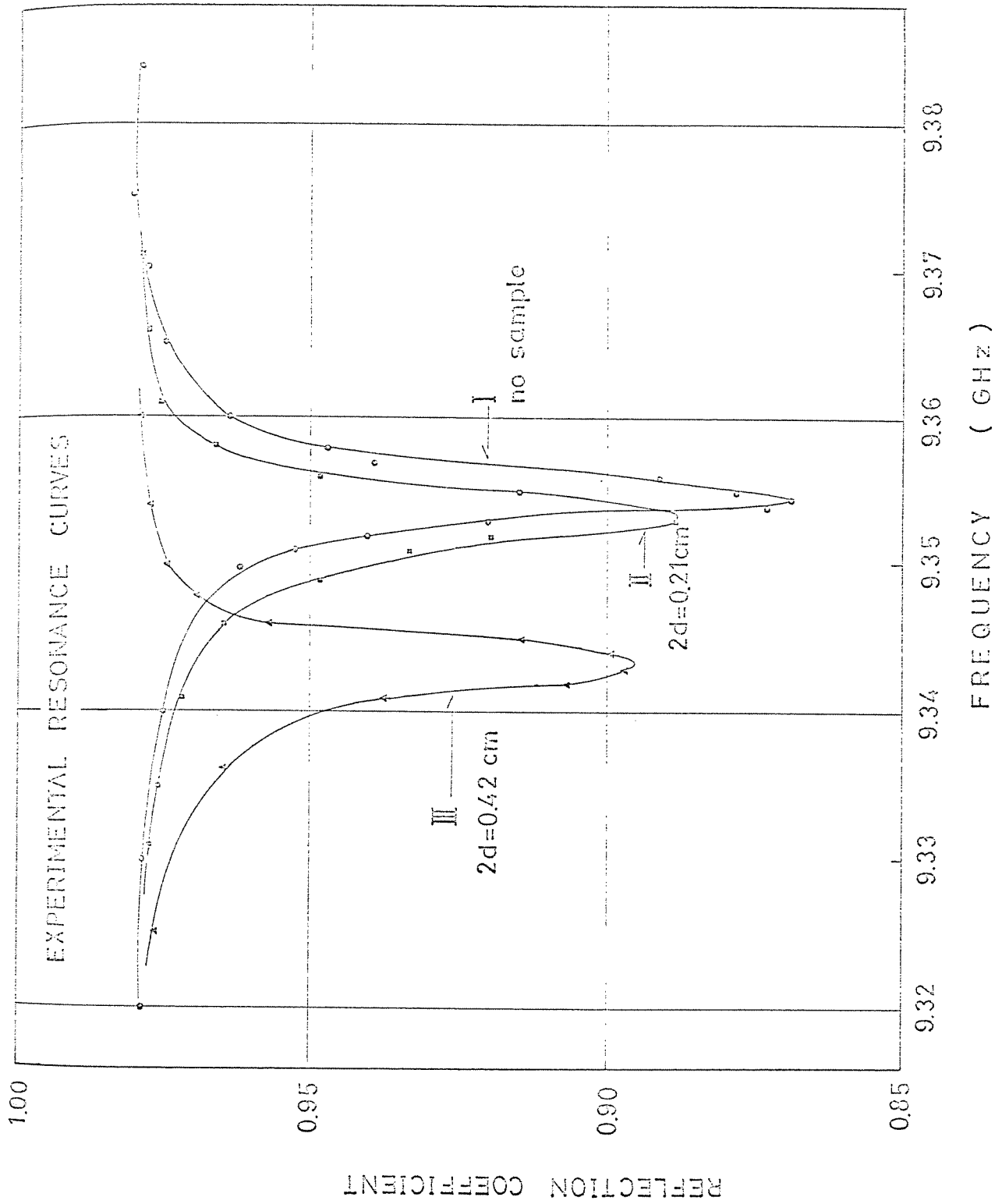


図8-7 共振特性の実測値

I; 無媒質

II; $2d = 0.21\text{cm}$ の試料

III; $2d = 0.42\text{cm}$ の試料

この試料に対する精度の観点から試料のそり入の影響を共振周波数の変化として求めた。そのため(8-15)式の代わりに(8-14)式で示される超越方程式を解くことが必要である。この方程式を解いて厚さ $2d=0.21\text{cm}$, $2d=0.42\text{cm}$ に対する比誘電率 ϵ_0 (あるいは屈折率 n_0) とその共振周波数の関係を求めると図8-8のようになる。これより ϵ_0 を求

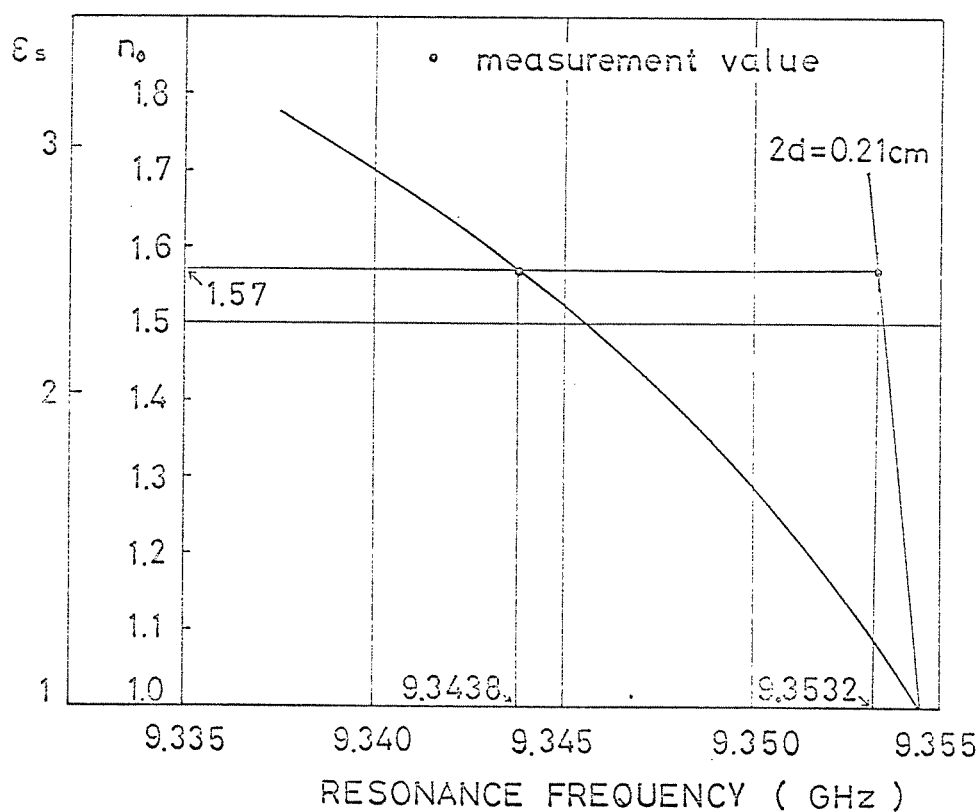


図8-8 試料の比誘電率と共振周波数の関係および実測値

めることが可能であるが、あるいは(8-14)式の近

似解

$$n_0 = 1.5 \left\{ 1 + 2330 \left(1 - \frac{\epsilon'}{1.95897} \right) \right\}, \quad 2d = 0.21 \text{ cm}$$

または

$$n_0 = 1.5 \left\{ 1 + 268 \left(1 - \frac{\epsilon'}{1.95730} \right) \right\}, \quad 2d = 0.42 \text{ cm}$$

を用いても求められる。今回使用した試料はア

クリル樹脂の幅 1 cm, 長さ 25 cm, 厚さ 0.21 cm およ

び 0.42 cm の板状のものであるが、それぞれ共振

周波数は図 8-7 の測定結果より 9.3532 GHz, 9.3438 GHz

と求められるから、これより比誘電率はそれぞれ

に $\epsilon_d = 2.465$ あるいは $\epsilon_d = 2.464$ と求められる。

(図 8-8 の印)

次に $\tan \delta$ の測定であるが、前節の理論は簡

単のため試料の厚さを半波長 $\beta = \pi$ とするごとく

選んだ場合を例にとりて解析していった。しかし

ながら一般には $\epsilon = 0$ の条件を満足しない場合も多

く、今回の実験試料も $\epsilon = 0$ の条件を満足している

い。 $\epsilon = 0$ のため損失を与える項 Δ_+ は前述のごとく

簡略化されず $\tan \delta$ を求めるには (8-12) 式にもどっ

て計算する必要がある。この場合には Δ_+ は (8-21)

式を若干変形した

$$\Delta_+ = \left(\frac{1}{Q_s} - \frac{1}{Q_u} \right) \left(\frac{\pi}{2} - 2\Phi_{+res} + K \right) \quad (8-23)$$

$$K = \tan^{-1} \left\{ \frac{(n_0^2 - 1) \sin 2k_0 n_0 d}{2n_0} \right\} - \tan^{-1} \left\{ \frac{(n_0 - 1)^2 \tan 2k_0 n_0 d}{2n_0 + (n_0^2 + 1) \tan^2 2k_0 n_0 d} \right\} \quad (8-24)$$

で与えられる。一般には K は $2\Phi_{+res}$ に比べて十分小

さく、無視してもさしつかえない。このときには

(8-23) 式は (8-21) 式と同形となる。図 8-7 より Q_u およ

び Q_s が測定されているから、さきの図 8-8 より

求めた n_0 を用いれば、(8-23) 式により Δ_+ が求めら

れ、結局 $\tan \delta$ が測定できる。この場合 (8-12) 式を

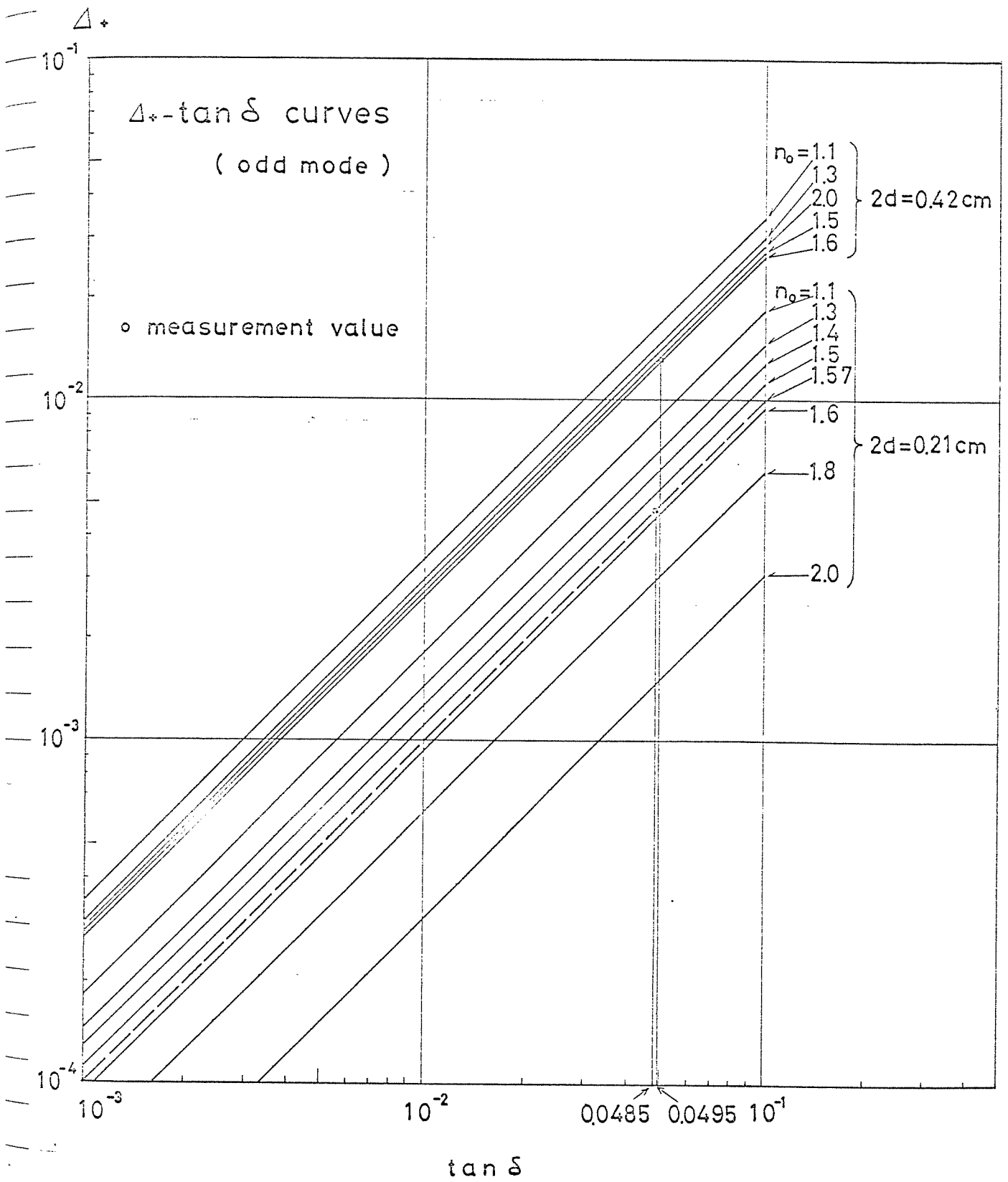


图 8-9 Δ_+ 对 $\tan \delta$ ($2d=0.21\text{ cm}, 0.42\text{ cm}$)

計算する必要があるが、図8-9には $\tan \delta$ と $\Delta + \epsilon$ の関

係を $2d = 0.21\text{cm}$, 0.42cm の二種について n_0 をパラ

メータとして示してある。試料の屈折率が $n_0 \approx 1.57$

と測定されているから試料の $\tan \delta$ は 0.0485 , 0.0495

と求められた。表8-1は以上の結果求められたア

クリル樹脂の測定値であり、二種の厚さに対し

てほぼ同一の結果が得られている。

	無媒質	$2d=0.21\text{cm}$	$2d=0.42\text{cm}$
f'	9.3575	9.3532	9.3438
Q_e	$Q_u=3600$	2830	2070
n_0	odd-mode	1.5699	1.5696
ϵ_0	共振時	2.465	2.464
$\tan \delta$		0.0485	0.0495

表8-1 アクリル樹脂板の測定値

今回の試料は $\epsilon_0 = \epsilon'/\epsilon_0 \approx 1.57$, 厚さ 0.42cm (0.21cm)

と薄いため、その精度の影響を受けにくい odd

mode 共振で測定を行なう。また共焦点条件の

すれによる回折損失の増加量は、この場合は

$\frac{\theta^2}{4\lambda_0} \approx 1.4 \times 10^{-6}$ 程度と小さく、試料の損失項

$\Delta + \approx 1.31 \times 10^{-2}$ に比べて十分無視できるため省略

した。

定在波測定法による測定は高精度ではあるが

多数の試料の短時間での測定等には適当ではな

い。これに対し、出力を一定とする周波数掃引

機構を有する VSWR 直視装置を用いれば、どん

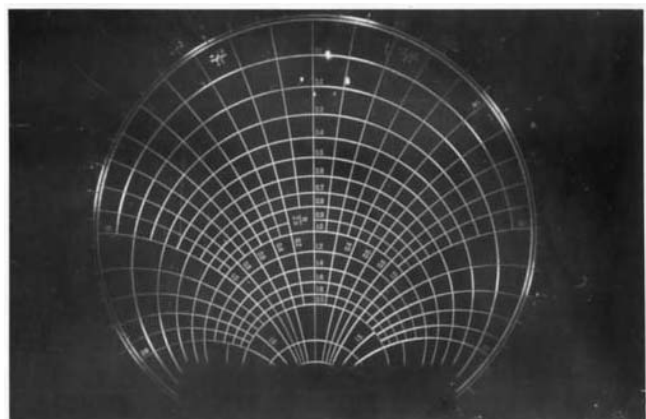
速な測定が可能である。

・ 図8-10 は VSWR直視装置により Smith 図表上に直

接入力アドミタンスを示したものである。

図8-10

VSWR 直視装置に
よる測定例
(無媒質時)



この直視装置では周波数掃引（出力レベルを一定とする）が付属しているため、全体の共振特性を直視できず、個々の周波数に対して求めたのみであるが、これに出力を一定とする周波数掃引装置を用いれば、どんな測定を行なうことができる。

§ 8.5 結言

マイクロ波、ミリ波領域での物質の電気定数の測定においては従来の密閉型空洞共振器では試料の厚さの精度およびその出し入れに伴う困難な点があることを指摘し、開放型ファブリ・ペロー共振器が一つの有効な共振器であることを示し、その内部に誘電体板が含まれる場合を電磁界的に解析した結果を用いて複素誘電率 $\epsilon' - j\epsilon''$ を求める算出式を導いた。⁽⁴⁸⁾

すなわち ϵ' は試料をそう入したときの共振周波数を、そう入する前のそれと等しくなるまで鏡面を移動させたときの变化長 Δb から (8-15) 式により与えられ、また ϵ'' は誘電体損以外の損失の影響を除去した Q 値の変化から (8-21) 式で求められることを示した。また ϵ' の測定においては

odd mode, even mode の共振の違いが測定に大きく影響を及ぼすことを示して、このことから逆に任意の厚さの試料について、その寸法精度の影響を受けにくい共振モードを選べば測定精度を上げうることを示した。

さらに一実験例として図8-6(写真)で示す測定回路でアクリル樹脂の板についてその複素誘電率を測定して、二つの厚さの試料について、その測定結果が良く一致していることを示した。

本章の結果は逆に測定に必要な Q 値を持った共振器の構造(間隔, 鏡面幅, 結合スリット幅)を定量的に決定することにも用いられよう。

第9章 結論

結論として本研究によって得られた著しい成果と、今後の一、二の問題点を列挙すれば次のごとくである。

[I] 得られた成果

(1) 電磁界の回路網的取り扱いに関して、従来等方性媒質中の

Uniform Transmission Line Representation

Radial Transmission Line Representation

Spherical Transmission Line Representation

が知られていたが、これら表示と媒質が異方性の場合に拡張し、さらに新たに

Elliptic Cylindrical Transmission Line Representation

(E-line 表示と略記する)

Parabolic Cylindrical Transmission Line Representation

(P-line 表示と略記する)

を導入することになった。また周方向について界の変化がなく、かつ等方性媒質の場合の

Prolate Spheroidal Transmission Line Representation

Oblate Spheroidal Transmission Line Representation

Paraboloidal Transmission Line Representation

についても初めて、電磁界の回路網的取り扱いの基礎に与る伝送方程式の導出に成功した。

(2) 上記 E-line 表示を利用して、スリットで平行平板導波管と結合した共焦点型ファブリ・ペロー共振器の共振特性について、従来説明できなかつた実験結果と初めて解析的に証明することができ、かつ実験的にも確かめた。

(3) 密閉型の空洞共振器では測定精度や測定のしやすさに関して大きな問題があつた。特殊な異方性誘電体、たとえば運動媒質、磁化ガラス

マ(もちろん普通の異方性または等方性媒質も含まれる)などの媒質定数(電気定数)を、適当に設計されたファブリ・ペロー共振器を用いて測定することにより、上記の欠点を除きうることを理論的に示し、特別の場合について実験により確認している。

(4) たとえばKDPなどの異方性媒質を用いたレーザー光のジグザク型進行波変調器を、異方性媒質を満たした連続反射型ビーム導波管と考えると、その伝送損失を最小にするような反射板構造を初めて理論的に求めることに成功した。

以上のように今まで提案されていなかった新しい電磁界の線路表示法の幾つかを見い出し、これらを用いて開放型の共振器および導波系について、従来説明できなかった実験結果を解析

的に証明し、また独自の開放型共振器について
これを実証した。

またこれら開放型共振器を用いて各種異方性
媒質の電気定数を従来よりもじん遠かつ正確に
測定する理論を確立し、実験的に確めた。

さらに異方性媒質で満たされたビーム導波管
で伝送損失を最小にするための反射板構造を初
めて求めることに成功している。このように本
論文はいずれも今まで不明の点が多か、 Γ 開放
型共振器と導波系を、厳密な理論解析により解
明したもので、マイクロ波工学、レーザ工学な
どに貢献する所が少なくないと思する。

[II] 今後の問題点

(1) 第二章で新たに導入した E-line 表示や P-line 表
示では、同一媒質領域内ではベクトルモード関

数の間に直交性が一般に成立するが、異種媒質内のバクトルモード関数の間には直交性が一般には成立しないから、U-line表示のときのように簡単な横共振法によって伝搬定数がいっでも求まるとは限らず、厳密には両媒質境界面上の接線界バクトルの連続性を考慮して積分方程式を求めらなければならない。

(2) ファブリ・ペロー共振器による媒質の電気定数測定も、異方性媒質の場合について実験すること、などである。

謝 辞

本論文の研究に際して、終始御指導、御鞭撻
いただいた鈴木道雄教授に深謝申し上げます。

また、日頃有益な御助言をいただいている、本
学科電波応用講座青木由直助教授、電波伝送講
座松本正教授、伊藤精彦助教授ならびに電気工学
科深井一郎助教授に厚く謝意を表します。

最後に日常多くの援助、協力をして下さった
電波応用講座藤木茂助手、大学院博士課程田中
捷樹君をはじめとする講座の方々、および多大
な御助力を願った四年目学生大川修治、小柴正
則両君に感謝致します。

付録1 伝送方程式(2-12)の導出

(2-11a), (2-11b)式を(2-3b)式に代入し、微分積分の順序を入れ換えると(簡単のため変数 $f_m^l(u, \omega, \rho)$ を f_m^l と略す)

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^2 \sum_m \left[\nabla \times (V_m^l f_m^l e^{-j\beta z}) + \nabla \times \left\{ \frac{I_m^l}{j\omega \epsilon_{33}} \nabla_t \times (g_m^l e^{-j\beta z}) \right\} \right]$$

$$- \nabla \times \left\{ \frac{V_m^l}{\epsilon_{33}} (\underline{n}_3 \cdot \underline{\epsilon} \cdot \underline{f}_m^l) e^{-j\beta z} \underline{n}_3 \right\} d\beta - \nabla \times \left(\frac{\underline{n}_3 J_3}{j\omega \epsilon_{33}} \right)$$

$$= -M - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^2 \sum_m j\omega \underline{\mu} \cdot \left[\underline{I}_m^l \underline{g}_m^l e^{-j\beta z} - \frac{V_m^l}{j\omega \mu_{33}} \nabla_t \times (f_m^l e^{-j\beta z}) \right]$$

$$- \frac{\underline{I}_m^l}{\mu_{33}} (\underline{n}_3 \cdot \underline{\mu} \cdot \underline{g}_m^l) e^{-j\beta z} \underline{n}_3 \Big] d\beta + \frac{\underline{\mu} \cdot \underline{n}_3}{\mu_{33}} M_3 \quad (A2-1)$$

ここでベクトルモード関数の仮定(2-6), (2-7)式

から、 $h_1 f_{m1}^l$, f_{m2}^l 等は座標 ψ, ω に無関係であること

に注意して計算を行うと次式となる。二二に

f_{m1}^l , f_{m2}^l はベクトル f_m^l の u 成分, ψ 成分を表わす。

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\ell=1}^2 \sum_m \left[\frac{1}{h_3} \underline{n}_3 \times \underline{f}_m^{\ell} e^{-j\beta r} \frac{\partial V_m^{\ell}}{\partial \omega} + V_m^{\ell} \nabla_{\tau} \times (\underline{f}_m^{\ell} e^{-j\beta r}) \right. \\
& + \frac{I_m^{\ell}}{j\omega} \nabla_{\tau} \times \left\{ \frac{1}{\epsilon_{33}} \nabla_{\tau} \times (\underline{g}_m^{\ell} e^{-j\beta r}) \right\} - V_m^{\ell} \nabla_{\tau} \times \left(\frac{\underline{n}_3 \cdot \underline{\epsilon} \cdot \underline{f}_m^{\ell}}{\epsilon_{33}} e^{-j\beta r} \underline{n}_3 \right) \\
& + I_m^{\ell} j\omega \underline{\mu} \cdot \underline{g}_m^{\ell} e^{-j\beta r} - V_m^{\ell} \frac{\underline{\mu}}{\mu_{33}} \cdot \nabla_{\tau} \times (\underline{f}_m^{\ell} e^{-j\beta r}) \\
& \left. - I_m^{\ell} \frac{j\omega \underline{\mu} \cdot \underline{n}_3}{\mu_{33}} (\underline{n}_3 \cdot \underline{\mu} \cdot \underline{g}_m^{\ell}) e^{-j\beta r} \right] d\beta \\
& = -M + \frac{\underline{\mu} \cdot \underline{n}_3}{\mu_{33}} M_3 + \nabla_{\tau} \times \left(\frac{\underline{n}_3}{j\omega \epsilon_{33}} J_3 \right) \quad (A2-2)
\end{aligned}$$

= a 式の逆変換をとると

$$\begin{aligned}
& \sum_{\ell=1}^2 \sum_m \left[\frac{\partial V_m^{\ell}}{\partial \omega} \frac{1}{h_1} \underline{n}_3 \times \underline{f}_m^{\ell} + V_m^{\ell} e^{+j\beta r} \left\{ \nabla_{\tau} \times (\underline{f}_m^{\ell} e^{-j\beta r}) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\underline{n}_3 \cdot \underline{\epsilon} \cdot \underline{f}_m^{\ell}}{\epsilon_{33}} e^{-j\beta r} \underline{n}_3 \right\} - \frac{\underline{\mu}}{\mu_{33}} \cdot \nabla_{\tau} \times (\underline{f}_m^{\ell} e^{-j\beta r}) \right] \\
& + I_m^{\ell} \left\{ j\omega \underline{\mu} \cdot \underline{g}_m^{\ell} - \frac{j\omega \underline{\mu} \cdot \underline{n}_3}{\mu_{33}} (\underline{n}_3 \cdot \underline{\mu} \cdot \underline{g}_m^{\ell}) + \frac{e^{j\beta r}}{j\omega} \nabla_{\tau} \right. \\
& \left. \times \left(\frac{1}{\epsilon_{33}} \nabla_{\tau} \times (\underline{g}_m^{\ell} e^{-j\beta r}) \right) \right\} \\
& = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(-M + \frac{\underline{\mu} \cdot \underline{n}_3}{\mu_{33}} M_3 + \nabla_{\tau} \times \frac{\underline{n}_3}{j\omega \epsilon_{33}} J_3 \right) e^{j\beta r} d\omega \quad (A2-3)
\end{aligned}$$

両辺に $h_1 h_2 g_{m'}^{l' *}(\mathbf{u}, \omega)$ をスカラー的に乗じて \mathbf{u} 領域に

わたって積分する。このとき規格直交性(2-9)式

および $\nabla_t \times \underline{f}_m^l e^{-j\omega t} \equiv 0$ であることを用いると、

$$\frac{\partial V_{m'}^{l'}}{\partial \omega} = \sum_{\ell=1}^2 \sum_m \left[j a_{mm'}^{\ell \ell'} I_m^\ell + b_{mm'}^{\ell \ell'} V_m^\ell \right] + \psi_{m'}^{l'} \quad (A2-4)$$

上式で m', ℓ' と m, ℓ を置き換えると、本論(2-12)の第一式となる。

但し、ここに現われる係数 $a_{mm'}^{\ell \ell'}$, $b_{mm'}^{\ell \ell'}$ は(A2-3)式

の左辺第二項と第三項の \mathbf{u} 領域についての積分

で与えられ、本論(2-13a)~(2-13d)の各式で与えられる。

(2-12)の第二式も全く同様に(2-3a)式を用いる

ことにより求められる。

付録2 係数 $a_{mm'}^{\ell \ell'}$ の計算

最初に係数の計算でしばしば現われるベクトル

ル公式を示しておく。

(A2-6)

$$= \frac{\omega \int_0^{\infty} g_m(\omega) \omega^2 d\omega}{\delta_{mm}}$$

$$= \omega \int_0^{\infty} \mu g_m(\omega) g_m(\omega) d\omega + \omega \int_0^{\infty} \frac{\omega^2}{\beta^2} g_m(\omega) g_m(\omega) d\omega$$

$$= \omega \int_0^{\infty} \left[\mu g_m(\omega) g_m(\omega) + \frac{\omega^2}{\beta^2} g_m(\omega) g_m(\omega) \right] h_1 h_2 d\omega$$

$$a_{mm} = \omega \int_0^{\infty} \left[\mu g_m(\omega) g_m(\omega) + \frac{\omega^2}{\beta^2} g_m(\omega) g_m(\omega) \right] e^{-i\omega t} d\omega$$

$$\mu < \beta < \omega$$

(A2-5) 式と規格直交性が、(A2-3a)と媒質定数と、

$$\bar{n}_2 \left[\beta \frac{\partial h_2}{\partial u} + \frac{1}{\beta} \frac{\partial h_2}{\partial u} \right] e^{-i\omega t}$$

$$\nabla_x \nabla_x \times \bar{F}_2(\omega, u) e^{-i\omega t} = \bar{n}_1 \left[\beta^2 \frac{\partial h_2}{\partial u} - \frac{1}{\beta} \frac{\partial h_2}{\partial u} \right] e^{-i\omega t}$$

$$1 \neq \beta^2 < \omega$$

$$\nabla_x \nabla_x \times \bar{n}_2 = \bar{n}_1 \frac{\partial h_2}{\partial u} - \frac{1}{\beta} \frac{\partial h_2}{\partial u}$$

$$\nabla_x \nabla_x \Delta \bar{F}_2 = \bar{n}_2 \left[\frac{\partial h_2}{\partial u} - \frac{1}{\beta} \frac{\partial h_2}{\partial u} \right]$$

$$a_{mm'}^{12} = \omega \int_u \left[\underline{g}_m^{1*} \cdot \underline{g}_{m'}^2 \mu - \frac{e^{j\beta v}}{\omega^2 \epsilon} \underline{g}_m^{1*} \cdot \nabla_{\underline{t}} \times \nabla_{\underline{t}} \times (\underline{g}_{m'}^2 e^{-j\beta v}) \right] h_1 h_3 du$$

$$= \omega \int_u \frac{j\beta}{h_1^2 \rho(u)} \varphi_m'(u) \frac{\partial \varphi_{m'}^2(u)}{\partial u} \left[\frac{\omega \mu}{\lambda^2} - \frac{\beta^2}{\omega \epsilon \lambda^2} - \frac{1}{\omega \epsilon} \right] h_1 h_3 du$$

$$= 0$$

(A2-7)

$$a_{mm'}^{22} = \omega \int_u \left[\underline{g}_m^{2*} \cdot \underline{g}_{m'}^2 \mu - \frac{e^{j\beta v}}{\omega^2 \epsilon} \underline{g}_m^{2*} \cdot \nabla_{\underline{t}} \times \nabla_{\underline{t}} \times (\underline{g}_{m'}^2 e^{-j\beta v}) \right] h_1 h_3 du$$

$$= \int_u \left[\frac{\omega \mu \beta^2}{\lambda^4 h_1^2} \frac{\partial \varphi_m^2(u)}{\partial u} \frac{\partial \varphi_{m'}^2(u)}{\partial u} + \omega \mu \varphi_m^2(u) \varphi_{m'}^2(u) \right.$$

$$\left. - \frac{j\beta}{\omega \epsilon \lambda^2 h_1} \frac{\partial \varphi_m^2(u)}{\partial u} \left\{ \frac{j\beta}{\lambda h_1} \frac{\partial \varphi_{m'}^2}{\partial u} \beta^2 - \frac{j\beta}{h_1} \frac{\partial \varphi_{m'}^2}{\partial u} \right\} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\omega \epsilon} \varphi_m^2(u) \left\{ j\beta \frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{h_3}{h_1} - \frac{j\beta}{\lambda^2} \frac{\partial \varphi_{m'}^2(u)}{\partial u} \right) \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{h_3}{h_1} \frac{\partial \varphi_{m'}^2(u)}{\partial u} \right) \right\} \Big] h_1 h_3 du$$

第一、第三項は $\lambda^2 = k^2 - \beta^2$ の関係により零となるから

5、

$$a_{mm'}^{22} = \int_u \left[\omega \mu \varphi_m^2(u) \varphi_{m'}^2(u) h_1 h_3 + \frac{1}{\omega \epsilon \beta \omega} \frac{k^2}{\lambda^2} \varphi_m^2(u) \frac{\partial}{\partial u} \left\{ \rho(u) \frac{\partial \varphi_{m'}^2(u)}{\partial u} \right\} \right] du$$

さらに $\varphi_m^2(u)$ の満たす微分方程式 $h_1 h_2 (ru) g(u) = P(u) + Q(u)$

なる関係を用いると

$$a_{mm'}^{22} = \frac{\omega \mu (\lambda^2 Q(u) - b_{m'})}{\lambda^2 g(u)} \delta_{mm'} \quad (A2-8)$$

$$a_{mm'}^{21} = \int_u^{\beta} \left[\omega \mu g_m^{2*} g_m' - \frac{e^{i\beta u}}{\omega \epsilon} g_m^{2*} \nabla_{\tau} \times \nabla_{\tau} \times (g_m' e^{-i\beta u}) \right] h_1 h_2 du$$

$$= - \frac{i\beta}{\omega \epsilon g(u)} \int_u^{\beta} \left[\varphi_m'(u) \frac{\partial \varphi_m^2(u)}{\partial u} + \varphi_m^2(u) \frac{\partial \varphi_m'(u)}{\partial u} \right] du$$

$$= - \frac{i\beta}{\omega \epsilon g(u)} \left[\varphi_m'(u) \varphi_m^2(u) \right]_u^{\beta} \quad (A2-9)$$

上式は $k = \xi$ かつ $u = \cos \xi$ とおくと $k = \xi$, ξ が 0 から

2π の全領域にわたれば零となる。また積分

の上、下限で $\varphi_m'(u) \varphi_m^2(u) = 0$ とすればやはり零となる。

係数 $C_{mm'}^{ee}$ の計算も全く同様にして求められ

零以外の項は

$$C_{mm'}^{11} = \omega \epsilon \frac{\lambda^2 Q(u) - b_{m'}}{\lambda^2 g(u)} \delta_{mm'} \quad (A2-10)$$

$$C_{mm'}^{22} = \frac{\chi^2}{\omega \mu g(\omega)} \delta_{mm'} \quad (A2-11)$$

(A2-6) ~ (A2-11) 式を本論(2-12)式に代入すると TM-type 波、

TE-type 波に結合がない独立な伝送方程式(2-16)となる。

付録3 伝送方程式(2-29)の導出

(2-24) 式を(2-22)式に代入すると

$$\sum_{l=1}^2 \sum_m \left[\frac{\eta_1}{h_2 h_3} \frac{\partial}{\partial \omega} \left\{ h_2 V_m^l(\omega) f_{m_2}^l(u, \omega) \right\} + \frac{\eta_2}{h_3 h_1} \frac{\partial}{\partial \omega} \left\{ h_1 V_m^l(\omega) f_{m_1}^l(u, \omega) \right\} \right]$$

$$= -\frac{1}{j\omega \epsilon} \sum_{l=1}^2 \sum_m I_m^l(\omega) \left[\epsilon^2 g_m^l(u, \omega) - \frac{\eta_2}{h_3 h_1} \frac{\partial}{\partial u} \left\{ \frac{h_2}{h_1 h_3} \frac{\partial}{\partial u} (h_2 g_{m_2}^l(u, \omega)) \right\} \right] - \hat{M}_\pm$$

$h_1 f_{m_1}^l(u, \omega)$, $h_2 f_{m_2}^l(u, \omega)$ は ω に無関係であるから

$$\sum_{l=1}^2 \sum_m \eta_3 \times f_m^l(u, \omega) \frac{\partial V_m^l(\omega)}{\partial \omega} h_1 h_2 = -\frac{1}{j\omega \mu} \sum_m \left[I_m^1(\omega) \frac{\epsilon^2 h_2 h_3}{f_1} \varphi_m^1(u) \eta_1 \right]$$

$$- I_m^2(\omega) \left\{ \frac{\epsilon^2 h_3 h_1}{f_2} \varphi_m^2(u) + \frac{h_2}{f_3^2 f_3} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{M_3 f_1} \frac{\partial \varphi_m^2(u)}{\partial u} \right) \right\} \eta_2 - \hat{M}_\pm \sqrt{g}$$

$$= -\frac{1}{j\omega \epsilon} \sum_m \left[I_m^1(\omega) \frac{h_2 h_3}{f_1} \epsilon^2 \varphi_m^1(u) \eta_1 - I_m^2(\omega) \left\{ \frac{\epsilon^2 F_3(\omega) - k_m}{f_1 f_2^2 f_3} \varphi_m^2(u) \right\} \eta_2 \right]$$

$$- \hat{M}_\pm \sqrt{g}$$

(A2-12)

(A2-12)式は $g_n^1 f_2$ あるいは $g_n^2 f_2$ をスカラー的にかけ

て ω 領域にわたって積分し、規格直交性を用い

ると

$$-\frac{\partial V_n^1(\omega)}{\partial \omega} = j \frac{k^2}{\omega \epsilon} M_1 \frac{f_2^2}{f_3} I_n^1 + v_n^1 \quad (\text{A2-13})$$

あるいは

$$\frac{\partial V_n^2(\omega)}{\partial \omega} = j \frac{1}{\omega \epsilon} \frac{k^2 F_3(\omega) - b_n}{f_2^2 f_3} I_n^2 + v_n^2 \quad (\text{A2-14})$$

が得られる。モード電流に関する伝送方程式も

全く同様に (2-22) の第二式を用いることにより得

られる。そこで v_n^1 , v_n^2 あるいは k_n^1 , k_n^2 は本論

(2-31)式となる。

付録4 $Z_n(z, z')$ の計算

本論 (3-17) 式を z について微分する

$$I_n(z) = \frac{1}{\omega \mu_0 \sqrt{\cosh z}} \left[A_n \left\{ \cosh z - \frac{n + \frac{1}{2}}{\cosh z} - j \frac{1}{2} \tanh z \right\} \right] e^{-j\alpha_n(z)}$$

$$-B_n \left\{ j \cosh \zeta - \frac{n + \frac{1}{2}}{\cosh \zeta} + j \frac{1}{2} \tanh \zeta \right\} e^{j\alpha_n(\zeta)} \Big]$$

$\delta \gg 1$ であるから非常な高次モードを除くと

$$I_n(\zeta) \approx \frac{\delta \sqrt{\cosh \zeta}}{\omega \mu_0} \left[-A_n e^{-j\alpha_n(\zeta)} - B_n e^{j\alpha_n(\zeta)} \right] \quad (\text{A3-1})$$

したがって、 $\zeta > \zeta_0$ に対しては進行波形の解を

$$V_n(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\cosh \zeta}} e^{-j\alpha_n(\zeta)}, \quad I_n(\zeta) = \frac{\delta \sqrt{\cosh \zeta}}{\omega \mu_0} e^{-j\alpha_n(\zeta)} \quad (\text{A3-2})$$

$\zeta < \zeta_0$ に対しては定在波形の解

$$V_n(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\cosh \zeta}} \begin{cases} \sin \alpha_n(\zeta) & \text{odd modes} \\ \cos \alpha_n(\zeta) & \text{even modes} \end{cases} \quad (\text{A3-3})$$

$$I_n(\zeta) = \mp j \frac{\delta \sqrt{\cosh \zeta}}{\omega \mu_0} \begin{cases} \cos \alpha_n(\zeta) & \text{odd modes} \\ \sin \alpha_n(\zeta) & \text{even modes} \end{cases}$$

を用いると鏡面があるとき $\zeta = \zeta_0$ で内外を見下す

ドミタンス $\vec{Y}_m(\zeta_0)$, $\vec{Y}_m(\zeta_0)$ は

$$\vec{Y}_m(\zeta_0) = Y_m(\zeta_0) = \frac{\delta \cosh \zeta_0}{\omega \mu_0}$$

$$\overleftarrow{Y}_m(s_0) = \pm \int Y_m(s_0) \left\{ \begin{array}{ll} \cot \alpha_n(s_0) & \text{odd modes} \\ \tan \alpha_n(s_0) & \text{even modes} \end{array} \right. \quad (\text{A3-4})$$

となる。規格化電圧 $V_m(s)$ を $s > s'$, $s < s'$ それぞ

れの領域で $V_m(s')/V_m(s_0)$ により求める ϵ , $\lambda > \epsilon - \eta$

インテグレーション関数は $s < s'$ に対し

$$Z_m(s, s') = \frac{V_m(s) \cdot V_m(s')}{\overleftarrow{Y}_m(s_0) + \overrightarrow{Y}_m(s_0)} \quad (\text{A3-5})$$

により与えられ本論(3-22)式となる。

付録 5

本論(3-19)式を(3-21)式へ代入すると

$$V_n(s) = -2 \int_{\xi=\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \underline{J}_1(\xi') \cdot \underline{f}_n^*(\xi', s_0) Z_n(s, s_0) ds' \quad (\text{A3-6})$$

この式を(3-14)式に代入し、 $\delta \gg 1$ であることを用

いると

$$I_n(s) \approx 2 \int_{\xi=\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \underline{J}_1(\xi') \cdot \underline{f}_n^*(\xi', s_0) \sqrt{\frac{\cosh s}{\cosh s_0}} e^{-j\alpha_n(s_0)} \left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha_n(s) \\ j \sin \alpha_n(s) \end{array} \right\} ds' \quad (\text{A3-7})$$

となる。これを (3-23) 式を用いると

(3-23) 式を用いると

$$\vec{Z}_{tm}(s_0) = \frac{\frac{1}{2} Z_s \underline{J}_1(\xi) + \int_{\xi=\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \sum_{n \neq m} \underline{J}_1(\xi') \cdot \underline{f}_n(\xi', s_0) \underline{f}_m(\xi, s_0) Z_{1n}(\xi, s_0) ds'}{\int_{\xi=\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}+\alpha} \underline{J}_1(\xi) \cdot \underline{f}_n^*(\xi', s_0) \underline{f}_m(\xi, s_0) e^{-j\alpha_n(s_0)} \begin{cases} \cos \alpha_n(s_0) \\ j \sin \alpha_n(s_0) \end{cases} ds'}$$

$$\pm j \frac{e}{\omega \epsilon_0 c \cosh \xi_0} \begin{cases} \tan \alpha_n(s_0) \\ \cot \alpha_n(s_0) \end{cases} \quad (A3-8)$$

となり分母を払って右辺をまとめれば本論(3-26)

式が得られる。

さらにベクトルモード関数で表わし、変数 ξ を

t に変換すると本論(3-33) ~ (3-35) 式となる。

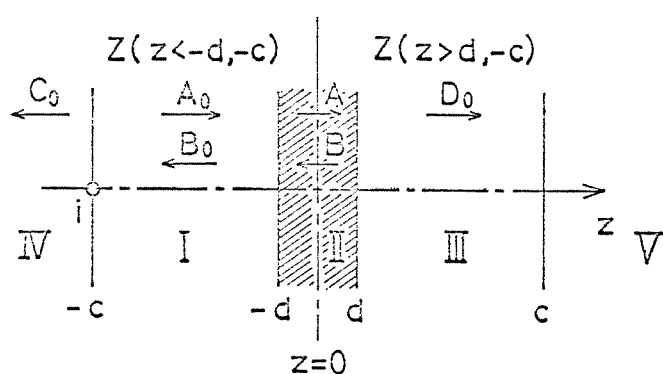
$$\vec{Z}_{tm}(s_0) = \frac{\frac{1}{2} Z_s J_1(t) + a \int_{-1}^1 J_1(t') \frac{\sqrt{\sigma}}{4c\tau_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} [\delta(t-t') \mp e^{-j2\sigma \sinh s_0 + \frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{C_1}{2\pi}}]}{\frac{a}{2} \frac{1}{m!} \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} \int_{-1}^1 J_1(t') \psi_m(\sigma t) \psi_m(\sigma t') e^{-j\alpha_n(s_0)} \begin{cases} \cos \alpha_n(s_0) \\ j \sin \alpha_n(s_0) \end{cases} \frac{e^{jC_1 t t'}}{dt'} dt'}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} \frac{m!}{a} \frac{\frac{2R_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} + 1 \mp e^{-j2\sigma \sinh s_0 + \frac{\pi}{4}} \left[\frac{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 e^{jC_1 t t'} J_1(t) J_1(t') dt dt'}{\int_{-1}^1 J_1(t)^2 dt} \right]}{\left[\int_{-1}^1 J_1(t) \psi_m(\sigma t) dt \right]^2 \int_{-1}^1 J_1(t)^2 dt} e^{-j\alpha_n(s_0)} \begin{cases} \cos \alpha_m(s_0) \\ j \sin \alpha_m(s_0) \end{cases} dt'$$

(A3-9)

付録6 インピーダンスグリーン関数(4-5)式 (4-6)式の導出

図A-1で $z = -c$ または $z = c$ に電流源がある場合の各部のインピーダンスグリーン関数を求める。



図A-1

インピーダンス
グリーン関数

図で $-d \leq z \leq d$ 領域が異方性媒質であり、そのほかが空気領域である。(本論で述べる理由により鏡面は平面と仮定する) II領域中での方向を線路と考える伝送方程式は本論(4-2), (4-3)式で与えられる。また I, III, IV, V 領域に対しては

$$\frac{dV}{dz} = j\omega\mu_0 I, \quad \frac{dI}{dz} = j \frac{k_0^2 - \beta^2}{\omega\mu_0} V \quad (\text{A4-1})$$

と与えられるから、いま $z = -c$ に電流源がある

とさ、 $I \sim V$ の各領域におけるモード電圧、電流

は次のように表わされる。

$$\text{領域 IV, } V_0(z) = C_0 e^{+jk_0 z}, \quad I_0(z) = -Y_0 C_0 e^{+jk_0 z} \quad (\text{A4-2})$$

$$\text{領域 I, } V_0(z) = A_0 e^{-jk_0 z} + B_0 e^{+jk_0 z} \quad (\text{A4-3})$$

$$I_0(z) = Y_0 A_0 e^{-jk_0 z} - Y_0 B_0 e^{+jk_0 z}$$

$$\text{領域 II, } V(z) = A e^{-jk_0 z} + B e^{+jk_0 z} \quad (\text{A4-4})$$

$$I(z) = Y A e^{-jk_0 z} - Y B e^{+jk_0 z}$$

$$\text{領域 III, V } V_0(z) = D_0 e^{-jk_0 z}, \quad I_0(z) = Y_0 D_0 e^{-jk_0 z} \quad (\text{A4-5})$$

異方性媒質の境界面 $z = -d$ 及び $z = d$ での連続

条件, $V_0(-d_0) = V(-d_+)$, $I_0(-d_0) = I(-d_+)$ 及び

$V(d_0) = V_0(d_+)$, $I(d_0) = I_0(d_+)$ と $z = -c$ での電圧

電流についての境界条件。

$$V_0(-c_0) = V_0(-c_{+0}), \quad I_0(-c_0) = I_0(-c_{+0}) + i \quad (A4-6)$$

を用いる。 $z=c_0$ の連続条件より

$$A_0 = \frac{i}{2y_0} e^{-jk_0 c}$$

一方 $z=d$ での境界条件より

$$\begin{cases} A \\ B \end{cases} = \frac{D_0}{2} \left(1 \pm \frac{y_0}{y} \right) e^{-j(\tau\beta + \kappa_0 \mp \kappa) 2d}$$

$$B_0 = \frac{y_0 - y_1}{2y_0} A e^{-j\tau\beta d + j\kappa d + j\kappa_0 d} + \frac{y_0 + y_1}{2y_0} B e^{-j\tau\beta d - j\kappa d + j\kappa_0 d}$$

となるから、 D_0 を求めると

$$D_0 = \frac{2i z e^{j2\tau\beta d - j\kappa_0(c-2d)}}{\left(1 + \frac{y_0}{y} \right)^2 e^{j2\kappa d} - \left(1 - \frac{y_0}{y} \right)^2 e^{-j2\kappa d}} \quad (A4-7)$$

ここで $i = -1$ とおき変形すると本論 $Z(z > d, -c)$ が得

られる。また A_0, B_0 を計算すると $Z(z < -d, c)$ が求ま

る。さらに $z=c$ に負単位電流源がある場合を同

様に解析すると $Z(z < -d, c), Z(z > d, c)$ が求められる。

付録7 近軸光近似

(4-10)式の β に関する積分で位相項に対しては

$$k_0 = \sqrt{k_0^2 - \beta^2} \approx k_0 - (\beta^2/2k_0), \quad k = \sqrt{k^2 - \beta^2} \approx k - (\beta^2/2k) \quad \text{と置き}$$

振幅項中では $\beta=0$ とおくと、次の二つの形の積分

となる。

$$L_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_0}{\omega \epsilon_0} e^{-j\beta(y-y')} d\beta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \delta(y-y') \quad (A4-8)$$

$$L_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_0}{\omega \epsilon_0} R(\beta) e^{-j\beta(y-y') + j2\pi p d - j[k_0 b + 2(k_1 - k_0)d]} d\beta$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} R(\beta) e^{-jk_0 b a - j\beta(y-y' - 2\pi d) + j\frac{b_0}{2k_0} \beta^2} d\beta \quad (A4-9)$$

ここで積分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{jA\beta^2 - jB\beta} d\beta = \sqrt{\frac{\pi}{A}} e^{j\frac{\pi}{4} - j\frac{B^2}{4A}}$$

を用いると (A4-9)式は

$$L_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{2\pi k_0}{b_0}} R(\beta) e^{-jk_0 b a + j\frac{\pi}{4} - j\frac{k_0(y-y'-2\pi d)^2}{2b_0}} \quad (A4-10)$$

となる。この (A4-8)式と (A4-10)式の関係を用いて、

らに本論(4-11)式を考慮すると(4-12)式が得られる。

付録8 固有値の計算

本論(4-19)式で示される $\delta\chi_m, \Delta\chi_m$ の近似値を固有関数 $\psi_m(t)$ を用いて計算する。特に重要な $m=0$

の場合を考へ、 $\psi_0(t) = e^{-\frac{c_1}{2}t^2}$ とする。

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \psi_0(t) \psi_0(t') e^{jc_1 t t'} dt' dt = \int_{-1}^1 \psi_0(t) \int_{-1}^1 e^{-\frac{c_1}{2}t^2 + jc_1 t t'} dt' dt = \frac{\sqrt{2}}{c_1} \pi$$

(A4-11)

$$M = \int_{-1}^1 \psi_0(t)^2 dt = \sqrt{\frac{\pi}{c_1}}$$

(A4-12)

また

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \psi_0(t) \psi_0(t') e^{jc_1 t t' - j \frac{c_0}{2}(t^2 + t'^2)} dt' dt &= \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{c_1 + jc_0}} e^{\left\{ \frac{c_1^2}{c_1 + jc_0} + c_1 + jc_0 \right\} \frac{t^2}{2}} dt \\ &= \frac{\sqrt{2}}{c_1} \pi \left\{ 1 - \delta^2 - j\delta + \frac{\delta^2}{4} \right\} \end{aligned}$$

(A4-13)

となるから、以上三式を(4-19)式に代入して $\delta\chi_0$ は

本論(4-23)式となる。 $\Delta\chi_0$ の計算も同様にして行

なえるが、このとき

$$L_3 = \int_{-1}^1 t^2 e^{-at^2} dt = \frac{d}{da} \int_{-1}^1 e^{-at^2} dt = a^{-\frac{3}{2}} \operatorname{Erf}(\sqrt{a}) - \frac{e^{-a}}{a} \quad (A4-14)$$

なる関係を用いた。Erf(x)は Gauss の誤差関数である。

付録9 $H_{\alpha,h}$ の導出

y 方向には無限長でその位相定数を β 、 x 方向には π の周期関数となる磁界の高次モードの総和は磁流 $M(x,y)$ による

$$H_{\alpha,h}(x,y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \iint_S M(x',y') e^{-j\beta(y-y')} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega \epsilon_0}{k_n} e^{-jk_n(c-z)} \frac{2}{\pi} \cos \frac{2n\pi x'}{\pi} \cos \frac{2n\pi x}{\pi} dx' dy'$$

$$k_n = \sqrt{k^2 - \beta^2 - \left(\frac{2n\pi}{\pi}\right)^2} \quad (A4-15)$$

で与えられる。 β 積分は公式

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(b\sqrt{a^2-x^2})}{\sqrt{a^2-x^2}} e^{jxy} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}} J_0(a\sqrt{y^2+b^2})$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(b\sqrt{a^2-x^2})}{\sqrt{a^2-x^2}} e^{jxy} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}} N_0(a\sqrt{y^2+b^2})$$

を用い、高次モードについては $(\frac{2n\pi}{p_i})^2 > k^2$ である

ことに注意すると

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-j\beta(y-y')}}{k_n} e^{-jk_n(c-z)} d\beta = \pi \left| \frac{z}{l_0} \right| \left\{ -j \sqrt{\left(\frac{2n\pi}{p_i}\right)^2 - k^2} \sqrt{(y-y')^2 + (c-z)^2} \right\}$$

$$= 2j K_0 \left\{ \sqrt{\left(\frac{2n\pi}{p_i}\right)^2 - k^2} \sqrt{(y-y')^2 + (c-z)^2} \right\} \quad (A4-16)$$

となる。したがって

$$H_{\text{cch}}(x, y) = \frac{2j\omega\epsilon_0}{\pi p_i} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} M(x, y) \sum_{n=0}^{\infty} K_0 \left\{ \sqrt{\left(\frac{2n\pi}{p_i}\right)^2 - k^2} \sqrt{(y-y')^2 + (c-z)^2} \right\} \cos \frac{2n\pi x'}{p_i}$$

$$\cos \frac{2n\pi x}{p_i} dx' dy$$

$$= \int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}} M(x') \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega\epsilon_0}{\sqrt{\left(\frac{2n\pi}{p_i}\right)^2 - k^2}} \frac{2 \cos \frac{2n\pi x}{p_i} \cos \frac{2n\pi x'}{p_i}}{p_i} dx'$$

(A4-17)

付録10 入力アドミタンスの計算

(4-41)式の変形により (4-38)式は

$$Y_c = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\frac{k_0 h^2}{\pi b e}} \left[\frac{1}{\left[\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \epsilon(y) dy \right]^2} \left[\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} + 1 \right] \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \epsilon(y') \epsilon(y) \sum_m \frac{\Phi_m(\sqrt{\frac{2k_0}{b e}} y') \Phi_m(\sqrt{\frac{2k_0}{b e}} y)}{m!} dy dy' \right. \\ \left. + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sum_m G_{m0} \frac{\Phi_m(\sqrt{\frac{2k_0}{b e}} y') \Phi_m(\sqrt{\frac{2k_0}{b e}} y)}{m!} dy' dy \right] \quad (A4-18)$$

第一項目の積分で級数は §3.2 の結果より δ 関数

となることを用い、第二項目については G_{m0} が急激に減少することから積分と級数の順序を入れ替えて計算でき、本論 (4-43) 式となる。

付録11 $\Phi_+ = 2l\pi$ による共振周波数

共振は (5-29) 式で与えられる $\Phi_+ = 2l\pi$ を満足する周波数で生じる。1 次から、無媒質の場合は

$$b_2 = b = 2p_0 \text{ とする } \text{と}$$

$$\frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot 2p_0 = 2l\pi \quad (\lambda_0; \text{波長}) \quad (A5-1)$$

1 次から、 $2p_0 = 32.4 \text{ cm}$, $l = -10$ とすれば $\lambda_0 = 3.2 \text{ cm}$

($f_0 = 9.375 \text{ GHz}$) で共振する。二重層折率 n_0 、厚

さ $2d$ の誘電体と λ (静止) すると、 $\beta_e = 0$, $\theta = k_0 n_0$

であるから $2\theta d = \pi$ とするよりに厚さを選ぶと、

本論(5-30) 式より $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ とする

$$\Phi_{I+} = \frac{\pi}{4} \frac{2\pi}{\lambda_0} \{ b + (n_0 - 1) 2d \}$$

となるが、さらに $b = 2p_0 + (n_0 - 1/n_0) 2d$ と広げると、結

局次式の λ_0 で共振する。

$$\Phi_{I+} = \frac{\pi}{4} \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ 2p_0 + \frac{n_0^2 - 1}{n_0} 2d \right\} = 2l\pi \quad (A5-2)$$

したがって $n_0 = \sqrt{2}$, $2d = 1.16 \text{ cm}$ とすると、 $\lambda_0 = 3.281$

($f = 9.1435 \text{ GHz}$) で新たに共振する。

次に媒質が運動しているとき、共振周波数は λ_0 から若干変化して $\lambda = \lambda_0 (1 + \Delta\lambda)$ とする。さらに β_e^3 以下

上の項は省略できるとして、 $\alpha \approx 1 + \beta_e^2$, $\omega R \approx \frac{2\pi}{\lambda_0} \beta_e (1 - \Delta\lambda)$

$$k_0/\theta \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{1}{4} \beta_e^2 \right), \quad 2\theta d \approx \pi \left(1 - \Delta\lambda + \frac{\beta_e^2}{4} \right) \quad (5-14), \quad (5-29)$$

(5-30) 式に代入すると、 $\Delta\lambda$ は簡単な二次式

$$\Delta\lambda \approx 0.0170\beta e^2 \quad (A5-3)$$

で与えられる。この結果は高次モードも含めて
計算した図5-6と $\beta e \leq 0.3$ 程度では非常によく一
致している。

付録12 $HG_{01}G_{10}$ の算出

共焦ファブリ・ペロー共振器の固有関数 $\varphi_m(t)$ は

$$\varphi_m(t) = N_m \psi_m(\alpha_0 t), \quad \alpha_0 = \sqrt{2c\tau} \quad (A7-1)$$

$$N_m = \sqrt{\frac{1}{m!}} \sqrt{\frac{c_1}{\pi}}, \quad \psi_m(\alpha) = e^{-\frac{\alpha^2}{4}} H_m(\alpha)$$

で与えられるから

$$G_{01} = \int_{-1}^1 \varphi_0(t) \frac{\partial \varphi_1(t)}{\partial t} dt = N_0 N_1 \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \psi_0(\alpha) \frac{\partial \psi_1(\alpha)}{\partial \alpha} d\alpha$$

$$= N_0 N_1 \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \psi_0(\alpha) \psi_1(\alpha) \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) d\alpha \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} N_0 N_1 \quad (A7-2)$$

一方 G_{10} は同様にして $-G_{01}$ となるから結局

$$H_{G_{01}} G_{10} = \frac{\alpha_0'^2}{2\omega^2 \epsilon_{33} \mu_0 \kappa_{00}' b} \quad (A7-3)$$

と なる。

参 考 文 献

(1) M. SUZUKI, M. KAMIMURA AND S. FUJIKI: "A THEORETICAL ANALYSIS OF DISCRETE REFLECTING BEAM WAVEGUIDE WITH PARABOLIC CYLINDRICAL REFLECTORS", IEEE TRANS. MTT-18, No. 7, P. 338, JULY 1970

(2) J. A. STRATTON: "ELECTROMAGNETIC THEORY," P. 192, P. 282, P. 468, MCGRAW-HILL BOOK CO. INC., NEW YORK, N.Y., 1941

(3) S. A. SCHELKUNOFF, 森脇義雄訳: "電磁波論", P. 506 岩波書店 (昭和 39 年)

(4) N. MARCUVITZ: "WAVEGUIDE HANDBOOK", RAD. LAB. SER., VOL. 10, P. 1, P. 284 MCGRAW-HILL BOOK CO. INC., NEW YORK, N.Y., 1951

(5) 鈴木道雄: "電磁界の回路網的取り扱いの公式化", 応用電気研究所彙報 Vol. 10, No. 1, 2, P. 1, 昭和 33 年 6 月

(6) 榎戸武揚, 鈴木道雄, 松本正, 上村正雄: "異方性媒質中の E-LINE および P-LINE 表示", 昭和 41 年 電気通信学会全国大会 367.

(7) 榎戸武揚, 鈴木道雄, 松本正, 上村正雄: "楕円筒および放物筒経方向線路表示とその応用", 電気通信学会マイン口波研究会資料

1966年6月

(8) 覆戸武揚, 鈴木道雄: "SPHEROIDAL AND PARABOLOIDAL TRANSMISSION LINE REPRESENTATION", 昭和43年 電気学会連合大会 1232.

(9) T. ENOTO, M. SUZUKI, T. MATSUMOTO AND M. KAHIMURA: "INPUT ADMITTANCE OF THE FABRY-PEROT RESONATOR WITH INFINITELY LONG ELLIPTIC CYLINDER REFLECTORS", (IEEE MTT 専攻稿予定)

(10) 武田進: "プラズマの基礎", P.203, 朝倉書店, 東京 (昭和41年)

(11) 石黒浩三: "光学", P.85, 共立会書 56, (昭和43年)

(12) R. J. CHAFFIN AND J. B. BEYER: "PLASMA DIAGNOSTICS WITH A MICROWAVE FABRY-PEROT RESONATOR", IEEE TRANS. MTT-16, No. 1, P.37, JANUARY 1968

(13) R. J. CHAFFIN AND J. B. BEYER: "DIAGNOSTICS OF AN ANISOTROPIC PLASMA WITH A MICROWAVE FABRY-PEROT RESONATOR", IEEE, AP-16, No. 4, CORRESPONDENCE, P.878, JULY 1968

(14) N. MARCOVITZ: "ON THE REPRESENTATION OF THE ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS PRODUCED BY CURRENTS AND DISCONTINUITIES IN WAVEGUIDES I", J. APPL. PHYS. VOL. 22, No. 6, P806, JUNE 1951

(15) L.B. FELSEN AND N. MARCVITZ: "MODAL ANALYSIS AND SYNTHESIS OF ELECTRO MAGNETIC FIELDS", MRI, REPORT, R-446-55(a) AND (b), FEBRUARY 1956

(16) H.M. ALTSCHULER AND L.O. GOLDSTONE: "A CLASS OF ALTERNATIVE MODAL REPRESENTATIONS FOR UNIFORM WAVEGUIDES REGIONS", MICROWAVE RES. INST. POLYTECH., INST. OF BROOKLYNE, REP. No. R-557-57 FEBRUARY 1957

(17) 鈴木道雄: "電磁界の回路網的取り扱ひの公式化とマイクロ波回路への応用", 信学会マイクロ波伝送研究専門委員会資料・1959年6月

(18) MOON AND SPENCER: "FIELD THEORY FOR ENGINEERS", P.301 THE VAN NOSTRAND SERIES IN ELECTRONICS AND COMMUNICATIONS

(19) G. GOUBAU AND F. SCHWERING: "ON THE GUIDED PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVE BEAMS", IEEE TRANS. AP-9, P.248, MAY 1961

(20) I.R. CHRISTIAN AND G. GOUBAU: "EXPERIMENTAL STUDIES ON A BEAM WAVEGUIDE FOR MILLIMETER WAVES", IEEE TRANS. AP-9, P.256, MAY 1961

(21) 堀内和夫: "放射筒形導波管", 信学会マイクロ波研究会資料 1966年4月

(22) A.G. FOX AND TINGYE LI: "RESONANT MODES IN A MASER INTERFEROMETER", BELL SYST. TECH. J., VOL. 40, P.453,

MARCH 1961

(23) G. D. BOYD AND J. P. GORDON: "CONFOCAL MULTIMODE RESONATOR FOR MILLIMETER THROUGH OPTICAL WAVELENGTH MASERS", BELL SYST. TECH. J., VOL. 40, P. 489 MARCH 1961

(24) G. D. BOYD AND H. KOGELNIK: "GENERALIZED CONFOCAL RESONATOR THEORY", BELL SYST. TECH. J., VOL. 41, P. 1347, JULY 1962

(25) J. P. GORDON AND H. KOGELNIK: "EQUIVALENCE RELATIONS AMONG SPHERICAL MIRROR OPTICAL RESONATORS," BELL SYST. TECH. J., VOL. 43, P. 2874, NOVEMBER 1964

(26) W. A. SPECHT, JR.: "MODES IN SPHERICAL MIRROR RESONATORS," J. APPL. PHYS. VOL. 36, No. 4, P. 1306, APRIL 1965

(27) TINGYE LI: "DIFFRACTION LOSS AND SELECTION OF MODES IN MASER RESONATORS WITH CIRCULAR MIRRORS," BELL SYST. TECH. J., VOL. 44, P. 917 MAY 1965

(28) TINGYE LI: "MODES SELECTION IN AN APERTURE LIMITED CONCENTRIC MASER INTERFEROMETER", BELL SYST. TECH. J., VOL. 42, P. 2609, NOVEMBER 1963

(29) W. CULSHAW: "REFLECTORS FOR A MICROWAVE FABRY-PEROT INTERFEROMETER", IEEE TRANS. MTT-7, No. 4, P. 221, APRIL 1959

(30) 坂本利夫, 弓場芳治, 太田勲: “フアブリ・ペロ-共振器のQ値測定法”, 昭和40年電気通信学会全国大会 296.

(31) 赤尾保男, 平出賢吉, 杉村滋夫, 岡田哲三: “円孔により共振管と結合させたFABRY-PEROT共振器の入力インピーダンス特性”, 昭和41年電気通信学会全国大会 398.

(32) 赤尾保男, 平出賢吉, 杉村滋夫, 岡田哲三: “円孔により共振管と結合させたFABRY-PEROT共振器の入力インピーダンス”, 昭和42年電気通信学会全国大会 1422.

(33) 熊谷三部, 中西義郎, 山崎友久, 岡本允次: “共振管状態とFABRY-PEROT状態との直接結合の等価回路”, 電気通信学会マインクロ波研究会資料 (昭和39年-12)

(34) 池上淳一, 小倉久直, 吉田靖夫, 巖本巖: “フアブリ・ペロ-共振器の励振理論”, 電気通信学会, 量子エレクトロニクス研究会資料 (昭和41年-07)

(35) 坂本利夫, 根本承次郎: “共振点フアブリ・ペロ-共振器基本波形の励振条件”, 電気通信学会, 量子エレクトロニクス研究会資料 (昭和42年-01)

(36) 榎戸武揚, 鈴木道雄, 松本正, 上村正雄:

"無限長は円筒状反射鏡" 1937777

№1 - 共振器の入り方 1937777, 電子通信学会論文誌 B Vol. 51-B, No. 3, p. 91, 1968年 3月

(37) MORSE AND FESHBACH: "METHODS OF THEORETICAL PHYSICS, PART II", P. 1416, McGraw-Hill Book Co. Inc., 1953

(38) 野色雄吉: "特殊関数とその応用", 日刊工業新聞社 昭和 37年

(39) L. A. VAINSHTEIN: "DIFFRACTION IN OPEN RESONATORS AND OPEN WAVEGUIDES WITH PLANE MIRRORS", SOVIET PHYSICS-TECHNICAL PHYSICS, Vol. 9, P. 157, August 1964

(40) A. ERDELYI: "HIGHER TRANSCENDENTAL FUNCTION Vol. II", P. 194, McGraw-Hill Book Co. Inc., 1953

(41) C. FLAMMER: "SPHEROIDAL WAVE FUNCTIONS", STANFORD UNIVERSITY Press. STANFORD CALIF. 1957

(42) D. SLEPIAN AND H. O. POLLAK: "PROLATE SPHEROIDAL WAVE FUNCTIONS FOURIER ANALYSIS AND UNCERTAINTY - I", BELL SYST. TECH. J., Vol. 40, P. 43, JANUARY 1961

(43) D. SLEPIAN AND F. SONNENBLICK: "EIGENVALUES ASSOCIATED WITH PROLATE SPHEROIDAL WAVE FUNCTIONS OF ZERO ORDER", BELL SYST. TECH. J., Vol. 44, P. 1745, October 1965

(44) J.E. DEGENFORD AND P.D. COLEMAN : " A QUASI-OPTICS
PERTURBATION TECHNIQUE FOR MEASURING DIELECTRIC CONSTANTS ",
Proc. IEEE , P. 520 , Vol. 54 , No. 4 , APRIL 1966

(45) 弓場茅治, 太田勲, 牧本利夫 : " フォトリ
ペロ - 共振器に於ける複素誘電率の測定 ",
電子通信学会雑誌 Vol. 50 , No. 10 , P. 1988 ,
昭和 42 年 10 月

(46) 榎戸武揚, 鈴木道雄 : " 異方性媒質を挿入
したフォトリペロ - 共振器 ", 電子通信学会
マイクロ波研究会資料 1967-09

(47) 榎戸武揚, 鈴木道雄 : " 筒状媒質を含むフ
ォトリペロ - 共振器 ", 電子通信学会マイク
ロ波研究会資料 1968-06

(48) 榎戸武揚, 鈴木道雄, 松本正 : " 異方性媒質板を挿
入したフォトリペロ - 共振器の解析 ", 電
子通信学会論文誌-B 採録決定

(49) 松本正, 鈴木道雄 : " 可変パラメータ異方
性媒質を含む導波管内の電磁界 ", 電気通信
学会雑誌 Vol. 45 , No. 12 , P. 1680 , 昭和 37 年
12 月

(50) 日本物理学会編 : " 量子エレクトロニクス
2 ", P. 213 , 朝倉書店 昭和 40 年

(51) 田中捷樹, 鈴木道雄, 松本正: “異方性媒質を満にしにフアブリ・ペロ一共振器の異常光線に対する最適共振条件”, 電子通信学会論文誌 53-B, No. 2, 昭和45年2月

(52) L. J. Du AND R. T. COMPTON JR: “CUT OFF PHENOMENA FOR GUIDED WAVES IN MOVING MEDIA”, IEEE TRANS. MTT-14, No. 8, P. 358, AUGUST 1966

(53) 藤岡弘, 二瓶文博, 熊谷信昭: “運動媒質を合む導波管の伝ぱんおよび共振特性”, 電子通信学会アンテナ伝播研究会資料 1966-12

(54) 榎戸武揚, 澤井一郎, 鈴木道雄: “運動媒質を合む導波管内の源による電磁界”, 電子通信学会マイクロ波研究会資料 1968-07

(55) 榎戸武揚, 鈴木道雄, 澤井一郎: “運動媒質を合む二側壁結合孔をもつ抗壁導波管の四端子回路表示”, 昭和43年 電子通信学会全国大会 518.

(56) 澤井一郎, 鈴木道雄, 松本正: “運動媒質の圧縮性パラズマおよび半導体の等価媒質パラメータによる解析法”, 電子通信学会論文誌 59-B, P. 55, 昭和44年2月

(57) 榎戸武揚, 鈴木道雄, 澤井一郎: “運動媒質を含むフアブリ・ペロー共振器の解析”, 昭和44年 電気四学会連合大会 1517.

(58) 榎戸武揚, 鈴木道雄: “運動媒質を含むフアブリ・ペロー共振器の解析”, 昭和45年 電気四学会連合大会 1284.

(59) 榎戸武揚, 鈴木道雄, 澤井一郎: “高密度電磁波パルスで作られた移動境界面とよつ導波管の伝播特性”, 電子通信学会マイクロ波研究会資料 1969-06

(60) 小柴正則, 榎戸武揚, 鈴木道雄: “板状プラズマを含むフアブリ・ペロー共振器”, 昭和46年 電子通信学会全国大会 発表予定

(61) W.F. CROSWELL, W.T. TAYLOR, C.T. SWIFT AND C.R. COCKRELL: “THE INPUT ADMITTANCE OF A RECTANGULAR WAVEGUIDE-FED APERTURE UNDER AN INHOMOGENEOUS PLASMA THEORY AND EXPERIMENT”, IEEE TRANS. AP-16, No.4, P.475, JULY 1968

(62) 鈴木桂二著: “マイクロ波測定”, P.179~P.199, コロナ社, 昭和32年

(63) 藤原邦男, 山口重雄: “光学・電子光学II”, P.147, P.241, 朝倉物理学講座12, 朝倉書店, 東京, 昭和43年

(64) 榎戸 武場, 鈴木道雄, 上村正雄: “異方性媒質と含芯反射形ビーム・ウェーブガイド”, 電子通信学会マイクロ波研究会資料 1969