HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	シグナリング均衡存在定理の新展開 : Spenceモデルの一般化
Author(s)	盛山, 和夫
Citation	北海道大學文學部紀要, 32(2), 149-178
Issue Date	1984-03-17
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/33483
Type	bulletin (article)
File Information	32(2)_PL149-178.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

シグナリング均衡存在定理の新展開

—— Spence モデルの一般化 ——

盛　山　和　夫

1. はじめに

高等教育が著しく普及して大学卒であることがかつてのような特権的地位を約束しなくなった今日，あらためて教育の社会的意義がさまざまな側面から問い直されはじめている。日本においては，苛烈な，あるいはそう言われている，受験競争という現象を前にして，学歴社会——その定義はいまだやや曖昧であるが——の諸問題が追究されており，アメリカでもまた多少異なった関心からではあるが，高等教育が社会においてはたす役割についての研究が盛んになってきている[1)]。こうした研究の中心的テーマの一つが，「はたして高等教育は，それを受ける個人あるいは社会全体に対して利益をもたらしているか，もたらしているとすればどのような，誰に対する利益か」という問題である。この問題に対して厳密に答えようとすることは，しかしながらそう容易なことではない。なぜならば，そのためには考えうるさまざまな利益の明確な定義，そうした利益が教育によって生み出されるメカニズムの分析と解明，さらにはそうしたメカニズムが本当に働いているかどうかを経験的に判定するための調査技法の開発，などが必要だからである。明らかに，単に社会調査を繰り返すだけでは，かかる問題への十分な接近は期待できないだろう。

われわれに必要なのは，厳密に定式化された理論モデルである。むろん，経験的に妥当な理論モデルを確立することは社会科学においては極めて困難なことであり，早急にはそのようなものは期待できない。した

がって当分われわれができること，そしてしなければならないことは，理論モデルの試みを提示すること，それも，思いつく限りの多様なモデルを提示してみることである。妥当な理論モデルへの道は，このようにして出されたさまざまなモデルについて，それらの論理性を検討するとともに，経験的検証の方法を探求してゆくことを通じてのみ開かれているだろう。いうまでもなく，これはあらゆる経験科学の常道である。

さて，教育の効用に関する理論モデルとしては，今日までに3種類のものがあると言ってよいだろう。それらはすべて経済学者によるものであり，そのためもあって，それらにおける「効用」はすべて経済的なものに限られている。

一つは，Becker らによって展開された「人的資本論」である。〔Becker, 1964〕これは，高等教育が人々の技能，知識の向上を通じて，その「限界生産性」の増大に貢献する点に注目する。その後この考えに基づいて，生涯賃金の学歴別格差や教育投資の経済的収益率の測定の試みが数多く行なわれている[2)]。

第2には「スクリーニング（ふるいわけ）論」と呼ぶうる考え方がある。これは，高等教育を受ける能力あるいは修了する能力が個々人の直接には観察不能な限界生産性を顕示するという機能に注目する〔Arrow, 1973; Stiglitz, 1975〕。この理論の極限的なケースにおいては，人々の限界生産性が高等教育によって増大させられることを否定する。むろんこれは議論のための仮説であるが，Arrow の「明らかに専門学校は市場価値をもつ真の技能を教えるし，大学の理系コースもそうする。だが，大半の文系（liberal arts）コースに関しては，このことはかなり不確かである」〔Arrow, 1973: 195〕という見方もそう的外れではないかもしれない。この理論の明らかにした興味深い知見は，たんにスクリーニング機能だけしか存在しないとしても，それが個人に対しても社会全体に対しても経済的効用をもたらしうるということである。

第3のモデルは「シグナリング・モデル」と呼ばれる。これは多くの点でスクリーニング・モデルと共通の構造をもっているが，後者が人々

を篩い分けるという機構に焦点を置くのに対して，教育年数という顕示的な標識（シグナル）に基づいて潜在的な「真の」能力を推定し，行動決定する，という側面に注目する[3]。このタイプのモデルの主たる関心は，教育の効果ということよりも，より一般的に「不完全情報下における市場の均衡」にあることが多い。しかし，シグナリングという現象が高等教育を受ける人々の行動において，無視しえない重要な要素であることは恐らく否定しえない。

以上の3つのモデルはいずれも興味深い内容をもっており，高等教育に関わる経験的現象を理解したり説明したりするうえで，さまざまな示唆を与えうるものである。現段階ではそれらの現実説明能力はいまだ未熟で不確定であるが，3つのモデルを比較検討するとともに，それぞれのモデルをより精緻化し，経験的観察との接点を増していくことによって，より満足しうる理論モデルへと近づいてゆくことができるだろう[4]。

本稿はこれらのうち，特にシグナリング・モデルを取り上げて考察を加える。ただ，そこにおいては教育の効用という現実的問題は表面には出てこないだろう。それは，本稿の課題がモデルの理論的精緻化ということにあって，その現実接近化ということでは必ずしもないからである。一見モデル至上主義的な以下の考察は，性急に現実問題への解答を求める人や（狭い意味での）経験主義的傾向の強い人には，若干異和感を生じさせるものかもしれない。しかし，社会科学の長期的な発展のためには，短期的な収益率にとらわれないこのような地道な投資活動がやはり必要であろう。

2. シグナリング・モデルの基本構造

一般に理論経済学で完全競争市場を想定する時，必要な情報は各経済主体にとって無費用で入手可能だという意味で完全情報が仮定されている。とくに，財やサーヴィスの質と価格は市場への参加者に明らかでなければならない。しかし，これはいうまでもなく非現実的な想定であ

る。たとえば映画が好例であるが，われわれはある映画の質についてそれを観るまでは何も確実には知りえない。ところが観るためには購買しなければならず，購買してしまえば，その質を知っていることはもはや消費行動の決定に何の役にも立たないのである。

こうしたことは映画だけではない。自動車やカメラなどの耐久消費財から，石鹸の類の日用品に至るまで，「使ってみなければ分らない」というケースが極めて多い。むしろ完全情報モデルの想定が妥当するようなケースの方が例外的であろう。このことはとくにサーヴィスに関してそうである。

このような不完全情報下におかれた時，消費者はどうするであろうか。賢い消費者——経済学では大体どの主体も賢いものと想定するのだが——ならば，当然，購入しようとする財やサーヴィスの質に関する情報をできる限り多く手に入れようとするだろう。ある映画を観に行くべきかどうか決める時，われわれは，それについての新聞評やすでに観てきた友人の評価を参考にするだろう。自動車の場合には，その性能に関するさまざまな一般的知識を販売会社のパンフレットや雑誌などから得ることができるし，また試乗してみることもできる。しかしながら，このようにしてえられた情報は，購入しようとする財の質に関して十分な知識を与えるものではない。それは財の「真の」質に関する不確実性を減少させはするが，ゼロにはしない。

このように，ある財もしくはサーヴィスの質に関して，その不確実性を減少させるような情報を，その「シグナル」と呼ぶ。

シグナルが機能しているような財やサーヴィスは無数にあるが，われわれはとくに労働力市場における教育のシグナルとしての機能に関心をもっている。このことを，M. Spence〔1974 a〕に従ってまず極く一般的な形で定式化してみよう。

完全競争市場における企業の最適行動の一つの必要条件は，各労働者の賃金がその限界生産性に等しいことである。一般に各企業は，雇用しようとする労働者の限界生産性を雇用してみるまでは知らない。ここで

もし賃金がいったん雇用契約で定められたあとは変更不可能だとすると，企業は労働者の真の質を知りえないままである賃金の支払いを約束しなければならないことになる[5]。企業はしたがって，労働者の質についての推測をより確実ならしめるような情報に注目するだろう。そのような情報の一つとして，教育年数が考えられるかもしれない。すなわち，企業の方は，何らかの根拠によって，より長期の教育年数がより高い生産性を含意していると信じ，しかもこの推測が雇用のあとで裏づけられる，ということが起るかもしれない。

単純な例示として次のようなケースを考えてみよう。まず労働者に2種類あって，グループⅠの限界生産性は1，グループⅡのそれは2であるとし，それぞれgと1－gの割合で存在するとする[6]。この限界生産性は教育によって変化しないものとする。企業はしかし個々の労働者がどちらのグループに属すか知りえないので，教育年数を唯一の手がかりとして賃金を支払う。教育年数 y を連続的な変数とし，$\bar{y}$ 未満の労働者に賃金 w_1 を，$\bar{y}$ 以上の労働者に $w_2(>w_1)$ を支払うとしよう。この教育年数によって区別された賃金表は労働者が受けようとする教育年数を決定する以前に市場で明示されているとする。労働者の各グループにとって，y 年の教育を受けるためには貨幣換算された費用 $C(y)$ がかかり，それはグループⅠにとっては $C_{\mathrm{I}}(y)=y$，グループⅡにとっては $C_{\mathrm{II}}(y)=y/2$ であるとする[7]。この時，各労働者は予想される賃金から教育費用を差引いた純所得を最大にするよう，教育年数 y を自ら決める。

まずグループⅠの労働者について考えると，彼は $y<\bar{y}$ のとき賃金 w_1 を受取り，純所得は w_1-y となる。$y\geq\bar{y}$ のとき純所得は w_2-y である。それぞれのケースにおける最適行動は $y=0$ と $y=\bar{y}$ である。したがって，グループⅠの労働者は，w_1 と $w_2-\bar{y}$ との大小によって，教育年数0もしくは $\bar{y}$ を選ぶだろう。同様にして，グループⅡの労働者は w_1 と $w_2-\bar{y}/2$ との大小に従って，教育年数0もしくは $\bar{y}$ を選ぶ。

一方，企業の最適行動はどのようになるだろうか[8]。われわれは，賃

金水準が個々の企業にとっては所与であるという点で，競争市場的性質を仮定し続ける。したがって，企業はただ各労働者の雇用量を決定できるだけである。ところが，雇用前においては労働者はただシグナルとしての教育年数によって識別されるだけで，その限界生産性によっては区別されえない。したがって，いま一般的にシグナルの種類がJ個あるとすれば，各企業は，

$$\pi=F(x_1,\ \cdots,\ x_J)-\sum^{J}w_jx_j$$

を最大化しようとするだろう。ただしここで，x_jは第jシグナルの労働力の雇用量，Fはその組合せによって決まる生産額，w_jはシグナル別賃金である。この最大化のための必要条件は，

$$\frac{\partial F}{\partial x_j}=w_j \quad (j=1,\ \cdots,\ J) \tag{1}$$

である。ここで，潜在的な能力によって区別される労働者のタイプの数をIとし，各シグナルjに含まれているタイプiの労働者の比率をq_{ij} $(\sum_{i=1}^{I}q_{ij}=1)$ とすれば[9]，

$$\frac{\partial F}{\partial x_j}=\sum_{i=1}^{I}\frac{\partial F}{\partial(q_{ij}x_j)}\frac{\partial(q_{ij}x_j)}{\partial x_j}$$

となるが，$\dfrac{\partial F}{\partial(q_{ij}x_j)}$はタイプ$i$の限界生産力であり，これを$f_i$とおけば，

$$\frac{\partial F}{\partial x_j}=\sum_{i=1}^{I}f_iq_{ij}$$

となる。したがって(1)より，企業行動最適化の必要条件は，

$$\sum_{i=1}^{I}f_iq_{ij}=w_j \quad (j=1,\ \cdots,\ J) \tag{2}$$

と定式化される。すなわち，各シグナルについて，その平均限界生産力が賃金に等しくなければならない。

q_{ij}は，一般に，提示された賃金表に対して各労働者が最適なシグナル（教育年数）を選択することによって決まる。すなわち，賃金表$\boldsymbol{w}=(w_1,\cdots,w_J)$の函数である。一方$f_i$は，一般には実際の雇用量$(x_1,\ \cdots,\ x_J)$と$q_{ij}$ $(i=1,\ \cdots,\ I;\ j=1,\ \cdots,\ J)$との函数である。ただし，考

察中の単純な例ではかかる変数に対して不変であると仮定されている。

各 f_i が企業を通じて同一，不変ならば，与えられた賃金表にたいして各 $\frac{\partial F}{\partial x_j}$ も不変であり，われわれは，労働力の総量が完全に非弾力的だと仮定してもその需給不均衡に思い悩む必要はない。したがって，このような単純なシグナリング市場における均衡は，各労働者が総所得を最大にすることと，(2)式とによって定義される。

さて，考察中の単純な例では，労働者がどの教育年数を選ぶかは，w_1, w_2 および $\bar{y}$ の値にしたがって3つのケースに分けられ，それぞれのケースについて各教育年数別平均限界生産力等を計算すると，表1のようになる。

表1. 単純例におけるシグナリング均衡

ケース	教育年数	平均限界生産力	賃金
a. $w_1>w_2-\bar{y}/2$	全員が0	$2-g$	w_1
b. $w_2-\bar{y}<w_1<w_2-\bar{y}/2$	グループⅠ 0 グループⅡ $\bar{y}$	1 2	w_1 w_2
c. $w_1<w_2-\bar{y}$	全員が $\bar{y}$	$2-g$	w_2

明らかに，任意の w_1, w_2, $\bar{y}$ の値に対して均衡が存在する訳ではない。しかし，それらの値の適当な組合せをとることによって，均衡は必ず，それも複数個，存在する。

この例では，生産性は教育にかかわらず不変であり，しかも職種によって変化することもないので，社会全体としてはシグナリング・コストの最も少ないケースaが一番望ましいということになろう。しかし，生産性が教育によって増大したり，職種によって変化したりするという，より現実的なモデルのもとでは，ある程度の教育がほどこされたり，教育年数によって賃金差別をつけた方が望ましいような場合もある。

(Arrow〔1973〕および Stiglitz〔1975〕を参照。)

3. Spence によるシグナリング均衡存在定理

前節のような単純な例ではシグナリング均衡の存在は容易に確められるが，より一般的な例，とくに，生産性が各企業の雇用政策によって変化する場合には，必ずしも自明ではない。Spence〔1974 a〕はその Appendix F で，こうしたより一般的な例で均衡の存在を証明している。ただし彼の証明においては，各企業は異なった賃金体系を持ちうると仮定されており，この点通常の完全競争市場の仮定から外れている。この仮定が不必要なものであることは容易に示すことができるが，スペースの関係上，その証明は省くことにする[10]。本節では，Spence のシグナリング均衡存在定理の概要を紹介し，かつ多少のコメントを加えることにしよう。

(1) 労働者はその潜在的能力に従って，I 個のタイプに分けられており，第 i タイプの労働者の割合を $g_i>0$, $\sum g_i=1$, で表わす。この分布は市場において所与である。

(2) 異なるシグナル（教育年数）の数を J とし，各労働者は何らかの費用を支払うことによって，適当なシグナルを一つ，そして一つだけ選ぶことができる。費用函数は(6)で与えられる。

(3) K 個の企業がある。

(4) タイプ i の労働者のうち，シグナル j を示し，企業 k に雇用されている人々の割合を m_{ij}^k で表わす。定義より，

$m_{ij}^k \geq 0$ すべての i, j および k に関して；

$\sum_{j,k} m_{ij}^k = 1$ すべての i に関して。

この最後の条件は全労働者が何らかの企業に雇用されることを含意しており，したがって労働力の需給均衡はモデルですでに前提とされている。

次のベクトルを定義する。

$$\mathbf{m}_j^k=(m_{1j}^k,\ \cdots,\ m_{Ij}^k)$$

$$\mathbf{m}^k=(\mathbf{m}_1^k,\ \cdots\cdots,\ \mathbf{m}_J^k)$$

$$\mathbf{m}=(\mathbf{m}^1,\cdots\cdots,\ \mathbf{m}^K).$$

$\mathbf{m}$ は，潜在能力のタイプ，シグナル，および企業によって区分される全労働力の配分状態を表示している。このような $\mathbf{m}$ の集合を M とすれば，M は労働力の完全雇用配分の集合である。

(5) 企業 k は，潜在能力のタイプ i を持ち，シグナル j を示している労働力を $g_i m_{ij}^k$ の割合いだけ雇用するが，g_i は定数なので，タイプ i でシグナル j の労働者の企業 k における限界生産力は，$\mathbf{m}^k$ のみの函数として，

$$f_{ij}^k(\mathbf{m}^k)$$

で表示される。ここで，f_{ij}^k はもはや定数ではなく，企業の雇用様式によって変化するものである。ただし，それは $\mathbf{m}^k$ に関して連続な函数であると仮定する。

(6) タイプ i の人が，シグナル j を得，企業 k に雇用されるために要する費用は，$\mathbf{m}$ の連続函数

$$C_{ij}^k(\mathbf{m})$$

で示される。(費用が労働力の配分と，雇用されようとする企業とに依存するという仮定は，少々奇異である。実際，費用がただ潜在能力とシグナルとに依存するという仮定のもとでも均衡の存在することが，示されうる。)

(7) 企業 k が シグナル j の労働者に支払おうとする賃金を t_j^k で表わし，ベクトル

$$\mathbf{t}^k=(t_1^k,\ \cdots\cdots,\ t_J^k)$$

は企業 k の提示する賃金体系を，また

$$\mathbf{t}=(\mathbf{t}^1,\ \cdots\cdots,\ \mathbf{t}^K)$$

は市場で提示される賃金体系全体を表示する。

(8) M は compact であり，$f_{ij}^k(\mathbf{m}^k)$ は連続なので，$\min_{\mathbf{m}^k} f_{ij}^k(\mathbf{m}^k)$ と

$\max_{\mathbf{m}^k} f^k_{ij}(\mathbf{m}^k)$ がすべての i, j および k に対して存在する。区間 T^k_j とその直積空間 T とが次のように定義される。

$$T^k_j = [\min_{i,\mathbf{m}^k} f^k_{ij}(\mathbf{m}^k),\ \max_{i,\mathbf{m}^k} f^k_{ij}(\mathbf{m}^k)], \qquad T = \times_{j,k} T^k_j.$$

(9) 均衡の定義。均衡は，各企業については，各シグナルに関してその平均限界生産力が賃金に等しいこと，各労働者にとっては，彼の選択するシグナルと企業とが最大の純所得を与えるものであることの，2条件によって定義される。したがって，

以下の2条件を充す点 $(\mathbf{m}, \mathbf{t}) \epsilon M \times T$ が均衡点である；すなわち，

(a) すべての k および j に関して，もしある i について $m^k_{ij} \neq 0$ ならば，

$$t^k_j = \frac{\sum_i m^k_{ij} g_i f^k_{ij}(\mathbf{m}^k)}{\sum_i m^k_{ij} g_i}$$

(b) すべての i, j および k に関して，もし $m^k_{ij} \neq 0$ ならば，

$$t^k_j - C^k_{ij}(\mathbf{m}) = \max_{r,s}[t^r_s - C^r_{is}(\mathbf{m})].$$

少し注釈を加えると，(a)において，ある i について $m^k_{ij} \neq 0$ ということは，その企業がシグナル j の労働者をいくらかは雇用しているということである。もし，すべての i について $m^k_{ij} = 0$ ならば，企業 k はシダナル j の労働者を全然雇用していない。そしてこの時，この j については，平均限界生産力が賃金に等しいという条件は適用を免がれる。(b)において $m^k_{ij} \neq 0$ は第 i タイプの労働者のうちある者がシグナル j, 企業 k を選択していることを示している。したがって，この選択が合理的である限り，それは最大の純所得を与える組合せでなければならない。

このように定義された均衡が存在することは，Spence〔1974a：179-81〕で証明されている。証明には，恐らく彼の指導教官であった Arrow

の助力によって，通常の存在定理の証明と同様のテクニックが用いられている。すなわち，まず上半連続で各点の像が常に凸集合であるような，$M\times T$ からそれ自身への写像を構築し，角谷の不動点定理から，不動点 $(\mathbf{m}^*, \mathbf{t}^*)\epsilon M\times T$ が存在し，この点が均衡点であることが示されるのである[11)]。

4. 潜在能力の連続的分布のもとにおける シグナリング均衡

前節で紹介した Spence のモデルには，すでに指摘したように，いくつかの問題点がある。各企業がそれぞれ独自の賃金体系を持つことは，競争市場の仮定に反し，シグナリング費用が労働力配分様式や雇用される企業にも依存するというのは，シグナルを教育と解するときの常識に反する。

さらに，それほど深刻なものではないが，一つの内的不斉合を指摘することができる。それは，上のモデルでは，労働力の連続的分布が仮定されている（$\mathbf{m}$ の集合 M は実数 濃度をもつ）のに対して，潜在的能力については離散的分布が仮定されていることである。シグナルは人々にとって外的なものだから，離散的であっても構わないが，人々が連続濃度で存在しているときには，彼に内的に附属している潜在的能力も連続濃度をもつとする方が斉合的であろう。しかも Spence はその考察の大部分の箇所において，潜在的能力の連続的分布を想定しているのである。(たとえば，Spence〔1974a〕の Appendices A～D)。

このようにして，本節の課題は Spence のモデルを冒頭で指摘した諸点とともに，潜在的能力の分布型において，修正することである。しかしながら，後者の点の修正は簡単なものではなく，われわれは新しい数学的道具，測度論，の助けを借りなければならない[12)]。

まず第1に，われわれは人々の潜在的能力が実数のある開区間上に分布していると仮定する。A でこの区間を表わすことにしよう。さらに，

潜在的能力の密度函数が $g(\cdot)$ で与えられているとする。

仮定1. 潜在的能力の集合は実数のある開区間 A で表わされる。A の上限と下限をそれぞれ $a_{\sup}$ および $a_{\inf}$ と記す。潜在的能力の分布は，A において連続な密度函数 $g(\cdot)$, $\int_A g(x)dx=1$, で与えられる[13]。

シグナルはやはり J 個，$J<\infty$，存在するものとし，各シグナル別の潜在的能力の分布は総計が $g(\cdot)$ になるような $g_j(\cdot)$ で表わされる。函数 $g_j(\cdot)$, $(j=1, \cdots\cdots, J)$ の集まりを $G=(g_1, \cdots\cdots, g_J)$ で表わす。G は $g_j(\cdot)$ の特定の値からなるベクトルではなく，函数の集合であり，それは全体としてシグナル別に分けられた労働力の分布を示すものである。

定義1. (i) シグナル j を顕示する労働力の密度函数は，A の上で定義された $g_j(\cdot)$, $0\leq g_j(\cdot)\leq g(\cdot)$, で表わされる。

(ii) シグナル別に区分された労働力の総合的な分布を $G=(g_1, \cdots\cdots, g_J)$ で表わす。ただし，すべての $x\epsilon A$ に関して，$\sum_j g_j(x)=g(x)$。

(iii) すべての可能な G の集合を，函数集合 $\mathcal{G}$ で表わす。

ここでわれわれはまだ個々の g_j がどのようにして決まるかを定めていないし，ましてやその可能性は前提していない[14]。こうしたことは，つぎに設けられる仮定から導出されるであろう。

仮定2. 潜在能力 $x\epsilon A$ を持つ個人がシグナル j を獲得するためのコストは，$C_j(x)$ で表わされる。$C_j(x)$ は A において連続な函数とする。

コスト函数に関しては連続性の仮定だけですませたいところだが，実

はそれだけでは厄介な問題が残る。たとえば，ある賃金表 $\mathbf{t}$ に関して，ある開区間のすべての x について，$t_j-C_j(x)=t_{j'}-C_{j'}(x)$，$j\neq j'$ が成立しているとしよう。この時，この区間内の潜在能力を持つ個人は，シグナル j を選ぶのと j' を選ぶのとに関して全く無差別であり，もしこれらが最大の純所得を与えるものであれば，彼は j もしくは j' を全く恣意的に選ぶだろう。こうしたことが，当の開区間に属すすべての個人について起る。$g_j(x)$ と $g_{j'}(x)$ は能力 x をもつ人々が j あるいは j' を選ぶかどうかによって決まるが，このような状況下では，その開区間において $g_j(x)$ と $g_{j'}(x)$ が可測でないということが起りうるだろう。次の仮定は，この好ましくない事態を排除するために設けられるものである。

仮定3. どの二つの費用函数 $C_j(x)$ と $C_{j'}(x)$，$j\neq j'$ に関しても，任意の実数 c に対して，$C_j(x)-C_{j'}(x)=c$ となるような点 x はせいぜい有限個しかない。

次に，各企業への労働力の配分を表わす変数を定義しなければならない。Spence においてはこれは m_{ij}^k として表わされたが，われわれのモデルでは添字 i がないので，同じやり方を続けることはできない。その代りに，われわれは，θ_j^k でシグナル j を顕示する労働者のうち企業 k に雇用されている者の割合いを表わすことにしよう。

定義2. シグナル j を顕示する労働者のうち企業 k に雇用されている割合を θ_j^k とする。いうまでもなく，$\theta_j^k\leq 1$ かつ $\sum_k\theta_j^k=1$. 以下のベクトルおよび集合を定義する。

(i) $\boldsymbol{\theta}^k=(\theta_1^k,\ \cdots\cdots,\ \theta_J^k)$

(ii) $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\theta}^1,\ \cdots\cdots,\ \boldsymbol{\theta}^K)$

(iii) $\Theta=\{$以上の条件を充たすすべての $\boldsymbol{\theta}\}$.

各企業の生産高は，労働力の分布状態および企業の雇用政策とによって決まるだろう。函数 $g_j(\cdot)$ のそれぞれの値にスカラー θ_j^k を乗じてできる関数を $\theta_j^k g_j(\cdot)$ とする。このとき企業 k の生産高は，他の生産要素を不変とすれば，

$$F^k(\boldsymbol{\theta}^k, G) \equiv F^k(\theta_1^k g_1, \cdots\cdots, \theta_J^k g_J) \tag{3}$$

で与えられるだろう。これは，$(\boldsymbol{\theta}, G) \epsilon \Theta \times \mathcal{G}$ を一つの実数値に写像するところのある函数である。ここで，かかる生産函数は各 g_j が可測であるような G に関してのみ定義されると考えるべきだろう[15]。

市場で決定される賃金表を $t_1, \cdots\cdots, t_J$ とすれば，企業にとっての最適行動は，

$$F^k(\boldsymbol{\theta}^k, G) - \sum_j t_j \int_A \theta_j^k g_j(x)\, dx$$

を最大化することである。しかし，企業にとって操作可能な変数は $\theta_j^k (j=1, \cdots\cdots, J)$ のみである。もし，任意の可測な G に関して，$F^k(\boldsymbol{\theta}^k, G)$ が $\theta_j^k (j=1, \cdots\cdots, J)$ に対して微分可能である時，上式の最大化の必要条件は，各 j に関して $\dfrac{\partial F^k(\boldsymbol{\theta}^k, G)}{\partial \theta_j^k} = t_j \displaystyle\int_A g_j(x)\, dx$ となることである。

仮定4. (i) 企業 k $(k=1, \cdots\cdots, K)$ の生産函数は，G が可測なとき，(3)で与えられる。

(ii) 任意の $\boldsymbol{\theta} \epsilon \Theta$，任導の可測な $G \epsilon \mathcal{G}$ に対して，$\dfrac{\partial F^k(\boldsymbol{\theta}^k, G)}{\partial \theta_j^k}$ が一意的に存在する。この偏導函数を $f_j^k(\theta^k, G)$ で表わす。

あとで定義する均衡の存在を導くためには，常套手段として，f_j^k にある種の連続性を仮定する必要がある。$\boldsymbol{\theta}^k$ に関しては通常の連続性を考えればよい。しかしながら，G は実数でもベクトルでもないので，それに関しては通常の連続性が定義できない。われわれはここで測度論の初等的な知識を必要とする。

可測集合の簡単な例としては，実数の任意の区間 E がある。E のルベーグ測度は，

$$\mu E=\sup\{x\epsilon E\}-\inf\{x\epsilon E\}$$

で与えられる。もし有界集合 E が可算個の互いに素 pairwise disjoint）な可測集合 E_i の和であれば，集合 E は可測で，その測度は，

$$\mu E=\sum_i \mu E_i$$

で与えられる。たとえば可算個の点の集合は，もしそれが有界ならば，測度ゼロである。

同一の可測集合 E のうえで定義された有界函数 $g(x)$ と $h(x)$ は，

$$\mu\{x\epsilon E \mid g(x)\neq h(x)\}=0$$

なるとき，ほとんで至るところで（almost everywhere）同一であると言われ，$g(x)=h(x)$ (a. e.) と表記される。可測集合 E のうえに定義された函数列 $\{g^\nu(x)\}$ は，次の条件をみたすとき，ほとんど至るところで $g(x)$ に収束すると言われる。すなわち，$\mu B=0$ なるある部分集合 $B\subset E$ があって，任意の $\varepsilon>0$ に関してある $\bar{\nu}$ が存在して，すべての $x\epsilon E-B$，すべての $\nu\geq\bar{\nu}$ に対して，$|g^\nu(x)-g(x)|<\varepsilon$ とすることができるときである。この考えをわれわれは次のように用いることができる。

定義3. (i) 各 j に関して $\{g_j^\nu\}$ がほとんで至るところ g_j に収束するとき，函数の集まりの無限列 $\{G^\nu=(g_1^\nu, \cdots\cdots, g_J^\nu)\}$ は $G=(g_1, \cdots\cdots, g_J)$ にほとんど至るところ収束すると言い，$G\to G$(a. e.)と記す。

(ii) 二つの函数の集まり $G^1=(g_1^1, \cdots\cdots, g_J^1)$ と $G^2=(g_1^2, \cdots\cdots, g_J^2)$ は，もし各 j について，$g_j^1=g_j^2$ (a.e.) であるならば，ほとんど至るところ同一であると言い，$G^1=G^2$ (a.e.) と記す。

今やわれわれは f_j^k について一種の連続性の仮定を設けることができる。

仮定5. すべての k および j に関して，もしベクトルの無限列 $\{\theta^{k\nu}\}$ が通常の意味で θ^k に収束し，かつ無限列 $\{G^\nu\}$, $G^\nu \epsilon \mathcal{G}$, がほとんど至るところ $G \epsilon \mathcal{G}$ に収束するならば，$\{f_j^k(\theta^{k\nu}, G^\nu)\}$ は $f_j^k(\theta^k, G)$ に収束する。ただし G^ν および G は可測とする。

この仮定からえられるいくつかの基本的な帰結を記しておこう。

補助定理1. (i) もし $G^1 = G^2$ (a.e.), G^1, $G^2 \epsilon \mathcal{G}$, ならば，各 k および j に関して，任意の θ^k に対して，

$$f_j^k(\theta^k, G^1) = f_j^k(\theta^k, G^2)$$

である。

(ii) もし $g_j = 0$ (a.e.) ならば，$f_j^k(\theta^k, G) = 0$.

証明 (i) 仮定よりすべての ν について $G^\nu = G^1$ であるような $\{G^\nu\}$ はほとんど至るところ G^2 に収束する。したがって仮定5より，

$$f_j^k(\theta^k, G^1) = \lim_{\nu \to \infty} f_j^k(\theta^k, G^\nu) = f_j^k(\theta^k, G^2).$$

(ii) G を $g_j = 0$ (a.e.) であるような任意の潜在的能力分布とする。次に $G' \epsilon \mathcal{G}$ を j に関しては $g'_j(x) = 0$, all $x \epsilon A$, かつ他の $j' \neq j$ に関しては $g_i(x) = 0$ であるようなすべての $x \epsilon A$ において，

$$g'_{j'}(x) = g_{j'}(x)$$

と定義する。明らかに $G = G'$ (a.e.) である。すべての $x \epsilon A$ に対して $g'_j(x) = 0$ だから，

$$f_j^k(\theta^k, G') = \lim_{\delta \to 0} \frac{F^k(\theta_1^k g'_1, \cdots, (\theta_j^k + \delta) g'_j, \cdots, \theta_J^k g'_J) - F^k(\theta^k, G')}{\delta}$$

$$= 0. \text{ (lim の中の分子の両項が常に等しいから)}$$

したがって上の結果 (i) より，$f_j^k(\theta^k, G) = f_j^k(\theta^k, G') = 0$ である。

補助定理1. (i) は潜在能力の総合分布がほとんど至るところ同一ならば，その限界生産力函数は同一の値をとることを示している。これは常識的な帰結であろう。f_j^k が函数の函数であるところからくる困難性

を回避するために，われわれは次の仮定をも必要とする。

仮定6. 各 k および j に関し，実数の部分集合

$$V_j^k=\left\{\frac{f_j^k(\theta^k,\ G)}{\int_A g_j(x)\,dx}\ \middle|\ g_j\neq 0\,(\text{a.e.}),\ G\epsilon\mathcal{G}\right\}$$

は有界である。

この仮定は，補助定理1．(ii) より，$g_j=0$ (a.e.) ならば $f_j^k=0$ となるという事実によって部分的に合理化されるだろう。ここで，g_j は非負，有界なので，もし可測ならば，$g_j\neq 0$ (a. e.) は $\int_A g_j\neq 0$ を含意する。(Natanson〔1955 : 124〕の Corollary 2 を参照。) したがって，$\int_A g_j$ がゼロになる時には常に f_j^k もゼロになる。しかし，両者の比が有界であるためには，両者のゼロへの近づき方が問題で，それは他の仮定からは導かれえないので，やむをえず仮定6を設けるのである。

仮定6により，次の定義が可能となる。

定義4. 次の閉区間およびその直積を定義する。

$$T_j=[\inf_k\{v\epsilon V_j^k\},\ \sup_k\{v\epsilon V_j^k\}],$$

$$T=\underset{j}{\times}T_j.$$

次の表記法を導入することが便利である。

定義5. 各賃金表 $\mathbf{t}\epsilon T$ に関して，次のような A の部分集合を各シグナル j について定義する。

(i) $L_j(\mathbf{t})=\{x\epsilon A\mid t_j-C_j(x)>t_{j'}-C_{j'}(x),\ \forall j'\neq j\}.$

(ii) $N_j(\mathbf{t})=\{x\epsilon A\mid t_j-C_j(x)=\max_{j'}(t_{j'}-C_{j'}(x))\}-L_j(\mathbf{t}).$

(iii) $B_j(\mathbf{t})=A-(L_j(\mathbf{t})\cup N_j(\mathbf{t}))$

$$=\{x\epsilon A\mid t_j-C_j(x)<\max_{j'}(t_{j'}-C_{j'}(x))\}.$$

分り易く言うと，$L_j(\mathbf{t})$ はシグナル j が最大の総所得を与えるような潜在的能力の集合のうち，他に同じ純所得を与えているようなシグナルが存在しないようなもの，$N_j(\mathbf{t})$ はそれが存在するもの，の集合であり，$B_j(\mathbf{t})$ はシグナル j が最大の純所得を与えるものではないような潜在的能力の集合である。明らかに，これら3つの部分集合は，A の排他的で網羅的な分割になっている。

以上で準備作業は終る。われわれは今や，連続的な潜在能力分布のもとにおけるシグナリング均衡を定義することができる。

定義6. 次のような点 $(\mathbf{t}^*, \boldsymbol{\theta}^*, G^*) \epsilon T \times \Theta \times \mathcal{G}$ がシグナリング均衡点である。

(a) G^* は可測である，すなわち各 g_j^* が可測である。

(b) 各 k および j に関して，もし g_j^* がほとんど至るところゼロでないならば，

$$t_j^* = \frac{f_j^k(\theta_j^{k*}, G^*)}{\int_A g_j^*(x)\,dx}.$$

(c) 各 j およびすべての $x \epsilon A$ に関して，もし $x \epsilon B_j(\mathbf{t}^*)$ ならば，$g_j^*(x) = 0$。

この均衡の定義は，前節における Spence のモデルにおけるものと形式上そう異なってはいない。(b)は，もし企業が何らかの正の量のシグナル j の労働力を雇用するならば，その（θ_j^k 一単位当りの）平均限界生産力が賃金に等しくなければならないことを示している。(c)は，各労働者が最大の純所得を与えるようなシグナルを選んでいることを示している。

Spence と異なるのは，(b)の t_j^* に添字 k がついていないことである。これは，賃金表は市場において一義的なものでなければならないという完全競争市場の仮定を取り入れている。したがって，(b)の等式は，各 j について，すべての企業において充たされなければならない。

こうして定義された均衡の存在の証明は，次節で展開することにしよう。

5. 均衡存在の証明

証明の枢要点は，角谷の不動点定理が適用できるような函数を構成することである。そのための準備段階として，次の多価函数 $H: T \to \mathcal{G}$ を定義する。

定義7. $H(\mathbf{t}) = \{G \in \mathcal{G} \mid$ もし $x \in B_j(\mathbf{t})$ ならば $g_j(x) = 0,\ \forall x \in A,\ \forall j\}$

$H(\mathbf{t})$ は与えられた賃金体系 $\mathbf{t}$ に対して均衡条件(c)を充たすようなすべての労働力分布 G の集合を表わしている。

補助定理2. 任意の $\mathbf{t} \in T$ に関して：

(i) 集合 $\bigcup_j N_j(\mathbf{t})$ は A のせいぜい有限個の点しか含まない。

(ii) もし $L_j(\mathbf{t}) \neq \phi$ ならば，それは互いに素な有限個の開区間の和である。

(iii) もし $G = (g_1, \cdots\cdots, g_J) \in H(\mathbf{t})$ ならば，各 j に関して，すべての $x \in L_j(\mathbf{t})$ に対して $g_j(x) = g(x)$ である。

証明 (i) 仮定3より明らかに各 $N_j(\mathbf{t})$ はせいぜい有限個の点しか含まない。したがってそれらの和もせいぜい有限個の点しか含まない。

(ii) まず $\bigcup_j N_j(\mathbf{t}) = \phi$ のときについて証明する。このとき，どの $x \in A$ をとってもそれに最大の純所得を与えるようなシグナルは只一つしか存在しない。一方，仮定2から各 $t_j - C_j(x)$ は連続である。したがって，ある x について最大の純所得を与えるようなシグナル j はすべての x に対してもそうでなければならない。(さもなければ，ある点

x において二つの純所得曲線が交わらねばならないが，これは $\bigcup_j N_j(\mathbf{t})=\phi$ に矛盾する。）したがって，$L_j(\mathbf{t})\neq\phi$ ならばそれは A 自身に等しく，開区間である。

$\bigcup_j N_j(\mathbf{t})\neq\phi$ のときは，A は $\bigcup_j N_j(\mathbf{t})$ に含まれる点 $\{x_i\}$, $x_1<x_2<\cdots<x_n$, (n は点の数)，によって，次のような開区間に分割される。

$$(a_{inf},\ x_1),\ (x_1,\ x_2),\ \cdots\cdots,\ (x_{n-1},\ x_n),\ (x_n,\ a_{sup})$$

$I_i=(x_i,\ x_{i+1})$, $(i=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ \mathrm{n})$，とする。ただし，$x_0=a_{inf}$, $x_{n+1}=a_{sup}$ とする。任意の I_i に関して次のことが成立する。すなわち，まず任意の $x\epsilon I_i$ について，x を含むような $L_j(\mathbf{t})$ は一つそしてただ一つ存在する。さらに，もし I_i が $L_j(\mathbf{t})$ の点を一つでも含むならば，すべての $x\epsilon I_i$ がこの $L_j(\mathbf{t})$ に含まれる。なぜなら，もし二つの点 x, $x'\epsilon I_i$ に関して $x\epsilon L_j(\mathbf{t})$ かつ $x'\epsilon L_{j'}(\mathbf{t})$, $j\neq j'$, ならば，費用関数の連続性よりある $x''\epsilon I_i$ が存在して，$t_j-C_j(x'')=t_{j'}-C_{j'}(x'')$ でなければならないが，これは I_i の定義に矛盾するからである。したがって，各区間 I_i はある一意的なシグナル j に対応して，すべての $x\epsilon I_i$ が $L_j(\mathbf{t})$ に属す。各 $x\epsilon L_i(\mathbf{t})$ は必ずどれかの I_i に含まれているので，$L_j(\mathbf{t})$ の何らかの点を含むすべての開区間 I_i の和が $L_j(\mathbf{t})$ に等しい。

(iii) $x\epsilon L_j(\mathbf{t})$ と仮定しよう。そうすれば定義よりすべての $j'\neq j$ に関して $x\epsilon B_{j'}(\mathbf{t})$ である。したがって，かかる j' に関して，$G\epsilon H(\mathbf{t})$ ならば，$g_{j'}(x)=0$。$\sum_j g_j(x)=g(x)$ だから，$g_j(x)=g(x)$ でなければならない。

補助定理3. 任意の $\mathbf{t}\epsilon T$ に関して：

(i) もし $G=(g_1,\ \cdots\cdots,\ g_J)\epsilon H(\mathbf{t})$ ならば，各 g_i は可測である；

(ii) もし G と G' がともに $H(\mathbf{t})$ に含まれるならば，すべての j に対して $g_j=g'_j$ (a.e.) である。

証明 (i) 補助定理2. (i) および (ii) より，集合 A は有限個の互いに素な部分集合 $I_i(i=0,\ \cdots\cdots,\ \mathrm{n})$ と $\{x_i\}(i=1,\ \cdots\cdots,\ \mathrm{n})$ とに分割

される。もし I^k が j に対応するならば，補助定理2. (iii) より，すべての $x\epsilon I_i$ に対して $g_j(x)=g(x)$ である。よって I_i において $g_j(x)$ は連続，したがって可測である。もし $I_{i'}$ が j に対応しないならば，明らかに $I_{i'}$ において $g_j(x)=0$。よって $I_{i'}$ においても可測である。最後に各 $x_i\epsilon\bigcup_j N_j(\mathbf{t})$ について，もし $x_i\notin N_j(\mathbf{t})$ であれば，やはり $g_j(x)=0$。もし $x_i\epsilon N_j(\mathbf{t})$ であれば，$g_j(x_i)$ は $[0, g(x)]$ のどんな値でもとりうる。しかしそれがどんな値であろうとも，$g_j(x_i)$ はその点において可測である。かくして，測度論のある定理により（たとえば Natanson [1955 : 90] の Theorem 3)，$g_i(x)$ は $A=(\bigcup_i I_i)\cup(\bigcup_i\{x_i\})$ において可測である。

(ii) 上の議論において明らかであるように，

$$g_j(x)=g_j'(x)=g(x),\ \forall x\epsilon L_j(\mathbf{t})\ ;\ \text{かつ}$$

$$g_j(x)=g_j'(x)=0,\qquad \forall x\epsilon B_j(\mathbf{t}).$$

$N_j(\mathbf{t})$ は有限個の点しか含まないから，$\mu N_j(\mathbf{t})=0$。したがって，

$$\mu\{x\mid g_j(x)\neq g_j'(x)\}\leqq\mu N_j(\mathbf{t})=0.$$

すなわち，$g_j=g_j'$ (a.e.) である。

この補助定理3. (ii) および補助定理1. (i) より，われわれは次の系をうる。

系1. 任意の $\mathbf{t}\epsilon T$ に関して，もし G と G' がともに $H(\mathbf{t})$ に属すならば，すべての j と k に対して，

$$f_j^k(\theta^k, G)=f_j^k(\theta^k, G').$$

これは，同一の賃金体系に対しては，各シグナル別の限界生産力は一義的に定まることを示している。

以上の諸結果は比較的自明なことをていねいに確認したものであった。以下においては，それらを用いて，より実質的な内容のある帰結が証明される。

補助定理4. 無限列 $\{\mathbf{t}^\nu\}$, $\mathbf{t}^\nu \epsilon T$ が $\mathbf{t}^\circ$ に収束するとする。$\{G^\nu\}$ をすべての ν に関して $G^\nu \epsilon H(\mathbf{t}^\nu)$ であるような任意の函数の集まりの無限列とし，G° を $G^\circ \epsilon H(\mathbf{t}^\circ)$ であるような任意の労働力分布とする。このとき，各 $x \notin \bigcup_j N_j(\mathbf{t}^\circ)$ に対してある $\bar{\nu}$ が存在し，すべての $\nu \geq \bar{\nu}$ に対し，各 j について，

$$g_j^\nu(x) = g_j^\circ(x)$$

である。

証明 $x \notin \bigcup_j N_j(\mathbf{t}^\circ)$ は，ある j について $x \epsilon L_j(\mathbf{t}^\circ)$ を意味する。j_1 をこの x についてかかるシグナルだとしよう。

$$\delta = t_{j_1}^\circ - C_{j_1}(x) - \max_{j \neq j_1} [t_j^\circ - C_j(x)]$$

とおくと，明らかに $\delta > 0$ である。この δ に対して適当な $\bar{\nu}$ を選んで，すべての $\nu \geq \bar{\nu}$ に対して，

$$\max_j |t_j^\nu - t_j^\circ| < \frac{\delta}{2}$$

であるようにすることができる。したがって，任意の j に対して，

$$\begin{aligned}
&|\{t_{j_1}^\nu - C_{j_1}(x) - [t_j^\nu - C_j(x)]\} - \{t_{j_1}^\circ - C_{j_1}(x) - [t_j^\circ - C_j(x)]\}| \\
&= |t_{j_1}^\nu - t_{j_1}^\circ - (t_j^\nu - t_j^\circ)| \\
&\leqq |t_{j_1}^\nu - t_{j_1}^\circ| + |t_j^\nu - t_j^\circ| \\
&< \frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{2} = \delta.
\end{aligned}$$

このことは，

$$t_{j_1}^\nu - C_{j_1}(x) - [t_j^\nu - C_j(x)] > -\delta + t_{j_1}^\circ - C_{j_1}(x) - [t_j^\circ - C_j(x)]$$

を含意し，δ の定義より右辺は ≥ 0 である。すなわち，任意の $j \neq j_1$, $\nu \geq \bar{\nu}$ に対して，

$$t_{j_1}^\nu - C_{j_1}(x) > t_j^\nu - C_j(x).$$

したがって，$x \epsilon L_{j_1}(\mathbf{t}^\nu)$ である。よって，

$$g_{j_1}^\nu(x) = g_j^\circ(x), \text{ であり，かつ}$$

$$g_j^\nu(x) = g_j^\circ(x) = 0, \ \forall j \neq j_1.$$

これで証明は完全である。

この補助定理4に，$\mu\bigcup_j N_j(\mathbf{t}^\circ)=0$ を考慮すれば，次の系が直ちにえられる。

系2. 無限列 $\{t^\nu\}$, $\mathbf{t}^\nu\epsilon T$, が $\mathbf{t}^\circ$ に収束するとする。このとき，すべての ν について $G^\nu\epsilon H(\mathbf{t}^\nu)$ であるような労働力分布の無限列 $\{G^\nu\}$ は，任意の $G^\circ\epsilon H(\mathbf{t}^\circ)$ にほとんど至るところ収束する。

この系から次の補助定理が導かれる。

補助定理5. 無限列 $\{t^\nu\}$, $t^\nu\epsilon T$, が $\mathbf{t}^\circ$ に収束するとする。このとき，すべての ν について $G^\nu=(g_1^\nu, \cdots\cdots, g_J^\nu)\epsilon H(\mathbf{t}^\nu)$ であるような $\{G^\nu\}$ と，任意の $G^\circ=(g_1^\circ, \cdots\cdots, g_J^\circ)\epsilon H(\mathbf{t}^\circ)$ とを考えると，すべての j について，$\int_A g_j^\nu(x)dx$ は $\int_A g_j^\circ(x)dx$ に収束する。

証明 この証明には，有名なルベーグ収束定理を用いる。それは次のようなものである。

g を E において積分可能な函数とし，$\{h^\nu\}$ を次のような可測函数列とする；すなわち，E において $|h^\nu|\leqq g$, かつ E のほとんどの x において $h(x)=\lim_{\nu\to\infty}h^\nu(x)$. このとき，

$$\int_E h(x)dx=\lim\int_E h^\nu(x)dx$$

が成立する。(Royden〔1968：88〕を参照。)

われわれのケースでは，各 j について A において $|g_j^\nu(x)|\leqq g(x)$ であり，また系2から，ほとんで至るところ $g_j^\circ(x)=\lim_{\nu\to\infty}g_j^\nu(x)$ であ

る。$g(x)$ は積分可能であり，$g_j^\nu(x)$ は可測だから（補助定理3.(i)），ルベーグ収束定理を適用して，各 j について，

$$\int_A g_j^\circ(x)\,dx=\lim\int_A g_j^\nu(x)\,dx$$

となる。

補助定理6. 任意の $\mathbf{t}\epsilon T$ に関して，$G^1\epsilon H(\mathbf{t})$ かつ $G^2\epsilon H(\mathbf{t})$ であれば，各 j について，

$$\int_A g_j^1(x)\,dx=\int_A g_j^2(x)\,dx.$$

証明 各 ν について $g_j^\nu=g_j^1$ であるような $\{g_j^\nu\}$ はほとんど至るところ g_j^2 に収束する（補助定理3.(ii)）から，ルベーグ収束定理を適用してただちに求めるべき結果がえられる。

今やわれわれは，定義6で与えられた，シグナリング均衡の存在を示すことができる。

定理 シグナリング均衡が存在する。

証明 われわれは $\boldsymbol{\theta}$ にある制約をア・プリオリに与えて，そのもとで均衡が存在することを示す。これは存在証明のテクニックとしてはやや不自然にみえるかもしれないが，とにかく均衡が「一般に」存在することを示すためにはそれで十分である。

それは，各 j に特定の一つの企業 k を対応させて $\theta_j^k=1$ とおくことである。これは，異なる j に同一の k が対応することを妨げない。このようにすると，均衡条件(b)における賃金と平均限界生産力との間の同等性は，各 j についてこのように対応づけられた k に関してのみ成立していればいいことになる。この j に関して，他の企業 k' は $\theta_j^{k'}=0$ であって，よって $\theta_j^{k'}g_j$ もゼロだからである。

以下においては，表記の単純化のために，$f_j^k(\theta^k, G)$ を単に $f_j(G)$ と記す。各 j について k は一義的に特定化されており，また θ は固定されているからである。

次のような多価函数 W: $T \to T$を定義する。

$\mathbf{w} \epsilon W(\mathbf{t}) \Leftrightarrow$

(a) $\mathbf{w} \epsilon T$,

(b) もしある $G \epsilon H(\mathbf{t})$ について $g_j \neq 0$ (a.e.) ならば,

$$w_j = \frac{f_j(G)}{\int_A g_j(x)\, dx}. \tag{4}$$

系1および補助定理6から，(4)式の右辺はすべての $G \epsilon H(\mathbf{t})$ に関して同一であり，また仮定6に関する説明のところに述べられているように，$\int_A g_j(x) dx$ はゼロではなくて，よって w_j はかく定義することができる。($g_j = 0$ (a.e.) であるような j については，w_j は $w_j \epsilon T_j$ をみたすどんな値でもいい。) われわれはこの函数 W が，上半連続であり，かつ各 $\mathbf{t}$ に関して $W(\mathbf{t})$ が凸集合であることを示す。

(i) 凸集合性：まず，$g_j \neq 0$ (a.e.) ($G \epsilon H(\mathbf{t})$) であるような j については，w_j は(4)によって一義的に定義される。(同一の $\mathbf{t}$ に関しては，異なる $G' \epsilon H(\mathbf{t})$ についても，同一の w_j に帰着する。) また $g_j = 0$ (a.e.) であるような j に関しては w_j の値は T_j の中の任意の値である。T_j が凸集合であるところから，$W(\mathbf{t})$ もまた凸集合でなければならない。

(ii) 上半連続性：無限列 $\{\mathbf{t}^\nu\}$, $\mathbf{t}^\nu \epsilon T$, が $\mathbf{t}^\circ$ に収束し，また $\{\mathbf{w}^\nu\}$, $\mathbf{w}^\nu \epsilon W(\mathbf{t}^\circ)$, が $\mathbf{w}^\circ$ に収束すると仮定しよう。われわれは，$\mathbf{w}^\circ \epsilon W(\mathbf{t}^\circ)$ を示せばよい。

まずある $G^\circ \epsilon H(\mathbf{t}^\circ)$ について $g_j^\circ = 0$ (a. e.) であるような j について，$\mathbf{w} \epsilon W(\mathbf{t}^\circ)$ であるためにはただ $w_j \epsilon T_j$ でありさえすればよい。T はコンパクトだから，$\mathbf{w}^\circ \epsilon T$。よって，$w_j^\circ \epsilon T_j$。

次にある $G^\circ \epsilon H(\mathbf{t}^\circ)$ について $g_j^\circ \neq 0$ (a.e.) であるような j について考える。系2から，十分に大きな ν に対しては $g_j^\nu \neq 0$ (a.e.)，ただし $G^\nu \epsilon H(\mathbf{t}^\nu)$。したがって，このような ν に対しては，

$$w_j^\nu = \frac{f_j(G^\nu)}{\int_A g_j^\nu(x)\,dx}.$$

G^ν がほとんど至るところ G° に収束する（系2）ので，仮定5より，$f_j(G^\nu)$ は $f_j(G^\circ)$ に収束する。また，補助定理5より，$\int g_j^\nu$ は $\int g_j^\circ$ に収束する。したがって，w_j^ν は

$$\frac{f_j(G^\circ)}{\int_A g_j^\circ(x)\,dx}$$

に収束しなければならない。よって，もし w_j^ν が w_j° に収束するとすれば，

$$w_j^\circ = \frac{f_j(G^\circ)}{\int_A g_j^\circ(x)\,dx}$$

でなければならない。かくして，先の結果と合わせて，$\mathbf{w}^\circ \epsilon W(\mathbf{t}^\circ)$ であることが示された。

さて，明らかに T はコンパクトで凸集合だから，$\mathbf{t}^* \epsilon W(\mathbf{t}^*)$ であるような不動点 $\mathbf{t}^*$ が存在する。$G^* \epsilon H(\mathbf{t}^*)$ としよう。$H(\mathbf{t})$ の定義より，G^* は均衡条件の(c)を充し，また補助定理 3. (i) より，(a)も充す。$W(\mathbf{t})$ の定義より，$\mathbf{t}^*$ は条件(b)を充す。したがって，最初に固定された $\boldsymbol{\theta}$ に関して，$(\mathbf{t}^*, \boldsymbol{\theta}, G^*) \epsilon T \times \Theta \times \mathcal{G}$ は一つの均衡点である。（証明終り）

6. むすび

以上で，本稿の主テーマであるところの，潜在能力の連続的分布下におけるシグナリング均衡の存在を示す，という課題ははたされた。ここで用いられたモデルは，Spence のそれをより一般化しまた内的斉合性

を増大したものになっている。

ここで示されたことは，しかしながら，ややテクニカルにすぎて，必ずしも現実的問題との関連性への期待には沿うものではないだろう。一般に，均衡の存在を証明することは，議論の出発点として不可欠ではあっても，十分なものではない。さらに望まれることは，均衡のより具体的な諸性質を明らかにしたり，あるいは，均衡への収束のメカニズムや比較静学的なメカニズムを分析することであろう。

また，学歴の効用，その社会的な意義，といった本来の現実的な問題関心にアプローチするためには，シグナリング・モデルに固執することは恐らく得策ではないであろう。第一節で紹介した人的資本論やスクリーニング論をもあわせて，学歴に関する数理モデルをどんどん展開することが必要であろう。この種の研究はまだほとんど緒についたばかりで，日本では渡辺〔1976；1977〕のものがあるくらいである。しかし，問題の重要性を考えると，たんにデータを集めたり，あまり厳密に定式化されてはいない概念図式を述べたりするだけではなく，理論的研究，すなわち数理モデルの発展が必要不可欠なことは明らかである。

＜注＞

1）日本については，たとえば麻生・潮木〔1976〕，橋爪〔1976〕，潮木〔1977〕，あるいは渡辺〔1982〕。アメリカについては，人的資本論に反駁して高等教育の過剰を指摘する Freeman〔1976〕，あるいは新左翼の立場から不平等形成，固定化メカニズムとしての教育制度を批判する Bowles and Gintis〔1976〕。

2）適格な紹介論文としては，島田〔1977：第2，3章〕参照。

3）代表的なのは，本稿が後に検討する Spence〔1974 a〕であるが，ほかにも Spence〔1974b；1976a；1976b〕や Riley〔1975〕がある。また，教育以外のシグナリング市場を分析したものとしては，Akerlof〔1976〕，Jaffee and Russell〔1976〕，Rothschild and Stiglitz〔1976〕がある。

4）Wise〔1975〕は，人的資本論とスクリーニング論との経験的妥当性をデータによって検討するという興味深い試みを行なっている。なお，盛山〔1979〕も参照。

5）以下において「賃金」は，利子率で割引きされた「生涯賃金」を意味している。ここで仮定している固定した賃金契約は非現実的であるが，公務員の場合にはかかる側面がない訳ではない。

6）ここで限界生産性は，固定的で，線型加法的だと——人的資本論やスクリーニング論におけるように——仮定されている。この非現実的な仮定は第3節以降では除去されるだろう。

7）より高い潜在能力を持つもののシグナリング費用がより安いということが，シグナリングが有効に作用するための条件である。

8）Spence は企業の行動を以下におけるような形では定式化しておらず，(2)式がア・プリオリに設定されている。

9）ここでは第 j シグナルの任意の1単位の労働力にも，q_{ij} 分の第 i タイプが含まれていると仮定されている。この仮定は，労働力が無限に分割可能だという通常の一般均衡理論の仮定のもとでは論理的に導出されうるものである。

10）この Spence のモデルに関して，市場において同一の賃金体系しか存在しないという条件のもとでの均衡の存在の証明は Seiyama〔1977〕で与えられている。

11）角谷の不動点定理およびそれを用いた均衡の存在定理の証明については，二階堂〔1960〕あるいは Arrow and Hahn〔1971〕を参照。

12）一般均衡理論の最近の展開において，競争的均衡と Core との関係を解明するために測度論が活用されている。Aumann〔1964〕，Khan〔1974〕あるいは Sondermann〔1974〕参照。Hildenbrand〔1974〕は，この分野の諸研究をうまく集大成している。

13）あとで定義する均衡の存在のためには，これらの条件はもっとゆるめることができる。とくに，$g(\cdot)$ は連続である必要はなく，ただ可積分でありさえすればよい。

14）可測性など，測度論の基本概念については，Royden〔1968〕あるいは伊藤〔1963〕を参照。

15）これは，生産函数が何らかの形で $\int_A g_j(x)dx$ の項を含んでいると考えることが自然だからである。

文　献

Akerlof, George. 1976. The Economics of Caste and of the Rat Race and Other Woeful Tales. *Quarterly Journal of Economics*: 599–617.

Arrow, K. J. 1973. Higher Education as a Filter. *Journal of Public Economics*, 2: 193–216.

Arrow, K. J. and F. H. Hahn. 1971. *General Competitive Analysis*. San-Francisco: Holden-Day.

麻生誠・潮木守一編，1979，『学歴効用論』有斐閣。

Aumann, R. J. 1964. Markets with a Continuum of Traders. *Econometrica*, 32: 39–50.

Becker, Gary. 1964. (2nd ed., 1975) *Human Capital*. New York: NBER. 佐野

陽子訳 1976,『人的資本』東洋経済新報社。

Bowles, S. and H. Gintis. 1976. *Schooling in Capitalist America.* New York: Basik Books.

Freeman, R. B. 1976. *The Over-Educated American.* New York: Academic Press.

橋爪貞雄 編著, 1976,『学歴偏重とその功罪』第一法規。

Hildenbrand, Werner. 1974. *Core and Equilibria of a Large Economy.* Princeton: Princeton University Press.

伊藤清三, 1963,『ルベーグ積分入門』裳華房。

Jaffee, Dwight M. and Thomas Russell. 1976. Imperfect Information, Uncertainty and Credit Rationing. *Quarterly Journal of Economics*: 651-666.

Khan, M. A. 1974. Some Remarks on the Core of a "Large" Economy. *Economertrica*, 42: 633-642.

Natanson, I. P. 1955. *Theory of Function of a Real Variable.* New York: Ungar.

二階堂副包 1960,『現代経済学の数学的方法』岩波書店。

Riley, John. 1975. Competitive Signalling. *Journal of Economic Theory*, 10: 174-186.

Rothschild, M. and J. Stigliz. 1976. Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information. *Quarterly Journal of Economics*: 629-649.

Royden, H. L. 1968. *Real Analysis.* New York: Macmillan.

Seiyama, Kazuo. 1977. An Extension of the Existence Theorem of Signaling Equilibrium. *Mimeo.*, Harvard University.

盛山和夫 1979「人的資本論とスクリーニング論——社会的最適性と私的均衡をめぐって」『社会学評論』116 号。

島田晴雄, 1977,『労働経済学のフロンティア』総合労働研究所。

Sondermann, Dieter. 1974. Economics of Scale and Equilibria in Coalition Production Economics. *Journal of Economic Theory*, 8: 259-291.

Spence, A. M. 1974a. *Market Signaling: Information Transfer in Hiring and Related Screening Processes.* Cambridge: Harvard University Press.

1974b Competitive and Optimal Responses to Signals: An Analysis of Efficiency and Distribution. *Journal of Economic Theory*, 7: 296-332.

1976a. Competition in Salaries, Credentials, and Signaling Prerequi-

sites for Jobs. *Quarterly Journal of Economics*: 61–74.

1976b. Informational Aspects of Market Structure: An Introduction. *Quarterly Journal of Economics*: 591–597.

Stiglitz, J. 1975. The Theory of Screening, Education, and the Distribution of Income. *American Economic Review*, 65: 283–300.

潮木守一, 1977,『学歴社会の転換』, 東京大学出版会。

渡辺行郎, 1976,『学歴は引き合うか』, 橋爪〔1976〕所収: 69–125。

渡辺行郎, 1977,「私的均衡進学率と社会的最適進学率」,『社会科学論集』(愛知教育大学社会科学会) 第17巻: 14–27。

渡辺行郎, 1982,『教育経済学の展開』黎明書房。

Wise, David A. 1975. Academic Achievement and Job Performance. *American Economic Review*, 65: 350–366.