



Title	デジタル通信系における同期法の改善ならびに最適受信に関する研究
Author(s)	小川, 恭孝
Citation	北海道大学. 博士(工学) 甲第1292号
Issue Date	1978-03-25
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/32625
Type	theses (doctoral)
File Information	1292.pdf



[Instructions for use](#)

デジタル通信系における同期法の改善
ならびに、最適受信に関する研究

小川 恭孝

目 次

第 1 章 序 論 1

第 1 編 デジタル位相同期系を用いた
スタッフ多重変換系の位相同期改善 16第 2 章 パルススタッフ同期方式に
よる, PCM 信号の多重化
とその問題点 17

2.1 節 序 言 17

2.2 節 パルススタッフ同期方式
を用いた PCM 多重変換系 192.3 節 スタッフジッタの性質, 及び,
従来の位相制御回路の問題
点 28

2.4 節 結 言 36

第 3 章 デジタル位相同期系を用
いた位相制御回路の提案 38

3.1 節 序 言 38

3.2 節 系の構成 40

3.3 節	ディジタル位相同期系に よって構成された位相制 御回路の特長	46
3.4 節	同期引込み周波数範囲	48
3.5 節	結 言	50
第4章	ディジタル位相同期系のス タッフジッタ抑圧特性	51
4.1 節	序 言	51
4.2 節	スタッフジッタ抑圧特性 の理論計算	53
4.3 節	計算機シミュレーション の説明	75
4.4 節	数値計算結果に対する考察	78
4.5 節	結 言	97
第2編	ビタビ (Viterbi) 識別器を用いた 最適受信	99
第5章	ビタビ識別器の説明, 及び, 問題点の提示	100

5.1 節 序 言 100

5.2 節 伝送系のモデル化 102

5.3 節 ビタビ識別器の識別過程 110

5.4 節 ビタビ識別器の特長とその
問題点 118

5.5 節 結 言 123

第6章 受信フィルタとDIRの同時
最適化 125

6.1 節 序 言 125

6.2 節 評価関数の定義 128

6.3 節 従来の最適化法に対する
批判 140

6.4 節 受信フィルタとDIRの
同時最適化法の提案 144

6.5 節 実効SN比の上限 191

6.6 節 数値計算結果に対する考察 199

6.7 節 結 言 211

第7章	ビタビ識別器入力雑音の相関 による影響	213
7.1節	序言	213
7.2節	雑音の相関を考慮した実効 SN比の下限 ——理論式の導出,及び, 数値計算——	215
7.3節	結言	224
第8章	復調用キャリアの位相誤差 による特性の劣化	225
8.1節	序言	225
8.2節	復調用キャリアの位相誤差 と実効SN比の関係	228
8.3節	SSB伝送系における復調 用キャリア位相誤差の影響	232
8.4節	結言	239
第9章	結論	241
	謝辞	252

參 考 文 獻

253

附 錄 A

265

附 錄 B

269

第1章 序 論

本論文では、デジタル通信系における同期法の改善と最適受信に関して著者により得られた研究成果が述べられている。同期、及び、最適受信の問題は互いに独立した研究課題であるが、デジタル通信と言うカテゴリーの中で共に重要な問題である点で共通している。

まず、第1編（第2章～第4章）では、PCM通信を多重変換する際の位相同期法の改善を論じている。

PCM通信はあらゆる情報を符号化して伝送する通信方式であり、高度の耐雑音性を備えていること、伝送と交換を一体化して取扱うことが可能であること、更に、進歩の著しい

デジタル回路技術を応用できることなどの理由から、将来の基幹的な伝送方式になることが予想されている。このとき、大規模なPCM通信網を構成し、効率的な通信を行うには、伝送速度が低い複数のチャンネル（低次群チャンネル）を多重化し、単一の高速チャンネル（高次群チャンネル）に変換するPCM多重変換技術が必要になる。もし、高次群チャンネルのクロックと多重化される全ての低次群チャンネルのクロックが同期されているならば、多重変換は単なるパルスの並びかえにすぎず、容易である。しかし、高次群と低次群のクロックは非同期である方が網の構成上、適切である。

更に、当面、実用化が予定されているPCM通信網では、各低次群チャンネルのクロックも互

いに非同期であり、クロックレートが僅かずつ異なっている。クロックレートが少しずつ異なると複数の低次群チャンネルを多重化し、高次群チャンネルを構成するには、スタック同期方式⁽²⁾⁽³⁾が用いられる。この方式は信頼度の高い大規模なPCM通信網を容易に構成できるという大きな利点がある反面、スタックジッタと呼ばれるクロックパルスの揺らぎが必然的に発生する。スタックジッタは復調された信号に歪を引起し、伝送を行う上で妨害要因になる。そのため、受信側に位相制御回路を設け、このスタックジッタを抑圧し、揺らぎのないクロックパルスを再生しなければならない。即ち、受信側で位相同期を取直す操作が必要になる。

従来、位相制御回路には電圧制御発振器(VCO)を含有しニア位相同期系が用いられてきた。しかしながら、この回路はアナログ回路であり、安定性、及び、信頼性などに多くの欠点がある。

一方、位相同期を取るため、最近になって、ディジタル位相同期系と言う新しい装置が提案された。^{(18)~(24)}ディジタル位相同期系は発振

周波数固定のパルス発振器と論理回路によって構成されているため、高安定であり、IC化が可能であることなど、多くの点について

従来のニア位相同期系より勝れている。こ

れまでにディジタル位相同期系が応用された

最も傑出したものは、深宇宙探査用飛翔体に

搭載されるビット同期装置である。これは、

ディジタル位相同期系が宇宙空間と言う苛酷な条件下でも動作が可能である程、安定性と信頼性に富んでいるためである。ディジタル位相同期系はその他にも、FM横波装置、P-SK信号の復調回路など、位相同期を必要とする多くの分野に應用が可能である。そして、集積回路技術の進歩により、重要さを増しつつある装置である。

本論文では、従来の、PCM多重変換系における位相制御装置の欠点を除くため、この回路をディジタル位相同期系によって構成することを提案している。そして、スタツフジツタ抑圧効果、最適スタツフ率の決定、更に、従来の位相制御装置との互換性の問題などに詳細な検討を行っている。これまで、ディジ

タル位相同期系を用いて、スタッフジッタを吸収する試みはなされたことがなく、著者によって考案された重要な方式である。

以下に、第1編の概要を述べる。

第2章では、スタッフ同期方式とスタッフジッタ発生の原因を説明し、リニア位相同期系を用いたこれまでの位相制御回路には、少なからぬ問題点があることを述べている。

第3章では、著者によって提案された位相同期回路の構成と、その特長が詳しく述べられていて、そして、この回路の同期引込み周波数範囲の計算が行われている。

第4章では、提案された装置のスタッフジッタ抑圧特性が解析的な理論計算と計算機シミュレーションによって求められている。そして

て、従来の位相制御回路の特性と比較を行い、最適スタック率を決定するための重要な結論を得ている。

本論文の第2編(第5章~第8章)では、ビタビ(Viterbi)識別器を用いた最適受信の問題を論じている。

コンピュータの計算結果などを伝送するデータ通信は電信、電話に続いて第三の通信として注目されており、情報化社会と言われる今日、その重要性は益々高くなる傾向にある。そして、より伝送速度が高いデータ通信系が必要とされてきている。データ通信を行うとき、伝送媒体として既存の音声帯域電話回線を用いることが可能ならば、新たな回線が不要であり、好都合である。第2編で取扱ってい

るのは、このような音声帯域データ通信であり、同じデジタル通信ではあっても第1編で考察しているPCM通信とは異なっている。

元来、電話回線は音声を伝送するために設計されているため、人間の耳に大きな妨害と感じられない範囲の伝送歪は許容されている。

しかし、デジタル信号を伝送するときには、このような伝送歪は符号間干渉を引起し、雑音に対する余裕を減小させる。つまり、音声帯域データ通信系では、伝送歪による符号間干渉が大きな妨害要因であると言える。

識別時点において、符号間干渉が0になる条件は1928年にNyquistによって発見され、この条件はナイキスト基準と名付けられた。⁽²⁹⁾ 爾来、ほぼ半世紀に渡り、この条件は

装置を設計する上で重要な理論的基準であった。そして、線形受信フィルタを伝送路特性に適合させて、その歪を補償し、ナイキスト基準を成立させることがこれまでの研究の主流を占めてきた。このような受信フィルタは線形自動等化器と呼ばれ、通常、トランスバースル・フィルタによって構成される。線形自動等化器はベル研究所の Lucky らによって精力的に研究され⁽³⁶⁾、1960年代の後半に、ほぼ、完成の域に達した観がある。

しかし、音声帯域電話回線は狭帯域であるため、ポールの高いデータ通信系では、伝送帯域の端に減衰極が現れることがある。

このとき、ナイキスト基準を満たし、符号間干渉を吸収する線形自動等化器は雑音を大き

く強調し、著しいSN比の劣化を招くため用いることはできない。このような高速な信号を誤りなく受信するため、これまでに二つの方式が提案されている。その第一は判定帰還方式⁽³⁹⁾⁽⁴⁰⁾であり、第二はビット識別器を用いる方式⁽⁴²⁾である。前者は識別された信号に適当な重み付けを行い識別器入力に帰還し、符号間干渉の遅相成分を打ち消す方式である。この方法は簡単な装置により実現が可能であるが、ビット識別器に比べ特性は良くない。一方、ビット識別器は符号間干渉により生じた通信路の状態を受信側で追跡することにより送信符号系列を推定する方式であり、送信符号が白色で、且、識別器入力における雑音が白色正規である場合には、最尤系列推定が行われ

る。送信符号と雑音がこの二つの性質を満たさないときにも、他の受信方式に比べ特性が良好（誤りが少ない）であることが知られて⁽⁵⁵⁾いる。しかも、伝送速度が高くなることの影響を受けにくい受信方式であるため、高速のデータ通信系の識別器として最も適当である。

しかし、このような良好な特性が得られる反面、装置を実現するには解決しなければならぬ問題がある。それは送信フィルタからビタビ識別器入力までの伝送系全体のインパルス応答列（これをDIRと略す）の長さ、即ち、符号間干渉の継続時間、更に、換言すれば伝送路の記憶が長くなるにつれて、単位時間当りに行わなければならない演算回数が組合せ論的に増大することである。そのため、

ビット識別器を実現するには、送信フィルタ、或は、受信フィルタを調整することにより、D I R の長さを短縮しなければならない。このとき、フィルタ特性と D I R をどのような値に定めるべきかということは重要である。

本論文の第 2 編では、与えられた送信フィルタ、伝送路特性、及び、D I R の長さについて、受信フィルタと D I R を同時に最適化することと、それに伴う二、三の問題を論じている。

データ通信系に限らず、一般にシステムを最適化する際には注意しなければならない重要なことがある。それは、モデルと目的関数に十分な吟味を行うことである。最適解を求めるときには、常に、現実のシステムを考察しやすいモデルに単純化して検討が行われる。

又、目的関数は数学的に取扱いの容易なものに定められる。そのため、現実のシステムには大きな影響を与える要因が、これらのモデルと目的関数の中に組み込まれていないことがある。最適化を行うときには、そのモデルと目的関数の中に必須な要因が全て含まれているかということについての吟味が必要である。更に、解を得るために無視しなければならなかった要素についても、何等かの方法でその影響を評価すべきである。本論文ではこの点に注意を払って議論を進めている。

本論文の第2編の概要は以下の通りである。

まず、第5章では、ビタビ識別器の動作を説明し、この装置を実現するには解決しなければ

ばならない問題があることを指摘している。

第6章では、与えられた送信フィルタ、伝送路特性、DIRの長さに関して、受信フィルタとDIRを同時に最適化する計算法が述べられている。そして、次に、良好な特性を得るためには、DIRの長さをどの値に定めるべきかということに関して検討を行っている。更に、DSB、SSB両伝送系に関して数値計算を行い得られた結果に考察を加えている。

第7章では、ビット識別器入力雑音の相関によってどのような特性の劣化が生ずるかについて論じている。第7章での考察により、最適解を求めるときに無視された雑音の相関による影響を定量的に評価することができると述べている。

第8章では、復調用キャリアの位相誤差によ

る特性の劣化について検討している。現実の伝送系には復調用キャリアに位相誤差が生ずる可能性があり、その影響を調べることは重要である。そのために、まず、復調用キャリア位相誤差と評価関数（実効SN比）の関係式を導出している。次に、SSB伝送系について数値計算を行い、許容しうる位相誤差範囲を求めている。

第9章では、第1編、第2編を通して得られた結論を述べ、今後に残された研究課題を明らかにしている。

第 1 編

デジタル位相同期系を用いたスタッフ

多重変換系の位相同期改善

第2章 パルススタック同期方式による、PCM信号の多重化とその問題点

2.1 節 序言

第2章から第4章までは、スタック同期多重変換系における位相同期の問題を取扱う。

まず、本章では、パルススタック同期方式を用いたPCM多重変換の説明を行い、その最大の問題点であるスタックジッタの発生と従来の抑圧法について述べる。

2.2節では、PCM通信系が低速な下位群から、順次、高速な高次群に多重化され、デジタルハイパーキが作られること、そして、パルススタック同期方式を採用することにより、信頼度の高いハイパーキを容易に構成できることが述べられている。

2.3節では、スタック同期方式を用いる際、必然的にスタックジッタが発生し、これが伝送品質を劣化させることを述べている。更に、このスタックジッタを吸収する従来の装置を説明し、その問題点を指摘している。

2. 2 節 パルススタツフ同期方式を用いたPCM多重変換系

PCM通信系においては、ビットレートが低い複数のチャンネルを一まとめにして高速なチャンネルに変換するPCM多重化が行われる。

これは大規模なディジタルネットワークを構成する上で重要不可欠な技術の一つである。

PCM信号を多重化すること、そして、逆に、多重化された信号を分離して低速のチャンネルを復元する過程を総称して“PCM多重変換”

と呼んでいる。現在のPCM通信系ではビットレートの低い階層から高い階層へ順次、定められたチャンネル数ずつ多重化を行う、いわ

ゆる、“積上げ多重化 (Hierarchical Multiplexing) 方式”が採用されている。ディジタル通信網

に現れるこのような階層をデジタルハイアラキ、又は単に、ハイアラキと呼んでいる。そして、それぞれのハイアラキに対してビットレートが低い方から、1次群、2次群、……と名前が付けられている。我国のPCM 1次群のビットレートは1.544 Mb/sであり、音声24チャンネルに対応している。この1次群が4チャンネル多重化されビットレート6.312 Mb/sのPCM 2次群が作られる。更に、この2次群が5チャンネル多重化されPCM 3次群が構成される。以下、下記の通りPCM 5次群までの系列が考えられている⁽¹⁾。

$$1.544 \text{ Mb/s (1次群)} \xrightarrow{\times 4} 6.312 \text{ Mb/s (2次群)} \xrightarrow{\times 5}$$

$$32.064 \text{ Mb/s (3次群)} \xrightarrow{\times 3} 97.728 \text{ Mb/s (4次群)} \xrightarrow{\times 4}$$

397. 200 Mb/s (5次群)

しかし、一般に、低次群のクロックは高次群のそれに同期されていない。それのみならず、現在考えられているPCM通信系においては、多重化される各低次群チャンネルも独立な発振器によって制御されており、それぞれビットレートは僅かずつ異なっている。そのため、これらの独立な低次群信号を多重化するときには、それぞれの低次群信号を周波数 f の共通なクロックでタイミングを取直し、ビットレートを正確に合わせなければならぬ。このとき、情報の欠損なく速度整合を行うには、スタック同期方式⁽²⁾⁽³⁾が用いられる。

以下にスタック同期の基本概念を説明する。

図2-1に示したスタックフィング回路を多

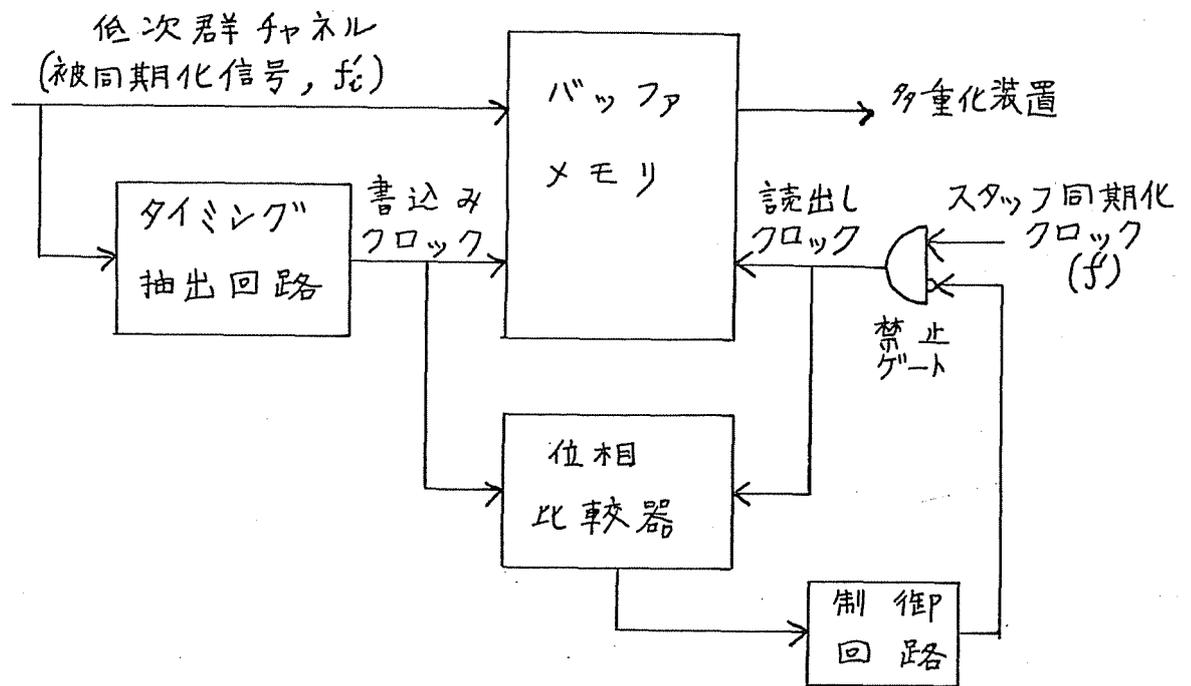


図2-1 スタッフィング回路

重化するチャンネル数だけ用意する。一つの低次群チャンネルのクロック周波数を f_c とする。スタッフ同期化クロック周波数 f' は f_c より、僅かに高い値に選ばれている。低次群信号は繰返し周波数 f_c でバッファメモリに書込まれる。そして、書込まれた情報はスタッフ同期化クロックで順次、読出され、多重化装置に

送られる。このとき、 f' が f より高いため、
読出しクロックの位相は低次群クロックの位
相に比べ、少しずつ進んで行く。(図2-3に
この様子が画かれている) スタッフ同期化ク
ロックには1フレーム内のある定った位置に
スタッフ可能時点と言う特別なディジットが
設けられている。このディジットにおいて低
次群クロックとスタッフ同期化クロックの位
相比較を行い、前者の位相が後者の位相より
1タイムスロット以上遅れているときには、
バッファメモリからの情報の読出しを禁止す
る。このとき、このディジットには情報を担
っていない無駄パルスが挿入される。(図2-3)
この無駄パルスのことをスタッフパルスと言
う。又、位相比較の結果、上述の条件が満た

されていないときには、他のディジットと同様にメモリから情報の読出しを行い、情報の伝送を行う。このようにスタックパルスの挿入が行われ、全ての低次群信号は f なる共通のクロックレートにタイミングが取直される。これらの信号が多重化され、更に、各種のサービス符号の挿入が行われ、高次群チャンネルが構成される。スタック可能時点におけるパルスがスタックパルスであるか、又は、情報を担った信号パルスであるかという情報はこのサービス符号によって受信側に送られる。受信側においては、サービス符号が除去され各低次群チャンネル毎に分離され、図 2-2 に示したディスタック回路に送られる。ディスタック回路ではスタックパルス

を除去し、バッファメモリに情報の書込みを行
 う。ここでスタックパルスを除去すること
 をディスタックと言う。ディスタックされた
 書込みクロックパルスには、図2-3に示さ
 れるように、櫛の歯が抜け落ちたような位相
 のギャップが存在する。(位相 $\phi(t)$) クロック
 パルスの位相ギャップを位相制御回路により
 平滑し、バッファメモリから情報の読出しを
 行う。このような働きによって、低次群チャ

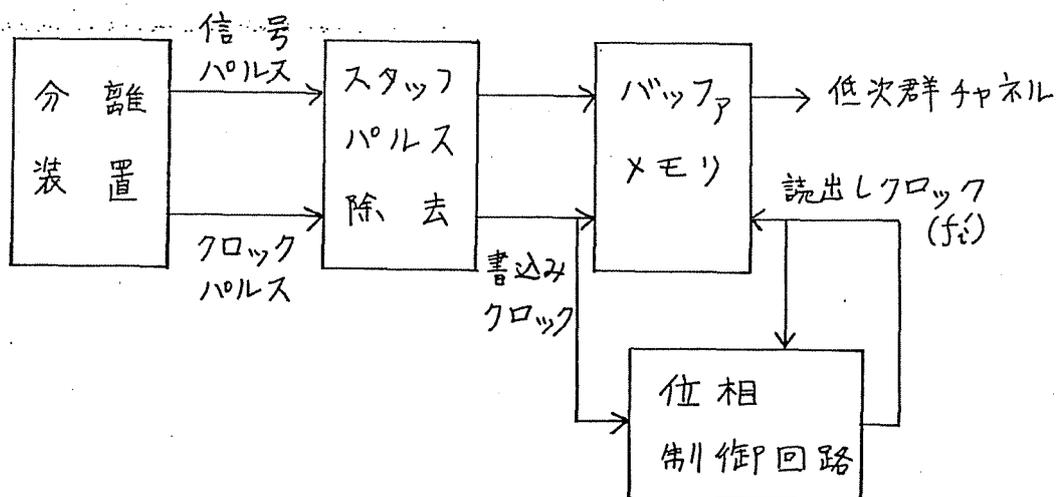


図2-2 ディスタックフィンク回路

エネルギーが復元される。スタッフィング回路とディスタッフィング回路で行われるこれらの一連の過程を総称してパルススタッフィング同期、又は、単にスタッフ同期と呼んでいる。

以上述べたようにスタッフ同期方式を用いるならば、全く独立な低次群々チャンネルを多重

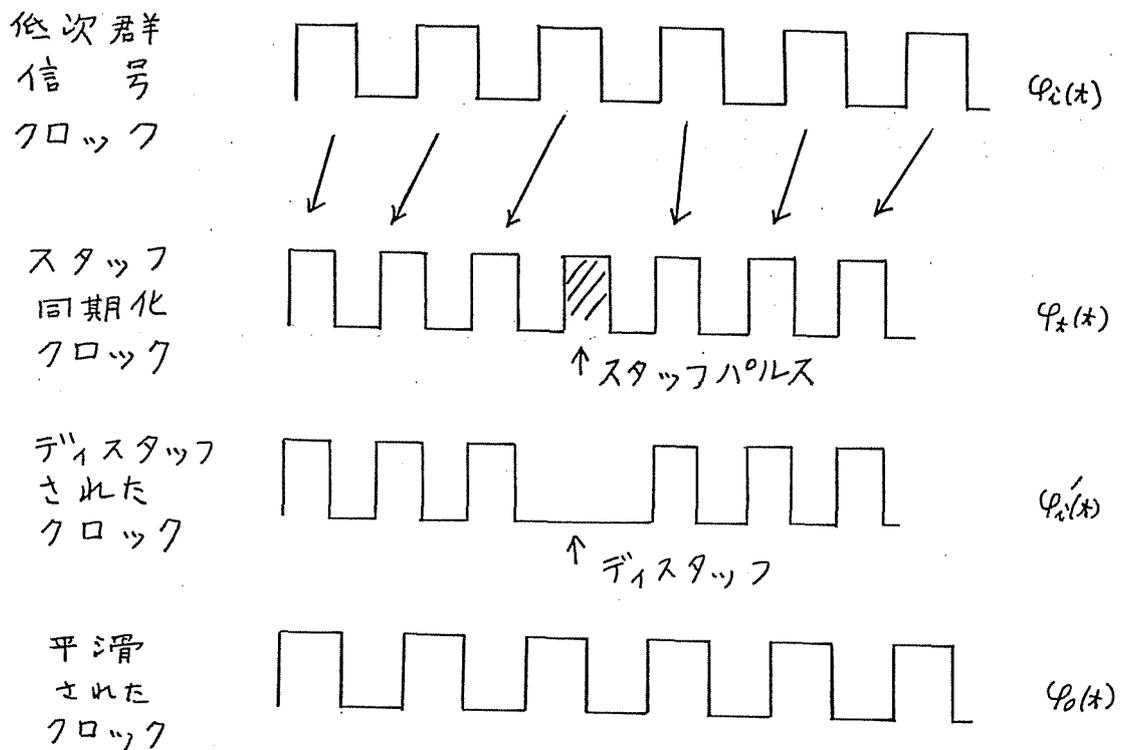


図 2-3 スタッフ同期方式における各クロックパルス

化することができるため、信頼度が高く柔軟
性に富んだデジタルハイパーキを容易に
構成することが可能である。

2. 3 節 スタッフジッタの性質, 及び, 従来の位相制御回路の問題点

前節で述べたように, スタッフ同期方式を
採用すると位相のギャップ^(*)が必然的に発生す
る。これはスタッフ同期に特有な位相の揺ら
ぎであり, スタッフジッタ^{(*)~(11)}と呼ばれてい
る。本節では, スタッフジッタの性質を説明し,
従来の抑圧法に批判を加えている。

位相の揺らぎを持ったPCM信号を復調する
と, 再生されたアナログ信号には歪が現れる。
この影響は音声信号ではあまり大きくないが,
画像信号, 特に, カラーテレビジョン信号の
場合にはかなり大きな妨害要因になる。⁽⁹⁾⁻⁽¹²⁾⁻⁽¹³⁾

そのため, 位相制御回路によってスタッフジ
ッタを十分, 抑圧しなければならない。

一般に、位相のギャップはスタックパルス
の除去だけでなく、サービス符号の除去によ
っても生ずるが、後者の位相ジッタはフレー
ム周波数で繰返す周期関数であり、その周波
数特性も高周波付近に存在する線スペクトル
になる。そのため、極、簡単な位相制御回路
によって、ほぼ完全に取除くことができ、全
く問題にならない。その反面、スタックジッ
タは波形が複雑であり、そのスペクトルは直
流付近にも成分を有する。位相制御回路は低
域通過型のフィルタであるため、このような
スペクトルを持つスタックジッタを完全に抑
圧することはかなりむずかしい。

ここでは、まず初めに、スタックジッタ波
形の特徴を説明する。高次群信号のフレーム

周波数を f_f , 同期される低次群クロックとスタ
 ッフ同期化クロックの周波数を, 前節で述べ
 たように f'_i , f' と表わす。又, これらの位
 相を図 2-3 のように, それぞれ, $\phi_i(t)$, $\phi_f(t)$
 と表わす。更に, ディスタッフが行われた位
 相を $\phi_d(t)$ とする。スタッフ可能時点において,
 実際にスタッフが行われる割合をスタッフ率
 と呼び, S_r で表わす。 ($0 < S_r < 1$) スタッフ
 可能時点は 1 フレーム内に 1 回あるから, 周
 波数 f'_i のクロックが f' なるクロックに同期が
 取られているときには

$$f' = f'_i + S_r \cdot f_f \quad (2-1)$$

が成立してゐる。式 (2-1) から分かるように 1
 フレームの間にスタッフ同期化クロックの位
 相 $\phi_d(t)$ は低次群の位相 $\phi_i(t)$ より S_r タイムスロ

ットだけ進む。そのため、もし、 $1/S_r$ フレーム毎にスタックアップが行われるならば、スタックジッタの波形 $\{\phi'_i(t) - \phi_i(t)\}$ は周期的な鋸歯状波になる。しかし、実際にスタックアップが行われるのはスタック可能時点のみであるから、スタックアップ間隔は $[1/S_r]$ 、又は、 $\{[1/S_r] + 1\}$ フレームである。($[\cdot]$ はガウス記号を表わす) そして、スタックジッタの波形は図 2-4 に示したように複雑な波形になる。この図で横軸に示した目盛りは、第 i フレームにおけるスタック可能時点である。又、縦軸の単位はタイムスロットである。図から分かるように、ディスタックアップが行われても、スタックジッタは 0 に戻らず、残留成分が存在する。この残留成分は、同期化クロ

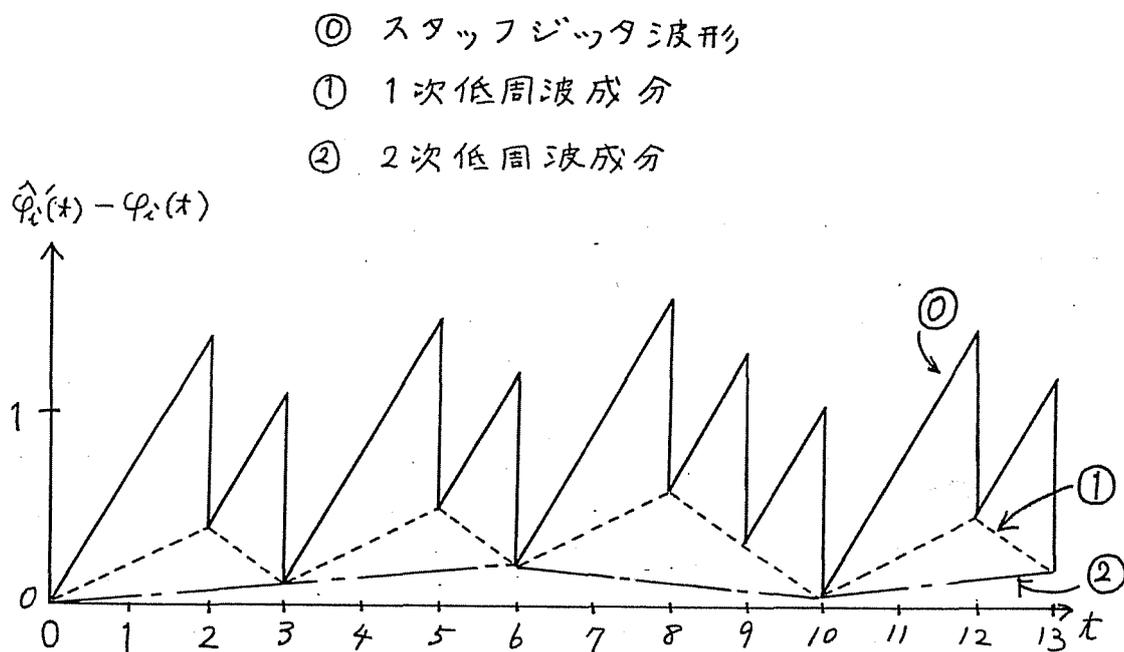


図2-4 スタッフジッタ波形とその低周波成分

ック位相 $\hat{\phi}_e(t)$ が低次群クロック位相 $\phi_e(t)$ より

1タイムスロット以上，進んでいてもスタッ

フ可能時点になるまで，スタッフインクが行

われないために生ずるものである。スタッフ

ジッタの残留成分から成る三角波形をスタッ

フジッタの1次低周波成分⁽⁹⁾ と言う。(図2-4

に点線で示した三角波形) 更に，1次低周波

成分の残留成分から成る三角波を2次低周波成分と言う。(図2-4に一点鎖線で示された三角波形)一般に, スタッフ率が無理数のとき, 無限に多くの低周波成分が存在し, スタッフジッタの波形は非周期関数になる。その結果, スタッフジッタのスペクトルは直流に近い成分から高周波まで相密に分布することになる。⁽⁸⁾⁽¹¹⁾ このような位相ジッタを十分, 抑圧するにはスタッフ率を適当な値に選ぶことと高性能な位相制御回路を用いることが必須の条件になる。⁽⁸⁾⁽¹¹⁾

従来, スタッフジッタを抑圧する位相制御回路にはリニア位相同期系(LPLLと略す)が用いられてきた。LPLLは線形低域通過型フィルタであるから, ジッタの高周波成分

を減衰させる働きがある。しかし、LP LLを用いた位相制御回路は、次に示すような欠点を持っている。その第一はLP LLが電圧制御発振器 (VCO) を含むことである。位相制御回路内のVCOはデジタル信号のクロック源として高度に安定でなければならぬ。反面、発振周波数が入力電圧に応じて可変でなければならぬという矛盾した要求を満たす必要がある。又、LP LLはアナログ回路であるため調整に手間がかかる。そして、温度変化、経年変化に耐え、安定な動作をさせるには、ハードウェアが複雑になる。ステップ同期方式に用いられる他の多くの装置が集積回路の進歩により経済的に構成できるともかわらず、位相制御回路が依然としてア

ナログ回路のまま残されていることは方式構成上の隘路であると言える。このように、 LP を用いた従来の位相制御回路には、いくつかの問題がある。

2. 4 節 結 言

本章では、まず、スタツフ同期方式により PCM 多重変換系が容易に構成されることを述べた。次に、この同期方式を用いると、必然的にスタツフジツタが生じ、これを除去するには位相制御回路が必要であることを明らかにした。そして、従来の位相制御回路の批判を行い、問題を提起した。

スタツフジツタの性質、及び、LP_LL_Lによる抑圧特性は Matsuura⁽⁵⁾らによつて、初めて解析が行われた。その後、Duttweiler⁽⁶⁾がスタツフジツタの電力値 (rms) を厳密に計算した。更に、大竹⁽¹¹⁾により、その p-p 値が求められた。

スタツフジツタを図 2-4 に画いたように

三角波から成る低周波成分に分類することは
近藤の論文^(A)に詳述されている。

第3章 デジタル位相同期系を用いた 位相制御回路の提案

3.1 節 序 言

本章では、スタックジッタを抑圧する位相制御回路をデジタル位相同期系 (DPLLと略す)^{(14)~(16)} によって構成することを提案している。

スタックジッタ抑圧装置のデジタル化に関しては、これまで、畔柳によって量子化レートディスタック方式が提案されているのみである。⁽¹⁷⁾ これは発振周波数が僅かに異なった二

台の発振器を交互に切替えて同期を取る方式であり、著者が提案している装置とは全く異なるものである。そして、この方式⁽¹⁷⁾の最大の欠点は量子化雑音が大きく、良好なジッタ抑圧特性が得られないことである。⁽²⁵⁾ このような

状況から、デジタル回路を用いたスタック
ジッタの抑圧法に関しては、これまでほとん
ど研究がなされていなか、たと言える。

本章では、まず、3.2節でスタックジッタ
を抑圧するDPLLの構成法を説明し、続く
3.3節では、提案されたDPLLを使用するこ
とにより従来の位相制御回路に存在する種々
の問題が解決されることを明らかにしている。
更に、3.4節では、DPLLの同期引込み周波
数範囲を求めている。

3. 2 節 系の構成

図 3-1 に著者により提案された位相制御回路のブロック図を示す。ディスタツフが行われた信号のクロックパルス列を DP LL に入力する。DP LL の作用により、ジッタが抑圧されたクロックパルス列がその出力に得ら

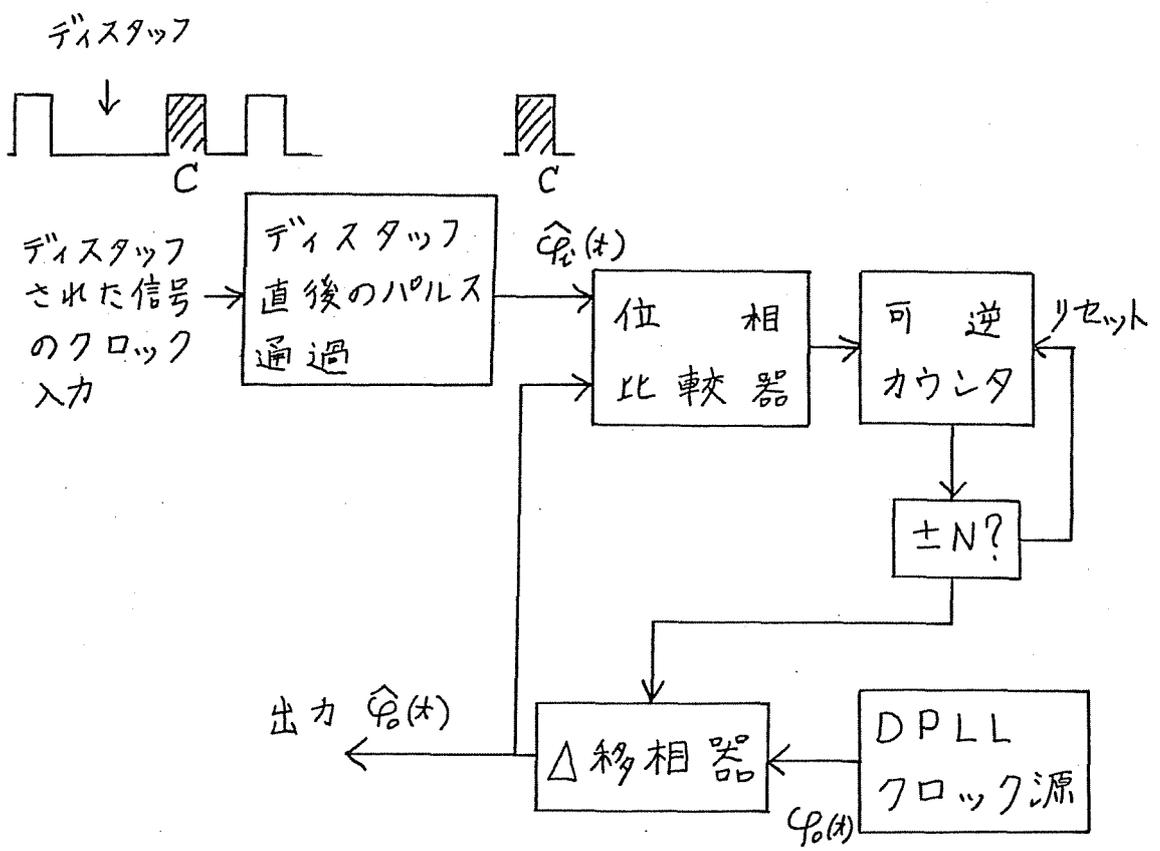


図 3-1 系の構成

れる。DPLL出力をクロックパルスとして

図2-2に示したディスタックフィング回路のバ

ックメモリから、順次、情報の読出しを行

い、低次群チャンネルを復元する。

初めに、系の動作を説明する。ディスタック

直後のパルス（図3-1のC）とそれに対処

するDPLL出力パルスの位相比較を行い、

(i) 出力位相が入力位相より遅れているとき、

可逆カウンタに1を加算する。

(ii) 出力位相が入力位相より、 Δ タイムスロット

以上進んでいるとき可逆カウンタから1

を引算する。

(iii) 入出力の位相状態が上記(i)(ii)以外のとき、

可逆カウンタの状態を変化させない。

スタック可能時点は1フレーム内のある定、

たディジットに設けられており、この位置は受信側でも予め分かっている。そしてスタート可能時点におけるパルスがスタートパルスであるか、或は、情報を担った信号パルスであるかという情報はサービス符号の一種であるSパルスによって受信側に伝達される。受信側ではこのSパルスを監視することにより位相比較すべき入力パルス（図3-1のC）の検出が可能である。

可逆カウンタは内部状態が N になると、 Δ 移相器に制御パルスを送り、出力パルスを Δ タイムスロット進めた後、0にリセットされる。逆に可逆カウンタの内部状態が $-N$ になると、 Δ 移相器を通して出力パルスを Δ タイムスロット遅らせ、0にリセットされる。

このようにフィードバックループを通して行われる位相制御により出力位相は入力位相に同期する。この過程は Δ 変調された波形が入力信号を復元する過程に似ている。

次に、DPLLの各要素を説明する。

位相比較器は図3-2に示したように、2個のラッチ型フリップフロップにより実現される。入・出力パルスをラッチLA1に加え、入力パルスの立下がり時刻の出力パルスの状態をラッチ出力 Q_1 に取出すことにより、両パルスの位相の進み/遅れが判定できる。又、出

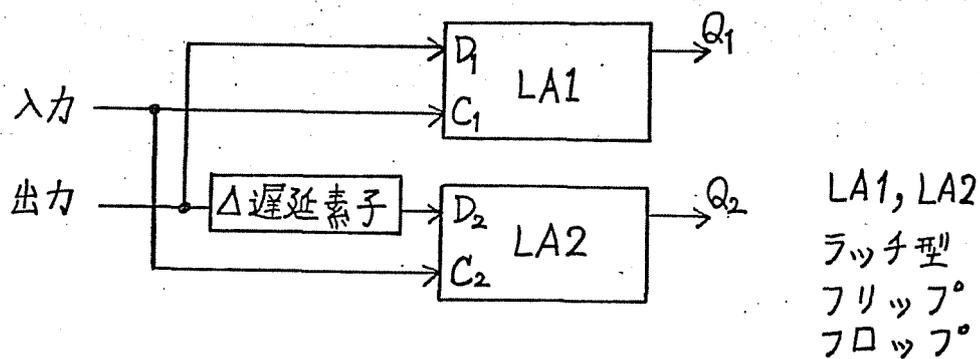


図3-2 位相比較器

カを Δ タイムスロット遅延させたパルスと入力パルスを別のラッチ LA2 に加え、その出力 Q_2 を監視することによって出力位相が入力位相より Δ タイムスロット以上進んでいるか否かの判定ができる。

可逆カウンタは通常の論理回路によって容易に構成され説明を要しない。

DPLL クロック源は発振周波数固定のパルス発振器であり、その周波数 f_0 は低次群信号のクロックレート f_c に近い値を取るよう設計されている。

Δ 移相器は可逆カウンタからの指令に基づき、 Δ タイムスロットの位相シフトを行う回路であり、これまでに報告されているもの ⁽¹⁹⁾⁽²³⁾⁽²⁴⁾ の他にシフトレジスタ、又は、リングカウン

タを用いて、各タツフ毎に Δ タイムスロット
が τ 位相のずれた n 相のパルス列を発生し、
出力を取出すタツフの切替えを行うことによ
って実現できる。

3.3 節 デジタル位同期系によつて構成された位相制御回路の特長

前節で提案した位相制御回路は従来の装置に比べ、以下に示す利点を持っている。

DPLLのクロック源は発振周波数固定のパルス発振器である。そのため、電圧制御発振器が不必要であり、第2章で述べた発振周波数の安定性と可変性と言う矛盾した要求が解消される。又、回路のほとんど全てが論理回路によつて構成されるため、デジタル集積化が可能となる。その結果、安定性が良く、信頼度が高い装置を容易に作製することができ、そして、温度変化、経年変化が現れず調整もほとんど不要である。更に、発振器を初め、回路の一部を複数のチャンネル間で共有

できるため、経済的である。

このようにDPLLにより構成された位相制御回路は従来のLPLLを用いた装置には見られない多くの特長を持っている。そして、第2章で提起された従来の位相制御装置の問題がほぼ解決されると考えて良い。

3.4 節 同期引込み周波数範囲

本節では, 3.2 節で提案した DPLL の同期引込み周波数の上限と下限を計算する。

必要となる記号を以下のように定義する。

f_0' : DPLL クロック源の発振周波数

f_f : 高次群システムのフレーム周波数

f_h, f_e : DPLL 同期引込み周波数の上限と下限

φ_{max} : 単位時間当りに, Δ 移相器を通して行

うことができる最大の位相制御量 (単

位を 1 タイムスロットとす)

S_r : スタッフ率

全ての位相比較時点で出力位相が入力より

遅れていると判定していきときの DPLL 出

力周波数が f_h であるから

$$f'_h = f'_0 + p_{max} \quad (3-1)$$

同じく

$$f'_l = f'_0 - p_{max} \quad (3-2)$$

が得られる。DPLLは、平均 $1/S_r$ フレーム

に1回の位相比較が行われるから N/S_r フレーム

毎に Δ タイムスロットの位相制御が可能である。

又、フレーム周波数が f_f だから

$$p_{max} = \frac{\Delta \cdot f_f \cdot S_r}{N} \quad (3-3)$$

以上の結果から

$$f'_h = f'_0 + \frac{\Delta \cdot f_f \cdot S_r}{N} \quad (3-4)$$

$$f'_l = f'_0 - \frac{\Delta \cdot f_f \cdot S_r}{N} \quad (3-5)$$

が求められる。

3.5節 結 言

本章では、スタツフジツタを抑圧する位相制御回路にDPLLを用いることを提案し、その回路構成を説明した。そして、この装置がデジタル回路により作製することが可能であるため、経済性、信頼性の面から従来のLPLLを用いた位相制御回路に比べ、多くの利点があることを述べた。更に、DPLLの同期引込み周波数範囲を解析的に求めた。

第4章 ディジタル位相同期系のスタック フジッタ抑圧特性

4.1節 序言

本章では、DPLLによるスタックフジッタ抑圧特性を求める。DPLLの入出力関係は非線形的であり、しかも、線形近似による計算が不可能である程、非線形性の度合いが大きい。そのため、理論的取扱いは多くの場合、困難である。前章で提案したDPLLのスタックフジッタに対する特性もその例外ではない。そこで本章では、まず、可逆カウンタを含まないDPLLについて、出力位相が入力位相に勾配過負荷しないと言う最も簡単な場合に関して解析的な計算を行っている。これが4.2節で論じられている。次に勾配過負荷する

場合、或は、DPLLの中に可逆カウンタが存在する場合の特性を求めよため、計算機シミュレーションを行っている。4.3節で計算機シミュレーションの方法が説明されている。そして、4.4節では、理論計算と計算機シミュレーションにより得られた数値解を基にDPLLのスタックジッタ抑圧特性の考察を行っている。

4. 2 節 スタッフジッタ抑圧特性の理論計算

本節では、可逆カウンタを含まない DPLL について（図 3-1 で $N = 1$ の場合に相当する）出力位相が入力位相に勾配過負荷しない場合の出力ジッタを解析的に求める。図 3-1 に示した DPLL ではディスタッフが行われた直後のパルスに対し、位相比較が行われ、且、スタッフ可能時点は 1 フレーム内に 1 回存在するのみであるから、フレーム毎に繰返す周期的な入力ジッタは固定遅延に関係するだけであり、出力特性を悪化させない。通常、用いられるフレーム長固定型のフレーム構成の場合⁽⁹⁾、サービス符号（高次群同期用 F パルス、スタッフ可能時点における情報を伝える

Sパルス, 対局警報用のAパルス)の挿入によるジッタはフレーム周波数で繰返されるため, DPLLの出力側に悪影響を与えない。

この理由により, これらサービス符号によるジッタについては考慮しなくて良い。

初めに, 本節で必要になる記号の定義を行う。以下の議論において, 周波数, 及び, 時間は, それぞれ, フレーム周波数, フレーム時間で正規化されている。又, 位相の単位を1タイムスロットとする。(入力側のクロックパルスとDPLLクロック源のパルスは, ほぼ等しい周期を持っているので, 位相の単位とすべきクロックパルスとしては, 適宜計算しやすい方を取り, 特に位相の換算を行っていない)

f_c : DPLL入力周波数 (低次群クロック

の周波数)

f_0 : DPLL クロック源の発振周波数

$\varphi_i(t)$: DPLL の位相比較器に入力する位相

$\hat{\varphi}_0(t)$: DPLL 出力位相

$\varphi_0(t)$: DPLL クロック源の出力位相

$\varphi_i(t)$: DPLL 入力の規準位相 (スタッフィ

ングが行われていない低次群クロック

の位相)

$\theta_i(t)$: DPLL の入力ジッタ

$$\theta_i(t) = \hat{\varphi}_0(t) - \varphi_i(t) \quad (4-1)$$

考察している DPLL はディスタッフィ

が行われた直後のパルスと位相比較し

ているため、 $\theta_i(t)$ は図 2-4 に点線で示し

たスタッフィジッタの 1 次低周波成分で

ある。ここで $\theta_i(t)$ に関して式 (4-2) が成

立する。

$$0 \leq \theta_i(t) < S_r \quad (4-2)$$

$\theta_i(t) < 0$ とすると、これは図 2-3 に示

したスタッフ同期化クロックパルスと

低次群信号のクロックパルスの位相差

が 1 タイムスロット以上離れる前に、

スタッフインクが行われたことになり、

正常な動作をしている系では、このよ

うなことは無い。又、 $\theta_i(t) \geq S_r$ とすると

と、次のような矛盾を生ずる。式 (2-1) か

ら分かるように、1 フレームの間 (1

$/ f_s$) に、スタッフ同期化クロックの

位相は低次群クロックの位相より、 S_r

タイムスロット進む、そのため、 $\theta_i(t)$

$\geq S_r$ が成立してゐることは、少なくとも

1 フレーム前のスタッフ可能時点においてスタッフがインクが行われていなければならず、 $\theta_i(t) \geq S_r$ が成立することはない。その結果、式(4-2)が成立つ。

$\phi_0(t)$: DPLL 出力ジッタ

$$\phi_0(t) = \hat{\phi}_0(t) - \phi_i(t) \quad (4-3)$$

が成立する。

$\phi_d(t)$: DPLL 入出力位相の差

$$\phi_d(t) = \hat{\phi}_0(t) - \hat{\phi}_i(t) \quad (4-4)$$

ε : 低次群クロックと DPLL クロック源

の周波数差

$$\varepsilon = f_i - f_0 = \dot{\phi}_i(t) - \dot{\phi}_0(t) \quad (4-5)$$

ここで $\dot{\cdot}$ は時間微分を表わす

$t(t)$: t に最も近くで行われた位相比較の時刻

ここで、式(4-6)が成立する。

$$\tau(x)^- \leq x$$

(4-6)

スタッフィングが行われた時刻として
 スタッフパルスとその直後のパルスと
 の境界の時刻をとりDPLLの位相比
 較もこの時刻で行われていると考えて
 も理論上、全く問題が無い。そのため、
 $\tau(x)^-$ は x に最も近くで行われたスタッ
 フ時刻でもある。

$\tau(x)^+$: 出力位相の変化可能時点

$\tau(x)^-$ における位相比較の結果、出力に
 Δ タイムスロットの位相制御が行われ
 る場合には、時刻 $\tau(x)^+$ において出力位
 相が変化する。ここで解析を進めると
 の便宜上

$$\tau(x)^+ = \tau(x)^-$$

(4-7)

と置く。実際の回路でも、 $\tau(t)^+$ と $\tau(t)^-$

は、ほぼ等しい値を取るので式(4-7)

を仮定し理論展開を行って良い。

$n(t)$: 初期時刻から時刻 t までの間に行われ

た位相制御回数の代数和

初期時刻に 0 を取り

- ・ 出力位相を Δ タイムスロット進めるとき、その直前の値に 1 を加算する。

- ・ 出力位相を Δ タイムスロット遅らせるとき、その直前の値から 1 を引算する。

初期時刻として $\tau(0)^+$ を選ぶ、以後、 $\tau(0)^+ \leq t$

について考察する。第 2 章で述べたようにス

タックフレームが行われる間隔は $[1/S_r]$ 、又

は、 $[1/S_r] + 1$ フレームであることと、式

(4-6)、(4-7) より、式(4-8)が成立する。

$$-\left\{ [1/S_r] + 1 \right\} < \tau(0)^+ \leq 0 \quad (4-8)$$

式を簡単にすゑるため、 $\varphi_0(t)$ の初期位相は $\hat{\varphi}_0(t)$

のそれに等しいと仮定する。即ち

$$\varphi_0(\tau(0)^+) = \hat{\varphi}_0(\tau(0)^+) \quad (4-9)$$

その結果、次式が成立する。

$$\hat{\varphi}_0(t) = \varphi_0(t) + \Delta \cdot n(t) \quad (4-10)$$

前章で提案したDPLLから、可逆カウンタ

を取除いた場合、その動作は次のように要約

される。ディスタツフが行われた直後のパル

ス（図3-1のC、位相 $\hat{\varphi}_i(\tau(t))$ ）と、それに対

応するDPLL出力パルス（位相 $\hat{\varphi}_0(\tau(t))$ ）の

位相比較を行い、

(i) 出力が入力より遅れているとき、出力位相

を Δ 進める。

$$\hat{\varphi}_i(\tau(t)) \geq \hat{\varphi}_0(\tau(t)) \longrightarrow \hat{\varphi}_0(\tau(t)^+) = \hat{\varphi}_0(\tau(t)) + \Delta \quad (4-11)$$

(ii) 出力が入力より Δ 以上，進んでいるとき，

出力位相を Δ 遅らせる。

$$\hat{\varphi}_0(\tau(t^-)) > \hat{\varphi}_i(\tau(t^-)) + \Delta \longrightarrow \hat{\varphi}_0(\tau(t^+)) = \hat{\varphi}_0(\tau(t^-)) - \Delta \quad (4-12)$$

(iii) 上記 (i) (ii) 以外のとき，出力位相を変化させ

ない。

$$\hat{\varphi}_i(\tau(t^-)) + \Delta \geq \hat{\varphi}_0(\tau(t^-)) > \hat{\varphi}_i(\tau(t^-))$$

$$\longrightarrow \hat{\varphi}_0(\tau(t^+)) = \hat{\varphi}_0(\tau(t^-)) \quad (4-13)$$

式 (4-1) (4-4) (4-5) (4-10) より

$$\phi_d(t) = \varphi_0(t) + \Delta \cdot \eta(t) - \varphi_i(t) - \theta_i(t)$$

$$= \phi_d(\tau(0)^+) - \int_{\tau(0)^+}^t (\varepsilon + \dot{\theta}_i(s)) ds + \Delta \cdot \eta(t) \quad (4-14)$$

S_r と ε が

$$\left[\frac{1}{S_r} + 1 \right] \cdot |\varepsilon| + S_r < \Delta \quad (4-15)$$

の条件を満たしているとき，出力位相は入力

位相に勾配過負荷せず

$$-\Delta < \hat{\phi}_0(\tau(t)^-) - \hat{\phi}_d(\tau(t)^-) < 2\Delta \quad (4-16)$$

$$0 < \hat{\phi}_0(\tau(t)^+) - \hat{\phi}_d(\tau(t)^+) \leq \Delta \quad (4-17)$$

が成立する。任意の位相比較時点から，次の位相比較時点までの間に生ずる入出力間の位相差は，高々，式(4-15)の左辺で示される量である。この値がDPLLの位相制御量 Δ 以内であることは，出力が入力に常に追従していき（勾配過負荷していない）ことになり，式(4-16)(4-17)が成立する。ここで，式(4-15)を，可逆からと τ を含まないDPLLの出力が勾配過負荷しない条件と呼び，本節では，この条件が成立した場合について考察を進める。

初期時刻 $\tau(0)^+$ において，同期状態にあるとすると式(4-4)，(4-17)より

$$0 < \phi_d(\tau(0)^+) \leq \Delta \quad (4-18)$$

よって

$$\phi_d(\tau(0)^+) = \Delta - \zeta \quad (4-19)$$

$$\text{但し } 0 \leq \zeta < \Delta$$

と置くことができる。式(4-14)(4-19)より

$$\phi_d(t) = \Delta - \zeta \int_{\tau(0)^+}^t (\varepsilon + \dot{\theta}_i(s)) ds + \Delta \cdot \eta(t) \quad (4-20)$$

次に、 $\eta(t)$ を計算する。時刻 $\tau(t_n)^-$ が $\tau(0)^+$ の後、

第 l 番目の位相比較時点であるとする。新た

な記号 a_l を用いると、 $\eta(t_n)$ は次式で表わされる。

$$\eta(t) = \sum_{l=1}^n a_l \quad (4-21)$$

ここで、 a_l は l 番目の位相比較により、出力

位相を Δ 進めるときには 1、 Δ 遅らせるとき

には -1、出力位相を変化させないときには

0 の各値を取るものとする。式(4-10)(4-21)

より

$$\hat{\varphi}_0(\tau(t_k)^-) = \varphi_0(\tau(t_k)^-) + \Delta \sum_{e=1}^{k-1} a_e \quad (4-22)$$

式(4-16)より, $\hat{\varphi}_i(\tau(t_k)^-)$ と $\hat{\varphi}_0(\tau(t_k)^-)$ の間には

次の三通りの関係があり, それぞれの場合に

ついて a_k は以下に示した値を取る。

(i) $\Delta > \hat{\varphi}_i(\tau(t_k)^-) - \hat{\varphi}_0(\tau(t_k)^-) \geq 0$ のとき 式(4-11)

より

$$a_k = 1 \quad (4-23)$$

(ii) $0 > \hat{\varphi}_i(\tau(t_k)^-) - \hat{\varphi}_0(\tau(t_k)^-) \geq -\Delta$ のとき, 式(4-

13) より

$$a_k = 0 \quad (4-24)$$

(iii) $-\Delta > \hat{\varphi}_i(\tau(t_k)^-) - \hat{\varphi}_0(\tau(t_k)^-) > -2\Delta$ のとき, 式

(4-12) より

$$a_k = -1 \quad (4-25)$$

式(4-22)を用いて, 式(4-21)を計算すると,

(i) ~ (iii) のいずれについても, 次式が成立つ。

$$\eta(t) = \left[\frac{\Delta + \hat{\phi}_2(\tau(t)^-) - \phi_0(\tau(t)^-)}{\Delta} \right] \quad (4-26)$$

式 (4-26) において, $\tau(t)^-$ には 第 k 番目の位相比較時点という表示をする必要が無いので, 添字 k を省いてある。式 (4-1) (4-4) (4-5) (4-7) (4-9) を用いて式 (4-26) を変形する。

$$\eta(t) = \left[\frac{\Delta - \phi_d(\tau(t)^+) + \int_{\tau(t)^+}^{\tau(t)^+} (\varepsilon + \dot{\theta}_c(s)) ds}{\Delta} \right] \quad (4-27)$$

更に, 式 (4-19) を用いて式 (4-27) を変形し, 式 (4-20) に代入する。

$$\phi_d(t) = \Delta - \xi - \int_{\tau(t)^+}^t (\varepsilon + \dot{\theta}_c(s)) ds$$

$$+ \Delta \cdot \left[\frac{\xi + \int_{\tau(t)^+}^{\tau(t)^+} (\varepsilon + \dot{\theta}_c(s)) ds}{\Delta} \right] \quad (4-28)$$

式 (4-1) (4-3) (4-4) (4-28) より

$$\phi_0(t) = \phi_d(t) + \theta_i(t)$$

$$= \Delta - \varepsilon \cdot (t - \tau(t)^+) + \theta_i(\tau(t)^+) - \Delta \cdot (Y - [Y]) \quad (4-29)$$

$$\text{但し } Y = \frac{\zeta + \varepsilon(\tau(t)^+ - \tau(0)^+) + \theta_i(\tau(t)^+) - \theta_i(\tau(0)^+)}{\Delta}$$

このとき，以下のことが成立つ。

(i) スタッフ率が S_r のとき，スタッフイレクが行われる間隔は $[1/S_r]$ ，又は， $[1/S_r] + 1$

フレームであるから，式(4-29)右辺第2項

の p - p 値は

$$\{\varepsilon(t - \tau(t)^+)\}_{p-p} = [1/S_r + 1] \cdot |\varepsilon| \quad (4-30)$$

(ii) 式(4-2)より式(4-29)右辺第3項の p - p 値

$$\text{は } \{\theta_i(\tau(t)^+)\}_{p-p} = S_r \quad (4-31)$$

(iii) ガウス記号の定義より，式(4-29)右辺第4

項の p - p 値は

$$\{\Delta(Y - [Y])\}_{p-p} = \Delta \quad (4-32)$$

出力ジッタの p - p 値を ϕ_{p-p} , その上限を $\tilde{\phi}_{p-p}$

とすると, 式 (4-29) ~ (4-32) より

$$\phi_{p-p} \leq \tilde{\phi}_{p-p} \quad (4-33)$$

$$\tilde{\phi}_{p-p} = \Delta + [1/S_r + 1] \cdot |\varepsilon| + S_r \quad (4-34)$$

が得られる。式 (4-34) 右辺の第 1 項は出力位相の制御がステップ関数的に行われるために生ずる量子化雑音成分である。第 2 項は入力と DPLL クロック源の間に周波数差 (ε) が存在するため, 現れる成分である。更に, 第 3 項は入力位相に含まれるスタックジッタに出力位相が追従する結果, 生ずる成分である。

ここで, 第 1 項と第 2 項は LPLL には見られない, DPLL 固有のジッタ要素である。

又, 式 (4-15) から明らかのように, 第 2 項と第 3 項の影響は Δ を超えることはない。その

結果、勾配過負荷しないときの出力ジッタの P - ρ 値は 2Δ 以下であり、 Δ を小さくすることにより、ジッタ抑圧度を良好なものにする事ができる。

次に DPL 出力ジッタの交流電力値 ϕ_{rms} を計算する。スタット率 S_r 、及び、周波数差 ε が一定のとき、初期状態 τ_i , $\tau_i(0)^+$, $\theta_i(\tau_i(0)^+)$ が決まると出力ジッタ波形は一意的に定まる。ここで、これら初期状態を確率変数と考えることにより、出力ジッタ $\phi_o(t)$ は確率過程とみなすことができる。しかも、ある特定の初期状態 ⁽²⁶⁾ を持った出力ジッタの見本信号が他の見本信号より生起しやすい、又は、生起しにくいとは考えられないから、全ての出力ジッタの見本信号には等しい生起確率密度が定義さ

れていると仮定して良い。その結果、任意の
 出力ジッタ見本信号と、それを任意時間だけ
 平行移動して得られる見本信号とは等しい生
 起確率密度を持っており、この確率過程は定
 常であるとみなすことができる。よって、時
 刻0における出力ジッタ $\phi_0(t)$ の分散を計算す
 ることにより、 ϕ_{rms} を求めることができる（ウ
 イーナ・キンチンの定理⁽²⁶⁾による）。そのために
 まず、確率変数 $\tau, \theta_i(\tau)$ の変域と確率
 密度を求める。 τ と $\theta_i(\tau)$ は独立に分布す
 るのではなく、それらの変域には以下に示す
 関係がある。

$$(i) \quad \theta_i(\tau) + [1/S_r] \cdot S_r \leq 1 \quad \text{のとき}$$

$\tau(x)^-$ の定義と式(4-7)から明らかのように

$\tau(0)^+$ は時刻0に最も近くで行われたスタック

フィッシング時点である。 $\theta_i(\tau(0)^+)$ が (i) の条件を満たしているとき、 $\tau(0)^+$ の $[1/S_r]$ フレーム後では、スタッフフィッシングが行われず、 $[1/S_r] + 1$ フレーム後でスタッフフィッシングが行われる⁽⁹⁾。その結果、式 (4-35) が成立する。

$$- ([1/S_r] + 1) < \tau(0)^+ \quad (4-35)$$

(ii) $\theta_i(\tau(0)^+) + [1/S_r] \cdot S_r > 1$ のとき

このとき、 $\tau(0)^+$ の $[1/S_r]$ フレーム後では、スタッフフィッシングが行われるから

$$- [1/S_r] < \tau(0)^+ \quad (4-36)$$

記号を簡単にするため、次のような置換を行う。

$$\left. \begin{aligned} \tau(0)^+ &= -\nu \\ \theta_i(\tau(0)^+) &= \theta \\ [1/S_r] &= i \end{aligned} \right\} \quad (4-37)$$

ζ が $\tau(0)^+$, $\theta_i(\tau(0)^+)$ と全く独立な変数であること

と、又、式 (4-2) (4-8) (4-19) (4-35) (4-36) を用い

ることにより、変数 ζ , ν , θ の変域 V は、

式 (4-38) で与えられる。

変域 V

$$0 \leq \zeta < \Delta$$

$$0 \leq \theta \leq 1 - i \cdot S_r \quad \text{のとき,} \quad 0 \leq \nu < i+1 \quad \left. \vphantom{0 \leq \theta \leq 1 - i \cdot S_r} \right\} (4-38)$$

$$1 - i \cdot S_r < \theta < S_r \quad \text{のとき,} \quad 0 \leq \nu < i$$

変数 ζ , ν , θ の確率密度関数を $p(\zeta, \nu, \theta)$

とする。確率密度関数の定義から

$$\iiint_V p(\zeta, \nu, \theta) d\zeta d\nu d\theta = 1 \quad (4-39)$$

出力ジッタの名見本信号は、等確率密度で生

起すると仮定しているから、確率変数は V 内

で一様分布している。よって、

$$\left. \begin{aligned} p(\zeta, \nu, \theta) &= 1/\Delta \\ \text{但し, } \zeta, \nu, \theta &\in V \end{aligned} \right\} \quad (4-40)$$

一方, 式 (4-29) より

$$\phi_0(0) = \Delta - \zeta - \varepsilon \nu + \theta \quad (4-41)$$

式 (4-40) (4-41) を用いて $\phi_0(0)$ のアンサンブル平均 $E\{\phi_0(0)\}$ を求める。

$$\begin{aligned} E\{\phi_0(0)\} &= \iiint_V \phi_0(0) p(\zeta, \nu, \theta) d\zeta d\nu d\theta \\ &= \Delta/2 - \varepsilon \cdot \alpha + \gamma \end{aligned} \quad (4-42)$$

ここで数式を簡単にするため, ν, θ のアンサンブル平均を, α, γ で表した。即ち

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= E\{\nu\} \\ &= \{2i + 1 - i(i+1) S_r\} / 2 \\ \gamma &= E\{\theta\} \\ &= \{(1 - i S_r)^2 + i S_r^2\} / 2 \end{aligned} \right\} \quad (4-43)$$

次に、 $\phi_0(t)$ の分散を計算し、 $\phi_{0\text{rms}}$ を求める。

$$\begin{aligned}
 \phi_{0\text{rms}}^2 &= E \left\{ (\phi_0(t) - E\{\phi_0(t)\})^2 \right\} \\
 &= E \left\{ (\zeta - \Delta/2)^2 \right\} + \varepsilon^2 \cdot E \left\{ (\nu - \alpha)^2 \right\} \\
 &\quad + E \left\{ (\theta - \gamma)^2 \right\} - 2\varepsilon \cdot E \left\{ (\nu - \alpha)(\theta - \gamma) \right\} \\
 &\quad + 2\varepsilon \cdot E \left\{ (\zeta - \Delta/2)(\nu - \alpha) \right\} \\
 &\quad - 2E \left\{ (\zeta - \Delta/2)(\theta - \gamma) \right\} \quad (4-44)
 \end{aligned}$$

式(4-40)を用いて、式(4-44)の各項を計算する。その結果

$$\phi_{0\text{rms}} = \sqrt{\frac{\Delta^2}{12} + \varepsilon^2 \mu + \nu - 2\varepsilon \omega} \quad (4-45)$$

但し、 μ 、 ν 、 ω は式(4-46)で定義されている。

$$\begin{aligned}
 \mu &= E \left\{ (\nu - \alpha)^2 \right\} \\
 &= \left\{ (3i^2 + 3i + 1)(1 - iS_r) + i^3 S_r \right\} / 3 - \alpha^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \nu &= E \left\{ (\theta - \gamma)^2 \right\} \\
 &= \left\{ (1 - iS_r)^3 + i S_r^3 \right\} / 3 - \gamma^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega &= E \{ (\nu - \alpha)(\theta - \gamma) \} \\ &= \{ i^2 S_r^2 + (2i+1)(1-iS_r)^2 \} / 4 - \alpha\gamma \end{aligned}$$

以上 (4-46)

$S_r \ll 1$ のとき，次の近似ができる。

$$i \approx 1 / S_r \quad (4-47)$$

式 (4-47) を用いて，式 (4-45) を簡単化する

と，式 (4-48) が得られる。

$$\phi_{0 \text{ rms}} \approx \sqrt{\frac{1}{12} \left(\Delta^2 + \frac{\varepsilon^2}{S_r^2} + S_r^2 \right)} \quad (4-48)$$

式 (4-48) の平方根内の各項は，それぞれ，式

(4-34) 右辺の各項に対応しており，それらの

発生原因も先に説明した通りである。

4.3 節 計算機シミュレーションの説明

スタック率が式(4-15)を満足しない場合、及び、DPLLの中に可逆カウンタを含む場合には、DPLLの出カジッタを時間関数として陽に表現できないため、厳密な理論解析を行うことは困難である。そこで、この場合の検討を行うために、計算機シミュレーションを行い、得られた数値解を基にジッタ抑圧特性の考察を行うことにする。本節では、計算機シミュレーションについての説明を行うことにする。

スタック率が式(4-15)を満足しない場合、可逆カウンタを含むDPLLのみならず、それを含まない系においても、一般に、勾配過負荷が起こる。そこで、このような場合を、

スタック率が勾配過負荷領域にあると呼ぶことにする。

初期状態，及び，各パラメータを具体的に数値で与えると，スタックジッタを含む入力位相 $\hat{\phi}_0(t)$ が定まり，その結果，DPLLの出力位相 $\hat{\phi}_o(t)$ を初期時刻から，逐次的に決定することができる。この過程をフローチャート（図4-1）に示したように計算機を用いて模擬し，出カジッタを求めた。ここで，初めの約1000フレームは過渡状態にあるとして，出カジッタの計算から除外し，その後の約5000フレームについて，出カジッタのp-p値 ϕ_{p-p} と交流電力値 ϕ_{rms} を求めた。

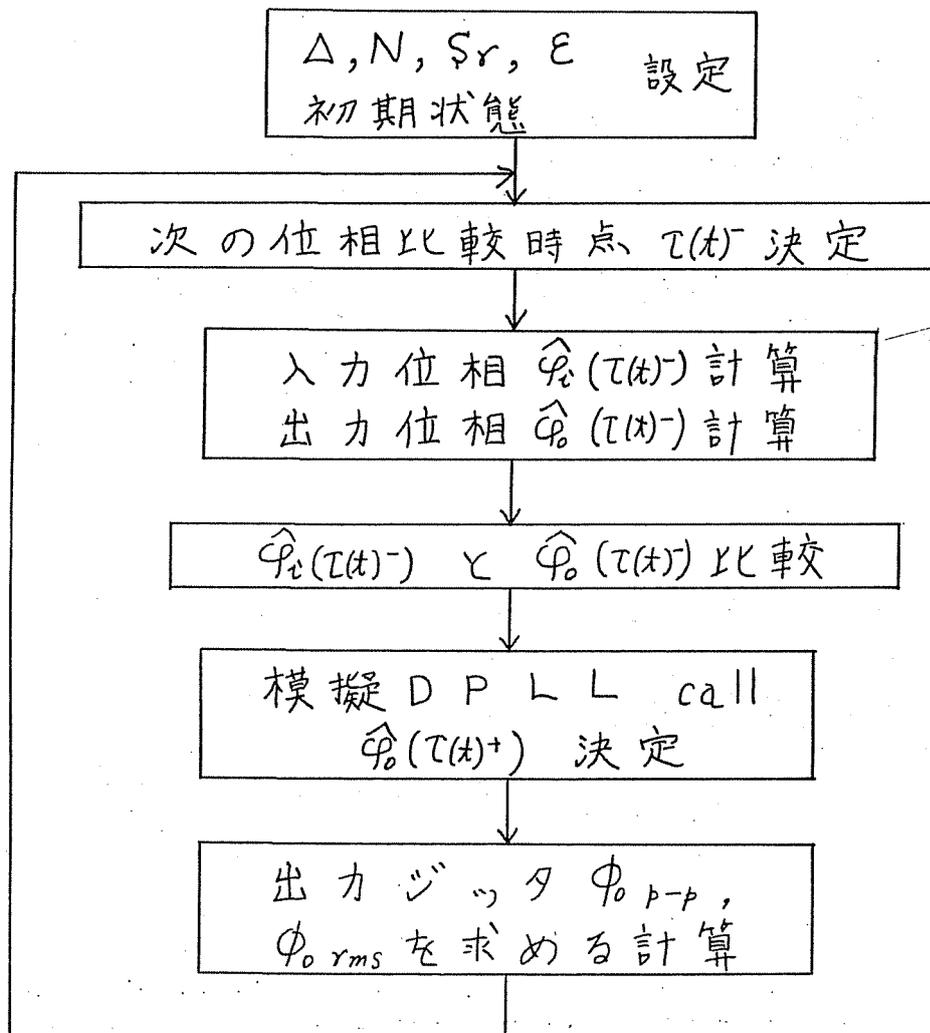


図 4-1 計算機シミュレーションの
フローチャート

4. 4 節 数値計算結果に対する考察

本節では、4. 2 節で導いた理論式、及び、4. 3 節で説明した計算機シミュレーションによって求められた数値結果をもとに、DPL のジッタ抑圧特性に考察を加える。

図 4-2 に $\Delta = 1/4$ 、 $1/8$ の場合について、理論計算により得られた出力ジッタの p-p 値の上限 $\tilde{\phi}_{o\ p-p}$ と交流電力値 $\phi_{o\ rms}$ (式 (4-34)、(4-45)) を示す。4. 2 節で行った解析が正しいことを確認するため、計算機シミュレーションを行い、その結果を同図にプロットした。理論値とシミュレーション値が極めて良く一致していることから、4. 2 節で行った理論計算の妥当性が確認され、更に、式 (4-34) で与えられる $\tilde{\phi}_{o\ p-p}$ は p-p 値 $\phi_{o\ p-p}$ と、ほぼ

同じ値を取ることが分かる。又、 $\Delta = 1/4$ と
 $\Delta = 1/8$ の特性を比較すると、 Δ を小さくす
ることにより、DPLLのジッタ抑圧効果を
改善できることが確かめられた。一方、同図
から明らかのように、スタツフ率に対し出力
ジッタは大きな変化をしていない。これは、
式(4-15)が成立しているとき、スタツフ率に
よって変化しない量子化雑音成分(式(4-34)
の右辺第1項、及び、式(4-45)の平方根内の
第1項)が、出力ジッタの大きな割合を占め
ているためである。そこで、スタツフ率を均
配過負荷しない領域に定めるとスタツフ率の
僅かな変動に対し、出力ジッタが急激に悪化
することが無く、スタツフ率の揺らぎに対し、
比較的強い系が得られる。このことは、通常

のLP LLには見られない特徴であり，本論文で提案したDP LLが持っている利点の一つである。

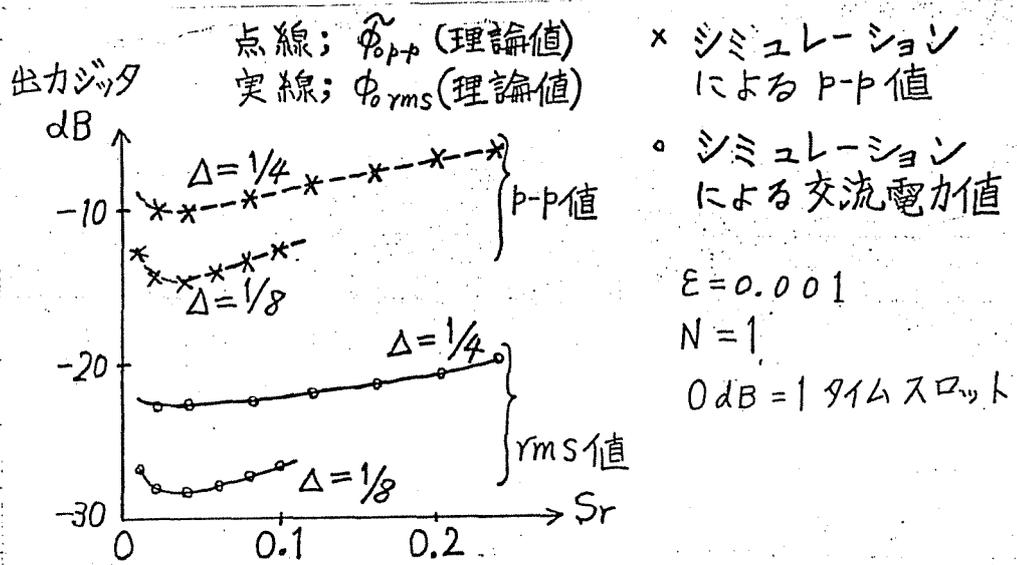


図4-2 勾配超過負荷しないときのDP LL出力ジッタ

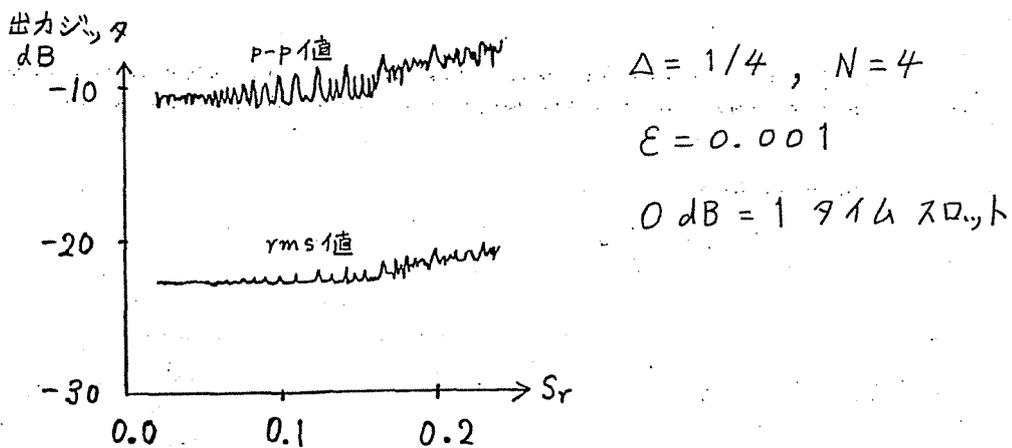


図4-3 スタッフ率が式(4-15)を満足する範囲における可逆カウンタを含むDP LL出力ジッタ(シミュレーション値)

図 4-3 にスタック率が式 (4-15) を満足する範囲における、可逆カウシタを含む DPLL の出力ジッタ特性を示す。ここで、 $\Delta = 1/4$ 、可逆カウシタの段数 N は 4 である。図 4-2 に示した、可逆カウシタを含まない系の特性と比較するとジッタ抑圧特性はあまり改善されていない。これは先に述べた、出力ジッタの大きな割合を占めている量子化雑音成分に対し、可逆カウシタには全く抑圧作用が無いためである。又、このことから、 N をより大きな値に定めても、ジッタ抑圧効果はそれほど良好にならないことが分かる。一方、出力ジッタにはピークが現れるが、いずれのピークも、その振幅は大きくない。そのため、スタック率の僅かな変動に対し、出力ジッタが大

大きく変化することは無い。

次にスタツフ率が大きな値を取り、勾配過負荷領域にある場合についての検討を行う。

図4-4にこのようなスタツフ率に対する可逆カウンタを含まない(図3-1で $N=1$)DPLLの出カジツタ特性を示した。又、可逆カウンタによる抑圧効果、及び、その影響を調べるため、これらをパラメータとしたときの出カジツタ特性を図4-5～図4-10に示した。

図4-5～図4-10は全てシミュレーション結果であり、 $0\text{ dB} = 1$ タイムスロットとしている。

図4-5～図4-10ではグラフを見やすくするため、一例としてスタツフ率が0.21付近の数値結果について、横軸を拡大して画いている。

又、更に、従来の位相制御回路との比較を

行うため、LPLLのジッタ抑圧特性⁽¹¹⁾ (交流電力値) を計算し、図4-11に示した。ここでLPLLは1次低域フィルタ特性を持ち $(1/(1+jf/f_c))$ 、フレーム周波数で規格化されたカットオフ周波数 f_c は0.004とする。

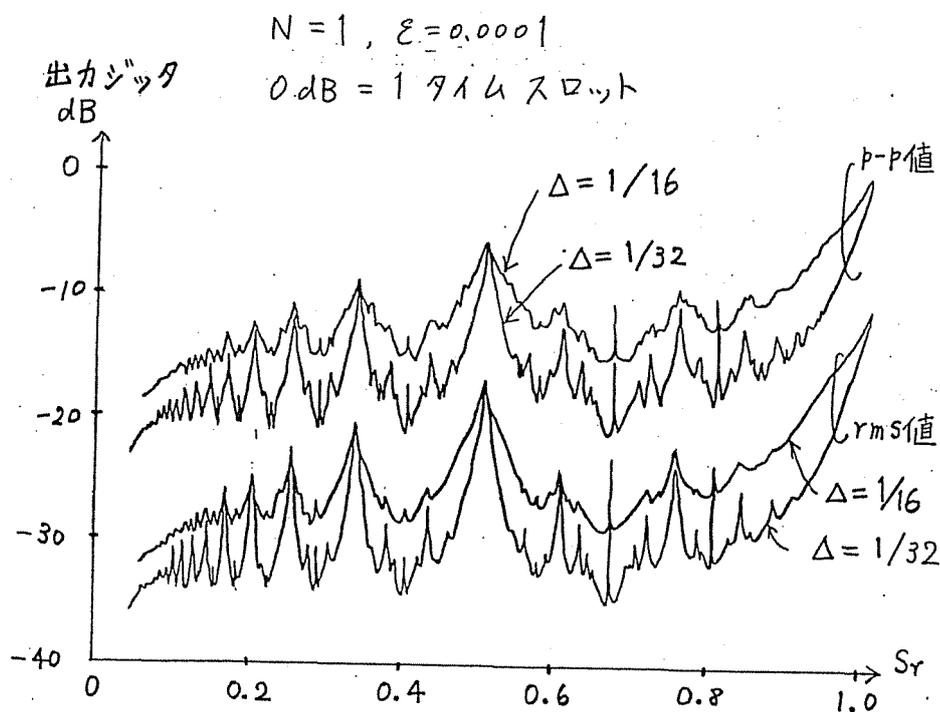


図4-4 スタッフ率が勾配過負荷領域に在るときDPLL出力ジッタ(1)

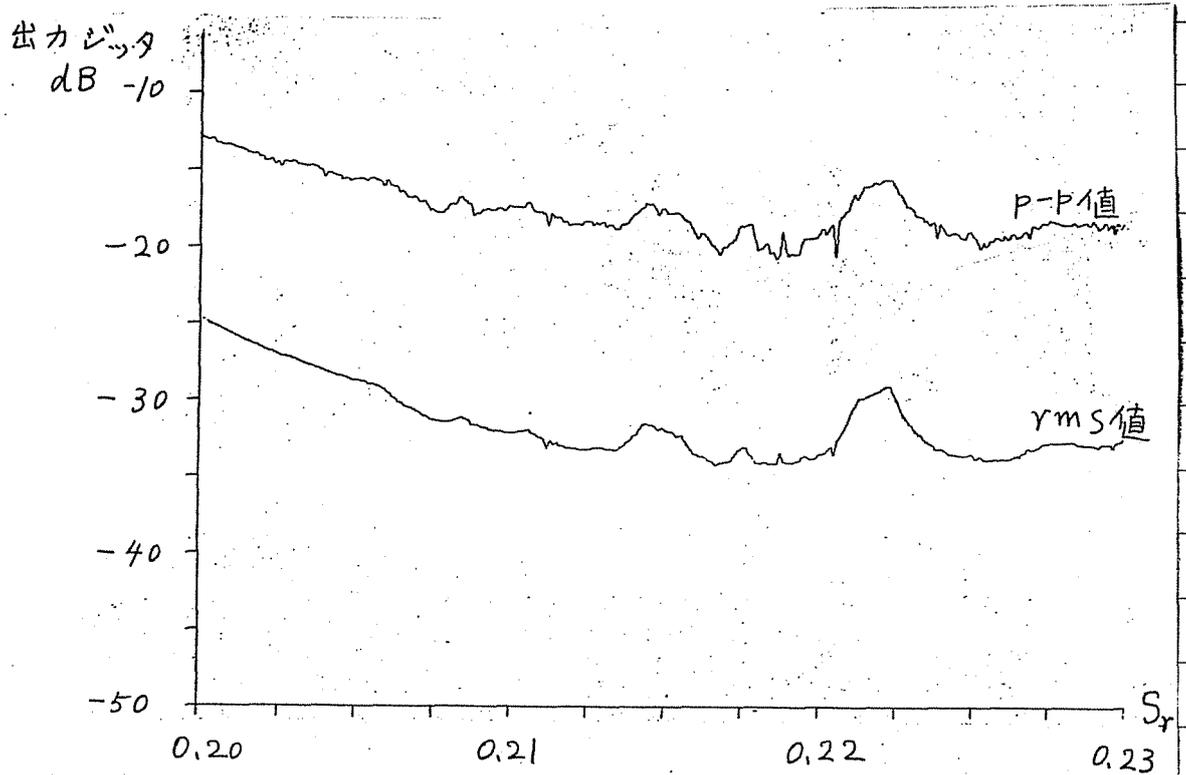


図4-5 スタッフ率が勾配超過負荷領域に在るとき
のDPLL出力ジッタ(2)

$$\Delta = 1/32, N = 1, \varepsilon = 0.001$$

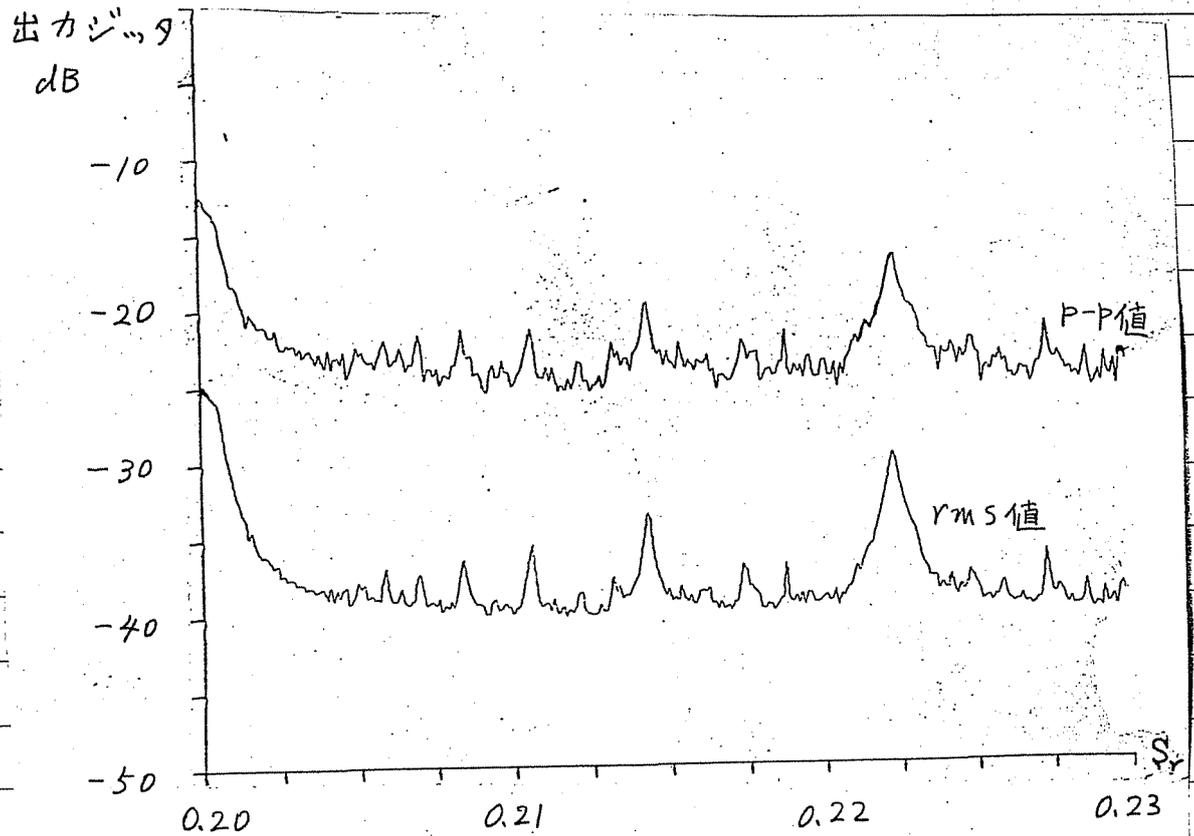


図4-6 スタッフ率が勾配超過負荷領域に在るとき の DPLL 出カジッタ(3)

$$\Delta = 1/32, N = 4, \varepsilon = 0.001$$

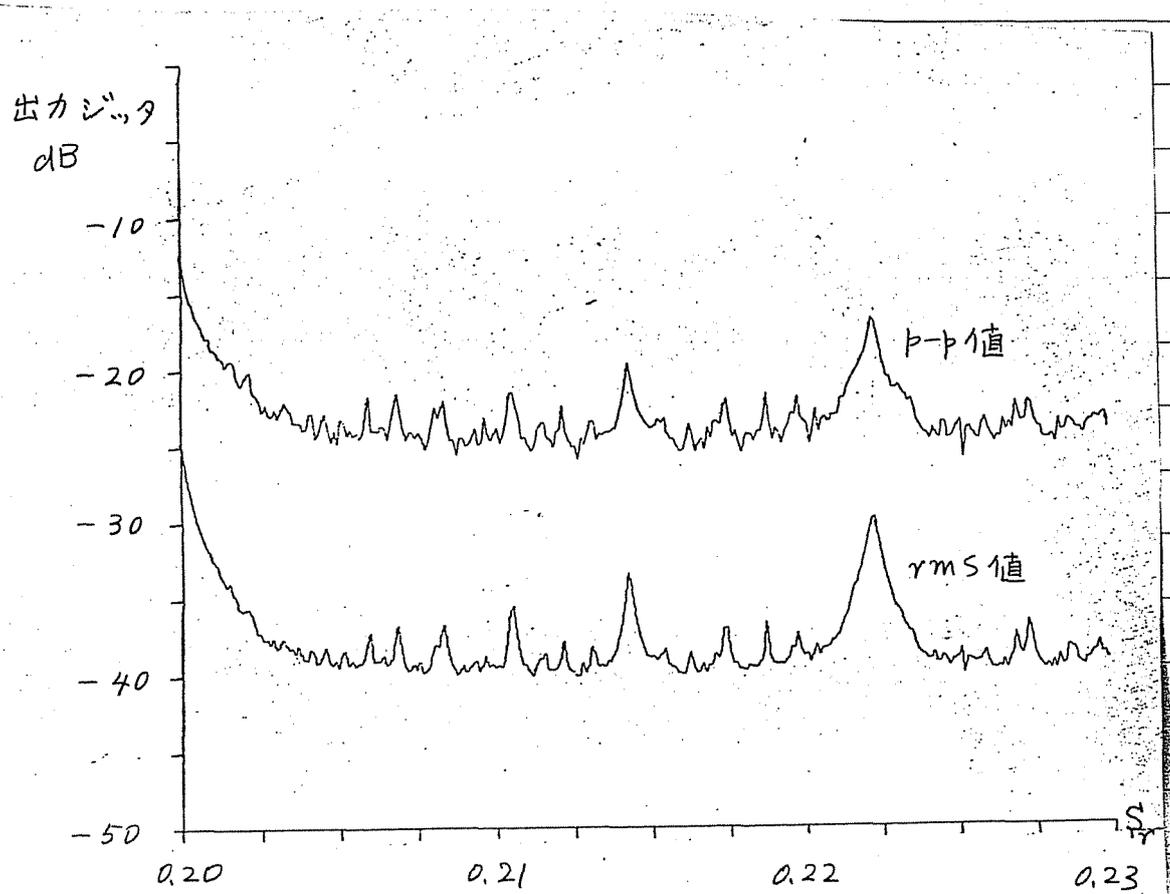


図4-7 スタック率が勾配超過負荷領域に
在るときのDPLL出カジッタ(4)

$$\Delta = 1/32, N = 4, \varepsilon = -0.001$$

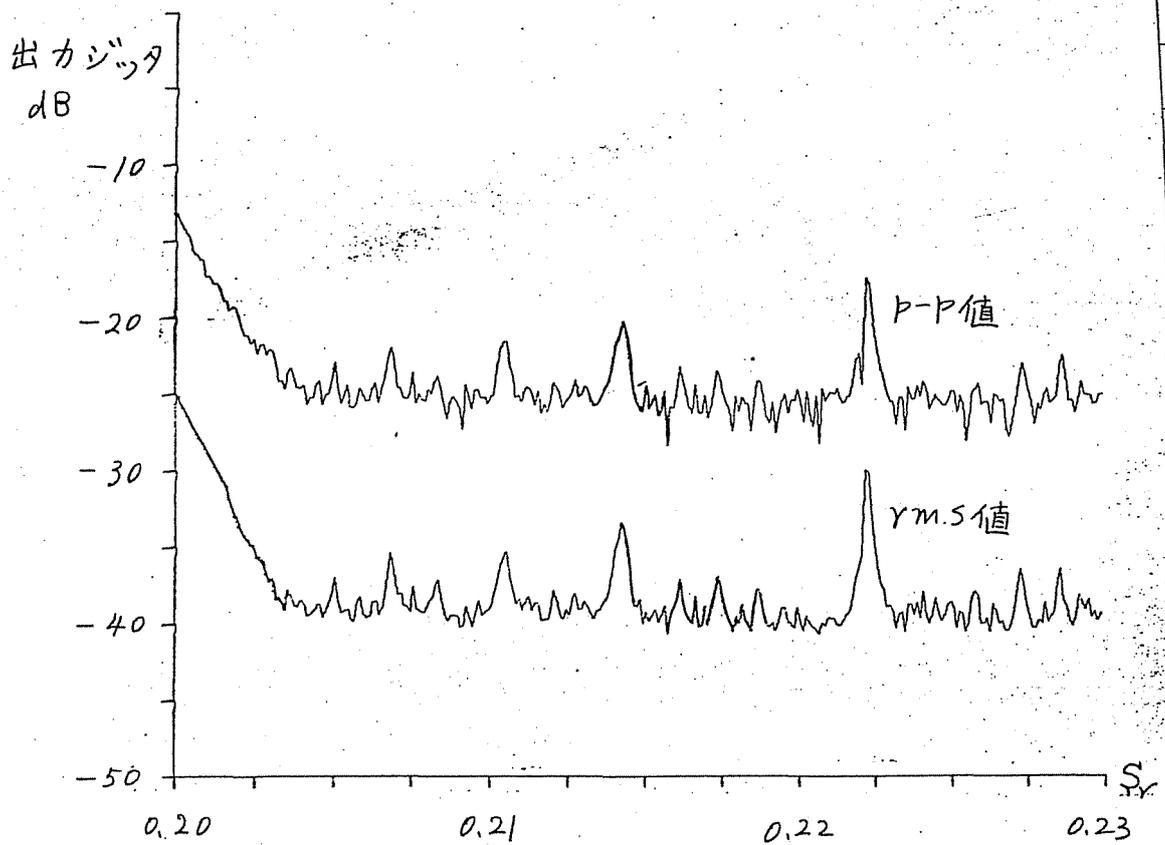


図4-8 スタッフ率が勾配已過負荷領域に在るときのDPLL出カジッタ(5)

$$\Delta = 1/32, N = 4, \epsilon = 0.0001$$

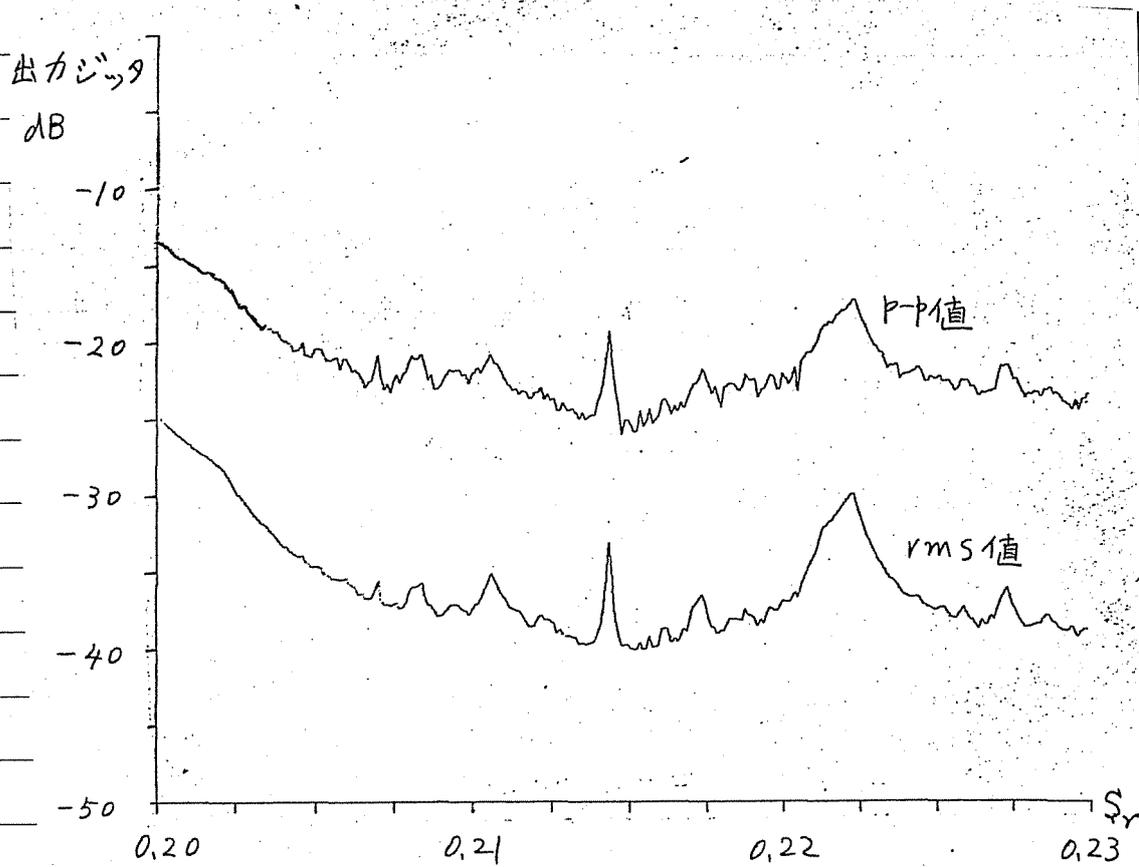


図4-9 スタッフ率が勾配過負荷領域に
存するときの DPLL 出力ジッタ (b)

$$\Delta = 1/64, N = 1, \varepsilon = 0.001$$

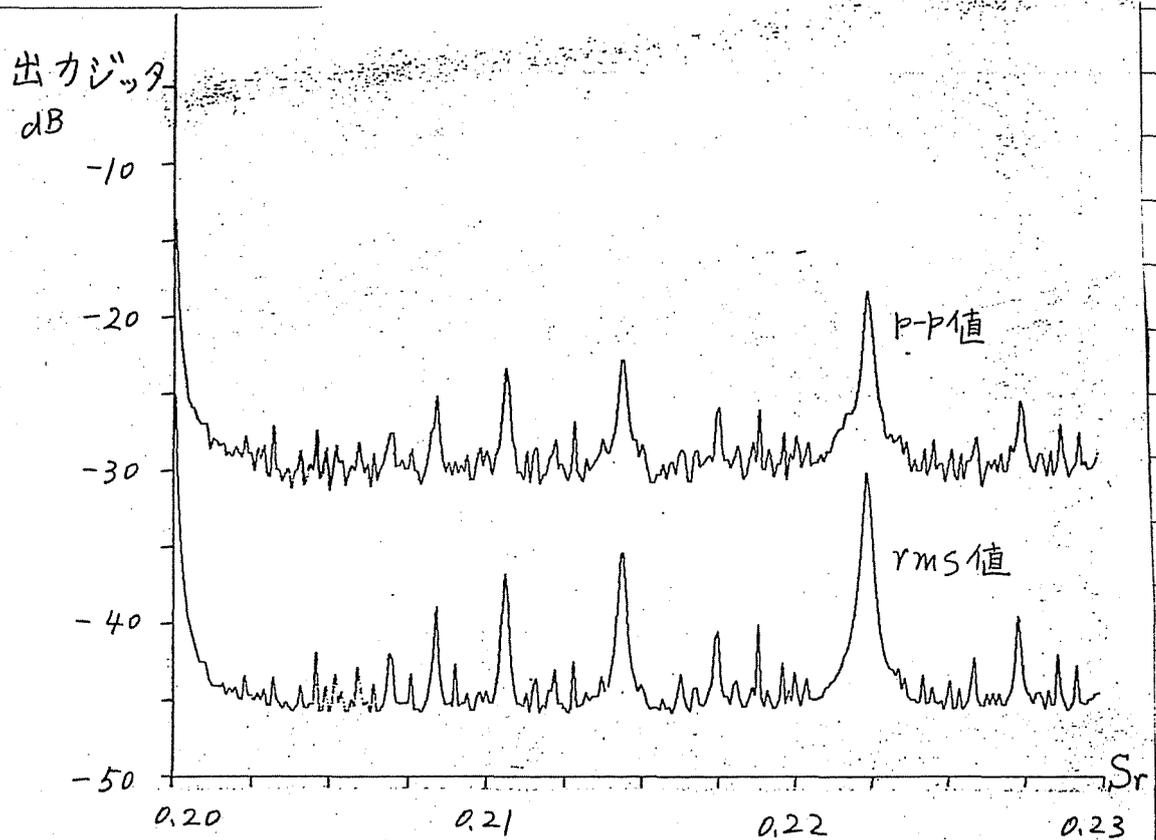


図4-10 スタック率が不均配過負荷領域に
在るときのDPLL出カジッタ(7)
 $\Delta = 1/64$, $N = 4$, $\varepsilon = 0.0007$

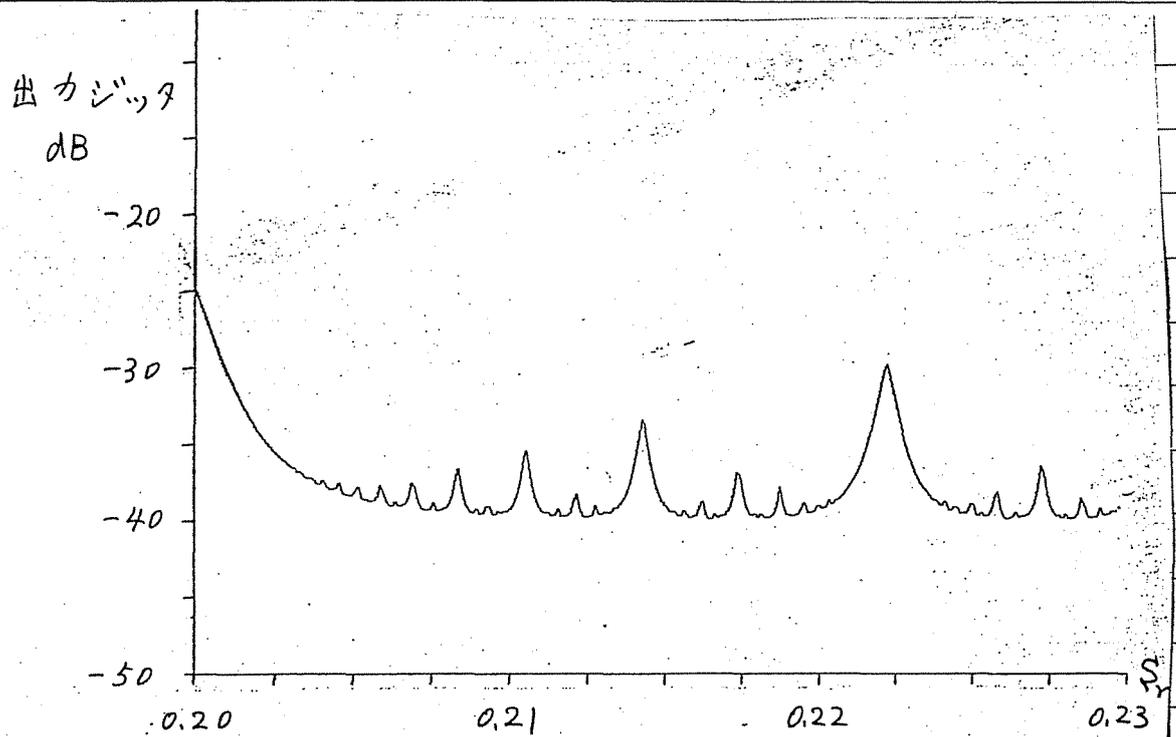


図4-11 LPLL (1次遅れ系) によるスタック
ジッタ抑圧特性 (rms値)

(フレーム周波数で正規化されたカット
オフ周波数 0.004)

図 4-4 ~ 図 4-10 のグラフから、以下の結論が得られる。DPLL の出力ジッタには大きなピークが現れ、スタック率の値によってジッタ抑圧効果は著しく異なっている。特に、スタック率が簡単な整数比（例えば、 $0.2 = 1/5$ 、 $0.5 = 1/2$ ）近傍に在るときには、著しいピークが存在する。しかも、このようなピークが現れるスタック率においては、 Δ 、 N を変えても特性は改善されない。そのため、スタック率を適当な値に定めることが、ジッタを抑圧する上で重要なことになる。次に、DPLL の出力ジッタにこのような、ピークが現れることに関して定性的な検討を行う。

図 2-4 に示した通り、スタックジッタは三角波から成る無数の低周波成分を含んでいる

が、文献9で近藤が述べているように、それぞれの成分の振幅と周期はスタック率によって一意的に定まる。出カジッタにピークが現れるスタック率に関して低周波成分の振幅と周期を求めると、これらの成分の中に必ず、振幅が Δ に比べ、かなり大きく、且、周期が極めて長い三角波が存在している。例えば、スタック率0.5付近で出カジッタは大きなピークを持つが(図4-4)、ここでは、スタック率の一次低周波成分の振幅が、ほぼ0.5タイムスロットを取り、その周期はスタック率が0.5に近付くにつれて、無限に長くなる。又、スタック率 $2/9 = 0.222\dots$ (図4-6) 付近においては、二次の低周波成分の振幅が、ほぼ $1/9$ タイムスロット、そ

の周期は、スタツフ率が $2/9$ に近づくにつれて、無限に長くなる。このような振幅が大きく、且、周期の極めて長い三角波成分（時間的にゆっくり変化する成分）が DPLL により抑圧されないことが、出カジツタにピークを生ずる理由であると考えられる。このことから DPLL をジツタ抑圧装置に用いるスタツフ多重変換系において、スタツフ率の値を決定するときには、スタツフジツタの低周波成分の中にこのような振幅が大きく、且、周期の長い三角波が存在しない区間に、その値を定める必要がある。

更に、LPLL のスタツフジツタ抑圧特性⁽¹¹⁾と比較することにより、次のことが分かる。

DPLL の出カジツタがスタツフ率 0.5 につ

1) 対称でないことは L P L L の特性と異なっている。しかし、図 4-11、或は、文献 11 の結果と比較すると分かるように、D P L L の出カジッタに大きなピークを生ずるスタツフ率においては、L P L L も大きなピークを生ずる。又、同じことであるが L P L L が良好なジッタ抑圧特性を示すスタツフ率（出カジッタの谷間の部分）では、D P L L も良好な特性を示している。D P L L と L P L L とで、出カジッタのピーク位置が一致するのはスタツフジッタの中に含まれている振幅が大きく、且、周期の長い低周波成分が、いずれの P L L によっても抑圧されないためと思われる。

又、図 4-5 ~ 図 4-10 からスタツフ率が過配過負荷領域にある場合、出カジッタにピー

クを生じないスタック率においては、 Δ を小さくするだけでなく、可逆カウンタの段数 N を大きくすることによっても、ジッタ抑圧効果が改善されることが分かる。

更に、同期範囲内にある限り、ジッタ抑圧特性に対して ω (フレーム周波数で正規化された低次群クロックと DPLL クロック源の周波数差) は大きな影響を与えないと考えることができる。

以上の数値計算によって得られた、DPLL のジッタ抑圧特性から、設計パラメータの一つであるスタック率の選択に関して以下のことが言える。

まず式 (4-15) が成立している領域では、スタック率の変化に対して出力ジッタが急激な

変化をしないことから、スタック率はこの範囲内でかなり自由に選ぶことができる。一方、勾配過負荷領域においては、DPLLとLP LLのピーク位置が一致することから、LP LLが良好な特性を示す範囲にスタック率を定めるべきであると言えることができる。

これらのことから、スタック多重変換系の位相制御回路をDPLLからLP LLに置換する場合にも、スタック率の変更を必要としないことが分かる。その結果、スタック率とジッタ抑圧特性との関係から、DPLLはLP LLとの互換性に富んでいるという重要な結論が得られる。

4.5節 結 言

本章では、理論計算と計算機シミュレーションにより、DPLLのスタッフジッタ抑圧特性に詳細な検討を行った。

本章で得られた最も重要な結論は位相制御回路をLPLLからDPLLに置換する際にもスタッフ率の変更が必要無いことである。

スタッフ率はスタッフ同期化クロックパルスの周波数によって定まるため、スタッフ率を変更することは、多重変換系全体に影響を与えることになる。しかし、位相制御回路をLPLLから、本論文で述べたDPLLに置換えるときにも、スタッフ率の変更を要しないことにより、スタッフ多重変換系に大きな影響を与えず、この置換が可能であるというこ

とができる。このことは、DPLLをPCM
通信系に適用する上で、重要な、しかも、好
都合なことである。

第 2 編

ビタビ (Viterbi) 識別器を用いた

最適受信

第5章 ビタビ識別器の説明, 及び, 問題点の提示

5.1 節 序 言

本章より第8章までは、ビタビ識別器を用いた最適受信の問題を検討する。ここで考察する伝送系は音声帯域データ通信系である。音声帯域データ通信とは、序論でも述べたようにコンピュータの計算結果等のデータ情報を既存の音声帯域電話回線を媒体として伝送を行う通信系である。この点が同じデジタル通信系であつても前章まで取扱つてきたPCM通信とは異なつてゐる。

本章では第6章以降における理論展開の準備として、ビタビ識別器の動作とその特徴を簡単に説明し、ビタビ識別器を実用化する際

の問題点を明らかにする。

まず、5.2節で、伝送系を等価的にディジタルPAM基帯域伝送系にモデル化している。続く、5.3節では、ビット識別器の働きを説明している。最後に、5.4節では、ビット識別器が他の受信系に比べ、より優れた特性を示すことを文献を引用することによって、明らかにしている。しかし、同時に、この識別器を実用化するには、解決しなければならない問題があることを述べている。

5.2 節 伝送系のモデル化

ビット識別器を含むデータ通信系を図5-1

のようなデジタルPAM基底帯域伝送系に

モデル化する。実際の音声帯域データ通信系

では、変調が行われ、基底帯域伝送が行われる

ことは無い。しかし、高速なデータ通信系で

は、帯域を有効に利用するため、通常、振幅変

調が用いられる。振幅変調によって伝送が行

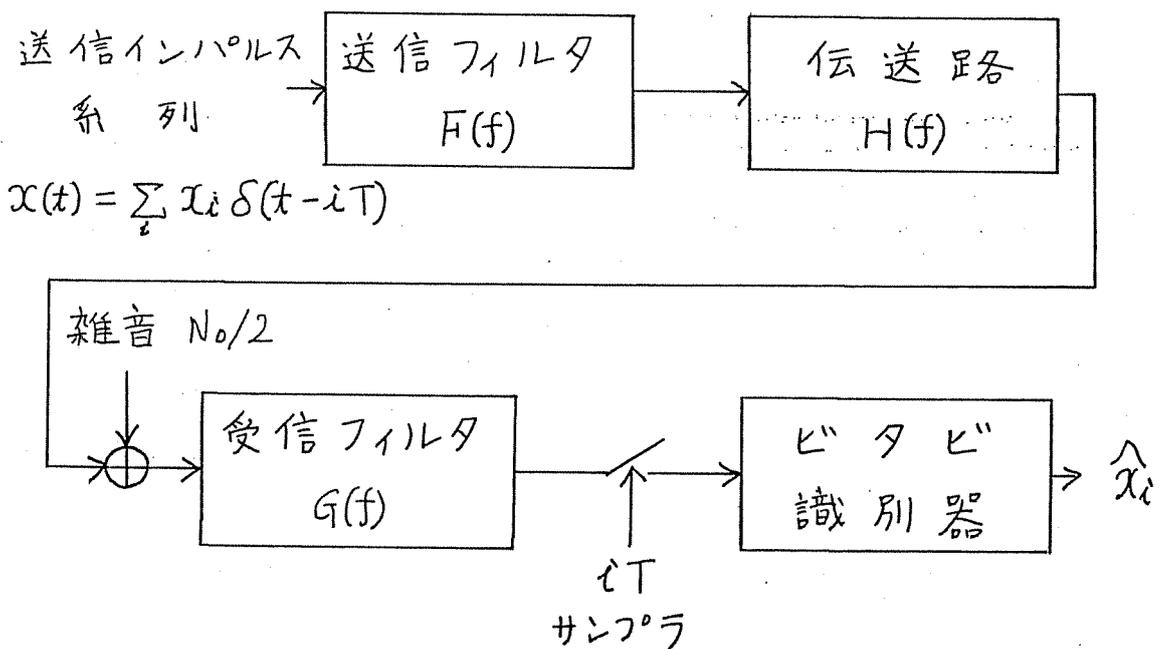


図5-1 デジタルPAM基底帯域伝送系モデル

われている系では，周波数の平行移動により，
等価的に基底帯域伝送系にモデル化すること
が可能である^(3b)。本論文では，振幅変調方式を
用いることを前提としているため，図5-1の
ように基底帯域伝送系にモデル化し，理論を
展開して良い。次に，必要となる記号を定義
し，幾つかの仮定を行う。

$F(f)$: 送信フィルタの周波数特性

$H(f)$: 伝送路の周波数特性

$G(f)$: 受信フィルタの周波数特性

T : 送信される各シンボルの時間間隔

x_i : 時刻 iT において送信された送信符号。

各 x_i は $(M-1)/2, (M-3)/2, \dots, (1-M)/2$

なる異なる M 個のレベルを等確率で取

ると仮定する。そして， x_i より成る系

列は離散時間定常白色確率過程である

とする。又、その分散を σ_x^2 と表わす。

$$\begin{aligned} \text{即ち } \sigma_x^2 &\triangleq E\{x_i^2\} \\ &= (M^2 - 1) / 12 \quad (5-1) \end{aligned}$$

送信側では x_i により作られたインパルス

系列 $x(t) = \sum x_i \delta(t - iT)$ が送信

フィルタを通して伝送路に送られてい

ると考えよ。

\hat{x}_i : 時刻 iT において送られた符号をビタ

ビ識別器は \hat{x}_i であると識別している

ビタビ識別器は送信フィルタ ($F(t)$) から受信

フィルタ ($G(t)$) までのインパルス応答が $s(t)$

であるとみなして符号の識別を行う。 $s(t)$ の

サンプル時刻 iT における値を S_i と表わす。

$$\text{ここで, } S_i = 0 \quad i < 0, i \geq K \quad (5-2)$$

を仮定し

$$\{s_0, s_1, \dots, s_{k-1}\} \quad (5-3)$$

なる K 個の系列を DIR (Desired Impulse Response) と呼ぶ。⁽⁵¹⁾ 又, K のことを DIR の

長さと呼ぶことにする。本節以後, K を DIR

R の長さ以外の記号には用いない。そこで,

記号 " K " が用いられたときには, 特にことわ

りが無くとも, それは DIR の長さであると

考えて頂きたい。更に, K 次元の DIR ベク

トルを式 (5-4) で定義する。

$$S \triangleq [s_0, s_1, \dots, s_{k-1}]^T \quad (5-4)$$

式 (5-4) における $[\dots]^T$ は転置を表わす。ここ

で次の点に注意すべきである。それは, 実際

の伝送系 $F(z)H(z)G(z)$ のインパルス応答を時刻

iT でサンプルして得られる系列と DIR は,

一般に、僅かに異なっていることである。二つの系列の違いによる影響は後で定義されるビタビ識別器入力雑音成分に換算される。

又、伝送路から加わる雑音は定常白色で、その両側パワースペクトルを $N_0/2$ と表わす。

時刻 iT においてビタビ識別器に入力する値を x_i と表わす。このとき

$$y_i \triangleq \sum_{j=0}^{k-1} s_j x_{i-j} \quad (5-5)$$

で定義される y_i を用いると、 x_i は

$$x_i = y_i + n_i \quad (5-6)$$

で表わされる。 n_i はビタビ識別器入力雑音成分であり、次の二つの成分から成っている。

その一つは、伝送路から加わる雑音が受信フィルタ $G(f)$ を通過した成分である。もう一

つは、実際の伝送系 $F(f)H(f)G(f)$ のインパルス応答列が完全には、 DIR に等しくないために生ずる残留誤差成分である。ここで η_i は零平均定常確率過程であり、その分散を σ_n^2 で表わす。即ち

$$\sigma_n^2 \triangleq E\{\eta_i^2\} \quad (5-7)$$

更に、ビタビ識別器の動作の説明を容易にするため、以下の記号を定義する。

送信側から送られた全送信符号が、 x_0, x_1, \dots

$\dots x_N$ であると仮定する。 $(N+1)$ 次元の縦

ベクトル \mathbf{x} を式 (5-8) で定義し、これを送信

ベクトルと呼ぶ。今、 N を有限として考えて

いるが、 N が無限大になっても全くさしつか

えない。

$$\mathbf{x} \triangleq [x_0 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]^T \quad (5-8)$$

x に対応する信号ベクトル $y(x)$, 及び, 受信ベクトル z , 雑音ベクトル m を, それぞれ, 式 (5-9) (5-11) (5-12) で定義する。

$$y(x) \triangleq [y_0 \ y_1 \ y_2 \ \dots \dots \dots \ y_{N+K-1}]^T \quad (5-9)$$

各 y_i は式 (5-5) で定義されている。但し, 式 (5-9) で定義されている $y(x)$ を取扱う限りにおいて

$$x_i = 0 \quad i < 0, \ i > N \quad (5-10)$$

と考える。ここで, x が定まると $y(x)$ は一意的に定まり, 両ベクトルは 1対1 の対応をしている。

$$z \triangleq [z_0 \ z_1 \ z_2 \ \dots \dots \dots \ z_{N+K-1}]^T \quad (5-11)$$

z の各要素は式 (5-6) で与えられる。

$$m \triangleq [m_0 \ m_1 \ m_2 \ \dots \dots \dots \ m_{N+K-1}]^T \quad (5-12)$$

m の各要素 m_i は先に述べたビタビ識別器入

が雑音成分である。以上の定義と式(5-6)より

$$Z = Y(x) + n \quad (5-13)$$

が成立する。

送信ベクトル X が存在する $(N+1)$ 次元空間を送信空間と呼び、 X と表わす。又、信号ベクトル $Y(x)$ と受信ベクトル Z が存在する $(N+K)$ 次元空間を受信空間と呼び、 Z で表わす。

以上、当面必要になる記号の定義を行ったが、更に、新たな記号が必要なときには、そのつど定義する。

5.3 節 ビタビ識別器の識別過程

本節では、ビタビ識別器の識別過程を直観的に分かりやすく説明する。以下に述べる説明の他にも解説する方法があるが、それについては文献 49 を参照されたい。

ビタビ識別器は受信ベクトル \mathbf{z} を用いて、送信ベクトル \mathbf{x} を推定する装置であるが、この際、以下のように \mathbf{x} の推定が行われる。

受信空間 \mathcal{Z} において、受信ベクトル \mathbf{z} に最も近い距離（ユークリッド距離）にある信号ベクトル $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ を求める。そして、この $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ に対応する送信ベクトル \mathbf{x} の各要素から成る符号が送信されたと推定する。即ち

$$\min_{\mathbf{y}(\mathbf{x}) \in \mathcal{Z}} \|\mathbf{z} - \mathbf{y}(\mathbf{x})\|^2 = \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} \|\mathbf{z} - \mathbf{y}(\mathbf{x})\|^2 \quad (5-14)$$

(但し $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを表わす)

を満たす x を求めるのである。式 (5-14) を満たす x を求める際に、 x の取りうる全ての場
 合について、 $\|z - \gamma(x)\|^2$ の計算を行い、そ
 の中から、最小値を捜すとするならば、必要
 になる演算回数は M^{N+1} に比例して増大する。

この値は天文学的な値になり計算不能である。

そこで、ビタビ識別器は以下に示すようにダイ
 ナミック・プログラミング^{(74)~(76)}の技法を用
 いて再帰的に送信符号の識別を行っている。

ここでは、簡単な説明に止めるので、詳しくは
 ビタビ・アルゴリズムを解説した文献⁽⁴⁹⁾、或は、
 ダイナミック・プログラミングを用いた状態
 推定に関する論文⁽⁷⁹⁾を参照されたい。

まず、必要になる記号を定義する。

K 個の送信符号から成る系列 u_k を式 (5-15) で

定義する。

$$u_r \triangleq (x_r, x_{r-1}, \dots, x_{r-k+1}) \quad 0 \leq r \leq N+k-1$$

$$\text{但し } x_i = 0 \quad i < 0, i > N$$

(5-15)

x_r は異なる M 個の状態を取りうるから、初期時刻 ($r=0$)、及び、最終時刻 ($r=N+k-1$) 近傍を除き、 u_r は異なる M^k 個の状態を取りうる。

それら各状態を新たな変数を用いて、 $u_r(j)$

と表わす。 $u_r(j)$ の 1 番目 \sim ($k-1$) 番目の要

素が、それぞれ、 $u_{r+1}(j')$ の 2 番目 \sim k 番

目の要素に等しいとき、

$$u_r(j) = \left(\begin{array}{cccc|c} x_r & x_{r-1} & \dots & x_{r-k+2} & x_{r-k+1} \\ \downarrow & \downarrow & \dots & \downarrow & \\ x_{r+1} & x_r & x_{r-1} & \dots & x_{r-k+2} \end{array} \right) \quad (5-16)$$

等しい

$u_r(j)$ から $u_{r+1}(j')$ へは遷移可能であるという。

又、 u_r から成る系列を式 (5-17) のように定義

する。

$$U^{(k)} \triangleq (u_0(j_0), u_1(j_1), \dots, u_L(j_L)) \quad (5-17)$$

ここで、全ての長について $u_R(j_R)$ から $u_{R+1}(j_{R+1})$

へは遷移可能であるとする。

このとき、 X と $U^{(N+K-1)}$ は 1対1 の対応がある。

このことから、 X を推定することを $U^{(N+K-1)}$ の

推定に置換えることが可能である。更に、式

(5-18) を定義する。

$$\lambda_i \triangleq (x_i - y_i)^2 \quad (5-18)$$

式 (5-5) より y_i と u_i は 1対1 対応をなしてい

る。そのため、 x_i が入力されたとき、 λ_i は u_i

によつてその値が定まる。そこで、 $u_i(j_i)$ に対

応する λ_i を $\lambda_i(u_i(j_i))$ と表わす。一方、

$$\|X - Y(X)\|^2 = \sum_{k=0}^{N+K-1} \lambda_k \quad (5-19)$$

が成立するから、式 (5-19) を最小化する系列

$U^{(N+K-1)}$ を求めることにより解が得られる。時

刻 i において $u_i(t)$ を取る系列 $U^{(i)}$ の中で、

$\sum_{k=0}^i \lambda_k$ を最小化する系列を $P(u_i(t))$ と表わ

す。そして、そのときの $\sum_{k=0}^i \lambda_k$ の値を $\Gamma(u_i(t))$

と表わす。即ち

$$\Gamma(u_i(t)) = \min_{u_e(m)} \sum_{e=0}^{i-1} \lambda_e(u_e(m)) + \lambda_i(u_i(t)) \quad (5-20)$$

但し、各 $u_e(m)$ から $u_{e+1}(m')$ へは遷移可能

とする。

$\Gamma(\cdot)$ の定義より、式 (5-19) を最小化する系列

$U^{(N+K-1)}$ は、 $\Gamma(u_{N+K-1}(t))$ を最小化する系列 $P(u_{N+K-1}(t))$ に他ならない。

今、時刻 i における全ての $u_i(t)$ に関して、

$P(u_i(t))$ と $\Gamma(u_i(t))$ が求められているとする。

このとき、次の定理によつて、時刻 $(i+1)$ に

おける $P(u_{i+1}(t))$ と $\Gamma(u_{i+1}(t))$ が得られる。

定理 5 - 1

$u_{i+1}(j')$ へ遷移可能な $u_i(m)$ の中から $\Gamma(u_i(m))$ が最小である $u_i(m)$ を求める。この $u_i(m)$ を $u_i(m)$ と置く、即ち

$$\Gamma(u_i(m)) = \min_{u_i(m)} \Gamma(u_i(m)) \quad (5-21)$$

このとき、系列 $P(u_i(m))$ に $u_{i+1}(j')$ を付加して得られる新たな系列が $P(u_{i+1}(j'))$ である。

証明

式 (5-20) より

$$\begin{aligned} \Gamma(u_{i+1}(j')) &= \min_{u_e(m)} \sum_{e=0}^i \lambda_e(u_e(m)) + \lambda_{i+1}(u_{i+1}(j')) \\ &= \min_{u_e(m)} \left(\sum_{e=0}^{i-1} \lambda_e(u_e(m)) + \lambda_i(u_i(m)) \right) \\ &\quad + \lambda_{i+1}(u_{i+1}(j')) \quad (5-22) \end{aligned}$$

但し、 $u_e(m)$ から $u_{e+1}(m)$ へは遷移可能

λ_i が与えられているとき、 $\lambda_e(u_e(m))$ は $u_e(m)$

のみによつて定まるから

$$\Gamma(U_{i+1}(j')) = \min_{U_e(m)} \sum_{e=0}^{i-1} \lambda_e(U_e(m)) + \min_{U_i(m)} \lambda_i(U_i(m)) + \lambda_{i+1}(U_{i+1}(j'))$$

更に、式(5-20)を用いると

$$\Gamma(U_{i+1}(j')) = \min_{U_i(m)} \Gamma(U_i(m)) + \lambda_{i+1}(U_{i+1}(j')) \quad (5-23)$$

式(5-23)より、 $\Gamma(U_{i+1}(j'))$ は $\Gamma(U_i(m))$ を最小に

する $U_i(m)$ によつて定まるから、定理 5-1 が証

明される。 (証明終り)

Σ_{i+1} が受信されたとき、定理 5-1 に基づき、全

ての $U_{i+1}(j')$ に関して $P(U_{i+1}(j'))$ と $\Gamma(U_{i+1}(j'))$ を求

める。各時刻毎に、このような再帰的な演算

を繰返すことによつて、最終時刻には式(5

-19) を最小にする系列 $U^{(N+K-1)}$ が定まる。

定理 5-1 に基づいて最適解を推定する計算法

はダイナミック・プログラミングの一応用例

である。このようにダイナミック・プログラミングの技法を用いて送信符号系列を推定するアルゴリズムをビタビ・アルゴリズム⁽⁴⁴⁾と呼び、この計算法に基づく識別器のことをビタビ識別器と言う。

ここで、各 U_k は異なる M^k 個の状態を取るから、定理 5-1 に示される演算を全ての $U_k(j)$ について行うには、各時刻毎に M^k に比例した計算が必要になる。このことから、ビタビ識別器が符号判定のため、各シンボル間隔 (T 秒) 毎に行わなければならない計算回数は M^k に比例することが分かる。

5. 4 節 ビタビ識別器の特長と その問題点

前節でビタビ識別器の動作を概説したが、
本節では、その特長と実用化する際の問題点
を明らかにする。

まず、送信符号が白色、等確率、且、ビタ
ビ識別器入力雑音成分 n_k が白色正規である場
合には、ビタビ識別器により、最尤推定値が得
られることを示す。今、ベクトル a が生起す
る確率密度を $p(a)$ と表わす。又、ベクトル b
が生起した条件下で a が生起する条件付確率
密度を $p(a|b)$ と表わす。式 (5-13) より

雑音ベクトルが m である確率密度は

$$\begin{aligned} p(m) &= p(z - y(x)) \\ &= p(z | y(x)) \end{aligned} \quad (5-24)$$

で表わされる。更に、 x と $y(x)$ が 1対1 の対応をすることと初等的な確率演算を行うことにより

$$\begin{aligned} p(m) &= p(z | x) \\ &= \frac{p(x | z) p(z)}{p(x)} \end{aligned} \quad (5-25)$$

が得られる。 m が白色正規であることを仮定しているから

$$\begin{aligned} p(m) &= a \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_n^2} \|m\|^2 \right\} \\ &= a \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_n^2} \|z - y(x)\|^2 \right\} \end{aligned} \quad (5-26)$$

但し、 a は規格化定数である。

が成立する。式 (5-26) より、 $\|z - y(x)\|^2$ を最小にする x は $p(m)$ を最大にする。更に、ベクトル x が等確率で生起すること、及び、式

(5-25)を用いると、このような X は事後確率
 $p(X|Z)$ を最大にすることが分かる。このこ
とから、先に述べた条件が成立している場合
には、ビタビ識別器によつて、最尤推定値が得
られ、最適な受信が行われる。このため、ビ
タビ識別器は、しばしば、最尤系列識別器（
Maximum Likelihood Sequence Estimator）と呼
ばれる。しかし、一般には、ビタビ識別器入
力での雑音成分は白色正規ではないので、最
尤推定値は得られない。そこで、本論文では
最尤系列識別器という名称を用いないことに
する。

ビタビ識別器での雑音成分が、白色正規で
ない場合にも、他の受信方式（線形等化器⁽³⁶⁾、
判定帰還方式^{(37)~(40)}）に比べ、特性が良好で

あることが、文献で明らかにされている。^{(51) (55)}

一般に、伝送速度（ボーレート）が高くなる

とき、いかなる受信方式を用いても、その特

性は悪化する。しかし、ビタビ識別器は伝送

速度が高速になるときの影響を最も受けにく

いという特長^{(51) (55)}がある。そのため、伝送速

度が10,000 bpsを超える高速な音声帯域デ

ータ通信系の識別器として、ビタビ識別器を

用いることが検討されている。

ビタビ識別器にはこのように勝れた特長が

あり反面、実用化するには、大きな問題があ

る。それは前節で述べた通り、ビタビ識別器

が各シンボル間隔（ T 秒）毎に行わなければ

ならない演算回数がほぼ M^k に比例して増

大することである。この演算回数は k が大き

くなるとき，組合せ論的に増大する。そのため，現在の電子回路技術を用いても， K が極，小さな値を取らない限り，ビット識別器を実現することは困難である。 K の値を短縮することは，送信フィルタ，或は，受信フィルタの調整によって可能であるが，このとき，これらのフィルタ特性とDIRをどのように定めるべきかということ，即ち，これらの最適化を行うことは重要である。次章では，この問題を考察する。

5.5 節 結 言

本章では、ビット識別器の動作を概説し、その特性が従来の受信系に比べて、勝れていることを文献を引用することによって明らかにした。しかし、DIERの長さが長くなるとき、必要な演算回数が組合せ論的に増大すると言わう大きな問題点があり、ビット識別器を実現するためには、この長さを短縮しなければならぬことを述べた。

確率過程の推定に、ダイナミック・プログラミングの技法を用いることは、初め、制御理論の研究者によって提案された⁽⁷⁹⁾。それは、システムの状態変数推定を目的としたものであつた。通信の分野に、この計算法が応用された最初の例は、たたみ込み符号の最尤復号

装置である。⁽⁴⁶⁾その後、Forneyによってデジタル通信の識別器として使用可能であると言
う注目すべきことが指摘された。⁽⁴⁸⁾ビタビ・アル
ゴリズムは、その他にも、多くの分野に
用可能であるが、それらについては文献⁽⁴⁹⁾を参照
されたい。

第6章 受信フィルタとDIRの同時最適化

6.1 節 序 言

ビット識別器を実現する際には、DIRの長さが極短くなければならぬことを前章で指摘した。一般に、送信フィルタ、又は、受信フィルタを調整することにより、DIRの長さを任意に短縮することが可能である。このとき、フィルタ特性とDIRをどのように定めるかと言うことは重要な問題である。

本章の第一の目的は送信フィルタ、伝送路特性、及び、DIRの長さが与えられているとき、最適な受信フィルタとDIRを求めることである。本章の第二の目的は与えられた伝送系において、DIRの長さをどの値に定め

るならば、特性が良好になるかを求めること
である。一般に、DIRの長さが長い程、特
性は良くなる。しかし、ビット識別器を実現
するためには、この値を極、小さな値に定め
なければならぬ。そこで、DIRの長さを
どこまで短縮しても、実用上、良好な特性が
得られるかと言うことは重要な問題である。

この問題を解くために、数値計算を行い、更
に、DIRの長さが任意に長くなりうるとし
たときの特性の上限値と比較検討していき

まず、6.2節では、ビット識別器を含む伝
送系の特性評価に用いられる三種類の評価関
数を定義し、それらの比較を行っている。続
く、6.3節では、従来の最適化法に批判を加
えている。そして、6.4節では、著者により

提案された受信フィルタとD I Rの同時最適

化法を説明している。⁽⁷²⁾⁽⁷³⁾ 6.5節では、D I Rの

長さが任意に長くなりうるとしたときの、特

性の上限值を解析的に計算している。最後に、

6.6節では、D S B, S S B両伝送系につい

て数値計算を行い、得られた結果への考察を

行っている。

6. 2 節 評価関数の定義

本節では、伝送系の評価に用いられる評価関数の定義を行う。本来、特性評価には、符号誤り率が取られるべきである。そして、この値が最小になるよう調整された伝送系が最適な系であると言える。ビタビ識別器の符号誤り率に関しては、これまで、幾つかの報告例があるが⁽⁴⁸⁾⁽⁵⁰⁾、識別器入力雑音が白色正規である場合を除いて、その計算は困難である。そこで、近似的ではあっても計算可能な評価関数が必要になる。これまで、以下に示す三種類の評価関数が知られており、一般に、これらの値が大きい程、識別器の特性は良好（符号誤りが少ない）になる傾向がある。

DIR の長さが K であるとする。

(1) ビタビ識別器入力での SN 比 ⁽⁵¹⁾

ビタビ識別器入力での SN 比を式 (6-1) で定義し、これを $SN^{(k)}$ と表わす。

$$SN^{(k)} \triangleq \frac{E\{y_k^2\}}{\sigma_n^2} \quad (6-1)$$

式 (6-1) に式 (5-5) を代入し、式 (5-4) を用いると

$$SN^{(k)} = \sigma_x^2 \frac{S^T S}{\sigma_n^2} \quad (6-2)$$

が得られる。

(2) 実効 SN 比 ^{(48) (53)}

送信ベクトル (式 (5-8)) が x であるにもかかわらず、ビタビ識別器は、それと異なる \hat{x} なるベクトルを識別したとする。 x を \hat{x} と誤る事象を $\varepsilon(x, \hat{x})$ と表わす。 x 、 \hat{x} に対応する信号ベクトル (式 (5-9)) を、それぞれ、 $y(x)$ 、 $y(\hat{x})$ であるとする。

x , $y(x)$ は, それぞれ, 式 (5-8), (5-9) で表わされるが, \hat{x} , $y(\hat{x})$ は, 式 (6-3), (6-4) で定義されている。

$$\hat{x} = [\hat{x}_0 \quad \hat{x}_1 \quad \hat{x}_2 \quad \dots \quad \hat{x}_N]^T \quad (6-3)$$

$$y(\hat{x}) = [\hat{y}_0 \quad \hat{y}_1 \quad \hat{y}_2 \quad \dots \quad \hat{y}_{N+K-1}]^T \quad (6-4)$$

誤り事象 $\varepsilon(x, \hat{x})$ に対応する, 受信空間 \mathcal{R} 上のユークリッド距離 $d(\varepsilon(x, \hat{x}))$ を式 (6-5) で定義する。

$$d(\varepsilon(x, \hat{x})) \triangleq \|y(x) - y(\hat{x})\| \quad (6-5)$$

ここで, x と \hat{x} の各要素間に, 次の関係があるとする。

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \hat{x}_i & (i \leq l, i > l+L) \\ x_{l+1} &\neq \hat{x}_{l+1}, \quad x_{l+L} \neq \hat{x}_{l+L} & (L \geq 1) \end{aligned} \right\} \quad (6-6)$$

更に, 式 (6-7) を定義する。

$$\varepsilon_{x_j} \triangleq x_{l+j} - \hat{x}_{l+j} \quad (1 \leq j \leq L) \quad (6-7)$$

$\varepsilon(x, \hat{x})$ に対応する L 次元送信誤りベクトル ε_x を定義する。

$$\varepsilon_x \triangleq [\varepsilon_{x_1} \ \varepsilon_{x_2} \ \cdots \ \varepsilon_{x_L}]^T \quad (6-8)$$

更に, 誤り事象 $\varepsilon(x, \hat{x})$ に対応する信号誤りベクトル ε_y を定義する。

$$\varepsilon_y \triangleq [\varepsilon_{y_1} \ \varepsilon_{y_2} \ \cdots \ \varepsilon_{y_{L+k-1}}]^T \quad (6-9)$$

ε_y の各要素は式 (6-10) で定義されている。

$$\varepsilon_{y_j} \triangleq y_{e+j} - \hat{y}_{e+j} \quad (1 \leq j \leq L+k-1) \quad (6-10)$$

式 (5-5) を式 (6-10) に代入し, 式 (6-7) を用いると

$$\varepsilon_{y_i} = \sum_{j=0}^{k-1} \varepsilon_{x_{i-j}} s_j \quad (6-11)$$

$$\text{但し, } \varepsilon_{x_n} = 0 \quad (n \leq 0, n > L)$$

式 (6-9) で与えられる信号誤りベクトル ε_y を用

いると式 (6-5) は

$$d^2(\varepsilon) = \varepsilon_y^T \varepsilon_y \quad (6-12)$$

で表わされる。

ここで、記号を簡単にすゝため、 $\varepsilon(x, \beta)$ を単
 に ε と書いている。以後、この略記された記
 号を用いる。更に、 ε_j の各要素に式 (6-11) を代
 入し、変形すると $d^2(\varepsilon)$ は式 (6-13) のように、
 D I R ベクトル δ の二次形式で表わされる。

$$d^2(\varepsilon) = \delta^T M_\varepsilon \delta \quad (6-13)$$

M_ε は K 行 K 列対称テーフリッツ行列であり、
 その i 行 j 列要素 m_{ij} は式 (6-14) で表わされ
 る。

$$m_{ij} = \sum_{n=1}^L \varepsilon_{x_n} \varepsilon_{x_{(n-i+j)}} \quad (6-14)$$

但し、 $\varepsilon_{x_n} = 0$ ($n \leq 0, n > L$) とする

以下に対称テーフリッツ行列の説明を行う。

i 行 j 列要素が w_{i-j} で表わされる行列をテーフ
 リッツ行列と言う。対称行列で、且、テーフ
 リッツ行列であるものを対称テーフリッツ

わす。 $d^2(\varepsilon)$ の ε に関する最小値を d_{\min}^2 で表わし、式 (6-15) で定義する。

$$d_{\min}^2 \triangleq \min_{\varepsilon \in E} d^2(\varepsilon) \quad (6-15)$$

ビット識別器の働きと式 (6-5) から分かるように、 $d^2(\varepsilon)$ が小さい値を取る程、それに対応する誤り事象 ε は生起しやすいとすることができる。式 (6-15) で定義される最小距離 d_{\min} は通常のスレッショルド識別器におけるアイハタースの開き具合、即ち、雑音余裕に対応する概念であり、伝送系を評価する上で重要な値である。 d_{\min}^2 と σ_n^2 を用いて、実効 SN 比を次式で定義する。

$$ESN^{(K)} \triangleq \sigma_x^2 \cdot \frac{d_{\min}^2}{\sigma_n^2} \quad (6-16)$$

(3) 雑音の相関を考慮した実効 S/N 比

先に定義した誤り事象 ε を用いて、以下の理論展開を行う。受信空間 \mathcal{R} において、雑音ベクトル \mathbf{n} の $(\mathbf{y}(x) - \mathbf{y}(\hat{x}))$ 方向への正射影を $\eta(\varepsilon)$ と表わす。即ち、

$$\eta(\varepsilon) \triangleq \left\{ \mathbf{m}^T \cdot (\mathbf{y}(x) - \mathbf{y}(\hat{x})) \right\} / \|\mathbf{y}(x) - \mathbf{y}(\hat{x})\| \quad (6-17)$$

更に、ベクトル \mathbf{m}_i を式 (6-18) で定義する。

$$\mathbf{m}_i \triangleq \left[n_{e+1} \quad n_{e+2} \quad \dots \quad n_{e+L+k-1} \right]^T \quad (6-18)$$

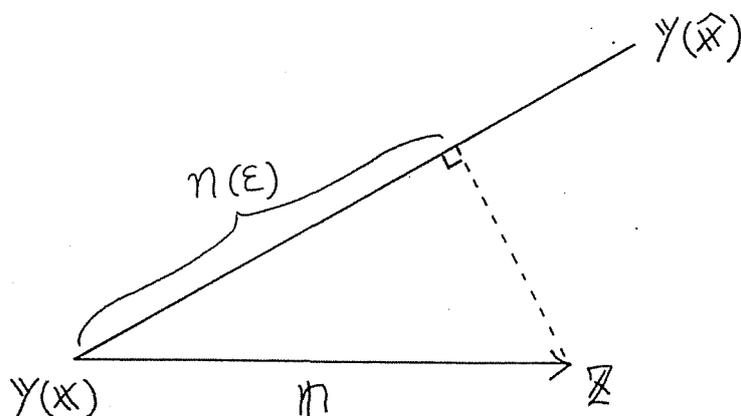


図 6-1 雑音ベクトルの $(\mathbf{y}(x) - \mathbf{y}(\hat{x}))$ への正射影

式 (6-9) (6-10) (6-18) を用いると

$$\eta(\varepsilon) = \frac{\mathbf{m}_1^T \cdot \varepsilon_y}{\sqrt{\varepsilon_y^T \varepsilon_y}} \quad (6-19)$$

が得られる。 $\eta(\varepsilon)$ の分散を $\sigma_n(\varepsilon)^2$ で表わす。式

(6-19) を用いて $\sigma_n(\varepsilon)^2$ を計算する。

$$\begin{aligned} \sigma_n(\varepsilon)^2 &\triangleq E \{ \eta(\varepsilon)^2 \} \\ &= \frac{E \{ (\mathbf{m}_1^T \varepsilon_y)^2 \}}{\varepsilon_y^T \varepsilon_y} \\ &= \frac{\varepsilon_y^T \cdot E \{ \mathbf{m}_1 \mathbf{m}_1^T \} \cdot \varepsilon_y}{\varepsilon_y^T \varepsilon_y} \\ &= \frac{\varepsilon_y^T \Phi^{(L+k-1)} \varepsilon_y}{\varepsilon_y^T \varepsilon_y} \quad (6-20) \end{aligned}$$

$$\text{但し } \Phi^{(L+k-1)} \triangleq E \{ \mathbf{m}_1 \mathbf{m}_1^T \} \quad (6-21)$$

なる置換を行った。

$\Phi^{(L+k-1)}$ はビタビ識別器入力における雑音成分

の共分散行列であり $(L+k-1)$ 行 $(L+k-1)$ 列対称

テ-ポリ ッツ 行列である。

もし、ビタビ識別器入力における雑音成分が白色であるとするならば、行列 $\Phi^{(L+K-1)}$ は $(L+K-1)$ 行 $(L+K-1)$ 列の単位行列 $I^{(L+K-1)}$ を用いて

$$\Phi^{(L+K-1)} = \sigma_n^2 I^{(L+K-1)}$$

と表わされるから、式(6-20)に代入すると

$$\sigma_n(\varepsilon)^2 = \sigma_n^2 \quad (6-22)$$

が得られる。即ち、ビタビ識別器入力における

雑音成分が白色であるときには、雑音成分

の分散は、どの誤り事象の方向にも等しい値

σ_n^2 を持つ（等方性）。しかし、雑音が相関

を持つときには、受信空間上での雑音

成分の分布は等方性ではなく、誤り事象 ε に

依存する。式(6-20)で表わされる $\sigma_n(\varepsilon)^2$ と先に

定義した $d(\varepsilon)$ を用いて、雑音の相関を考慮した実効 SN 比を式 (6-23) で定義する。

$$ESN_c^{(k)} \triangleq \min_{\varepsilon \in E} \frac{\sigma_n^2}{\sigma_n(\varepsilon)^2} d^2(\varepsilon) \quad (6-23)$$

以上、式 (6-2)、(6-16)、(6-23) で三種類の関数を定義したが、評価関数の良さに関して吟味を行う必要がある。式 (6-23) で定義される

$ESN_c^{(k)}$ は雑音の有色性と受信空間上での誤り

事象に対応するユークリッド距離を同時に考

慮していることから、最も勝れた評価関数で

あると言える。しかし、その計算は非常に困

難であると言う欠点がある。式 (6-16) で与え

られる実効 SN 比は $ESN_c^{(k)}$ 程、良好な評価関数

ではないが、雑音と誤り事象に対応するユークリッド距離を考慮していることと、計算が

可能であることから、特性評価に広く用いら
れている。⁽⁵⁵⁾⁽⁵⁹⁾⁽⁶⁰⁾ 式(6-2)で与えられる $SN^{(K)}$ は

極めて計算が容易である。しかし、誤り事象に
対応するユークリッド距離を考慮に入れてい
ないことから、評価関数としては、これら三
種類の中で最も劣るものである。

6.3節 従来の最適化法に対する批判

DIRの長さの短縮は、通常、送信フィルタ、又は、受信フィルタの調整によって行われる。このとき、それぞれのフィルタ特性、及び、DIRをどのように定めるかと言うこと、即ち、これらの最適化が重要な問題であることは、既に述べた。本節ではこれまでに発表された最適化法に対する批判を行う。

今、DIRの長さ K が与えられているとする。

Qureshi と Newhall は与えられたDIRに関して、誤差成分が最小になる受信フィルタを求め⁽⁵⁰⁾ている。しかし、DIRが最適化されていないため、伝送路によっては、著しく特性が悪化⁽⁵¹⁾することがある。

Falconer と Magee は式 (6-2) で定義された

$SN^{(k)}$ を最大にする受信フィルタと DIR を求
めている。⁽⁵¹⁾ しかし、ビット識別器入力におけ
る SN 比には、受信空間上での信号点間の距
離の要素が含まれておらず、評価関数として
は良くない。そのため、 $SN^{(k)}$ を目的関数とし
て得られる受信フィルタ特性と DIR は、必
ずしも良好なものではない。

又、Messerschmitt は DIR の先頭要素が 1
であるという拘束のもとで、 σ_n^2 を最小にする
DIR を求めている。⁽⁵²⁾ この DIR も受信空間
上での最小距離 d_{min} を考慮していないことか
ら適切なものではない。

一方、Fredricsson は受信フィルタに白色化
整合ろ波器を置くという条件のもとで、実効

SN を最大にする送信フィルタと DIR を求

めている。⁽⁵³⁾ 送信電力が P であるという拘束条

件が式 (6-24) に示される通り, DIR ベク

トル \mathcal{S} の二次形式で表わされ, 且, 雑音成分

が \mathcal{S} に依存しないことから, 最適 DIR ベク

トルは

$$\mathcal{S}^T C \mathcal{S} = P \quad (6-24)$$

の拘束条件のもとで, 式 (6-15) で与えられる

$$d_{\min}^2 = \min_{\mathcal{E} \in E} \mathcal{S}^T M \mathcal{E} \mathcal{S} \quad \text{を最大にするベクトル}$$

である。但し, C は伝送路の特性によって定

まる K 行 K 列行列である。このベクトル \mathcal{S} を

求める計算法が文献 53 に述べられている。更

に, Fredricsson は実効 MSE なる目的関数 (式

(6-23) で定義される, 雑音の相関を考慮した

実効 SN に良く似た概念である) に関して,

送・受信フィルタを同時に最適化している。⁽⁵⁷⁾

Fredricsson が取扱った上記二つの問題では、
いずれにおいても、送信フィルタを伝送路特性に
適応させて最適化している。しかしながら、
伝送路特性に適応させて送信フィルタを
調整することは実際には困難なことであり、
通常は行われぬ。そのため、Fredricsson に
よって得られた結論は理論的には興味深いが、
実用上の価値は大きいと言えない。

このように、従来の最適化法には、いずれ
も、何等かの欠陥があり、検討すべき点が残
されている。

6. 4 節 受信フィルタとDIRの 同時最適化法の提案

本節では、著者により導かれた、ビット識別器を含む伝送系の最適化法を明らかにする。

まず、初めに、最適化を行う際の基本態度を述べる。DIRの長さを短縮するには、送信フィルタを調整する方法と受信フィルタを調整する方法がある。そして、いずれか、或は、両方のフィルタを伝送路特性に適応させて変化させなければならない。送信フィルタを伝送路特性に適応させるためには、伝送路の情報を受信側から送信側へ送り返すための帰還路が必要になる。このような帰還路を設けることは實際上、不可能である。そのため、送信フィルタの調整によって、DIRの長さ

を短縮することは困難であると言える。そこで、本論文では、受信フィルタを調整することによりDIFRの長さを短縮することを取扱う。

送信フィルタの最適化と受信フィルタの最適化の間には、単に技術的な難易の差があるだけでなく、以下に説明するような本質的な違いがある。図5-1のモデルから分かるように受信フィルタを変化させると、識別器に加わる伝送路雑音の影響が変化する。一方、送信フィルタを変化させても、この影響は変わらない。その反面、送信電力一定という拘束条件を与えなければ無意味な解が得られる。このように、受信フィルタを最適化するときには、信号と雑音を取扱うのに対し、送信フィルタを最適化するときには、信号と送信電力

に関する計算を行うと言う本質的な違いがある。

次に、目的関数について述べる。最適解を求めるときには、式(6-23)で定義した $ESN_c^{(k)}$ を目的関数として用いるべきである。しかし、解析的な計算が困難であり、解を得ることができないので、ここでは、式(6-16)で定義される実効SN比を目的関数に用いることにする。

6.2節で述べたように、 $ESN^{(k)}$ には、ビット識別器入力雑音の相関による影響が考慮されていない。換言すれば、 $ESN^{(k)}$ を用いて得られる解は雑音の相関を、全く無視した最適解である。そこで、本節で得られた解について、 $ESN_c^{(k)}$ の下限を次章で計算し、雑音の相関による影響を評価する。以上、述べた最適

化を行う際の基本態度を要約するならば、次のようになる。

「与えられた送信フィルタと伝送路特性、及び、D I R の長さに関して、実効 S N 比 ($E S N^{(k)}$) を最大にする受信フィルタと D I R を求める」

まず、最適な受信フィルタを求める。5.3

節では時刻 0 から NT までの有限時間におい

て送信が行われていると考えたが、以後、理

論展開を容易にするため、 $-\infty \sim \infty$ に渡

って送信が行われていると仮定する。

(1) 受信フィルタの最適化

式 (6-13) (6-15) (6-16) より式 (6-25) が得ら

れる。

$$ESN^{(k)} = \min_{E \in E} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2} \mathbf{s}^T M_E \mathbf{s} \quad (6-25)$$

今、DIRベクトルが与えられているものと

仮定する。式(6-25)において、 σ_x^2 は定数であ

り、 M_E は誤り事象 E によって定まることから、

実効SN比を最大にする受信フィルタは雑音成

分の分散 σ_n^2 を最小にするフィルタであること

が分かる。このような受信フィルタは、式(

6-2)で与えられる $SN^{(k)}$ を最大にするフィルタ

特性に等しい。そのため、最適受信フィルタ

は、文献51に述べられているように、整合

フィルタ $F(f)^* H(f)^*$ とタップ数が無限個のト

ランスバーサルフィルタの縦続接続になる。

このトランスバーサルフィルタの周波数特

性を $C^{(k)}(f)$ とすると、式(6-26)(6-27)が成立つ。

$$C^{(k)}\left(f + \frac{k}{T}\right) = C^{(k)}(f) \quad \left(|f| \leq \frac{1}{2T}, k \text{ 整数}\right) \quad (6-26)$$

$$C^{(k)}(f) = \frac{\sum_{l=0}^{k-1} S_l e^{-j'2\pi f l T}}{\frac{1}{T} \left[|F(f) H(f)|^2 \right]_{\text{eq}} + \frac{N_0}{2\sigma_z^2}} \quad |f| \leq \frac{1}{2T} \quad (6-27)$$

ここで、 $[X(f)]_{\text{eq}}$ は $X(f)$ の等価ナイキスト特性⁽³⁶⁾ である。つまり、インパルス応答の T 秒

毎のサンプル値が $X(f)$ のそれに等しく、且、帯域がナイキスト帯域 $\left(-\frac{1}{2T} \sim \frac{1}{2T}\right)$ に制限され

ている周波数特性を $[X(f)]_{\text{eq}}$ で表わす。 $[X(f)]_{\text{eq}}$

に関して、式 (6-28) が成立する。

$$[X(f)]_{\text{eq}} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f + \frac{n}{T}\right) & |f| \leq \frac{1}{2T} \\ 0 & |f| > \frac{1}{2T} \end{cases} \quad (6-28)$$

本節以後、等価ナイキスト特性を示す記号が

たびたび用いられるので注意されたい。

受信 Ψ 、ルタを整合ろ波器と上述のトランス

バーサル・フィルタで構成したとき， σ_n^2 は式(6-29)で表わされる。

$$\sigma_n^2 = \mathcal{S}^T A^{(1)} \mathcal{S} \quad (6-29)$$

$A^{(1)}$ は K 行 K 列対称テーパーリッツ行列であり，その m 行 n 列要素 $a_{mn}^{(1)}$ は次式で与えられる。

$$a_{mn}^{(1)} = \frac{N_0 T}{2} \int_{-1/2T}^{1/2T} e^{j2\pi(m-n)fT} \left[\frac{1}{T} \left[|F(s)H(s)|^2 \right]_{eq} + \frac{N_0}{2\sigma_x^2} \right] df \quad (6-30)$$

一般に，整合ろ波器を実現することは容易なことではない。そこで，次に，著者によって導かれた整合ろ波器を用いない場合の最適受信フィルタ特性を明らかにする。そのために，まず，次の定理を述べる。

定理 6-1

$P_{eq}(f)$ を式(6-31)で定義する。

$$P_{eq}(f) \triangleq \begin{cases} \frac{\sigma_x^2}{T} \left| [F(f)H(f)G(f)]_{eq} - [S(f)]_{eq} \right|^2 + \frac{N_0}{2} \left| G(f) \right|_{eq}^2 & |f| \leq \frac{1}{2T} \\ 0 & |f| > \frac{1}{2T} \end{cases} \quad (6-31)$$

ここで、 $[S(f)]_{eq}$ は次式で定義されている。

$$[S(f)]_{eq} = \begin{cases} T \sum_{e=0}^{K-1} s_e e^{-j2\pi f e T} & |f| \leq \frac{1}{2T} \\ 0 & |f| > \frac{1}{2T} \end{cases} \quad (6-32)$$

ビタビ識別器入力における雑音成分 n_i の自己
相関関数を ρ_i とする。即ち

$$\rho_i \triangleq E \{ n_m n_{m+i} \} \quad (6-33)$$

このとき

$$\rho_i = \int_{-\infty}^{\infty} P_{eq}(f) e^{j2\pi f i T} df \quad (6-34)$$

が成立する。

この定理の証明は附録 A で行われている。

式 (6-34) とウイーナー・キントの定理から、

$P_{eq}(f)$ は n_i のパワースペクトルであることが

分かる。しかも、 $P_{eq}(f)$ はナイキスト帯域に制限されていることから、今後、 $P_{eq}(f)$ を「ビタビ識別器入力雑音の等価ナイキスト・パワースペクトル」と呼ぶことにする。

今、受信フィルタが図 6-2 のように、 $L(f)$ なる周波数特性を持った帯域制限フィルタと無限個のタップから成るトランスバーサル・フィルタにより構成されているとする。このトランスバーサル・フィルタの周波数特性を $C^{(2)}(f)$ とする。このとき、次式が成立する。

$$G(f) = L(f) C^{(2)}(f) \quad (6-35)$$

ここで、 $L(f)$ の特性は与えられているものとして、 ω_n^2 を最小にするトランスバーサル・フィルタ特性 $C^{(2)}(f)$ を求めることにする。但し、 ω_n^2 の値が有限になるために

$$|L(f)| < \infty \quad (6-36)$$

及び、適当な周波数 f' について

$$L(f) = 0 \quad |f| > f' \quad (6-37)$$

が成立しているとする。一方

$$\sigma_n^2 = \rho_0 \quad (6-38)$$

が成立しているから、式 (6-31) (6-34) を用い

ると

$$\sigma_n^2 = \int_{-1/2T}^{1/2T} \left\{ \frac{\sigma_z^2}{T} \left| [F(f)H(f)G(f)]_{eq} - [S(f)]_{eq} \right|^2 + \frac{N_0}{2} \left| [G(f)]_{eq} \right|^2 \right\} df \quad (6-39)$$

が得られる。式 (6-39) に式 (6-35) を代入する。

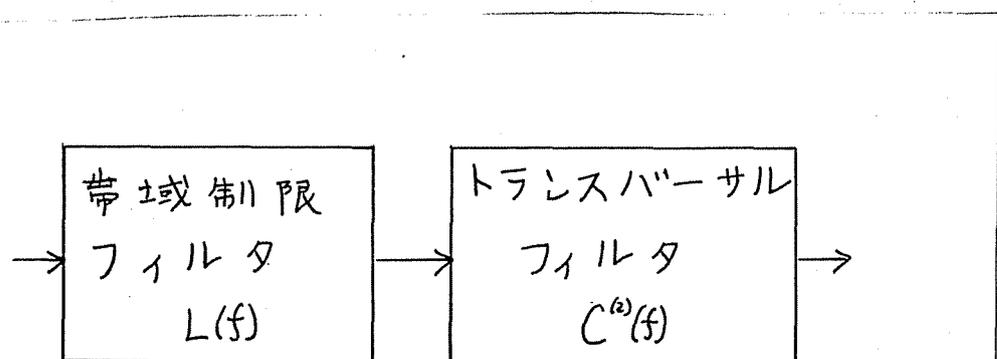


図6-2 整合ろ波器を含まない受信フィルタ

$$\sigma_n^2 = \int_{-1/2T}^{1/2T} \left\{ \frac{\sigma_x^2}{T} \left| \left[F(f) H(f) L(f) C^{(2)}(f) \right]_{eq} - \left[S(f) \right]_{eq} \right|^2 + \frac{N_0}{2} \left| \left[L(f) C^{(2)}(f) \right]_{eq} \right|^2 \right\} df \quad (6-40)$$

トランスバーサル・フィルタ $C^{(2)}(f)$ が周波数軸上で周期 $1/T$ の周期関数であることから、任意の周波数特性 $X(f)$ について

$$\left[X(f) C^{(2)}(f) \right]_{eq} = \left[X(f) \right]_{eq} C^{(2)}(f) \quad (6-41)$$

が成立する。式 (6-40) に式 (6-32) を代入し、式 (6-41) の関係を用いる。

$$\sigma_n^2 = \int_{-1/2T}^{1/2T} \left\{ \frac{\sigma_x^2}{T} \left| \left[F(f) H(f) L(f) \right]_{eq} C^{(2)}(f) - T \sum_{\ell=0}^{K-1} s_\ell e^{-j2\pi f \ell T} \right|^2 + \frac{N_0}{2} \left| \left[L(f) \right]_{eq} \cdot \left| C^{(2)}(f) \right|^2 \right\} df \quad (6-42)$$

トランスバーサル・フィルタ $C^{(2)}(f)$ の振幅、位相特性を、それぞれ、 $R(f)$ 、 $\psi(f)$ と置く。即ち

$$C^{(2)}(f) = R(f) e^{j\psi(f)} \quad (6-43)$$

更に，式(6-42)の被積分関数を $I(f)$ と置く。

$$I(f) = \frac{\sigma_x^2}{T} \left| \left[F(f) H(f) L(f) \right]_{eq} R(f) e^{j\psi(f)} - T \sum_{l=0}^{K-1} s_l e^{-j2\pi f l T} \right|^2 + \frac{N_0}{2} \left[|L(f)|^2 \right]_{eq} R(f)^2 \quad (6-44)$$

σ_n^2 を最小にする $C^{(2)}(f)$ を求めるため，

$$\frac{\partial I(f)}{\partial R(f)} = 0 \quad \frac{\partial I(f)}{\partial \psi(f)} = 0 \quad (6-45)$$

なる演算を行うと，式(4-46)，(4-47)が得られる。

$$C^{(2)}\left(f + \frac{k}{T}\right) = C^{(2)}(f) \quad \left(|f| \leq \frac{1}{2T}, k \text{ 整数}\right) \quad (6-46)$$

$$C^{(2)}(f) = \frac{\left[F(f) H(f) L(f) \right]_{eq}^* \sum_{l=0}^{K-1} s_l e^{-j2\pi f l T}}{\frac{1}{T} \left| \left[F(f) H(f) L(f) \right]_{eq} \right|^2 + \frac{N_0}{2\sigma_x^2} \left[|L(f)|^2 \right]_{eq}} \quad \left(|f| \leq \frac{1}{2T}\right) \quad (6-47)$$

式(6-47)を式(6-42)に代入すると，式(6-48)

が得られる。

$$\sigma_n^2 = \mathbf{s}^T \mathbf{A}^{(2)} \mathbf{s} \quad (6-48)$$

ここで、 $A^{(2)}$ は K 行 K 列対称テーパーリッツ行列
 で、その m 行 n 列要素 $a_{mn}^{(2)}$ は式 (6-49) で与え
 られる。

$$a_{mn}^{(2)} = \frac{N_0 T}{2} \int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{[|L(f)|^2]_{eg} \cdot e^{j2\pi f(m-n)T}}{\frac{1}{T} |[F(f)H(f)L(f)]_{eg}|^2 + \frac{N_0}{2\sigma_z^2} [L(f)|^2]_{eg}} df \quad (6-49)$$

このように、受信フィルタを適当な帯域制限
 フィルタ $L(f)$ とトランスバーサルフィルタで
 構成するとき、トランスバーサルフィルタ
 の周波数特性を式 (6-47) に定めるならば、 σ_n^2
 が最小になる。

今、送信波形がナイキスト帯域内に制限さ
 れているとする。即ち

$$F(f) = 0 \quad |f| > \frac{1}{2T} \quad (6-50)$$

そして、式 (6-51) が成立していると仮定する。

$$L(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq \frac{1}{2T} \\ 0 & |f| > \frac{1}{2T} \end{cases} \quad (6-51)$$

このとき，式(6-47)より

$$C^{(2)}(f) = \frac{F(f)^* H(f)^* \cdot \sum_{e=0}^{K-1} S_e e^{-j2\pi f e T}}{\frac{1}{T} |F(f) H(f)|^2 + \frac{N_0}{2\sigma_x^2}} \quad (6-52)$$

が成立つ。式(6-52)で表わされる $C^{(2)}(f)$ は整合

ろ波器 $F(f)^* H(f)^*$ と式(6-27)で与えられるトラ

ンスバーサル・フィルタの縦続接続特性を示

している。つまり，ナイキスト帯域に制限さ

れた送信波形を用いるときには，トランスバ

ーサルフィルタの最適化によって，整合ろ波

器を用いたと同じ特性が得られる。

トランスバーサル・フィルタを用いて，実

際に受信フィルタを実現するとき，タップ数

は有限である。受信フィルタを整合ろ波器と

有限個のタップから成るトランスバーサル・
 フィルタで構成するときの最適タップ係数は
 既に得られている⁽⁵¹⁾。ここでは、これを更に一
 般化して、整合ろ波器の代りに、先に述べた帯
 域制限フィルタ $L(f)$ を用いる場合(図6-3)
 の最適タップ係数を示す。式の誘導は容易で
 あるので、計算結果のみを明らかにする。

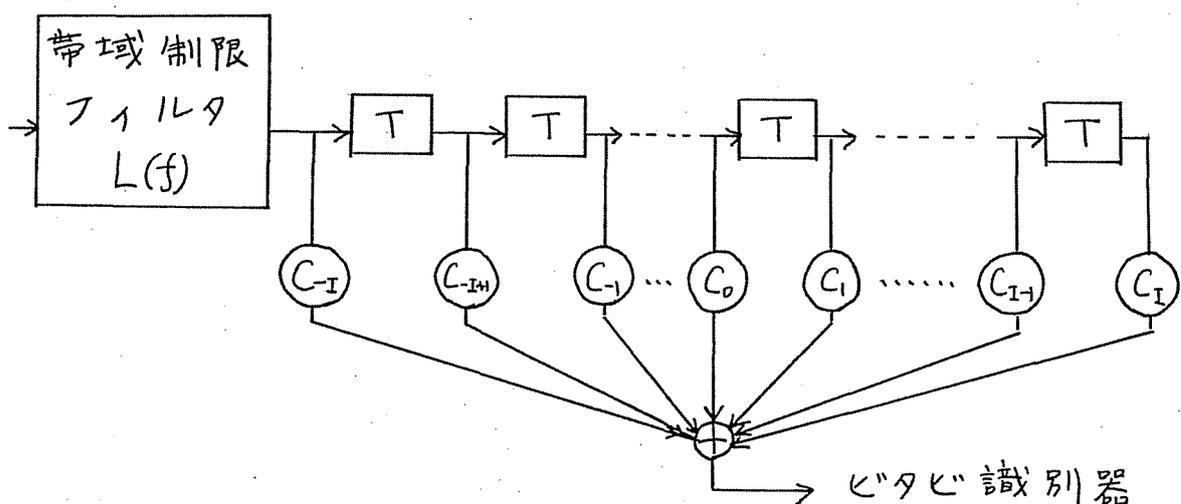


図6-3 帯域制限フィルタと有限個のタップから成るトランスバーサル・フィルタで構成された受信フィルタ

トランスバーサル・フィルタは中心タツプ（
 図 6-3 の C_0 ）を挟んで、前方、後方、それぞれ
 I 個ずつ、合計 $(2I+1)$ 個のタツプから
 成るものとする。各タツプ係数を $C_{-I}, C_{-I+1}, \dots,$
 C_0, C_1, \dots, C_I とする。これらのタツプ係数を
 用いて、ベクトル C を定義する。

$$C \triangleq [C_{-I} \ C_{-I+1} \ \dots \ C_0 \ \dots \ C_I]^T \quad (6-53)$$

B を $(2I+1)$ 行 $(2I+1)$ 列行列とし、その i
 行 j 列要素 b_{ij} を式 (6-54) で表わす。

$$b_{ij} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n \phi_{n+i-j} + \frac{N_0}{2\sigma_x^2} \psi_{i-j} \quad (6-54)$$

ここで、 ϕ_n, ψ_n は、それぞれ、式 (6-55) (
 6-56) で定義されている。

$$\phi_n \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} F(f) H(f) L(f) e^{j2\pi f n T} df \quad (6-55)$$

$$\psi_n \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} |L(f)|^2 e^{j2\pi f n T} df \quad (6-56)$$

更に, D を $(2I+1)$ 行 K 列行列とし, その i 行 j 列要素を

$$\phi_{j-i+I} \quad 1 \leq j \leq K, \quad 1 \leq i \leq 2I+1 \quad (6-57)$$

とする。これらの記号を用いると, トランスバーサル・フィルタ出力 (ビタビ識別器入力) \mathcal{C} の雑音の分散は

$$\sigma_n^2 = \sigma_s^2 \cdot \{ \mathcal{C}^T B \mathcal{C} + \mathcal{S}^T \mathcal{S} - 2 \mathcal{C}^T D \mathcal{S} \} \quad (6-58)$$

で表わされる。式 (6-58) を \mathcal{C} で微分することにより, 最適タップ係数からなるベクトル \mathcal{C}_{opt} が得られる。

$$\mathcal{C}_{opt} = B^{-1} D \mathcal{S} \quad (6-59)$$

式 (6-59) を式 (6-58) に代入すると, 次式が得られる。

$$\sigma_n^2 = \mathcal{S}^T A^{(3)} \mathcal{S} \quad (6-60)$$

但し, $A^{(3)}$ は次式で定義されている。

$$A^{(3)} \triangleq \sigma_z^2 \cdot \{ I - D^T B^{-1} D \} \quad (6-61)$$

式 (6-29) (6-48) (6-61) から分かるように整合
ろ波器の有無，又，トランスバーサル・フィ
ルタのタップ数によらず，与えられた $\$$ に関
して，受信フィルタが最適化されている場合
には， σ_n^2 は常に $\$$ の二次形式で表現される。

そこで，本節以後，これらを一括して

$$\sigma_n^2 = \$^T A \$ \quad (6-62)$$

と表わす。A は，そのときの受信フィルタに
より $A^{(1)}$ ， $A^{(2)}$ ， $A^{(3)}$ のいずれかを取るものとする。

後で求められる最適 DIR ベクトルを $\$$ とし

て，受信フィルタを式 (6-27) (6-52) (6-59) のよ

うに定めるならば，受信フィルタと DIR を

実効 SN 比に関して同時に最適化したことにな

る。

(2) DIR の最適化

次に、実効 SN 比を最大にする DIR を求める方法を述べる。式 (6-13) (6-15) (6-16)

(6-62) より

$$ESN^{(k)} = \sigma_x^2 \min_{\mathbf{E} \in E} \frac{\mathbf{s}^T \mathbf{M} \mathbf{E} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^T \mathbf{A} \mathbf{s}} \quad (6-63)$$

が得られる。求める解は式 (6-63) を最大にするベクトル \mathbf{s} である。式 (6-63) において、 \mathbf{s} の代わりに、0 以外の任意のスカラー β を用いてスケールリングされた $\beta \mathbf{s}$ を代入しても、 $ESN^{(k)}$ の値は変わらない。つまり、 $ESN^{(k)}$ はベクトル \mathbf{s} の各要素間の比によつて、その値が定まり、 \mathbf{s} のノルムには依存しない。そこで、 \mathbf{s} のノルムに適切な拘束条件を与え、最適な \mathbf{s} を求める問題を計算の容易な問題に帰着させ

ることができる。

一方，式 (6-62) における行列 A は正定行列であるから，方程式

$$\mathbf{s}^T A \mathbf{s} = 1 \quad (6-64)$$

は， K 次元空間における，原点を中心にした超楕円体を表わしている。そのため，式 (6-64)

は \mathbf{s} のノルムに拘束条件を与えることになる。

そこで，式 (6-64) の拘束条件のもとで， $E S N^{(k)}$

を最大化するベクトル \mathbf{s} を求めることにする。

式 (6-63) より，この問題は式 (6-64) の条件下

$$d^2 = \min_{\mathbf{s} \in E} \mathbf{s}^T M_E \mathbf{s} \quad (6-65)$$

を最大化する \mathbf{s} を求めることと同値である。

拘束条件，式 (6-64) を式 (6-24) に対応させる

ならば，上述の \mathbf{s} を求める問題は Fredricsson

によつて導かれた送信フィルタと DIR を同

時に最適化する計算法によつて解くことができる。このように、二つの最適問題が同一の計算法により解かれるのは、送信フィルタが最適化されたときの送信電力、及び、受信フィルタが最適化されたときの雑音電力が共に D の二次形式で表わされるためである。しかし、これら二つの問題は、本来、異なる問題であり、得られる D I R は、一般に、異なっている。

Fredricsson が提案したアルゴリズムにより、理論的には、最適解を求めることは可能であるが、この方法は必ずしも容易な解法ではない。そこで、次に、著者によつて改善された最適計算アルゴリズムを説明する。まず、アルゴリズムを導くために必要となる準備を行う。

以下，初等的な集合論で用いられる記号に関

しては，特に，定義を行っていない。

$d^2(\varepsilon)$ を最小にする誤り事象から成る集合を

E_{min} とする。即ち，

$$\forall \varepsilon_1 \in (E - E_{min}) \longrightarrow \forall \beta \text{ について}$$

$$\beta^T M_{\varepsilon_1} \beta \neq \min_{\varepsilon \in E} \beta^T M_{\varepsilon} \beta$$

且，

$$\forall \varepsilon_1 \in E_{min} \longrightarrow \exists \beta \text{ について}$$

$$\beta^T M_{\varepsilon_1} \beta = \min_{\varepsilon \in E} \beta^T M_{\varepsilon} \beta$$

(6-66)

このとき，最適解を求めることは，式(6-64)

の拘束条件のもとで， $\min_{\varepsilon \in E_{min}} \beta^T M_{\varepsilon} \beta$ を最大

化する β を求める問題と同値である。 E_{min} の

各要素を求めることは，演算回数が膨大とな

るため，必ずしも，容易ではない。しかし，

Anderson と Foschini により提案されたアルゴ

リズムを用いるならば、比較的小さな K 、及び、 M に関して E_{min} の各要素を求めることができる。そこで、実用上、重要と思われる、いくつかの K 、 M に関して E_{min} の各要素 E に対応する送信誤りベクトル \mathbf{e} を求めた。このリストは附録 B に収録されている。以下、この E_{min} を用いて理論展開を行う。

E_{min} の任意の部分集合を E_s とする。即ち、

$$E_s \subset E_{min}$$

関数 $R(\mathbf{s}, E_s)$ を次のように定義する。

$\mathbf{s}^T A \mathbf{s} = 1$ を満たす任意の \mathbf{s} に関して

$$R(\mathbf{s}, E_s) \triangleq \min_{E \in E_s} \mathbf{s}^T M_E \mathbf{s} \quad (6-67)$$

このとき、次の定理が成立する。

定 理 6-2

$R(\mathbf{s}, E_s)$ を最大化する \mathbf{s} を \mathbf{s}_0 と表わす。

$$R(s_0, E_s) = \max_s R(s, E_s) \quad (6-68)$$

このとき,

$\forall E' \in E_{\min}$ について

$$s_0^T M_{E'} s_0 \geq R(s_0, E_s) \quad (6-69)$$

が成立するならば, s_0 は実効SN比を最大にする最適解である。

証明

背理法を用いる。(以下において, s_1 は拘束条件式(6-64)を満たしているとする。) s_0 と異なる s_1 が最適解であると仮定する。このとき,

s_1 に対応する誤り事象 E_1 が存在して

$$s_1^T M_{E_1} s_1 = \min_{E \in E_{\min}} s_1^T M_E s_1 \quad (6-70)$$

が成立する。 s_1 を最適解と仮定しているから,

s_1 と異なる任意の s_2 について, 式(6-71)が成立

$$\rightarrow s_1^T M_{E_1} s_1 \geq \min_{E \in E_{\min}} s_2^T M_E s_2 \quad (6-71)$$

ここで、 s_2 も拘束条件式(6-64)を満たして
 るとする。式(6-71)の特別な場合として、式
 (6-72)が成立する。

$$s_1^T M_{E_1} s_1 \geq R(s_0, E_S) \quad (6-72)$$

$$\text{又, } R(s_1, E_S) = s_1^T M_{E_2} s_1 \quad (6-73)$$

$$E_2 \in E_S \quad (6-74)$$

を満たす E_2 が存在する。このとき、式(6-70)
 (6-73)(6-74) より式(6-75)が得られる。

$$R(s_1, E_S) \geq s_1^T M_{E_1} s_1 \quad (6-75)$$

式(6-72)(6-75)より式(6-76)が成立する。

$$R(s_1, E_S) \geq R(s_0, E_S) \quad (6-76)$$

これは、定理の仮定、式(6-68)に矛盾する。よ
 って s_0 は最適解である。(証明終り)

式(6-69)の検証は E_{min} の各要素が得られてい
 るから容易である。 E_{min} の各部分集合 E_S につ

いて、式 (6-69) を満たす $R(s, E_s)$ の最大値が得られるまで、計算を繰返すことにより、有限回の演算で最適解が求められる。

次に、 $R(s, E_s)$ の最大値を与える解 s_0 を求める方法を説明する。

$R(s, E_s)$ の極値を与える s の中で、 $R(s, E_s)$ を最大化するものが s_0 であるから、 $R(s, E_s)$ の極値を全て求めることが可能であれば、 s_0 が得られる。そこで、以下に、この関数の極値

を全て求める計算法を述べる。 E_s の任意の部分集合を E'_s とし、 $\varepsilon'_0, \varepsilon'_1, \dots, \varepsilon'_n$ の $(n+1)$ 個の誤り事象から成っているとす。即ち、

$$E'_s = \{ \varepsilon'_0, \varepsilon'_1, \dots, \varepsilon'_n \} \quad (6-77)$$

そして

$$s^T M_{\varepsilon'_0} s = s^T M_{\varepsilon'_1} s = \dots = s^T M_{\varepsilon'_n} s \quad (6-78)$$

$$\mathbf{s}^T \mathbf{A} \mathbf{s} = 1$$

の拘束条件のもとで、 $\mathbf{s}^T \mathbf{M}_{E_0'} \mathbf{s}$ を極値ならしめる \mathbf{s} を求める。 $n=0$ のとき式 (6-78) の条件は無くなる。この解はラグランジュ未定係数を用いると、式 (6-79) の極値に一致する。

$$V = \mathbf{s}^T \mathbf{M}_{E_0'} \mathbf{s} + \sum_{i=1}^m \mu_i \mathbf{s}^T (\mathbf{M}_{E_i'} - \mathbf{M}_{E_0'}) \mathbf{s} - \lambda (\mathbf{s}^T \mathbf{A} \mathbf{s} - 1) \quad (6-79)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{s}} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial \mu_i} = 0 \quad (1 \leq i \leq m), \quad \frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \quad (6-80)$$

より

$$\mathbf{A}^{-1} \left\{ \mathbf{M}_{E_0'} + \sum_{i=1}^m \mu_i (\mathbf{M}_{E_i'} - \mathbf{M}_{E_0'}) \right\} \mathbf{s} = \lambda \mathbf{s} \quad (6-81)$$

$$\mathbf{s}^T (\mathbf{M}_{E_i'} - \mathbf{M}_{E_0'}) \mathbf{s} = 0 \quad (1 \leq i \leq m) \quad (6-82)$$

$$\mathbf{s}^T \mathbf{A} \mathbf{s} = 1 \quad (6-83)$$

が得られる。 μ_i の変域が

$$0 \leq \mu_i \leq 1 \quad (1 \leq i \leq m) \quad (6-84)$$

に限定されている⁽⁵³⁾ ので、式 (6-81) ~ (6-83) を

数値計算によって、解くことができる。つまり、まず、 M_i を $0 \sim 1$ の間でいくつかの分点に分ける。各 M_i の分点に関して、行列、

$$A^{-1} \left\{ M_{\varepsilon'_0} + \sum_{i=1}^n M_i (M_{\varepsilon'_i} - M_{\varepsilon'_0}) \right\}$$

の固有値と固有ベクトルを計算することにより、式 (6-81) を満たす λ と $\$$ が得られる。

この固有ベクトル ($\$$) の中で、式 (6-82) が成立する $\$$ を求め、更に、式 (6-83) が成立する

うにスケールングされたベクトルが、式 (6-79)

の極値になる。もし、 $n=0$ のときには、式

(6-82) の検定が不要であるため、式 (6-81) ~

(6-83) の計算は単なる固有値、固有ベクトル

を求める演算にすぎず、極めて簡単である。

この極値を S_p とし

$$R(S_p, E_s) = S_p^T M_{\varepsilon'_0} S_p \quad (6-85)$$

$$\text{即ち, } S_p^T M_{E_0} S_p = \min_{E \in E_S} S_p^T M_E S_p \quad (6-86)$$

を満たす極値 S_p を全て記憶する。 E_S の全ての部分集合 E_S' に関して式 (6-85) を満たす極値を求めることにより、 $R(S, E_S)$ の極値が全て得られる。以上、一部文献 53 の結果を用いて必要になる準備を行った。

次に、改善された計算アルゴリズムを説明する。 E_{min} が L 個の誤り事象から成っているとする。各誤り事象を ε_1'' , ε_2'' , …, ε_L'' と表す。即ち

$$E_{min} = \{ \varepsilon_1'', \varepsilon_2'', \dots, \varepsilon_L'' \} \quad (6-87)$$

まず、初めに、部分集合 E_S の要素として、 E_{min} の任意の 1 個の誤り事象をとり、 $R(S, E_S)$ の最大値 S_0 を求め、式 (6-69) の検定を行う。

E_S の要素が 1 個のとき、先にも述べたとうり

この演算は容易である。もし、式(6-69)が成立すれば、それは最適解である。もし、成立していないときには、 E_s として E_{min} の別の1個の要素を取り、同じ演算を行う。この過程を最適解が得られるまで繰返す。もし、どの誤り事象を E_s の要素に選んでも、最適解が得られないときには、 E_s の要素数を2にして、同様な演算を繰返す。このように、 E_s の要素数を順次、増すことにより、最終的には、最適解が得られる。この過程をフローチャートに表わす。(図6-4) この図の中で、 i は集合 E_s の要素数を表わしている。フローチャートの第I段階は、単なる固有ベクトルの計算にすぎず簡単である。しかし、第II段階は第I段階より、やや計算が複雑である。

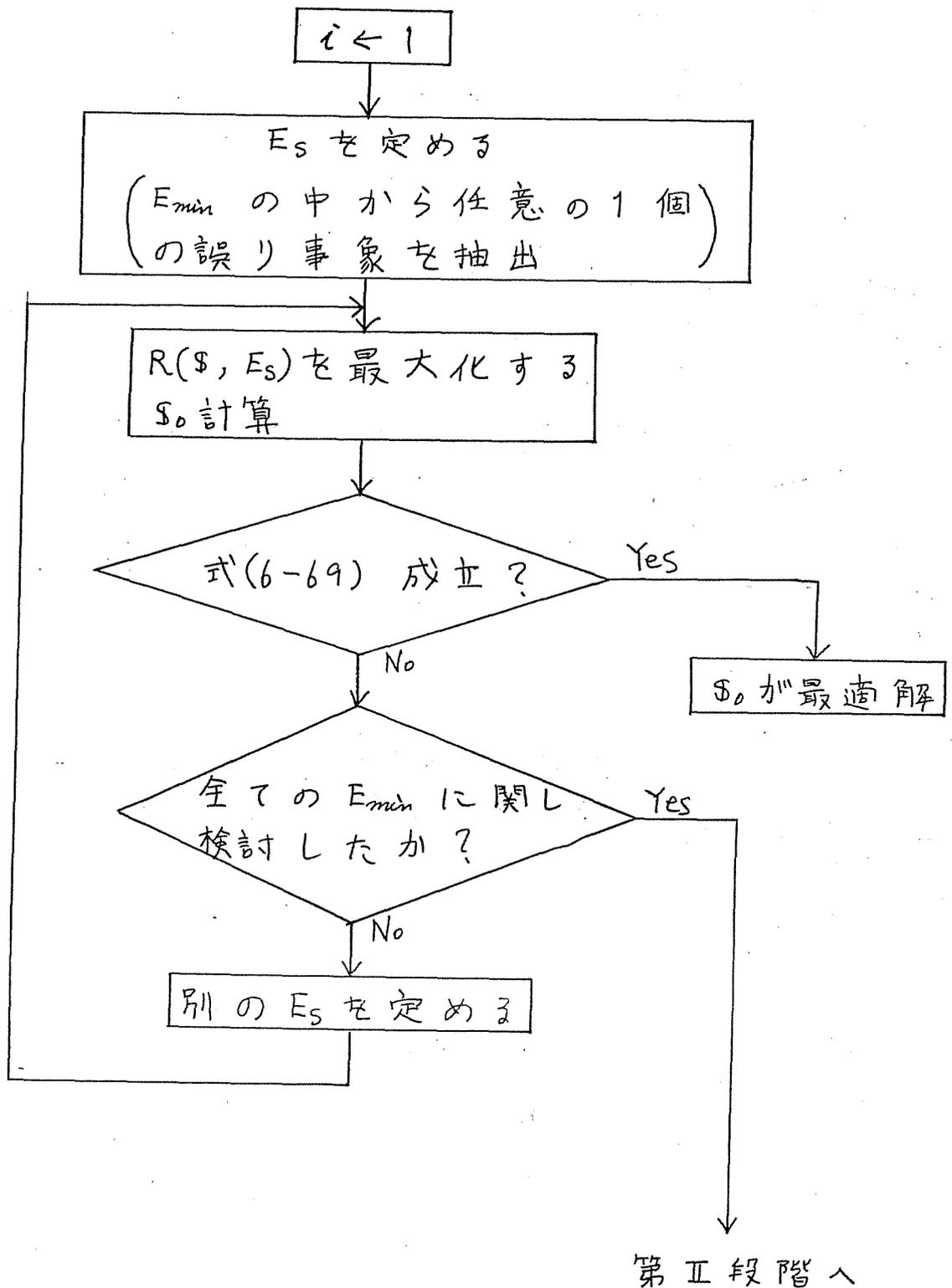


図 6-4 (a) 最適 DIR を求める
フローチャート
(第 I 段階)

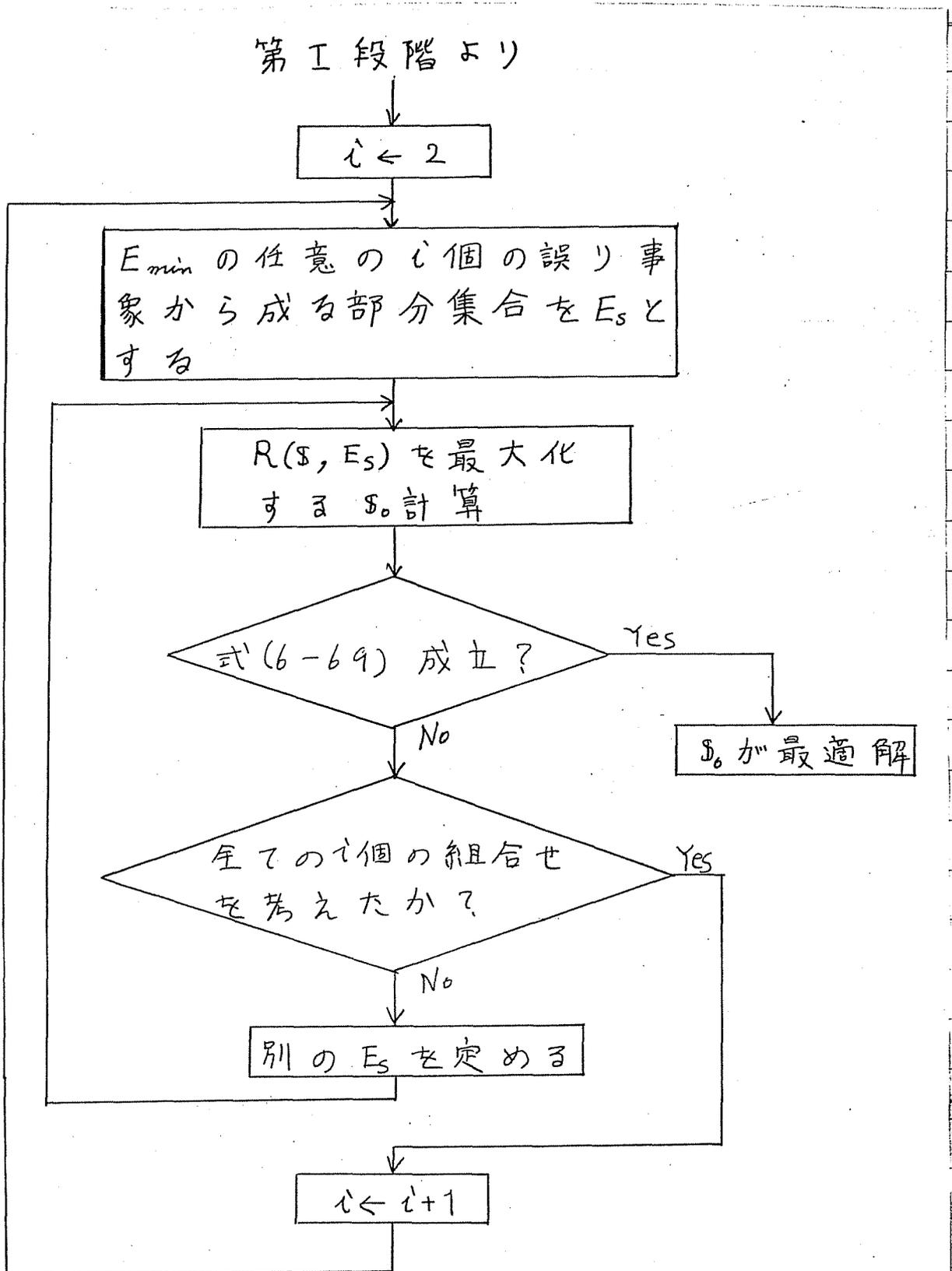


図 6-4 (b) 最適 DIR を求める
 フローチャート
 (第 II 段階)

更に、最適DIRについて、幾つかの重要な性質を明らかにする。まず、次の定理6-3が成立する。

定理 6-3

実効SN比を最大にするDIRベクトルを \mathbf{s}_0 と書く。ここで、 $\mathbf{s}_0^T \mathbf{M}_\varepsilon \mathbf{s}_0$ を最小にする誤り事象が、ある1時刻で1レベルの誤りを起こす事象であるとすると、即ち、式(6-8)で定義される送信誤りベクトルが

$$\mathbf{e}_x = [\pm 1] \quad (6-88)$$

であるとすると、このとき、実効SN比を最大にする解 \mathbf{s}_0 はSN比を最大にする解に一致する。

証明

送信誤りベクトルが式(6-88)で表わされるとき、式(6-14)より、この誤り事象に対応する

行列 M_c は K 行 K 列単位行列となる。その結果
式 (6-65) から分かるように、 \mathcal{S}_0 は式 (6-64) の拘
束条件のもとで

$$\mathcal{S}^T \mathcal{S} \quad (6-89)$$

を最大にするベクトルに等しい。一方、 $SN^{(K)}$
の定義式 (6-2) と式 (6-62) より

$$SN^{(K)} = \sigma_x^2 \frac{\mathcal{S}^T \mathcal{S}}{\mathcal{S}^T A \mathcal{S}} \quad (6-90)$$

が成立つ。式 (6-90) から分かるように、 SN 比
を最大にする D.I.R. は、式 (6-64) の拘束条件の
もとで、式 (6-89) を最大にするベクトルであ
る。以上のことから、 \mathcal{S}_0 は SN 比を最大にする
解に一致することが分かる。 (証明終り)

定理 6-3 より、 SN 比を目的関数とした解と実
効 SN 比を目的関数とした解が一致することがあ

ると言う興味深い結論が得られた。

次に、 $k=2$ 、及び、 $k=3$ の場合について検討を行う。以下の考察では、トランスバースル・フィルタのタップ数は無限個であるとす。

・ $k=2$ の場合

初めに、次の定理を証明する。

定 理 6-4

$k=2$ のとき、任意の DIR について、送信誤りベクトルが $\epsilon_x = \{\pm 1\}$ である誤り事象がユークリッド距離 $d^2(\epsilon)$ を最小にする。

証 明

$k=2$ だから、 DIR の要素を s_0, s_1 と表わすことができる。又、任意の誤り事象を ϵ' とし、その送信誤りベクトルの各要素を $\epsilon_{x_1}, \epsilon_{x_2}, \dots, \epsilon_{x_L}$

とする。ここで

$$\varepsilon_{x_1} \neq 0 \quad \varepsilon_{x_L} \neq 0 \quad (6-91)$$

とする。式(6-12)で定義されるユークリッド

距離を式(6-11)を用いて計算する。

$$\begin{aligned} d^2(\varepsilon') &= \sum_{i=1}^{L+1} \varepsilon_{y_i}^2 \\ &= (\varepsilon_{x_1} S_0)^2 + \sum_{i=2}^L (\varepsilon_{x_i} S_0 + \varepsilon_{x_{i-1}} S_1)^2 + (\varepsilon_{x_L} S_1)^2 \quad (6-92) \end{aligned}$$

式(6-92)より，次式が得られる。

$$d^2(\varepsilon') \geq (\varepsilon_{x_1} S_0)^2 + (\varepsilon_{x_L} S_1)^2 \quad (6-93)$$

式(6-7)で定義される ε_{x_i} は整数であり，且，

式(6-91)が成立しているから，式(6-94)が得

られる。

$$d^2(\varepsilon') \geq S_0^2 + S_1^2 \quad (6-94)$$

一方， $\varepsilon_x = \{\pm 1\}$ なる誤り事象に対応するユ

ークリッド距離は $(S_0^2 + S_1^2)$ である。よって，

式(6-94)より，任意のDIRについて， ε_x

= $\{\pm 1\}$ なる誤り事象が $d^2(\varepsilon)$ を最小にする。

(証明終り)

定理 6-3 と定理 6-4 により, DIR の長

さが 2 のときには, 常に, SN比を最大にする

解と実効 SN比を最大にする解が一致すると言

う結論が得られる。そのため, SN比を目的関

数にして最適 DIR を求めた文献 51 の結果

を用いて, 以下のことが得られる。

整合ろ波器を含む受信機, ルタでは

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| F\left(s + \frac{n}{T}\right) H\left(s + \frac{n}{T}\right) \right|^2 \quad (6-95)$$

が直流付近に一個の減衰極を持つ場合には,

最適 DIR は $\{1, -1\}$ となる。又, 式 (6-95)

がナイキスト周波数 $(1/2T)$ 付近に単一の減

衰極を持つときには, $\{1, 1\}$ なるクラス 1

のパーシャル・レスポンス方式⁽⁴⁾のインパルス応答が最適DIRになる。整合ろ波器を用いない場合にも(図6-2), 式(6-49)と文献

5) の結論から

$$\frac{\left| [F(f)H(f)L(f)]_{eq} \right|^2}{\left| [L(f)]^2 \right|_{eq}} \quad (6-96)$$

に関して, 上述と同様な性質があるとき, 同じ最適DIRが得られる。この関係を図6-5, 6-6に図示した。通常, DSB, 或はチャネ

式(6-95)又は(6-96)

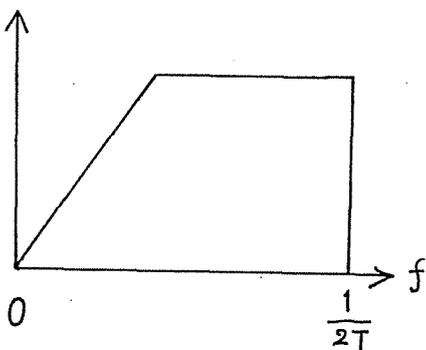


図6-5 $\{1, -1\}$ を最適DIRとする式(6-95), (6-96)の例

式(6-95)又は(6-96)

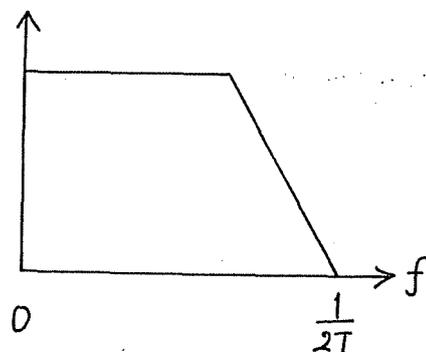


図6-6 $\{1, 1\}$ を最適DIRとする式(6-95), (6-96)の例

ル間干渉の影響を無視した QAM 伝送系において、式 (6-95) (6-96) はナイキスト周波数に単一の減衰極を持つから、最適 DIR は $\{1, 1\}$ になる。

・ $K = 3$ の場合

α_n^2 を与える行列 A は式 (6-30) (6-49) に示される通り対称テータリッツ行列であるから、 $K = 3$ のとき

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_1 & \alpha_0 & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_1 & \alpha_0 \end{pmatrix} \quad (6-97)$$

と置くことができる。このとき、次の定理 6-5 が成立つ。

定理 6-5

式 (6-97) において

$$\alpha_2 \geq |\alpha_1| \quad (6-98)$$

の関係があるとき $\{1, 0, -1\}$ (クラス4のパ
 - シャル・レスポンス方式⁽⁴⁾ のインパルス応
 答) なる DIR は SN比を最大にし, 同時に,
 実効 SN比を最大にする。

証 明

初めに, $\{1, 0, -1\}$ が SN比を最大にする D
 IR であることを証明する。SN^(k) を最大にする
 ベクトル \mathbf{s} は定理 6-3 の証明で述べたよう
 に, $\mathbf{s}^T \mathbf{A} \mathbf{s} = 1$ の拘束条件のもとで, $\mathbf{s}^T \mathbf{s}$ を最
 大にするベクトルである。この解はラグラン
 ジュ未定係数 λ を用いると

$$\mathbf{Y} = \mathbf{s}^T \mathbf{s} - \lambda (\mathbf{s}^T \mathbf{A} \mathbf{s} - 1) \quad (6-99)$$

を最大にするベクトル \mathbf{s} である。そこで, \mathbf{Y}
 を \mathbf{s} と λ について微分し 0 と置く。

$$\partial \mathbf{Y} / \partial \mathbf{s} = 2(\mathbf{s} - \lambda \mathbf{A} \mathbf{s}) = 0 \quad (6-100)$$

$$\partial Y / \partial \lambda = \mathbf{s}^T A \mathbf{s} - 1 = 0 \quad (6-101)$$

式 (6-100), (6-101) より

$$A \mathbf{s} = \left(\frac{1}{\lambda}\right) \mathbf{s} \quad (6-102)$$

$$\mathbf{s}^T A \mathbf{s} = 1 \quad (6-103)$$

式 (6-102) (6-103) より

$$\mathbf{s}^T \mathbf{s} = \lambda \mathbf{s}^T A \mathbf{s} = \lambda \quad (6-104)$$

式 (6-102) より $\left(\frac{1}{\lambda}\right)$ は行列 A の固有値である。

しかも, A は正定行列だから全ての固有値は正である。行列 A の最小固有値に対応する固有

ベクトルを \mathbf{s}' とすると, 式 (6-104) より,

最適解は \mathbf{s}' に拘束条件式 (6-103) が成立するよ

う適当なスケールリングを行, たベクトル $\beta \mathbf{s}'$

である。一方,

$$\mathbf{s}'' = [1 \ 0 \ -1]^T / \sqrt{2} \quad (6-105)$$

と置くと, 明らかに \mathbf{s}'' は A の固有ベクトルで

ある。そして、それに対応する固有値は $(\alpha_0 - \alpha_2)$ である。これが行列 A の最小固有値になるための必要十分条件は容易に計算され、それは、式 (6-98) が成立することである。このことから、式 (6-98) が成立しているとき $\{1, 0, -1\}$ は SN 比を最大にする DIR であると言える。

次に、 $\{1, 0, -1\}$ が実際 SN 比を最大にする DIR であることを示す。定理 6-2 の系として、次の命題が成立する。

任意の誤り事象 \mathcal{E} について、 $\mathcal{S}^T A \mathcal{S} = 1$ の拘束のもとで

$$\mathcal{S}^T M_{\mathcal{E}} \mathcal{S} \quad (6-106)$$

を最大にするベクトルを \mathcal{S}_1 と表わす。このとき、他の任意の誤り事象 \mathcal{E}' について

$$\mathbf{s}_1^T M_{E'} \mathbf{s}_1 \geq \mathbf{s}_1^T M_E \mathbf{s}_1 \quad (6-107)$$

が成立しているならば、 \mathbf{s}_1 は実効SN比を最大にする解である。(これは定理6-2で $E_S = \{E\}$ とした場合に相当する)

誤り事象 ε として、送信誤りベクトルが $\varepsilon_x = \{\pm 1\}$ なるものを取る。このとき、定理6-3の証明で述べた通り行列 M_E は単位行列になる。

その結果、拘束条件 $\mathbf{s}^T A \mathbf{s} = 1$ のもとで、式(6-106)を最大にする解は、SN比を最大にする $\beta \mathbf{s}''$ である。ここで、 \mathbf{s}'' は式(6-105)で

与えられ、 β は拘束条件が成立するように定められたスカラーである。次に、任意の誤り事象を ε' と表わす。 ε' に対応する行列 $M_{E'}$ は式

(6-13)で述べたように、対称テーパーリッツ行列であるから、次式で表わすことができる。

$$M_{\varepsilon'} = \begin{pmatrix} \mu_0 & \mu_1 & \mu_2 \\ \mu_1 & \mu_0 & \mu_1 \\ \mu_2 & \mu_1 & \mu_0 \end{pmatrix} \quad (6-108)$$

式 (6-7) で定義される ε_i が整数であることから、 μ_0, μ_1, μ_2 は整数である。このとき、式 (6-109) が成立つ。

$$(\beta S'')^T M_{\varepsilon'} (\beta S'') = \beta^2 (\mu_0 - \mu_1) \quad (6-109)$$

行列 M_{ε} は、その二次形式がユークリッド距離になっていることから正定であり、且、 $\mu_0 \sim \mu_2$ が整数であることを考慮すると、

$$\beta^2 (\mu_0 - \mu_2) \geq \beta^2 \quad (6-110)$$

が成立する。 M_{ε} を単位行列に定めていることと、式 (6-109), (6-110) より、任意の ε' に関して

$$(\beta S'')^T M_{\varepsilon'} (\beta S'') \geq (\beta S'')^T (\beta S'') = (\beta S'')^T M_{\varepsilon} (\beta S'') \quad (6-111)$$

が得られる。これは取りも直さず式 (6-107) が

成立していることになり、 β_5'' は実効 SN 比を最大にする解であると言える。

以上のことから $\{1, 0, -1\}$ は SN 比を最大にし、同時に実効 SN 比を最大にする解であることが証明された。 (証明終り)

式 (6-30) (6-49) から分かるように、式 (6-95) (6-96) が $0 \sim 1/2T$ の周波数範囲で、 $1/4T$ に関して線対称、且、直流とナイキスト周波数に減衰極を持つときには、

$$\alpha_2 > 0, \quad \alpha_1 = 0 \quad (6-112)$$

が成立し、式 (6-98) を満たす (図 6-7)。又、式 (6-95) (6-96) が厳密には線対称でない場合にも、上述の特性に近い性質を持つならば、式 (6-98) が成立する。例えば、送信波形にクラス 4 のパルシャル・レスポンス

方式のインパルス応答波形を用いたSSB伝送系では、多くの場合、この性質が成立ち、最適DIRは $\{1, 0, -1\}$ になる。

$k=2$ 、又は、 3 のとき、式(6-95)(6-96)が以上述べたような性質を満たす範囲では、伝送路特性が変動しても、最適DIRは変わらない。その結果、DIRを伝送路特性に適応させる必要がない。これは重要な性質で

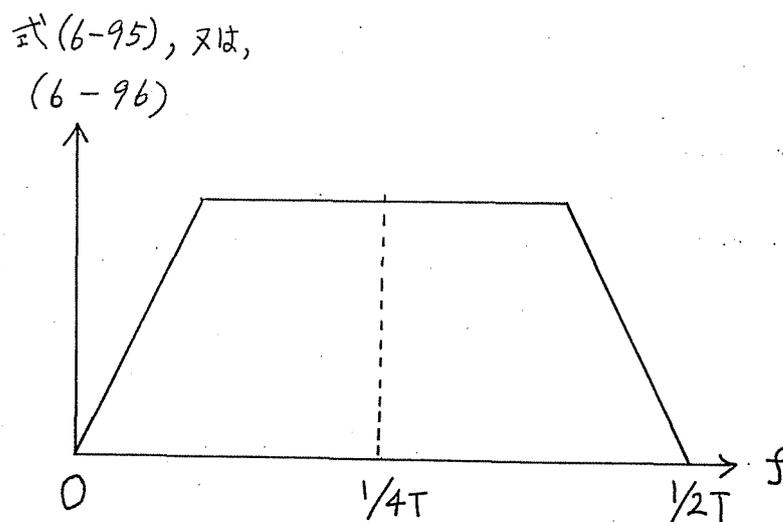


図 6-7 $\{1, 0, -1\}$ を最適DIRとする式(6-95), (6-96) の例

あり、実用上好ましいことである。

6. 5 節 実効 SN 比の上限

本節では, DIR の長さ K が任意に長くなり
 うるとした場合について, ビタビ識別器入力
 における SN 比の極限値を計算し, 実効 SN 比の
 上限を導く。この実効 SN 比の上限値は, K の
 値を定める際に重要な判断の基準になる。ま
 ず, 次の補題 6-1, 6-2 を明らかにする。

補題 6-1

$V^{(n)}$ を n 行 n 列実対称行列とし, $n \geq 2$ について
 次の性質が成立つものとする。 $V^{(n)}$ の n 行要素,
 及び, n 列要素を除いて作られる $(n-1)$ 行 $(n-1)$
 列小行列は $V^{(n-1)}$ に等しい。このとき, $V^{(n)}$ の
 最大固有値, 最小固有値を, それぞれ, $\lambda_{\max}^{(n)}$,
 $\lambda_{\min}^{(n)}$ と表わすと, 式 (6-113), (6-114) が成立する。

$$\lambda_{\max}^{(n-1)} \leq \lambda_{\max}^{(n)} \quad (6-113)$$

$$\lambda_{\min}^{(n-1)} \geq \lambda_{\min}^{(n)} \quad (6-114)$$

(但し、 $n \geq 2$ とする。)

スターミョシ分割定理⁽¹⁷⁷⁾よりこの補題が成立
することは明らかである。そこで、証明は省
略する。

補題 6-2

n 行 n 列対称テーパーリッツ行列を $U^{(n)}$ とする。

その i 行 j 列要素は $|i-j|$ によって定まる

から、これを u_{i-j} と表わす。又、 $U^{(n)}$ の最大固

有値と最小固有値を、それぞれ、 $\lambda_{\max}^{(n)}$ 、 $\lambda_{\min}^{(n)}$

とする。このとき $U^{(n)}$ の各要素を用いて、ロ-

ウシ級数 $\zeta_n(z)$ を次式で定義する。

$$\zeta_n(z) \triangleq u_0 + \sum_{\ell=1}^{n-1} u_\ell (z^\ell + z^{-\ell}) \quad (6-115)$$

(但し、 z は複素数を表わす)

n が無限大になるとき、 $\lambda_{\max}^{(n)}$ 、 $\lambda_{\min}^{(n)}$ は、それ

それ、 z が単位円上にあるときの $S_n(z)$ の最大値、最小値に等しい。即ち

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{\max}^{(n)} = \max_{\substack{z \\ (|z|=1)}} \lim_{n \rightarrow \infty} S_n(z) \quad (6-116)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_{\min}^{(n)} = \min_{\substack{z \\ (|z|=1)}} \lim_{n \rightarrow \infty} S_n(z) \quad (6-117)$$

この証明は、文献 78 でなされているので、

ここでは、証明を略すことにする。

D I R が ビ タ ビ 識 別 器 入 力 での $SN^{(k)}$ を 最大
化するように定められているとする。そのと

きの $SN^{(k)}$ を $SN_{opt}^{(k)}$ と書く。 $SN_{opt}^{(k)}$ の k に関する

最大値は、次の定理 6-6 で与えられる。

定 理 6-6

(1) 受信フィルタが整合ろ波器とタップ数無限

個のトランスバーサル・フィルタによって

構成されているとき、

$$\begin{aligned} \max_K SN_{opt}^{(K)} &= \lim_{K \rightarrow \infty} SN_{opt}^{(K)} \\ &= \max_f \frac{2\sigma_x^2}{N_0 T} \left[\frac{|F(f)H(f)|^2}{|L(f)|^2} \right]_{eg} + 1 \quad (6-118) \end{aligned}$$

(2) 受信フィルタが図 6-2 のように、帯域制限

フィルタ $L(f)$ とタップ数無限個のトランス

バーサル・フィルタにより構成されている

とき

$$\begin{aligned} \max_K SN_{opt}^{(K)} &= \lim_{K \rightarrow \infty} SN_{opt}^{(K)} \\ &= \max_f \frac{2\sigma_x^2}{N_0 T} \frac{\left[\frac{|F(f)H(f)L(f)|^2}{|L(f)|^2} \right]_{eg}}{|L(f)|^2}_{eg} + 1 \quad (6-119) \end{aligned}$$

証明

式 (6-118) についてのみ証明する。式 (6-119) に

関しても、全く同じように証明可能である。

式 (6-30) で各要素が定義された、 K 行 K 列行

列 $A^{(K)}$ の最小固有値を $\lambda_{min}^{(K)}$ と表わす。 $SN^{(K)}$ を与

える式 (6-90), 及び, 定理 6-5 の証明で導かれた式 (6-104) から明らかのように, $SN_{opt}^{(k)}$ に関して式 (6-120) が成立する。

$$SN_{opt}^{(k)} = \frac{\sigma_x^2}{\lambda_{min}^{(k)}} \quad (6-120)$$

$A^{(1)}$ が対称テーパーリッツ行列だから, i 行 j 列要素を $\alpha_{i,j}^{(1)}$ と表わすことができる。更に, 補題 6-1, 6-2 より, $SN_{opt}^{(k)}$ の k に関する最大値は, 式 (6-121) で与えられる。

$$\begin{aligned} \max_k SN_{opt}^{(k)} &= \lim_{k \rightarrow \infty} SN_{opt}^{(k)} \\ &= \frac{\sigma_x^2}{\min_z \lim_{k \rightarrow \infty} \zeta_k(z)} \quad (|z|=1) \end{aligned} \quad (6-121)$$

但し, $\zeta_n(z)$ は式 (6-122) で定義されたローラソ級数である。

$$\zeta_n(z) = \alpha_0^{(1)} + \sum_{\ell=1}^{n-1} \alpha_\ell^{(1)} (z^\ell + z^{-\ell}) \quad (6-122)$$

$$\text{次に } \mathcal{X} = e^{j2\pi fT} \quad -\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T} \quad (6-123)$$

と置き，式 (6-122) に代入するならば，式 (6-124) が得られる。

$$\min_{\mathcal{X}} \lim_{N \rightarrow \infty} S_N(\mathcal{X}) = \min_f \left\{ \alpha_0^{(1)} + 2 \sum_{\ell=1}^{\infty} \alpha_{\ell}^{(1)} \cos 2\pi f \ell T \right\} \quad (6-124)$$

更に

$$w(f) \triangleq \frac{N_0}{2} \frac{1}{T} \left[|F(f)H(f)|^2 \right]_{\text{avg}} + \frac{N_0}{2\sigma_x^2} \quad (|f| \leq \frac{1}{2T}) \quad (6-125)$$

と置くと，式 (6-30) より

$$\alpha_{\ell}^{(1)} = T \int_{-1/2T}^{1/2T} w(f) \cos 2\pi f \ell T df \quad (6-126)$$

が成立する。式 (6-126) を満たす $\alpha_{\ell}^{(1)}$ は $w(f)$ のフ

ーリエ係数であること，更に， $w(f)$ が偶関数

であることから

$$w(f) = \alpha_0^{(1)} + 2 \sum_{\ell=1}^{\infty} \alpha_{\ell}^{(1)} \cos 2\pi f \ell T \quad (|f| \leq \frac{1}{2T}) \quad (6-127)$$

式 (6-121) に式 (6-124) を代入し, 式 (6-125), (6-127) を用いると, 式 (6-118) が得られる。

(証明終り)

次に, 実効 SN比を最大にするように, DIR が最適化されているとする。このときの実効 SN比の値を $ESN_{opt}^{(K)}$ と表わす。即ち

$$ESN_{opt}^{(K)} = \max_{\mathcal{S}} \min_{\mathcal{E} \in \mathcal{E}} \sigma_z^2 \frac{\mathcal{S}^T M_{\mathcal{E}} \mathcal{S}}{\mathcal{S}^T A \mathcal{S}} \quad (6-128)$$

先に述べた通り $\mathcal{E}_x = [\pm 1]$ なる誤り事象について, $M_{\mathcal{E}}$ は単位行列になるから

$$ESN_{opt}^{(K)} \leq \max_{\mathcal{S}} \sigma_z^2 \frac{\mathcal{S}^T \mathcal{S}}{\mathcal{S}^T A \mathcal{S}} = SN_{opt}^{(K)} \quad (6-129)$$

式 (6-118) (6-119) (6-129) より, K が任意の値を取りうるとしたときの実効 SN比の上限は式 (6-130) (6-131) で表わされる。

(1) 受信フィルタに整合ろ波器を含むとき

$$ESN^{(k)} \leq \max_f \left(\left| f \right| \leq \frac{1}{2T} \right) \frac{2\sigma_z^2}{N_0 T} \left[\left| F(f) H(f) \right|^2 \right]_{eq} + 1 \quad (6-130)$$

(2) 整合ろ波器の代わりに、帯域制限フィルタ $L(f)$

を含むとき (図 6-2)

$$ESN^{(k)} \leq \max_f \left(\left| f \right| \leq \frac{1}{2T} \right) \frac{2\sigma_z^2}{N_0 T} \frac{\left| [F(f) H(f) L(f)]_{eq} \right|^2}{\left[|L(f)|^2 \right]_{eq}} + 1 \quad (6-131)$$

6.6 節 数値計算結果に対する考察

本節では、数値計算を行い、最適DIR特性、及び、DIRの長さ K と実効SN比の関係を求める。そして、 K をどの程度の値に定めよらば、良好な特性が得られるかの検討を行う。

ここでは、DSB, SSB両伝送方式について計算を行うことにする。(チャンネル間干渉が無い場合には、QAMの特性はDSBのそれに一致する。そのため、DSB系に関する結果は、QAMの特性の近似的な目安になる)

両伝送系のパラメータを表6-1に示す。又、計算に用いた伝送路特性 $H(f)$ を図6-8, 6-9に示す。両者とも、音声帯域電話回線の特性であり、それぞれの伝送路を伝送路1, 伝送路2と呼ぶことにする。伝送路1は、ほぼ平均

的な特性と思われるが、伝送路2は高域の特性がかなり悪い伝送路である。

表 6-1 伝送系のパラメータ

方式	M	搬送波周波数	送信波形	ボー・レート	伝送速度
DSB	4	1800 Hz	12% ロールオフ 自乗余弦	3000	6000 bps
DSB	4	1800 Hz	クラス1, 110-シャル レスホレス	3000	6000 bps
SSB	4	3300 Hz	クラス4, 110-シャル レスホレス	6000	12000 bps

実際の伝送系は図 6-10 のようにモデル化される。

(受信側では、同期検波が行われ、基底帯域信号

号に対して、ろ波が行われている) このとき、式

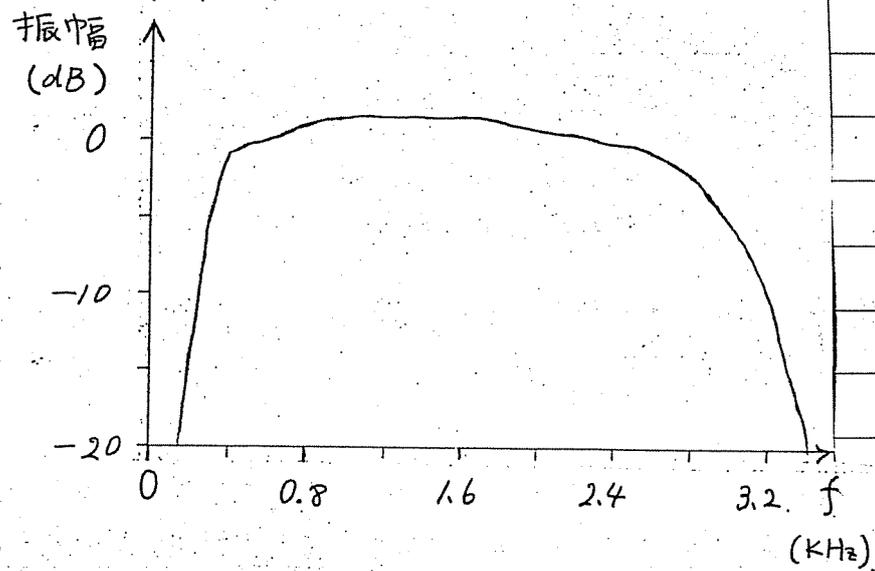
(6-132) (6-133) が成立しているものとする。

$$F(f) = 0 \quad |f| > f_c \quad (6-132)$$

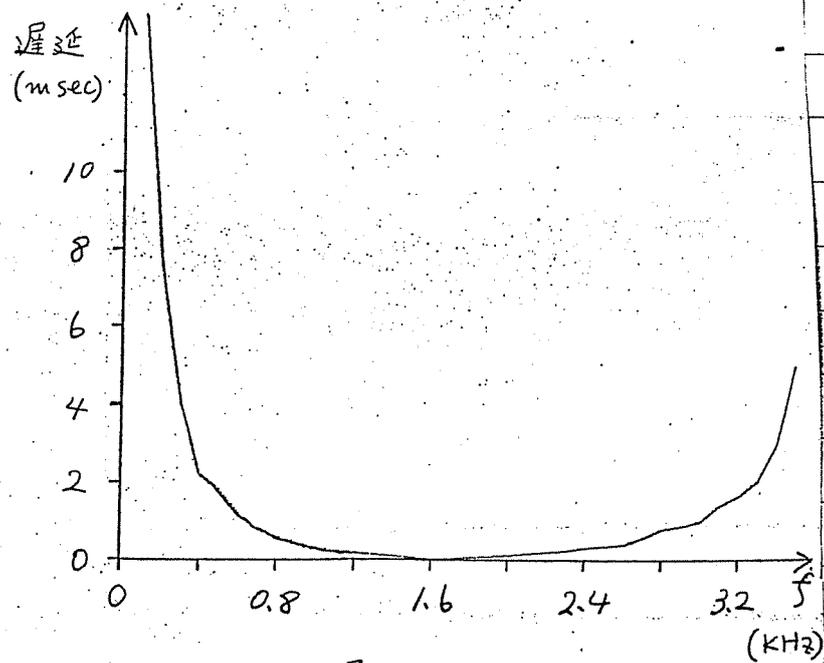
$$G(f) = 0 \quad |f| > f_c \quad (6-133)$$

但し、 f_c は搬送波周波数を表わす

又、フィルタ $D_i(f)$ は伝送方式を決定するフィルタ



振幅特性



遅延特性

図 6-8. 伝送路 1 の 振幅・遅延特性

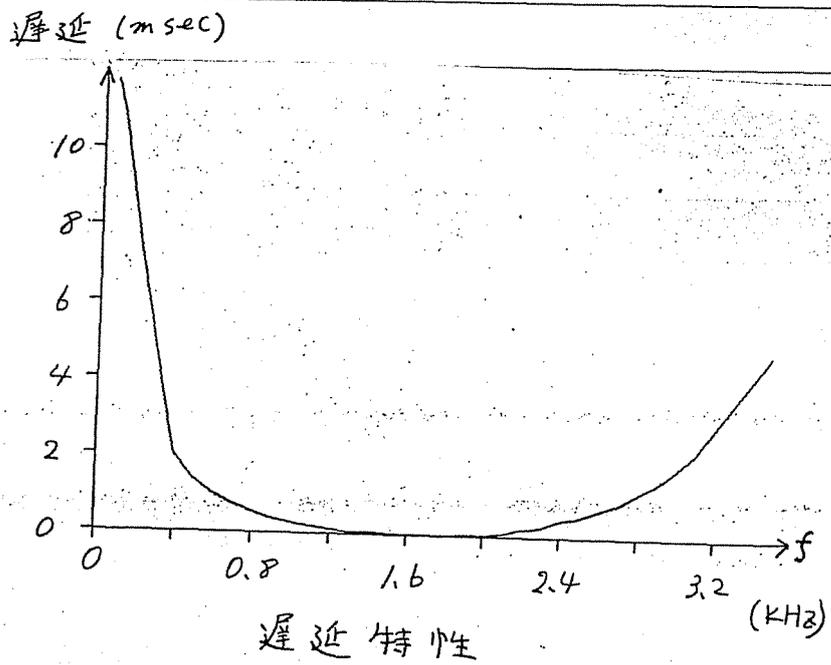
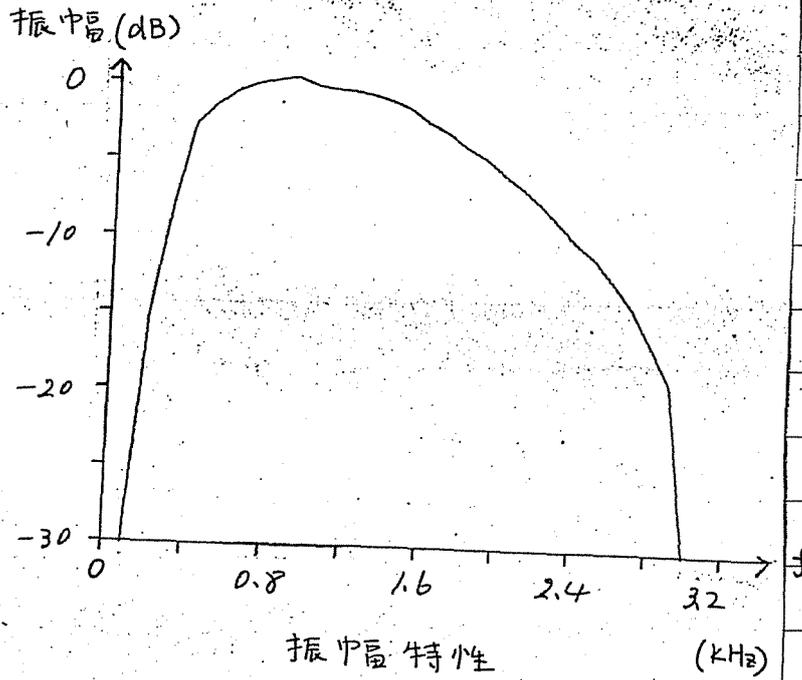


図 6-9. 伝送路 2 の 振幅・遅延特性.

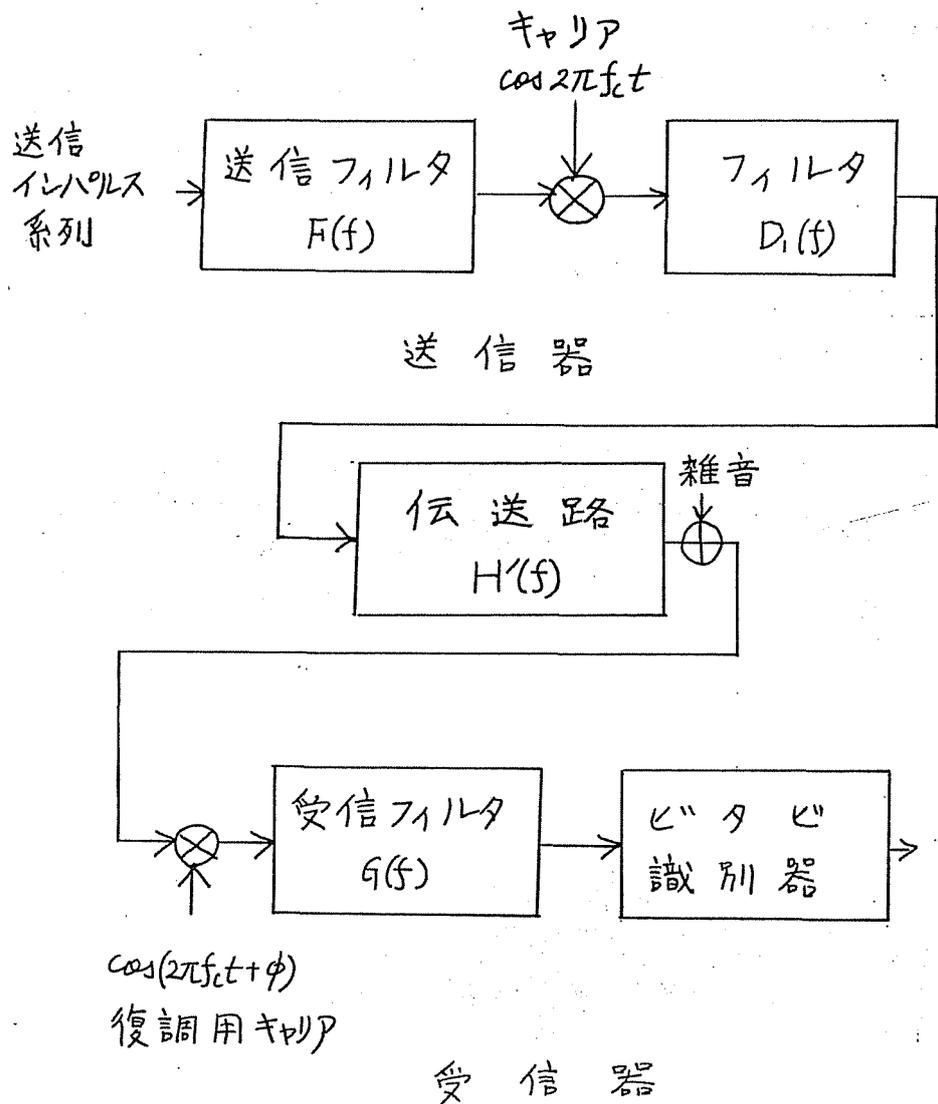


図6-10 実際の伝送系モデル

ルタであり, DSB方式のときには

$$D_1(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq 2f_c \\ 0 & |f| > 2f_c \end{cases} \quad (6-134)$$

SSB方式の場合には（下側側帯波を伝送する）

$$D_1(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq f_c \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \quad (6-135)$$

が成立つ。

復調キャリア位相を ϕ とすると

$$H(f) = \left\{ D_1(f-f_c) H'(f-f_c) e^{j\phi} + D_1(f+f_c) H'(f+f_c) e^{-j\phi} \right\} / 4 \quad (6-136)$$

なる置換を行うならば、図6-10の実際の伝送

系を図5-1で示した等価基底帯域伝送系に置

換えて考察することができ⁽³⁶⁾る。そのため、前

節まで行、た議論をそのまま用いて計算を行

うことが可能である。ここで、式(6-136)を等

価基底帯域伝送路特性と呼ぶことにする。

受信側では、最適な復調用キャリアが得られ

ていると仮定し，受信フィルタは整合る波器
 と，タップ数が無限個のトランスバーサル・
 フィルタにより構成されているものとする。
 そして，等価基底帯域伝送系において，ナイ
 キスト帯域内の雑音電力に対する，伝送路内
 の信号電力比が 30 dB になるように，伝送
 路雑音のパワースペクトル $N_0/2$ を定めている。

即ち

$$\frac{\sigma_x^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |F(f) H(f)|^2 df = 10^3 \quad (6-137)$$

N_0
 $2T$

が成立している。

このような伝送系の最適 DIR，及び，そ
 のときの実効 SN 比，更に，実効 SN 比の上限値
 (式 (6-130)) を表 6-2 ~ 6-4 に示し

た。

表 6-2 DSB 伝送系の特性 (1)
(送信波形 12% ロールオフ 自乗余弦波)

DIR の長さ	伝送路 1		伝送路 2	
	最適 DIR	ESN ^(K) (dB)	最適 DIR	ESN ^(K) (dB)
K = 2	{1, 1}	30.9	{1, 1}	30.8
K = 3	{0, 1, 1}	30.9	{0, 1, 1}	30.8
上限 (式 (6-130))	-		-	
		31.6		31.6

表 6-3 DSB 伝送系の特性 (2)
(送信波形 フラット の パーシャッ
レスポンス 波形)

DIR の長さ	伝送路 1		伝送路 2	
	最適 DIR	ESN ^(K) (dB)	最適 DIR	ESN ^(K) (dB)
K = 2	{1, 1}	28.5	{1, 1}	28.7
K = 3	{1, 2, 1}	29.9	{1, 2, 1}	29.9
上限 (式 (6-130))	-		-	
		33.6		33.3

表 6-4 SSB 伝送系の特性

DIR の長さ	伝送路 1		伝送路 2	
	最適 DIR	ESN ^(K) (dB)	最適 DIR	ESN ^(K) (dB)
K = 2	{1, -1}	15.1	{1, -1}	15.4
K = 3	{1, 0, -1}	28.1	{1, 0, -1}	19.4
K = 4	{1.001, -0.999, -1.001, 0.999}	29.9	{1.015, -0.985, -0.985, 1.015}	28.3
上限 (式 (6-130))	-		-	
		33.6		34.5

表 6-2 ~ 6-4 より, 以下のことが分かる。

DSB 伝送系 について

(1) $K = 2$ の場合の最適 DIR は伝送路 1, 2

のいずれについても, $\{1, 1\}$ である。

これは 6.4 節で述べたように, 式 (6-95)

がナイキスト周波数に単一の減衰極を持つ

ためである。

(2) 送信波形が 12% ロールオフ自乗余弦波の

場合, $K = 3$ のときの最適 DIR は $K = 2$

のときのそれに等しく, K を 2 から 3 にす

ることによる改善効果は無い。

(3) 実効 SN 比の上限値と比較すると, ホーレー

トが 3,000 程度の DSB 系においては,

$K = 2$ とすることにより, ほぼ良好な特性

が得られると結論できる。

(4) これらの表には示していないが、数値計算により、更に、次のことが明らかになった。

6.5節で述べたように、SN比を最大にする解が、ときには実効SN比を最大にする解に一致することがある。しかし、前者の解が特性をかなり悪化させることがある。D

S B伝送方式で伝送路1, $K=4$, 且、送信波形が12%ロールオフ自乗余弦波のとき、SN比を最大にするDIRは{1, 2.055, 2.055, 1}である。しかし、このDIRに関して

実効SN比は24.2 dBになる。つまり、 $K=2$ のときよりも6 dB以上も悪化してい

る。又、同じく伝送路1, $K=4$ で、送信波形がクラスIのパーシャル・レスポンス波形のとき、SN比を最大化するDIRは{1,

$\{2.52, 2.52, 1\}$ である。このDIRに関して、実効SN比は 25.8 dB になる。この場合には、 $K=2$ のときより 3 dB 特性が悪化している。これはSN比の中に、誤り事象に対応する距離の要素が含まれていないために生じた結果であり、目的関数にはSN比ではなく、実効SN比を用いなければならないことが確認された。

SSB伝送系について

(1) $K=3$ の場合、最適DIRは伝送路1, 2

のいずれについても、 $\{1, 0, -1\}$ である。

これは式(6-95)が6.4節で述べたよう

に、直流とナイキスト周波数に減衰極を持

ち、 $1/4T$ の周波数に関して、ほぼ線対称

に近い性質を持っているためである。

(2) 伝送路 2 のように特性が著しく悪い伝送路

を除いて、ボールドが 6000 程度の S

S B 系では、 $K = 3$ とすることにより、良

効な特性が得られる。

(3) 伝送路特性が悪い系でも (伝送路 2) $K =$

4 とすることにより、実効 SN 比は劇的に改

善される。

(4) 表 6-4 から分かるように、実用上から言

えば、 $K = 4$ のときの最適 DIR は伝送路

1, 2 を問わず、ほぼ $\{1, -1, -1, 1\}$

であると考える良い。

これらの数値計算結果から、DSB, SS

B, いずれの伝送方式においても、DIR は

伝送路特性の違いによって、大きな影響を受

けないという興味深い性質が明らかになった。

6. 7 節 結 言

本章では、与えられた D I R の長さ と 伝送系
について、受信フィルタと D I R を同時に最
適化する問題を取扱った。そのためにまず、
伝送系の評価関数に吟味を行い、実効 SN 比を
目的関数に採用すべきであることを述べた。

そして、最適受信フィルタ特性を明らかにし、
最適な D I R を求める計算方法を提案した。

次に、本章の第二の主題である、D I R の
長さをどの値に定めるべきかという問題を解
くため、D I R の長さが任意に長くなりうる
としたときの実効 SN 比の上限を与える式を
導いた。

最後に、D S B, S S B 両伝送系に関して、
数値計算を行った。その結果、著しく特性の

悪い伝送路を除いて、ボーンレートが3000程度度のDSB伝送系では $\{1, 1\}$ なるクラス1のパーシャル・レスポンス方式のインパルス応答、又、6000ボーン程度度のSSB伝送系では $\{1, 0, -1\}$ なるクラス4のパーシャル・レスポンス方式のインパルス応答をDIEに定めることにより、実効SN比が良好になると言う特徴的な結論が得られた。又、特性の悪い伝送路を媒体にして、SSB伝送を行うときにも、 $K=4$ とすることにより、特性が大きく改善されることわが分かった。

このように、 K の値が2~4と言う、極小の値が良いことから、ビット識別器を實現することが可能であると結論することができると。

第7章 ビタビ識別器入力雑音の相関 による影響

7.1 節 序 言

前章では実効SN比を目的関数に定め、受信フィルタとDIRの同時最適化を行った。しかし、実効SN比には、その定義式(6-16)から明らかのように、ビタビ識別器入力雑音成分の相関による影響が含まれていない。即ち、前章で得られた解は雑音の相関を無視した最適解であると言える。

そこで、本章では、雑音の相関によって特性がどの程度、悪化する可能性があるかについて検討を行うことにする。そのためにまず、雑音の相関を考慮した実効SN比($ESN_c^{(k)}$)の下限を解析的に求められている。次に、前章で

得られた最適解に関して、この下限値を計算し、雑音成分の相関による影響を評価している。

ここで、次の点に注意すべきである。それは、本章においても、送信符号系列と伝送路雑音の白色性を仮定していることである。ビタビ識別器入力雑音成分が有色であるのは、この雑音成分がフィルタを通過しているためである。

7. 2 節 雑音の相関を考慮した実効 S/N比の下限

— 理論式の導出, 及び, 数値計算 —

式(6-23)で定義される $ESN_c^{(k)}$ を計算することにより, ビタビ識別器入力雑音の相関による影響を評価することができると言える。しかし, 受信フィルタとDIRが与えられても, $ESN_c^{(k)}$ の値を解析的に求めることは困難である。それは, 式(6-23)で $d^2(\varepsilon) / \sigma_n(\varepsilon)^2$ を最小にする誤り事象を求める方法がないためである。そこで, 本節では, まず, $ESN_c^{(k)}$ の下限を求める計算式を導いていく。次に, 前章で得られた最適解について, この下限を数値計算し, 雑音の相関による影響を評価していく。

$ESN_c^{(k)}$ の下限を導くため, 初めに, 次の補

題 7-1 を証明する。

補題 7-1

図 5-1 の伝送系において、式 (6-20) で定義される $\sigma_n(\varepsilon)^2$ に関して、式 (7-1) が成立する。

$$\sigma_n(\varepsilon)^2 \leq \frac{1}{T} \max_f P_{eq}(f) \quad (7-1)$$

$(|f| \leq \frac{1}{2T})$

但し、 $P_{eq}(f)$ は式 (6-31) で定義されたビタビ識別器入力雑音 (n_i) の等価ナイキスト・パワー・スペクトルである。

証明

6.2 節で定義した各記号を用いて、式 (7-1) の証明を行う。任意の誤り事象 e に対応する送信誤りベクトルを e_s とし、それに対応する信号誤りベクトルを e_y とする。ここで e_y の次元を J とする。このとき、式 (6-20) より次式が成

立する。

$$\sigma_n(\varepsilon)^2 = \frac{\mathbf{E}_y^T \Phi^{(j)} \mathbf{E}_y}{\mathbf{E}_y^T \mathbf{E}_y} \quad (7-2)$$

ψ を J 次元任意ベクトルとする。 \mathbf{E}_y は \mathbf{E}_x に対応するベクトルだから、式 (7-3) が成立する。

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{E}} \sigma_n(\varepsilon)^2 &= \max_{\mathbf{E}_y} \frac{\mathbf{E}_y^T \Phi^{(j)} \mathbf{E}_y}{\mathbf{E}_y^T \mathbf{E}_y} \\ &\leq \max_{\psi} \frac{\psi^T \Phi^{(j)} \psi}{\psi^T \psi} \end{aligned} \quad (7-3)$$

$\Phi^{(j)}$ の最大固有値を $\lambda_{\max}^{(j)}$ と表わすと

$$\max_{\psi} \frac{\psi^T \Phi^{(j)} \psi}{\psi^T \psi} = \lambda_{\max}^{(j)} \quad (7-4)$$

が成立つ。⁽⁷⁷⁾

ビタビ識別器入力雑音 n_i の自己相関関数 R_{ii} を式

(6-33) のように ρ_i で表わす。 $\Phi^{(j)}$ は n_i の共分散

散行列であるから、その m 行 n 列要素は ρ_{m-n}

となる。しかも、 $\Phi^{(j)}$ は J 行 J 列対称テーパー

リッツ行列であるから，補題 6-1，6-2 より

$$\begin{aligned} \max_J \lambda_{\max}^{(J)} &= \lim_{J \rightarrow \infty} \lambda_{\max}^{(J)} \\ &= \max_z \left\{ \rho_0 + \sum_{\ell=1}^{\infty} \rho_{\ell} (z^{\ell} + z^{-\ell}) \right\} \quad (7-5) \end{aligned}$$

(但し， z は複素数である)

$$\text{次に} \quad z = e^{j2\pi fT} \quad (|f| \leq 1/2T) \quad (7-6)$$

と置き，式 (7-3) (7-4) (7-5) を用いると

$$\max_{\epsilon} \sigma_n(\epsilon)^2 \leq \max_f \left\{ \rho_0 + 2 \sum_{\ell=1}^{\infty} \rho_{\ell} \cos 2\pi f \ell T \right\} \quad (7-7)$$

($|f| \leq \frac{1}{2T}$)

が得られる。

式 (6-31) より $P_{eq}(f)$ がナイキスト帯域の外側で

0 であること，そして，式 (6-34) より式 (7-8)

が得られる。

$$\rho_{\ell} = \int_{-1/2T}^{1/2T} P_{eq}(f) e^{j2\pi f \ell T} df \quad (7-8)$$

式 (7-8) より $T\rho_{\ell}$ は $P_{eq}(f)$ のフーリエ係数になっ

ていること、及び、 $P_{\text{reg}}(f)$ が偶関数であること

から

$$P_{\text{reg}}(f) = T \left\{ P_0 + 2 \sum_{\ell=1}^{\infty} P_{\ell} \cos 2\pi f \ell T \right\} \quad |f| \leq 1/2T \quad (7-9)$$

式 (7-7) (7-9) より、式 (7-1) が成立する。

(証明終り)

補題 7-1 を用いると $ESN_c^{(K)}$ の下限を示す定

理 7-1 が得られる。

定 理 7-1

$ESN_c^{(K)}$ に関して、式 (7-10) が成立する。

$$ESN_c^{(K)} \geq \sigma_x^2 \frac{d_{\min}^2}{T} \max_f P_{\text{reg}}(f) \quad (|f| \leq \frac{1}{2T}) \quad (7-10)$$

但し、 d_{\min}^2 は式 (6-15) で定義されているよう

に、 $d^2(\varepsilon)$ の最小値である。

証 明

証明は容易である。式(6-23)より

$$ESN_c^{(K)} \geq \sigma_x^2 \frac{\min_{E \in E} d^2(\epsilon)}{\max_{E \in E} \sigma_n(\epsilon)^2} \quad (7-11)$$

が得られる。式(7-11)に式(7-1)を代入する

と、式(7-10)が導かれる。(証明終り)

更に、前章で求めた実効SN比を最大にする

受信フィルタ $G(f)$ と DIR について、式(7-11)

を計算する。

(1) 受信フィルタが整合ろ波器と取り、波数が無

限個のトランスバーサル、フィルタにより

構成されているとき、式(6-27)を用いて $P_{eq}(f)$

を計算すると、

$$ESN_c^{(K)} \geq \frac{d_{\min}^2}{\max_f \left(\frac{N_0}{2T^2} | [S(f)]_{eq} |^2 + \frac{1}{T} \left[|F(f)H(f)|^2 \right]_{eq} + \frac{N_0}{2\sigma_x^2} \right)} \quad (7-12)$$

が得られる。

(2) 受信フィルタが帯域制限フィルタ $L(f)$ と無限個のタップから成るトランスバーサルフィルタにより構成されているとき(図6-2)

$$ESN_c^{(k)} \geq \frac{d_{\min}^2}{\max_f \left(|f| \leq \frac{1}{2T} \right) \left[\frac{N_0}{2T^2} \left[|L(f)|^2 \right]_{\text{eq}} \left| [S(f)]_{\text{eq}} \right|^2 + \frac{1}{T} \left| [F(f)H(f)L(f)]_{\text{eq}} \right|^2 + \frac{N_0}{2\sigma_x^2} \left[|L(f)|^2 \right]_{\text{eq}} \right]} \quad (7-13)$$

が成立つ。式(7-12)(7-13)において $[S(f)]_{\text{eq}}$ は式(6-32)の計算によつて得られる値である。

以上によつて、 $ESN_c^{(k)}$ の下限が解析的に導かれた。次に6.6節で得られた最適解について、 $ESN_c^{(k)}$ の下限を数値計算する。表7-1 ~ 表7-3 (それぞれ、表6-2 ~ 表6-4に対応している) に実効SN比を最大にするDIR, そのときの $ESN_c^{(k)}$, 及び、 $ESN_c^{(k)}$ の下限を示した。

表7-1 DSB伝送系に対する雑音の相関による影響(1) (表6-2に対応)

(送信波形 12% ロールオフ 自乗余弦波)

DIRの長さ	伝送路1			伝送路2		
	DIR	ESN ^(k) (dB)	ESN ^(k) の 下限 (dB)	DIR	ESN ^(k) (dB)	ESN ^(k) の 下限 (dB)
K=2	{1, 14}	30.9	28.6	{1, 14}	30.8	28.2
K=3	{0, 1, 14}	30.9	28.6	{0, 1, 14}	30.8	28.2

表7-2 DSB伝送系に対する雑音の相関による影響(2) (表6-3に対応)

(送信波形 クラス1のハーフパルス波)

DIRの長さ	伝送路1			伝送路2		
	DIR	ESN ^(k) (dB)	ESN ^(k) の 下限 (dB)	DIR	ESN ^(k) (dB)	ESN ^(k) の 下限 (dB)
K=2	{1, 14}	28.5	25.3	{1, 14}	28.7	25.5
K=3	{1, 2, 14}	29.9	27.6	{1, 2, 14}	29.9	27.2

表7-3 SSB伝送系に対する雑音の相関による影響 (表6-4に対応)

DIRの長さ	伝送路1			伝送路2		
	DIR	ESN ^(k) (dB)	ESN ^(k) の 下限 (dB)	DIR	ESN ^(k) (dB)	ESN ^(k) の 下限 (dB)
K=2	{1, -14}	15.1	-3.0	{1, -14}	15.4	-3.0
K=3	{1, 0, -14}	28.1	21.9	{1, 0, -14}	19.4	8.6
K=4	{1.001, -0.999, -1.001, 0.999}	29.9	24.9	{1.015, -0.985, -0.985, 1.015}	28.3	24.2

表 7-1, 7-2 より D S B 伝送系においては、
雑音の相関による影響は極、僅かであり、
2~3 dB 程度であることが分かった。一方、
S S B 伝送系では、雑音の相関の影響は D S
B 系の場合より大きくなる可能性がある。特
に K が小さい程、劣化の度合が大きい。しか
し、伝送路 1 のように平均的特性を持つた伝
送路では、 $K=3$ 、又、伝送路 2 のように著し
く特性の悪い伝送路でも、 $K=4$ に定めらな
ば、相関による影響は致命的なものではな
くと結論することが出来る。

7.3 節 結 言

本章ではビタビ識別器入力雑音の相関による影響を求めするため、 $ESN_c^{(k)}$ の下限を解析的に計算した。その結果、この値がビタビ識別器入力雑音の等価ナイキスト・パワー・スペクトル $P_{eq}^{(k)}$ で表わされると言う興味深い結論が得られた。次に、前章で得られた最適解について、この下限値を計算し、考察を行った。

識別器入力の雑音の相関に対する評価は、これまでに殆どなされたことが無く、著者によつて得られた重要な結果の一つである。

第8章 復調用キャリアの位相誤差による特性の劣化

8.1節 序言

音声帯域データ通信系では、変調（本論文では、変調方式は全て振幅変調、検波方式は全て同期検波を取扱っている）が行われているため、受信側では、復調用キャリアを発生する必要がある。復調用キャリアがキャリアと同じ周波数と位相を持っていなければならぬことは周知の通りである。前章までは、完全な復調用キャリアが得られていると仮定し、最適化と特性の評価を行ってきた。

本章では、ビット識別器を含む伝送系において、復調用キャリアに微小な位相誤差が発生したときの特性の劣化に関して、考察を行

う。実際の伝送系では、電話回線の不完全さによって、キャリア位相に僅かな変動（ジッタ）が存在する。受信側の復調用キャリアはこの変動に、忠実に追従しなければならない。このとき、復調用キャリア位相が最適な値から外れることは、十分考えられる。そのため、位相誤差の影響を評価し、許容される位相誤差の範囲を求めることは重要である。この問題に関しては、これまで、Falconer と Magee により、QAM伝送系について、極簡単な計算とシミュレーションが行われたにすぎない。⁽⁵⁹⁾⁽⁶⁰⁾ ここでは、より厳密で、且、一般的な検討を行うことにする。

まず、8.2節では、復調用キャリア位相誤差が存在する場合の実効SN比を導いてい

る。更に、8.3節では、SSB伝送系に關してより詳しい解析と数值計算を行っている。特にSSB伝送系について検討したのは、この伝送方式が「狭帯域で多量の情報を伝送することが可能だからである。

8. 2 節 復調用キャリアの位相誤差 と実効SN比の関係

振幅変調を受け、同期検波が行われている
伝送系は図 6-10 でモデル化することが可能
である。そして、式 (6-132) ~ (6-135) が成立し
ているとする。このとき、6.6 節で述べた
ように、式 (6-136) の置換を行うことにより、
実際の伝送系を図 5-1 に示した等価基底帯域
伝送系モデルに置換えて考察することができ
る。つまり、復調用キャリア位相 θ を等価的
に基底帯域伝送路特性に換算することができ
る。

最適な復調用キャリア位相を θ_{opt} とし、そ
のときの等価基底帯域伝送路特性を $H_1(f)$ と表
わす。式 (6-136) より、式 (8-1) が成立する。

$$H_1(f) = \frac{1}{4} \left\{ D_1(f-f_c) H'(f-f_c) e^{j\phi_{opt}} + D_1(f+f_c) H'(f+f_c) e^{-j\phi_{opt}} \right\} \quad (8-1)$$

復調用キャリア位相が ϕ_{opt} から $(\phi_{opt} + \psi)$ に変位したときの等価基底帯域伝送路特性を $H_\psi(f)$

と表わす。このとき、式(8-2)が成立つ。

$$H_\psi(f) = \frac{1}{4} \left\{ D_1(f-f_c) H'(f-f_c) e^{j(\phi_{opt} + \psi)} + D_1(f+f_c) H'(f+f_c) e^{-j(\phi_{opt} + \psi)} \right\} \quad (8-2)$$

復調用キャリア位相が ϕ_{opt} から $(\phi_{opt} + \psi)$ に変位したことは基底帯域伝送系において、等価的に、次のように考えることが可能である。

- (1) 伝送路特性が $H_1(f)$ から $H_\psi(f)$ に変動した。
- (2) 受信フィルタは、伝送路特性が $H_1(f)$ であるときみなして最適化されている。

つまり、復調用キャリア位相誤差の影響

を等価的に，伝送路特性の変動と受信フィルタの最適特性からの変位と考えることができる。

復調用キャリアに位相誤差 ψ が存在したときのビタビ識別器入力雑音の分散を $\sigma_{n\psi}^2$ と表わす。式(6-39)より

$$\sigma_{n\psi}^2 = \int_{-1/2T}^{1/2T} \left\{ \frac{\sigma_z^2}{T} \left| [F(f)H_\psi(f)G(f)]_{eq} [S(f)]_{eq} \right|^2 + \frac{N_0}{2} \left| |G(f)|^2 \right|_{eq} \right\} df \quad (8-3)$$

が得られる。ここで， $[S(f)]_{eq}$ はDIRを用いて，式(6-32)で与えられる。

一方，実効SN比の定義式(6-16)から分かるように， $ESN^{(k)}$ の分子はDIRによって定まり，位相変位 ψ に依存しない。このことから復調用キャリアに位相誤差 ψ が存在する場合の実効SN比は，式(8-4)で与えられる。

$$ESN^{(K)} = \sigma_x^2 \frac{d_{min}^2}{\sigma_{n\psi}^2} \quad (8-4)$$

以上により， ψ と実効SN比の関係式が導かれた。

特に，受信フィルタが図6-2に示されるように，帯域制限フィルタ $L(f)$ と無限個のタッパから成るトランスバーサルフィルタ $C^{(2)}(f)$ で構成されている場合，式(8-3)の $q(f)$ は式(8-5)～(8-7)で表わされる。

$$q(f) = L(f) C^{(2)}(f) \quad (8-5)$$

$$C^{(2)}\left(f + \frac{k}{T}\right) = C^{(2)}(f) \quad \left(|f| \leq \frac{1}{2T}, k \text{ 整数}\right) \quad (8-6)$$

$$C^{(2)}(f) = \frac{\left[F(f) H_1(f) L(f) \right]_{eq}^* \cdot \left[S(f) \right]_{eq}}{\left| \left[F(f) H_1(f) L(f) \right]_{eq} \right|^2 + \frac{N_0 T}{2\sigma_x^2} \left[|L(f)|^2 \right]_{eq}} \quad (8-7)$$

$$\left(|f| \leq \frac{1}{2T} \right)$$

8.3 節 SSB 伝送系における復調用 キャリア位相誤差の影響

SSB 伝送系では, 式 (6-135) が成立する。

いまから

$$H_1(f) = \begin{cases} \frac{1}{4} H'(f-f_c) e^{j\phi_{opt}} & 0 \leq f \leq f_c \\ \frac{1}{4} H'(f+f_c) e^{-j\phi_{opt}} & -f_c \leq f < 0 \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \quad (8-8)$$

更に, 式 (8-2) より, 式 (8-9) が成立する。

$$H_\psi(f) = \begin{cases} \frac{1}{4} H'(f-f_c) e^{j(\phi_{opt} + \psi)} & 0 \leq f \leq f_c \\ \frac{1}{4} H'(f+f_c) e^{-j(\phi_{opt} + \psi)} & -f_c \leq f < 0 \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \quad (8-9)$$

式 (8-8) (8-9) より 式 (8-10) が成立する。

$$H_\psi(f) = \begin{cases} H_1(f) e^{j\psi} & 0 \leq f \leq f_c \\ H_1(f) e^{-j\psi} & -f_c \leq f < 0 \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \quad (8-10)$$

ここで、送信波形がナイキスト帯域内に帯域制限されているとする。即ち

$$F(f) = 0 \quad |f| > \frac{1}{2T} \quad (8-11)$$

例えば、SSB伝送系で、しばしば用いられるクラス4のパーシャル・レスポンス方式のインパルス応答波形(6.6節の数値計算では、これを用いた)の場合、式(8-11)が成立する。

このとき、式(8-3)(8-10)(8-11)より

$$\sigma_{n\psi}^2 = \int_0^{\frac{1}{2T}} \left\{ \frac{2\sigma_x^2}{T} \left| F(f) H_1(f) G(f) e^{j\psi} - [S(f)]_{eq} \right|^2 + N_0 \left[|G(f)|^2 \right]_{eq} \right\} df \quad (8-12)$$

が成立する。更に、受信フィルタがナイキスト帯域内に制限されたフィルタ $L(f)$ とタップ数無限個のトランスバーサル・フィルタ $C^{(n)}(f)$ により構成されているとする。即ち

$$L(f) = 0 \quad |f| > \frac{1}{2T} \quad (8-13)$$

式 (8-5) ~ (8-7), (8-11) より

$$G(f) = \frac{F(f)^* H_1(f)^* [S(f)]_{eg}}{|F(f) H_1(f)|^2 + \frac{N_0 T}{2\sigma_z^2}} \quad \left. \begin{array}{l} |f| \leq \frac{1}{2T} \\ \\ |f| > \frac{1}{2T} \end{array} \right\} \quad (8-14)$$

$$G(f) = 0$$

式 (8-14) を式 (8-12) に代入する。

$$\sigma_{n\psi}^2 = \int_0^{\frac{1}{2T}} \frac{\left\{ \frac{2\sigma_z^2}{T} |F(f) H_1(f)|^2 (1 - e^{j\psi}) + \frac{N_0 T}{2\sigma_z^2} \right\}^2 + N_0 |F(f) H_1(f)|^2}{\left(|F(f) H_1(f)|^2 + \frac{N_0 T}{2\sigma_z^2} \right)^2} \cdot |S(f)|_{eg}^2 df$$

(8-15)

ここで, ψ は極, 小さい値であると仮定する。

$$\text{即ち, } |\psi| \ll \frac{\pi}{2} \quad (8-16)$$

このとき

$$e^{j\psi} \simeq 1 + j\psi \quad (8-17)$$

が成立するから, 式 (8-17) を式 (8-15) に代入

する。その結果, 式 (8-18) が得られる。

$$\sigma_{n\psi}^2 \approx \sigma_n^2 + \Delta_\psi^2 \quad (8-18)$$

但し、 σ_n^2 は、 $\psi = 0$ のときのビタビ識別器入力雑音の分散であり、式(8-19)が成立つ。

$$\sigma_n^2 = N_0 \int_0^{\frac{1}{2T}} \frac{|[S(f)]_{eg}|^2}{|F(f)H_1(f)|^2 + \frac{N_0 T}{2\sigma_x^2}} df \quad (8-19)$$

又、 Δ_ψ^2 は復調用キャリア位相誤差による雑音成分の分散であり、式(8-20)で表わされる。

$$\Delta_\psi^2 = \psi^2 \cdot \frac{2\sigma_x^2}{T} \int_0^{\frac{1}{2T}} \frac{|F(f)H_1(f)|^4 \cdot |[S(f)]_{eg}|^2}{\left(|F(f)H_1(f)|^2 + \frac{N_0 T}{2\sigma_x^2}\right)^2} df \quad (8-20)$$

式(8-20)から明らかかなように、復調用キャリア

位相誤差 ψ の影響は、 ψ の自乗に比例する

ため、この値が極、小さいときには問題に

ならない。しかし、 ψ が大きくなるにつれて、

特性は急激に悪化する。

6. 6 節で計算を行、た SSB 伝送系 (通

信系のパラメータは表 6-1 に示されている。

又、受信フィルタは整合型波器とタップ数が無限個のトランスバーサル・フィルタにより

構成されているとする) について、位相誤差

と実効SN比の関係を計算し、図 8-1, 8-2 に示

した。ここで、 $\sigma_{n\psi}^2$ の計算には、厳密な計算

式である式 (8-15) を用いた。

これらの図から、SSB伝送系における位相誤差の影響はかなり大きく、 ψ が増加するに

つれて、急速に特性が悪化すること分かる。

そして、良好な実効SN比を得るために許容さ

れる誤差範囲は 2 deg 程度であると言える。

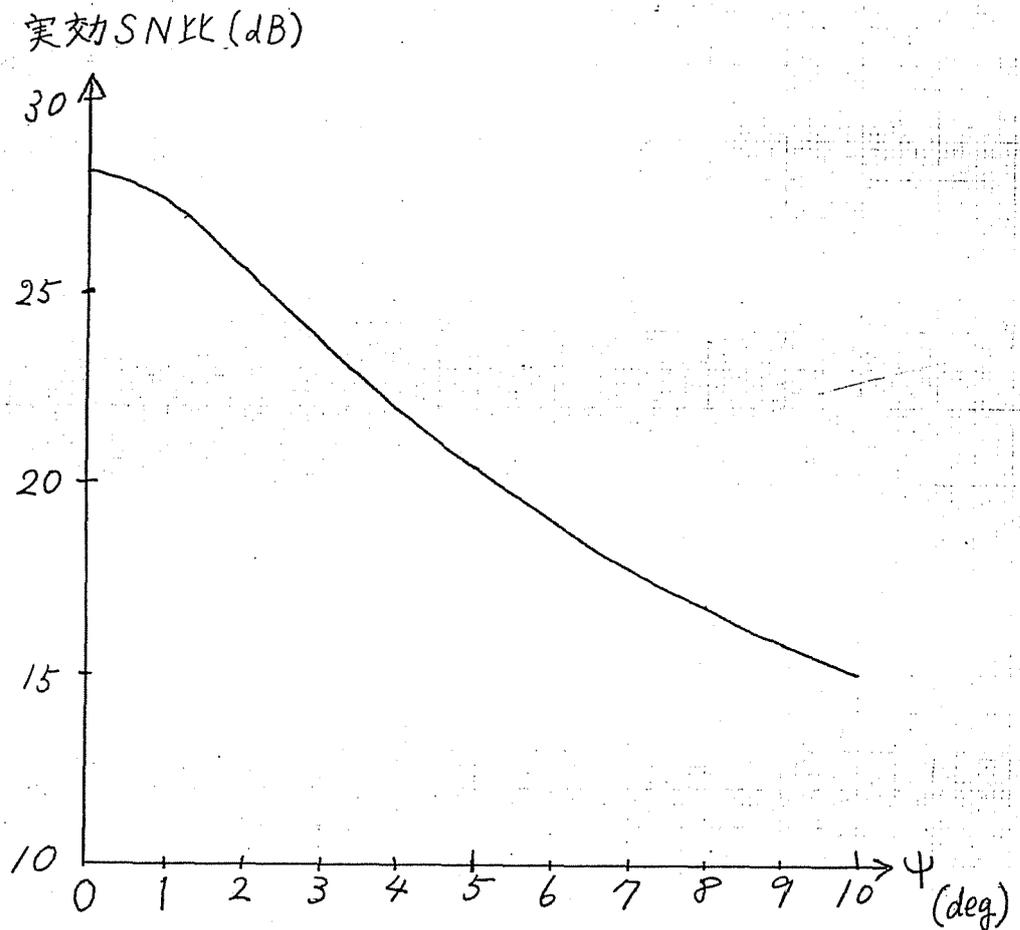


図 8-1 復調用キャリア位相誤差と実効 SNR の関係 (1)

SSB 伝送系, 伝送路 1, DIR $\{1, 0, -1\}$
 ボーレート 6000 搬送波周波数 3300Hz
 送信波形 クラス 4 のパーシャル・レスポルス
 波形,

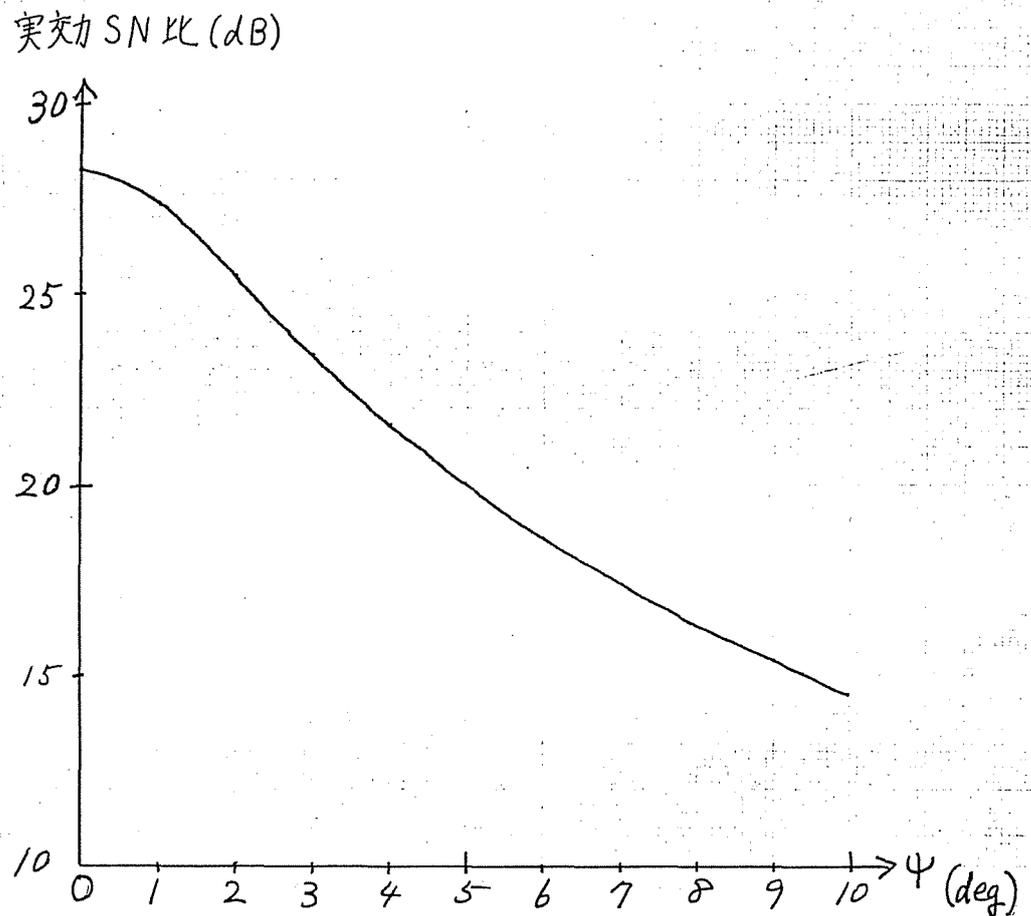


図 8-2 復調用キャリア位相誤差と実効 SN 比
の関係 (2)

SSB 伝送系, 伝送路 2,

DIR $\{1.015, -0.985, -0.985, 1.015\}$

ボーレート 6000, 搬送波周波数 3300 Hz

送信波形 クラス 4 の ハーシャルレ

レスポンス 波形

8. 4 節 結 言

本章では、ビット識別器を含む伝送系における、復調用キャリア位相誤差による影響を考察した。そのために、まず、位相誤差が存在するときの実効SN比の一般式を解析的に導いた。次に、SSB伝送系について数値計算を行い、得られた結果に対し、検討を加えた。その結果、位相誤差による影響はかなり大きく、 ϕ が大きくなるにつれて、急速に特性が悪化するこゝろが分かった。

復調用キャリアの位相誤差が大きな妨害要因になることはSSB伝送系に限らず、直交成分を持つ他の伝送系、つまり、QAM、VSB系においても同様と思われる。このことから、直交成分を伴う伝送系では復調用キャ

リアを発生する回路⁽³⁰⁾⁽³⁶⁾に精密な装置を用

いる必要があると言うことができる。

第9章 結 論

ここでは、本論文で得られた、特に重要と思われる結論を要約し、今後に残された研究課題を明らかにする。

第1編について

スタック同期を用いてPCM多重変換を行うとき、スタックジッタを抑圧するため、位相制御装置が必要になる。第1編では、この問題を取扱った。その結果、以下の結論が得られた。

- (1) デジタル位相同期系は発振周波数固定のパルス発振器と論理回路によって構成されているため(VCO不要)、PCM多重変換系の位相制御装置に、第3章で提案したデジタル位相同期系を用いるならば、安定

性，信頼性に関して，従来の系より，はるかに良好な回路が得られる。しかも，ディジタルIC化が可能であり，装置の一部を複数のチャンネルで共有できるため，経済的である。

(2) ディジタル位相同期系のパラメータ (Δ, N) 及び，スタック率を適当な値に選ぶことにより，大きなジッタ抑圧効果が得られる。

(3) スタック率が小さな値を取り，式(4-15)を満足する領域にあるとき，出力ジッタはスタック率に対し，急激な変化をしない。その結果，最適スタック率の決定には，この範囲内で，かなり自由性がある。

(4) スタック率が大きく，過配過負荷領域(式(4-15)を満たさない領域)にあるとき，出力ジ

ツタには鋭いピークが現れる。しかし、リニア位相同期系が良好なジッタ抑圧特性を示すスタック率においては、ディジタル位相同期系も同様に良好な特性を示している。

(5) そのため、スタック多重変換系のジッタ抑圧装置を、リニア位相同期系からディジタル位相同期系に置換する場合にも、スタック率の変更を必要としない。即ち、多重変換系全体に大きな影響を与えず、この置換が可能である。これらの結果から、ディジタル位相同期系はリニア位相同期系との互換性に富んでいると結論することが出来る。

以上、第1編で得られたことを要約するならば、PCM多重変換系に必要不可欠な位相制御回路をディジタル化し、位相同期法を大き

く改善したことがある。

第2編について

ビット識別器を実現可能にするには、受信フィルタを調整することにより、DIRの長さを短縮しなければならない。このとき、フィルタとDIRをどのように定めるかと言うことは重要である。第2編では、この問題を中心に検討を行った。その結果、以下の結論が得られた。

(1)最適化を行う際の目的関数には、計算が可能で、且、受信空間上での最小距離と雑音の分散を同時に考慮した実効SN比を用いるべきである。

(2)実効SN比を最大にする受信フィルタは、これまで知られていた整合ろ波器とトランス

バーサル・フィルタにより実現される。第6章では、更に、これを一般化し、整合ろ波器を用いず、任意の帯域制限フィルタとトランスバーサル・フィルタで受信フィルタを構成したときの最適トランスバーサル・フィルタ特性を求めた。

(3) 受信空間上での最小距離 (d_{min}) を与える誤り事象から成る集合 E_{min} を用いることにより、実効SN比を最大にする最適DIRを比較的、容易に計算することが出来る。

(4) 実効SN比を目的関数に定めた最適DIRについて、 d_{min} を与える誤り事象が、1時刻で1レベルの誤りを犯す事象 ($\mathcal{E}_2 = [11]$) である場合には、従来から知られていた、SN比を目的関数にした最適解に一致する。

(5) トランスバーサル・フィルタのタップ数が無限個である場合には、次のことが明らかになった。

DIR の長さが 2 の場合、式 (6-95) (6-96) が直流付近に単一の減衰極を持つときには、

$\{1, -1\}$ が最適 DIR になる。一方、これら

の式がナイキスト周波数に単一の減衰極を

持つ場合には、 $\{1, 1\}$ なるクラス 1 のパー

シャルレスポレス方式のインパルス応答が最

適 DIR になる。又、DIR の長さが 3 の

とき、式 (6-95) (6-96) が直流、及び、ナイキ

スト周波数に減衰極を持ち、しかも、 $1/4T$

なる周波数に関して線対称に近い性質を持

っているとき、最適 DIR は $\{1, 0, -1\}$ なる

クラス 4 のパーシャル・レスポレス方式の

インパルス応答になる。

(6) DIRの長さが任意に長くなりうるとした

ときの実効SN比の上限が解析的に導かれた

ことにより (式(6-130)(6-131)), DIRの長さ

をどの値に定めるべきかという問題に関し

て, 重要な判断基準が得られた。

(7) 数値計算の結果, 次のことが分かった。

ボーレートが3000程度のDSB系の場合,

DIRを $\{1, 1\}$ に定めるべきである。又,

ボーレート6000程度のSSB系の場合に

は, 著しく伝送路特性が悪い場合を除いて,

DIRを $\{1, 0, -1\}$ に定めることにより,

良好な特性が得られる。更に, 特性がかな

り悪い伝送路に関しても, DIRの長さを4

にあることにより, 実効SN比が大きく改善

される。

(8) 伝送路特性がかなり変動しても、最適 D I

R は大きな変化をしない。つまり、最適 D

I R の伝送路に対する依存度は小さい。

(9) D I R の長さを 2~4 とし、小さな値に

定めて良いことから、ビット識別器を容易

に実現することが可能である。

(10) ビット識別器入力雑音の相関による影響は

この雑音の等価ノイズスペクトラム

を用いて評価することができると。数値

計算の結果、D I R の長さを適当な値に定

めることにより、雑音の相関は大きな妨害

要因にならないことが分かった。

(11) 復調用キャリアの位相誤差による影響を検

討した結果、SSB 伝送系に許容される値

は 2deg 程度である。

以上、第2編で得られたことを要約するならば、ビット識別器を実現可能なものにあつたため、通信系を最適化し、幾つかの重要な特性評価を行ったことである。

次に、今後に残された研究課題を述べる。

第1編について

(1) スタックジッタの多段累積の問題が未解決である。つまり、同一のPCM信号に対して、スタック/ディスタックが繰返されたとき、スタックジッタがどのように累積されるかということを検討すべきである。

(2) 復調された信号に対するジッタの影響は、そのスペクトルにも依存する。そこで、位相制御回路出力ジッタのパワースペクトル

を求める必要がある。

第2編について

(1) ビタビ識別器を QAM, 直交 VSB 伝送系のような多チャンネル系に適用する問題を検討する必要がある。多チャンネル系においては、妨害要因として、新たに、チャンネル間干渉成分が現れる。符号間干渉、チャンネル間干渉、及び、伝送路雑音を考慮して最適な受信フィルタと DIR を求めることは、大変、興味深いことである。特に、最近の研究が多チャンネル伝送方式を指向していることから、この問題は重要であり、早急な解明が待たれる。

(2) 本論文では、特性の評価に実効 SN 比を用いたが、最も重要な評価基準である符号誤り

率を、計算機シミュレーションにより求める必要がある。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、御指導、御鞭撻
頂いた 北海道大学工学部 松本 正 教授に
深甚の謝意を捧がさせていただきます。

又、御討論に参加された、伊藤 精彦 助教、
授、仙石 正和 助手、中岡 快二郎 助手、そ
の他、電子工学科電波伝送工学講座の各位に
感謝の意を表します。

更に、第1編の研究に関して、御意見を賜
わった、日本電信電話公社 横須賀電気通信
研究所 大竹 孝平氏、高正博氏、及び、第
2編の研究テーマを選択する際、有益な御助
言を頂いた、沖電気工業(株)開発本部 似鳥
一彦氏に感謝いたします。

参考文献

- (1) 近藤：“PCM多重化フレームと高次群ハイパーキの構成法”，信学論(A)，57-A，No.1，p9 (昭49-01)
- (2) J.S. Mayo：“Experimental 224 Mb/s PCM terminals”，BSTJ，vol.44，No.9，p1813 (Nov. 1965)
- (3) F.J. Witt：“An experimental 224 Mb/s digital multiplexer-demultiplexer using pulse stuffing synchronization”，BSTJ，vol.44，No.9，p1843 (Nov. 1965)
- (4) 小塚：“スタック同期方式に用いる位相制御発振器”，通研実報，vol.17，No.10，p31 (1968)
- (5) Y. Matsuura, S. Kozuka and K. Yuki：“Jitter characteristics of pulse stuffing synchronization”，IEEE，Int. Conf. on Commun. p259 (June 1968)
- (6) 小塚：“スタック同期方式の伝送特性”，通研実報，vol.18，No.6，p47 (1969)
- (7) 近藤：“スタックジッタの解析”，信学会，通信方式研究会資料，CS70-110 (1971-03)
- (8) D. L. Duttweiler：“Waiting time jitter”，BSTJ vol.51，No.1，p165 (Jan. 1972)

- (9) 近藤：“パルススタック同期方式におけるジッタ”，信学論(A)，vol. 56-A, No. 9, p481
(昭48-09)
- (10) 大竹：“スタック同期多重変換系の考察”，信学会，通信方式研究会資料，CS74-11
(1974-04)
- (11) 大竹：“スタック同期多重変換系のジッタ特性”，信学論(A)，vol. 58-A, No. 8, p538 (昭50-08)
- (12) Italian Administration “Jitter influence on various kind of signals”，CCITT Sp.D
Temporary Document 21 (March 1971)
- (13) 結城：“PCM伝送系ジッタのCTV信号への影響”，信学論(A)，vol. 57-A, No. 4, p287
(昭49-04)
- (14) 小川，仙石，松本：“ディジタル位相同期系を用いたスタックジッタの抑圧”，昭和51年度信学総全大 1594 (1976)
- (15) 小川，仙石，松本：“ディジタル位相同期系を用いたスタックジッタの抑圧”，信学会，通信方式研究会資料，CS75-200, (1976-03)
- (16) 小川，仙石，松本：“ディジタル位相同期系を用いたスタックジッタの抑圧”，信学論(B)，

vol. 60-B, No. 7, p 461, (昭 52-07)

- (17) 畔柳: "ハルズ挿入による交換網同期の方式", 信学会交換研究会資料, SE 70-45 (1971-02)
- (18) J. K. Holmes: "Performance of a first-order transition sampling digital phase-locked loop using random-walk models", IEEE Trans. Commun., vol. COM-20, No. 2, p119 (April 1972)
- (19) J. R. Cessna and D. M. Levy: "Phase noise and transient times for a binary quantized digital phase-locked loop in white Gaussian noise", IEEE Trans. Commun. vol. COM-20, No. 2, p94 (April 1972)
- (20) J. K. Holmes and C. Tegnella: "A second-order all-digital phase-locked loop", IEEE Trans., Commun. vol. COM-22, No. 1, p62. (Jan. 1974)
- (21) G. Pasternack and R. L. Whalin: "Analysis and synthesis of a digital phase-locked loop for FM demodulation", BSTJ, vol. 47, p 2207 (Dec. 1968)
- (22) 後藤, 榎本: "デジタル制御による相互同期の方式", 信学会, 交換研究会資料, SE 68-41, (1969-03)

- (23) 湯川, 森: "二値量子化全デ, ジタル位相同期系", 信学論 (A), vol. 56-A, No. 12, p751 (昭48-12)
- (24) 小川, 尾佐竹: "量子化同期方式", 信学論 (A), vol. 56-A, No. 8, p468 (昭48-08)
- (25) 大竹, 高, 畔柳: "量子化クロック位相同期系のジッタ特性", 信学論 (A), vol. 60-A, No. 7, p613. (昭52-07)
- (26) 宮川, 佐藤, 茅: "不規則信号論と動特性推定", コロナ社 (昭44)
- (27) 猪瀬 編: "PCM 通信の基礎と新技術", 産報 (昭43)
- (28) 猪瀬, 宮川 編: "PCM 通信の進歩", 産報 (昭49)
- (29) H. Nyquist: "Certain topics in telegraph transmission theory", Trans. AIEE, (April 1928)
- (30) W.R. Bennet and J.R. Davy: "Data Transmission", McGraw-Hill (1965)
- (31) D.W. Tufts: "Nyquist's problem - The joint optimization of transmitter and receiver in pulse amplitude modulation",

Proc. IEEE, vol. 53, p248 (March 1965)

(32) J.W. Smith : "The joint optimization of transmitted signal and receiving filter for data transmission systems", BSTJ, vol. 44, p2363 (Dec. 1965)

(33) H.E. Kallman : "Transversal filters", Proc. IRE, vol. 28, p302 (July 1940).

(34) R.W. Lucky : "Automatic equalization for digital communication", BSTJ, vol. 44, No. 4, p547 (April 1965)

(35) R.W. Lucky : "Techniques for adaptive equalization of digital communication", BSTJ, vol. 45, p225 (Feb. 1966)

(36) R.W. Lucky, J. Salz and E.J. Weldon, Jr. :
"Principles of Data Communication",
New York : McGraw - Hill (1968)

(37) M.E. Austin : "Decision-feedback equalization for digital communication over dispersive channels", M.I.T. Lincoln Lab., Lexington, Mass., Tech. Rep. p437 (Aug. 1967)

(38) D.A. George, R.R. Bowen and J.R. Storey : "An adaptive decision feedback equalizer",

IEEE Trans. Commun. Technol., vol. COM-19, p281
(June 1971)

(39) R. Price: "Nonlinearly feedback equalized PAM versus capacity, for noisy filter channels", in Conf. Rec. Int. Conf. Commun., p22-12, Philadelphia, PA (June 1972)

(40) J. Salz: "Optimum mean-square decision feedback equalization", BSTJ, vol. 52, No. 8, p1341 (Oct. 1973)

(41) E.R. Kretzmer: "Generalization of a technique for binary data communication", IEEE Trans. Commun. Technol., (Concise Papers) vol. COM-14, p67, (Feb. 1966)

(42) R.W. Chang and J.C. Hancock: "On receiver structure for channels having memory", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-17, p463 (Oct. 1966)

(43) K. Abend, T.J. Harley, Jr., B.D. Fritchman and C. Cumacos: "On optimum receivers for channels having memory", IEEE Trans. Inform. Theory, (Corresp.) vol. IT-14, p819 (Nov. 1968)

(44) R.R. Bowen: "Bayesian decision procedure for interfering digital signals", IEEE Trans.

Inform. Theory, (Corresp.) vol. IT-15, p506
(July 1969)

(45) 似鳥 : "PCM 信号系列の最適受信", 信
学誌, vol. 49, No. 11, p2179 (昭41-11)

(46) A. J. Viterbi : "Error bounds for convolutional
codes and an asymptotically optimum decoding
algorithm", IEEE Trans. Inform. Theory,
vol. IT-13, p260 (April 1967)

(47) A. J. Viterbi : "Convolutional codes and their
performance in communication systems",
IEEE Trans. Commun. Technol., vol. COM-19,
p751 (Oct. 1971)

(48) G. D. Forney, Jr. : "Maximum-likelihood sequence
estimation of digital sequences in the
presence of intersymbol interference",
IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-18, No. 3,
p363 (May 1972)

(49) G. D. Forney, Jr. : "The Viterbi algorithm",
IEEE Proc., vol. 61, No. 3, p268 (March 1973)

(50) S. U. H. Qureshi and E. E. Newhall : "An adaptive
receiver for data transmission over time-
dispersive channels", IEEE Trans. Inform.
Theory, vol. IT-19, No. 4, p448 (July 1973)

- (51) D. D. Falconer and F. R. Magee, Jr.: "Adaptive channel memory truncation for maximum likelihood sequence estimation", *BSTJ*, vol. 52, No. 9, p1541 (Nov. 1973)
- (52) D. G. Messerschmitt: "Design of a finite impulse response for the Viterbi algorithm and decision-feedback equalizer", in *Conf. Rec., Int. Conf. Commun.*, p37D-1 (June 1974)
- (53) S. A. Fredricsson: "Optimum transmitting filter in digital PAM systems with a Viterbi detector", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-20, p479 (July 1974)
- (54) A. Cantoni and K. Kwong: "Further results on the Viterbi algorithm equalizer", *IEEE Trans. Inform. Theory*, (Corresp.) vol IT-20, p764 (Nov. 1974)
- (55) F. R. Magee, Jr.: "A comparison of compromise Viterbi algorithm and standard equalization techniques over band-limited channels", *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-23, p361 (March 1975)
- (56) R. R. Anderson and G. J. Foschini: "The minimum distance for MLSE digital data systems of limited complexity", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-21, p544 (Sept. 1975)

- (57) S. A. Fredricsson : " Joint optimization of transmitter and receiver filters in digital PAM systems with a Viterbi detector ", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-22, p200 (March 1976)
- (58) G. J. Foschini : " Maximally null partial response for an MLSE digital data system involving high loss coaxial cable ", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-21, No. 6, p601 (Nov. 1975)
- (59) D. D. Falconer and F. R. Magee, Jr. : " Evaluation of decision feedback equalization and Viterbi algorithm detection for voiceband data transmission — Part I ", IEEE Trans. Commun., vol. COM-24, No. 10, p1130 (Oct. 1976)
- (60) D. D. Falconer and F. R. Magee, Jr. : " Evaluation of decision feedback equalization and Viterbi algorithm detection for voiceband data transmission — Part II ", IEEE Trans. Commun., vol. COM-24, No. 11, p1238 (Nov. 1976)
- (61) A. Cantoni and P. Butler : " Linear minimum mean-square error estimators applied to channel equalization ", IEEE Trans. Commun., (Corresp.) vol. COM-25, No. 4, p441 (April 1977)
- (62) A. E. Desblache : " Optimal short desired impulse response for maximum likelihood sequence

estimation", IEEE Trans. Commun., (Corresp.)
vol. COM-25, No. 7, p 735 (July 1977)

(63) W. van Etten : "Maximum likelihood receiver
for multiple channel transmission systems",
IEEE Trans. Commun., vol. COM-24, No. 2,
p 276 (Feb. 1976)

(64) G. J. Foschini : "Performance bound for maximum-
likelihood reception of digital data", IEEE
Trans. Inform. Theory, vol. IT-21, No. 1, p 47
(Jan. 1975)

(65) F. R. Magee and J. G. Proakis : "Adaptive maximum-
likelihood sequence estimation for digital
signaling in the presence of intersymbol
interference", IEEE Trans. Inform. Theory,
vol IT-19, No. 1, p 120 (Jan. 1973)

(66) F. R. Magee and J. G. Proakis : "An estimation of
the upper bound on error probability for
maximum-likelihood sequence estimation on
channels having a finite-duration pulse
response", IEEE Trans. Inform. Theory,
(Corresp.) vol. IT-19, No. 5, p 699 (Sept. 1973)

(67) M. F. Mesia, P. J. McLane and L. L. Campbell : "Maximum
likelihood sequence estimation of binary
sequences transmitted over band limited

nonlinear channels", IEEE Trans. Commun.,
vol. COM-25, No. 7, p633 (July 1977)

(68) W. U. Lee and F. S. Hill, Jr. : "A maximum-likelihood
sequence estimation with decision-feedback
equalization", IEEE Trans. Commun., vol. COM
-25, No. 9, p971 (Sept. 1977)

(69) F. L. Vermullen and M. E. Hellman : "Reduced state
Viterbi decoders for channels with
intersymbol interference", in Proc.
Int. Conf. Commun. Minneapolis, NM, p37B-1
(June 1974)

(70) S. A. Fredricsson : "A reduced state Viterbi
detector for multilevel partial response
channels", Royal Institute of Technology,
Stockholm, Sweden, Technical Report No. 86,
(Sept. 1974)

(71) G. J. Foschini : "A reduced state variant of
maximum likelihood sequence detection
attaining optimum performance for high
signal to noise ratios", IEEE Trans.
Inform. Theory, vol. IT-23, No. 5, p 605
(Sept. 1977)

(72) 小川, 仙石, 松本 : "Viterbi 識別器を含む
一夕通信系の最適化", 昭52 電気四学会

北海道支部大会予稿, 42 (Oct. 1977)

(73) 小川, 仙石, 松本: "Viterbi識別器を含む一
夕通信系の最適化", 信学会技術研究
報告, 通信方式, CS77-122 (Oct. 1977)

(74) R.E. Bellman: "Dynamic Programming",
Princeton, N.J., Princeton Univ. Press (1957)

(75) S.E. Dreyfus: "Dynamic Programming and the
calculus of variations", New York and London,
Academic (1965)

(76) 深尾: "動的計画法とその応用", 計測と制
御, vol. 8, No. 6, p401 (June 1969)

(77) R.E. Bellman: "Introduction to Matrix Analysis"
New York, McGraw-Hill (1970)

(78) U. Grenander and G. Szegö: "Toeplitz Forms
and Their Application", Berkely, Univ. of
California Press (1958)

(79) R.E. Larson and J. Peschon: "A dynamic programming
approach to trajectory estimation", IEEE Trans.
Automatic Control (Short Papers) vol. AC-11, No. 3,
p537 (July 1966)

附 録 A

式 (6-34) を証明する。

ビタビ識別器入力における、雑音 n_i は 5.2 節
 で述べたように、次の二つの成分から成って
 いる。その一つは実際の伝送係 $(F(f)H(f)G(f))$
 のインパルス応答をサンプル時刻 iT で標本
 化して得られる系列が完全には、D I R に等し
 くないために生ずる残留誤差成分である。こ
 れを $n_i^{(1)}$ と表わす。もう一つは伝送路雑音が
 受信フィルタ $G(f)$ を通過して、ビタビ識別器に
 加わる成分である。これを $n_i^{(2)}$ と表わす。こ
 のとき

$$n_i = n_i^{(1)} + n_i^{(2)} \quad (A-1)$$

が成立する。 $n_i^{(1)}$ と $n_i^{(2)}$ は定常独立で、且、
 平均値 0 であると仮定する。このとき、式 (

6-33) で定義される ρ_i は式 (A-2) で表わされ

$$\begin{aligned} \rho_i &= E\{(n_0^{(1)} + n_0^{(2)})(n_i^{(1)} + n_i^{(2)})\} \\ &= E\{n_0^{(1)} n_i^{(1)}\} + E\{n_0^{(2)} n_i^{(2)}\} \\ &= \rho_i^{(1)} + \rho_i^{(2)} \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

$$\text{但し } \rho_i^{(1)} \triangleq E\{n_0^{(1)} n_i^{(1)}\} \quad (\text{A-3})$$

$$\rho_i^{(2)} \triangleq E\{n_0^{(2)} n_i^{(2)}\} \quad (\text{A-4})$$

とす。

ここで、まず、式 (A-3) で定義される $\rho_i^{(1)}$ を求め

る。式 (6-32) で表わされる $[S(f)]_{eq}$ をフーリエ

逆変換し、時刻 iT におけるサンプル値を計

算すると D I R の各系列が得られる。そして

$[S(f)]_{eq}$ はナイキスト帯域に制限されているこ

とから、 $[S(f)]_{eq}$ は D I R の等価ナイキスト周

波数特性である。送信フィルタ入力がインパ

ルス系列 $\sum x_n \delta(t - nT)$ であることから、 $n_e^{(1)}$ は

$$x_l^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \left\{ [F(f)H(f)G(f)]_{eg} - [S(f)]_{eg} \right\} e^{j2\pi f(l-n)T} df \quad (A-5)$$

で表わされる。式 (A-5) を式 (A-3) に代入し

送信符号が白色であること、即ち

$$E\{x_m x_n\} = \begin{cases} \sigma_x^2 & m=n \text{ のとき} \\ 0 & m \neq n \text{ のとき} \end{cases} \quad (A-6)$$

を用いると

$$\begin{aligned} \rho_l^{(1)} = \sigma_x^2 & \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \left\{ [F(f_1)H(f_1)G(f_1)]_{eg} - [S(f_1)]_{eg} \right\} \cdot \left\{ [F(f_2)H(f_2)G(f_2)]_{eg} - [S(f_2)]_{eg} \right\} \\ & \times e^{j2\pi f_2 l T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi (f_1+f_2)nT} df_1 df_2 \quad (A-7) \end{aligned}$$

が得られる。更に、

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f n T} = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \quad (A-8)$$

が成立すること、及び、 $[F(f)H(f)G(f)]_{eg}$ と $[S(f)]_{eg}$

がナイキスト帯域の外側で 0 であることから、

$$P_i^{(1)} = \frac{\sigma_x^2}{T} \int_{-1/2T}^{1/2T} \left| [F(s)H(s)G(s)]_{\text{eq}} - [S(s)]_{\text{eq}} \right|^2 e^{j2\pi f_i T} df \quad (\text{A-9})$$

が成立する。

次に, $P_i^{(2)}$ を求める。伝送路雑音はパワー

スペクトルが $N_0/2$ の白色雑音であることを

仮定しているから, 式 (A-10) が成立する。

$$P_i^{(2)} = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 e^{j2\pi f_i T} df \quad (\text{A-10})$$

更に, 式 (A-10) を計算し, 式 (6-28) を用いる

と, 式 (A-11) が求められる。

$$\begin{aligned} P_i^{(2)} &= \frac{N_0}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{1}{2T} + \frac{n}{T}}^{\frac{1}{2T} + \frac{n}{T}} |G(f)|^2 e^{j2\pi f_i T} df \\ &= \frac{N_0}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} |G(f - \frac{n}{T})|^2 e^{j2\pi f_i T} df \\ &= \frac{N_0}{2} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \left[|G(f)|^2 \right]_{\text{eq}} e^{j2\pi f_i T} df \quad (\text{A-11}) \end{aligned}$$

式 (A-2) に式 (A-9) (A-11) を代入し, 式 (6-31)

を用いると, 式 (6-34) が証明される。(証明終り)

附 録 B

実用上，重要な $K=3, 4$ ； $M=2\sim 4$ の
 場合について， E_{min} （式 (6-66)）の各要素
 （誤り事象）に対応する送信誤りベクトルを
 以下に示す。 $K=2$ に関しては，定理 6-4
 により明らかであるから，これを省略する。

又， ε_x と $-\varepsilon_x$ は同じ行列 M_E に対応するから，
 一方を省くことにする。

(1) $K=3$ ， $M=2$ のとき

$$\begin{array}{c} 1 \quad 1 \\ 1 \\ 1 \quad -1 \end{array}$$

(2) $K=3$ ， $M=3$ のとき

$$\begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \\ 1 \quad 1 \\ 1 \\ 1 \quad -1 \\ 1 \quad -2 \quad 2 \quad -1 \end{array}$$

(3) $K=3$, $M=4$ のとき

1 2 3 3 2 1
1 2 2 1
1 1
1
1-1
1-2 3-3 2-1
1-2 2-1

(4) $K=4$, $M=2$ のとき

1 1 1
1 1
1 1-1-1
1
1-1 1
1-1
1-1-1 1

(5) $K=4$, $M=3$ のとき

1 2 2 2 1
1 2 2 1
1 2 2 0-2-2-1
1 1 2 2 2 1 1
1 1 2 1 1
1 1 1
1 1
1 1-1-1
1
✓ 1-1 2-1 1
✓ 1-1 2-2 2-1 1
✓ 1-1 1
✓ 1-1
✓ 1-1-1 1
1-2 2 0-2 2-1
✓ 1-2 2-1
1-2 2-2 1

(6) $K=4, M=4$ のとき

1 2 3 3 3 2 1
1 2 3 3 2 1
1 2 2 2 1
1 2 2 1
1 2 2 0-2-2-1
1 1 2 2 3 3 3 2 2 1 1
1 1 2 2 3 2 2 1 1
1 1 2 2 2 1 1
1 1 2 1 1
1 1 1
1 1
1 1-1-1
1
1-1 2-1 1
1-1 2-2 3-2 2-1 1
1-1 2-2 3-3 3-2 2-1 1
1-1 2-2 2-1 1
1-1 1
1-1
1-1-1 1
1-2 3-3 3-2 1
1-2 3-3 2-1
1-2 2 0-2 2-1
1-2 2-1
1-2 2-2 1