HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	N人ゲーム状況の構造解析
Author(s)	滝川, 哲夫
Citation	北海道大學文學部紀要, 37(2), 77-146
Issue Date	1989-03-30
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/33537
Type	bulletin (article)
File Information	37(2)_PL77-146.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

N人ゲーム状況の構造解析

瀧川哲夫

本論文では集団意志決定場面としてのN人ゲーム状況を統一的観点から分類整理しようと試みる。この作業の背景には数多くのN人ゲーム研究が様々なゲーム状況を設定しているにもかかわらず，それぞれのゲーム状況を識別する方策がとられていないという現状がある。また，具体的に設定されたゲーム状況間が互いにどのような関係になっているかを考察していくために何らかの枠組設定の必要性がある。その意味で，本論文ではこれからのN人ゲーム研究展開のための基礎概念の定義が中心となる。そのために，まず，集団内の利害得失をあらわす状況を構造等価なゲーム状況におきかえるための構造モデルとして，一般的なN人ゲームならびにN人対等ゲームを定義し，基本的概念を整理する。ついでN人対等ゲームの具体的モデルとして，利得が選択者人数の線形関数によって与えられるN人対等ゲーム Γ_N^L と，区間内定値利得関数に基づくN人対等ゲーム Γ_N^S を提案し，その枠組みから生成されるゲームを構造的に分類していく。最後に，ゲームの相互関係を考察するため，2人ゲームとN人対等ゲームとの対応づけをおこなうとともに，分離と吸収の規則を用いてゲームの系統的相互関係を定義する。

1. 一般的なN人ゲームの構造的定義

ゲーム状況の枠組みを導入することによって人間行動を理解していく方法は次のように要約することができる。社会生活を営んでいるわれわれは好むと好まざるにかかわらず，所与の環境のもとで，他の人々の行動によって自分が獲得する利害得失が変化するという相互依存の関係にある。このような状況は集団の成員による行為の集積に対して定義される様々な利害関係として表現できる。これは多人数からなる集団によるゲーム状況（以下では多人数ゲームの意味でN人ゲームと呼ぶ）として一般的に定義することに他なら

ない。本論文では，N人ゲーム状況において獲得される利益ないしは損失が何らかの尺度を用いることによって測定され，その尺度上の値が相互に比較可能であることを仮定する。この尺度は直接的な金銭であろうと効用であろうと特に区別はしない。その理由は個々の選択肢の効用を実際に測定する問題とは分離可能な，ゲーム状況の構造的特徴をあつかうからである。以下ではそれを統一的に実数尺度上の利得と呼ぶことにする。利得ではかられる利害関係は，明示的であるか否かにかかわらず，われわれの生活の場である社会的一生態的環境の構造によって規定される。逆に言えば，成員間の利害得失関係を規定する環境構造と各個人の選択動機とによって，選択状況における解決方法が制約を受けることになるのである。

以下で個人とか自己とか呼ぶ概念は1人の人間のみをさすのではなく，より大きな社会集団組織の中では1つの家族や友人のグループといった閉鎖した部分集団の場合でもよい。たとえば，地球規模で言うならば国や大陸の単位となることもあろうし，国の中では都道府県や市町村単位であってもよく，また企業単位でもよい。したがって，以下で対象とするN人ゲームのプレイヤーとは単に個人そのものを必ずしも意味するのではなく，他のプレイヤーと独立して意志決定をおこなうことができる主体としての個人，家族，組織などの1つの単位のことである。

1-1 N人ゲームの一般的構造

N(N≧2)人からなる集団を対象とする[1]。これらのメンバーはN人ゲームのプレイヤーである。まず，この集団に属する各メンバーは所与の選択肢のいずれか1つを選ぶ。この段階を選択決定フェイズと呼ぶ。選択決定フェイズが終了した段階で各メンバーがどの選択肢を選んだかの選択分布が明らかになる。この選択分布に基づいて何らかの生起事象が決定される。この段階を事象決定フェイズと呼ぶ。事象が決定されたことによって集団構成員全員に対して利得が決定配分される。これを利得決定フェイズと呼ぶ。これら3つのフェイズを合わせてN人ゲーム過程という。逆に，ある選択主体の選択が上記の3つのフェイズに関連づけられるならば，その選択主体は集団のメンバーであると言える。

これら3つのフェイズは，現実の場面において様々な呼称や形態を示すであろう。たとえば，各種の選挙においては選択決定フェイズは投票にあたり，事象決定フェイズは選択分布に基づいた人数集計による当選・落選などの決定であり，利得決定フェイズでは各候補者の当落に起因する利害得失が各投票者個人に対して決定されることになる。また別の例として，旅行をする場合を考えてみると，選択決定フェイズは行き先，日程，乗物などの選択であり，事象決定フェイズは多くの人々の同時選択の分布に基づく混雑度や，メンバーの選択行為とは独立の環境要因としての天候などの確定である。そして利得決定フェイズではそのような混雑度や各種サービスのよしあし，天候などを含んだ，実際の旅行をしたことによる総合的な個人の利得が決定されるのである。

3つのフェイズは現実場面では互いに密接に関係していることが多く，これら3つのフェイズを明確に分離することが困難な場合もある。特に事象決定フェイズと利得決定フェイズはそうであろう。ゲーム理論的にはこれら2つのフェイズを分離することは通常おこなわれず，選択分布に直接対応して利得関数が決められている。それは生起事象をあらためて取り上げる必要が形式的にはないからだと言える。また，混雑度などのように実際の生起事象が連続的であり，個々に明確な呼称をもたない場合もある。このような場合では，選択フェイズにおける選択分布が直接の利得を決定するならば，そこでの生起事象は選択分布そのものであるから，特に事象としての呼称を必要とはせず，事象決定フェイズを取り上げる必要もないであろう。しかし，たとえば，選挙における当選・落選はここでいう事象であるが，これらの事象生起は各候補者の得票分布によって決定され，その決定方法は規則として定義されている。そしてその規則は社会的厚生関数でもある過半数，全員一致，その他，様々な基準が用いられる。これらの基準が事象決定フェイズで定義される生起事象確定規則なのである。このように，事象決定フェイズを利得決定フェイズとは独立した次元として定義するほうが自然な場合も多い。その理由の1つとして，事象が直接的利得をもたらすのであって，選択行為そのものではないという観点があげられる。これはゲーム過程が高次の

学習過程と同じ構造をもつものとみなす立場であり，選択行為そのものは直接の強化をもたらす事象を生起させるための手段と考えられるのである。さらに，混雑度のような場合でも，選択分布の変化にともなって損益分岐点が存在し，結果的に質的な違いをもたらすことがあるならば，プレイヤーによってそれぞれが別の事象生起として認知されることになる。したがって，事象決定フェイズとは基本的には生起事象に対するプレイヤーの側の認識の問題であるとも言える。本論文では事象決定フェイズを単に認識の問題とするのではなく，集団のメンバーによる選択行為の形式的集計過程として定義し，ゲーム状況の構造の一部としての事象生起規則を取り上げて議論する[2)]。

また，事象決定フェイズを設定することによってゲーム状況に対する理解が容易となることもあげられる。たとえば，同時生起事象の数は1つと限らないから，複数の事象が同時生起することによって，個々の事象に対応した利得が組み合わされて最終的な個人利得が決められると考えるのは自然である。このような考え方はゲーム状況を素朴な構造的枠組みから考察しなおすことに他ならない。そのなかには，生起する事象のもたらす利得がプレイヤーによって異なって解釈されることを前提としているものもある。

事象決定フェイズと利得決定フェイズを分離する別の理由として，心理学的実験場面で様々な変数変化を統制するために，現実世界の単純化として独立した次元を仮定しておくことによって自由度の大きい実験計画を組むことが可能となることがあげられる。たとえば，何らかの理由で投票した候補者が落選するほうが，また旅行先が混雑しているほうが利得が高くなる場合も考えられるからである。これは状況に依存した問題であるのみならず，職業や趣味などに関係した個人に特有の利得関数の定義の問題としてとらえることができる。

選択決定フェイズは基本的に個人的なプロセスであり，それらの集約として集団の状態が確定する。各個人が実際の選択に至るまでのプロセスは，様々な個人的価値基準に準拠しながら選択肢間を比較し，結果の影響を推論し，さらに他の人との意見交換をも行われる複雑な心理学的過程である。この段階で検討される中心的課題は，集団内個人として自分が何を求めているか，

すなわち最終的な利得として期待される内容の確定と，それを実現するための手段（選択）を決定することである。もちろんN人ゲームであるから，期待する利得を実現するためには他の集団構成員の選択に関する予想ないしは推定が必要となる。なお，選択決定フェイズそのものは基本的事実としての選択分布であるため，続く事象決定フェイズへの時間的遅れは生じるとしても，選択肢と人数によって一意に確定する状態である。

一方，事象決定フェイズはそのままの事実として確定するものではなく，選択決定フェイズにおいて確定された全メンバーによる行為選択の分布に対して何らかの集計過程が介在して事象生起が確定するための規則である。この規則は集団メンバーの選択分布に対応して決められる場合が中心であるが，天候などのように選択分布と無関係に自然発生的に決定される場合もある。したがって，ここで確定される事象は，選択決定フェイズにおける集団の状態に対して環境構造として何らかの集計加工がおこなわれた結果に対応する。これは選択決定フェイズにおけるすべての状態に対して互いに区別可能な異なった事象が生成されるのではなく，比較的少数の事象に分類されてしまうことを意味している。もし，選択決定フェイズで確定する集団の状態に対してこのような加工がなされないならば，事象決定フェイズを他のフェイズと分離する必要はなくなるであろう。事象決定フェイズにおいて重要となるのは，事象の種類と，選択分布に対応した事象確定規則である。

利得決定フェイズでは事象決定フェイズにおいて決定された事象によって確定する個人単位の利得が決定される。この利得確定規則は生起した事象を利得に変換する規則であり，これによってはじめて各事象のもつ個人的かつ集団的価値が確定する。この規則が他のフェイズと独立に仮定されるのは，行為主体の置かれた状況によって事象と利得との関係が変化するからである。すなわち，ある事象がある時点で非常に高い利得をもたらしたとしても，同じ事象が別の時点ではそうであるとは限らないのである。

次節ではこれら3つのフェイズを参照しながらN人ゲームの状況をより厳密に形式的に定義してみよう。

1-2 N人ゲームの形式的定義

ここでは選択決定フェイズ，事象決定フェイズ，利得決定フェイズのそれぞれに即して，一般的なN人ゲームを数学的に表現しておこう。

当該のN人の集団に含まれる各メンバーをゲームのプレイヤーn (n=1, 2, …, N) であらわす。また，すべてのプレイヤーにとって可能な選択肢全体の有限集合をAとする。ここで，あるプレイヤーnにとって可能な選択肢の集合 A_n は，Aの，ある空でない部分集合である。A_n に含まれる選択肢数を K_n とする。すなわち，

$$|A_n| = K_n$$

である。

各プレイヤーが任意の選択肢を選ぶときに支払わなければならないコストは，選ぶプレイヤーと選択肢の組合せで定まる。選択肢集合 A_n をもつプレイヤーnの支払う選択コストを K_n 次元非負実数ベクトル c_n

$$c_n = (c_{n(1)},\ c_{n(2)},\ \cdots,\ c_{n(Kn)})$$

であらわし，コストベクトルと呼ぶ。このベクトルによってあらわされる集団のコストベクトル全体の集合をCとすれば，コスト決定規則（あるいは単にコスト関数）$\mathscr{C}$ はAからCへの写像である。

$$\mathscr{C}:\ A \to C.$$

この選択コストは利得確定時に清算される。

選択決定フェイズにおける選択分布を表現するために，プレイヤーnが選んだ選択肢 a^n のN次元のベクトルs，

$$s = (a^1,\ a^2,\ \cdots,\ a^N)$$

を導入し，選択行為ベクトルと呼ぶ。このベクトルによってあらわされる集団の選択行為ベクトル全体の集合Sは，すべての A_n の積集合をなす。したがって選択行為ベクトルがとりうる場合の数は，$\Pi\, k_n$ 種類となる。

事象決定フェイズにおいて生起可能な事象全体の集合をEであらわす。また，事象決定フェイズにおける環境条件など，プレイヤーとしての目的を何

らもたない自然の状態をθとし，θの状態のすべての集合をΘであらわす。事象決定規則$\mathscr{E}$はS+ΘからEへの写像である。

$$\mathscr{E}:\ S+\Theta \rightarrow E$$

この規則によって実際に生起する事象集合E^RはEの，ある空でない部分集合である。Eに含まれる事象の数をHとし，E^Rに含まれる事象の数をH^Rとする。

$$|E| = H,$$
$$|E^R| = H^R$$

利得決定フェイズでは生起した事象によって各プレイヤーの利得が決められる。このフェイズでプレイヤーnが受け取る利得をN次元の実数ベクトルr_n,

$$r_n = (r_{n(1)},\ r_{n(2)},\ \cdots,\ r_{n(N)})$$

であらわし，利得ベクトルと呼ぶ。このベクトルにあらわされる集団の利得ベクトル全体の集合をRとすれば，利得決定規則（あるいは単に利得関数）$\mathscr{R}$はEからRへの写像である。

$$\mathscr{R}:\ E \rightarrow R$$

一般形式のN人ゲームとは，上記の組合せ，

$$(N,\ A,\ C,\ S,\ E,\ R,\ \mathscr{C},\ \Theta,\ \mathscr{E},\ \mathscr{R})$$

の10項組で定義される。これをN人標準ゲームと呼ぶ。

1-3 N人対等ゲーム

N人標準ゲームにおいて，次の4条件をみたすものを特にN人対等ゲームと呼ぶことにし，記号Γ_Nであらわすことにする。

(1) 機会均等条件

参加プレイヤーすべてにK個からなる同一の選択肢集合Aが与えられている場合，すなわち，

$$A_1 = A_2 = \cdots = A_N = A = \{a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_K\}$$

を機会均等条件と呼ぶ。

(2) 対等コスト条件

コスト決定規則 $\mathscr{C}$ において，各プレイヤーが任意の選択肢を選ぶコストが，選ぶプレイヤーによらず共通となり，選択肢のみで定まる場合を対等コスト条件と呼ぶ。すなわち，

$$c_{ik} = c_{jk} = c_k, \qquad k = 1, 2, \cdots, K$$

であり，全プレイヤーに共通のコストベクトル c は，

$$c = (c_1, c_2, \cdots, c_k)$$

となる。

(3) 等寄与率条件

事象決定規則 $\mathscr{E}$ において，任意の2人のプレイヤーの選択を互いに入れ替えても同一の事象が生起する場合を等寄与率条件と呼ぶ。この条件は事象生起に関してプレイヤーの特殊性をなくすものである。

(4) 対等利得条件

利得決定規則 $\mathscr{R}$ において，同一の選択肢を選んだプレイヤーには同一の利得が与えられる場合を対等利得条件と呼ぶ[3)]。

N人対等ゲーム Γ_N の4条件のうち，等寄与率の条件を除いた3条件は定義上簡単である。したがって，ここでは等寄与率の条件の意味と具体化する方法を考えてみよう。N人標準ゲームでは事象決定規則 $\mathscr{E}$ はプレイヤーの選択分布パターンそのものである選択行為ベクトルに基いている。そもそも事象決定規則は全プレイヤーの行為選択パターンを事象集合に対してどのように射影するかの規則であるから，この規則は行為選択パターンを事象に関して分類することを意味している。一方で生起事象の数Kは，たとえば全員の参加によって議題の表決をとったりするなどのように，全プレイヤーの選択行為に基いて特定少数の事象が生起するかどうかが決まることが多く，この事象の数は一般に行為選択パターンの数に比べると少いものと考えられる。したがって，事象決定規則は全行為選択パターンを少数の事象に集約する規則と言いかえることができる。通常，社会的規約ないしは現実世界の構造としての事象生起規則を社会成員個々の行為選択パターンすべてがそのま

ま反映した規則としてわれわれが認識することはないであろう。これは成員すべての選択の組合せに対応した膨大な数の要素1つ1つに事象生起が対応することによる膨大な場合分けが，われわれ自身区別できなくなり，社会的規約や経験的知識としてはあまりに繁雑になってしまい，実用的ではなくなるからである。

そこで一般的に考えられるのは，各選択肢を選んだプレイヤーの人数による集約化である。全プレイヤーの選択行為ベクトルを各選択肢の選択者人数に集約化することによって選択分布の状態数はもとの K^N 個から ${}_{N+K-1}C_{K-1}$ 個へと減少する[4]。その一方で個々のプレイヤーが事象生起に及ぼす影響としての特徴は消滅し，事象決定規則においてすべてのプレイヤーは行為選択において互いに同格の区別できない匿名の個人となることを意味する。これが事象決定規則における等寄与率の条件に他ならない。

さて，選択者人数に集約化することは，N次元の選択行為ベクトルsをK次元の人数分布ベクトル m,

$$m=(\mathrm{m}_1,\ \mathrm{m}_2,\ \cdots,\ \mathrm{m}_K)$$

に変換することである。このベクトル m を人数分布ベクトルと呼ぶ。m のi番目の要素は選択肢 a_i を選んだプレイヤーの人数をあらわしており，これを m_i とおけば，

$$\sum \mathrm{m}_i=\mathrm{N}$$

という制約条件がつく。

このベクトルによってあらわされる集団の人数分布全体の集合をMとすれば，Mがとりうる場合の数が上記の ${}_{N+K-1}C_{K-1}$ に他ならない。ここで選択行為ベクトルsから選択人数ベクトル m への写像を $\mathcal{L}$,

$$\mathcal{L}:\ \mathrm{S}\rightarrow\mathrm{T}$$

であらわし，この変換写像 $\mathcal{L}$ を以下では単に集計と呼ぶ。

次に人数集計に基づく狭義の事象決定規則を，人数分布ベクトルの集合Mから事象集合Eへの写像 $\mathcal{F}$,

$$\mathscr{F}:\ \mathrm{M}\rightarrow\mathrm{E}$$

であらわす。N人対等ゲームにおける事象決定規則は集計 $\mathscr{L}$ と決定規則 $\mathscr{F}$ からなる過程である。

したがって，N人対等ゲーム Γ_{N} は，

$$(\mathrm{N},\ \mathrm{A},\ \mathrm{C},\ \mathrm{S},\ \mathrm{M},\ \mathrm{E},\ \mathrm{R},\ \mathscr{G},\ \mathscr{L},\ \Theta,\ \mathscr{F},\ \mathscr{R})$$

の12項組で定義される。

2. ゲーム状況としての事象決定規則と利得決定規則

前章でN人対等ゲーム Γ_{N} が定義された。Γ_{N} では事象決定規則として各選択肢を選んだ人数による集計が導入されている。本章では Γ_{N} で与えられるゲーム状況の枠組みの具体例として2種類の利得決定規則で表現される状況を考察する。1つは利得決定規則が当該選択肢を選んだ人数の1次式として表現される状況であり，もう1つは選択者人数をさらに分類した区間内定値利得関数で表現される状況である。これらは事象決定規則としての集計のうえで密接に関係しているものの，様々な面で異なった状況をあらわしている。ここではいずれも基本的な2選択肢条件を設定し，これら2種類の利得決定規則であらわされるN人対等ゲームが生成する状況を系統的に分類する。

2-1 線形利得関数によるゲーム状況 $-\Gamma_{\mathrm{N}}^{\mathrm{L}}$

2選択肢の線形利得N人対等ゲーム $\Gamma_{\mathrm{N}}^{\mathrm{L}}$ を次のように定義する。

参加プレイヤーの数をN(N≧2)，選択肢集合を，

$$\mathrm{A}=\{\mathrm{a}_1,\ \mathrm{a}_2\},\qquad \text{すなわち，}\ \mathrm{K}=2$$

とし，2つの選択肢からなるものとする。

選択行為ベクトルから集計することによって各選択肢の選択者人数分布ベトル m,

$$m=(\mathrm{m}_1,\ \mathrm{m}_2)$$

が得られる。ここで m_1 は選択肢 a_1 を選んだプレイヤーの人数をあらわし，

m_2は選択肢a_2を選んだプレイヤーの人数をあらわしている。すなわち，

$$0 \leqq m_1 \leqq N, \quad 0 \leqq m_2 \leqq N, \quad m_1 + m_2 = N$$

である。

簡略化のため，自然の状態に対応して生起する事象を除く（Θは空集合）。生起する事象は人数分布ベクトルmと1対1対応をするから，

$$E = \{人数分布全体\},$$

であり，Eに含まれる事象の数Hは，

$$H = {}_{N+K-1}C_{K-1} = {}_{N+1}C_1$$

となり，これは人数分布ベクトルのとりうる数に等しい。また，実際に実現する事象はそれらのうちの1つのみである。このように事象決定規則$\mathscr{E}$において，実際に生起する事象が常にただ1つのみとなる場合を単独事象生起事態と呼ぶ。

利得決定規則$\mathscr{R}^L$は2つの線形利得関数によって定義される。選択肢a_1を選んだプレイヤーの利得関数をγ_1^Lであらわせば，

$$\gamma_1^L: \quad z_1 m_1 + b_1$$

となり，選択肢a_2を選んだプレイヤーの利得関数をγ_2^Lであらわせば，

$$\gamma_2^L: \quad z_2 m_2 + b_2$$

によって定義される。ここでz_1とz_2は，それぞれγ_1^Lとγ_2^Lの勾配，b_1とb_2は定数項である。なお，定数項に関しては，各選択肢の選択コストを清算した結果をあらわしているものとする。したがって，これらの利得関数は厳密には清算利得関数である[5]。

選択肢a_1, a_2を選んだプレイヤーの人数m_1, m_2におけるγ_1^L, γ_2^Lの値をそれぞれ

$$\gamma_1^L(m_1), \qquad \gamma_2^L(m_2)$$

であらわせば，このN人対等ゲームは表1の利得表で表現される。この利得表は個々のプレイヤーが自分の選んだ選択肢（a_1あるいはa_2）がいずれで

表1　線形利得関数による2選択肢N人対等ゲームの利得表（α 形式）

	a_1 選択者人数 (m_1)						
	0	1	2	…	N−2	N−1	N
選択肢 a_1	—	$\gamma_1^L(1)$	$\gamma_1^L(2)$	…	$\gamma_1^L(N-2)$	$\gamma_1^L(N-1)$	$\gamma_1^L(N)$
選択肢 a_2	$\gamma_2^L(N)$	$\gamma_2^L(N-1)$	$\gamma_2^L(N-2)$	…	$\gamma_2^L(2)$	$\gamma_2^L(1)$	—
	N	N−1	N−2	…	2	1	0
	a_2 選択者人数 ($m_2=N-m_1$)						

あるかによって，また，生起した事象（2つの選択肢の人数分布）がいずれであるかによって決まる利得をすべて具体的にならべたものである。この表現形式では横にすべての生起事象に対応した人数分布が並べられており，それぞれの生起事象における2つの選択肢による利得を縦に簡単に比較することができる。また，選択肢 a_2 の選択者人数 m_2 を $N-m_1$ に置き換えることによって1次元の横座標で2つの選択肢の選択者人数を表現することが可能となる。これは従来からN人ゲームの利得を表現するために一般に使われている表現形式（Dawes, 1975）でもあり，この表現法を α 形式あるいは α 表記法と呼ぶことにする。

表1において，$\gamma_1^L(1)$ は選択肢 a_1 を選んだ人数がただ1人だけの場合にその1人が受け取る利得であり，この時残りのN−1人は選択肢 a_2 を選んでいるから $\gamma_2^L(N-1)$ を受け取る。$\gamma_1^L(N)$ は全員が選択肢 a_1 を選んだ場合に全員がそれぞれ受け取る利得であり，このとき選択肢 a_2 を選んだ者はいないから $\gamma_2^L(0)$ は定義されない。同様に選択肢 a_2 については γ_2^L の対である $\gamma_2^L(N)$ と $\gamma_2^L(1)$ によってあらわされ，$\gamma_2^L(N)$ は全員が選択肢 a_2 を選んだときの各人の利得をあらわしている。この時 $\gamma_1^L(0)$ は定義されない。$\gamma_2^L(1)$ はN−1人が選択肢 a_1 を選んでいる状況であって，1人だけが選択肢 a_2 を選んだときにその1人が受け取る利得である。このとき，残りのN−1人は選択肢 a_1 を選んでいるから $\gamma_1^L(N-1)$ を受け取る。

一方，表2は各選択肢の選択者人数を少いほうから順番に左から右へと並べたものであって，選択肢数がいくつになろうとも簡単に利得を表現でき

表2　線形利得関数による2選択肢N人対等ゲームの利得表（β形式）

	a_1選択者人数（m_1）					
	1	2	…	N−2	N−1	N
選択肢 a_1	$\gamma_1^L(1)$	$\gamma_1^L(2)$	…	$\gamma_1^L(N-2)$	$\gamma_1^L(N-1)$	$\gamma_1^L(N)$
選択肢 a_2	$\gamma_2^L(1)$	$\gamma_2^L(2)$	…	$\gamma_2^L(N-2)$	$\gamma_2^L(N-1)$	$\gamma_2^L(N)$
	1	2	…	N−2	N−1	N
	a_2選択者人数（$m_2=N-m_1$）					

る。しかし，その並びは生起事象単位ではなく，上下の利得の比較はα形式とは異ったものである。この表現法をβ形式あるいはβ表記法と呼ぶことにしよう。

これら2つの利得表の表現形式については一長一短がある。α表記法のもつ問題点は選択肢の数が4つ以上になった場合の利得表の表現が困難なことである[6]。したがって，数学的にはβ表記法が一般的な表現法と言えるが，実際の実験ゲームの被験者にとって同一事象下での比較が困難な点から従来の実験場面では常にα表記法が用いられており，本論文でも従来の研究との混同を避ける意味で，また，2選択肢に限ってはα表記法によるほうが人数分布がとらえやすいため，以下ではα表記法に統一する。

さて，Γ_Nにおいて利得決定規則が人数による1次式の関数となる状況Γ_N^Lとは，任意の選択肢を選ぶ人数が多ければ多いほど，あるいは少なければ少ないほど，その選択肢を選んだプレイヤーの人数に比例して利得が高くなったり低くなったりする環境を意味している。このような環境の特徴は日常的によく見かけるものであり，状況としてはもっとも基本的な構造をもっていると言えよう。選択者人数に比例して利得が高くなる，すなわち利得関数が正の勾配をもった1次式で表現できる選択肢の例としては，投票の得票数や議席数などに代表される，いわゆる勢力とみなされるものがあげられる。すなわち，当該の選択肢を選ぶプレイヤーが多いときには十分な利得が得られるものの，選択者が少なくなってくるにつれて利得は減少していくのである。一方で，資源の枯渇，汚染などの有限資源の配分に関する現象は利得関

数が負の勾配をもった1次式の場合と考えられる。すなわち，当該の選択肢を選ぶプレイヤーが少ないときには十分な利得が得られるものの，選択者が多くなってくるにつれて利得は減少していくのである。

このように特徴的な選択肢の組合せによって定義されるゲーム1つ1つが現実的あるいは仮想的な個々の状況に対応しているとみなすことができる。状況のゲーム論的考察とは，このように定義された利得決定規則と結びついた選択肢の組合せによって，われわれの置かれた様々な状況を適切に単純化して表現することであり，またそれらの状況下でどのような選択分布が個人利得と全体利得とを高めたり低めたりすることになるのかを吟味していくことに他ならない。以下では，1次式という基本的な利得関数によって定義される選択肢の組合せによって表現される状況の多様性を選択行動との関係で考察していくことにする。

2-1-1　Γ_N^L の端点水準によるゲーム分類

α 形式，β 形式のいずれの利得表においても，$\gamma_1^L(1)$, $\gamma_1^L(N)$, $\gamma_2^L(1)$, $\gamma_2^L(N)$ はそれぞれの利得関数で実際に実現する端点値を示しており，これらはまた各選択肢による利得の最大値と最小値でもある。γ_1^L と γ_2^L は選択人数の1次式であるから，逆にこれらの端点値を決めれば，利得関数が決まる。そこでこれらの端点値の4つ組によって Γ_N^L を完全に表現することができ，次の α 形式による利得のパターン表現も直感的に理解できるであろう。

a_1 選択の利得：　$\gamma_1^L(1)$,　$\gamma_1^L(N)$

a_2 選択の利得：　$\gamma_2^L(N)$,　$\gamma_2^L(1)$

これらの4つ組はそれぞれ自由に値を決めることができるから，これらの4つ組のそれぞれがとる値を大きい順番にあらわす4つの記号 A, B, C, D で表現することにしよう。これら4つの記号は実際の利得としては

$$A > B > C > D$$

という関係を示しており，2つの利得関数の4つの端点のいずれかに用いられることになる。4つの端点には2種類が区別される。利得関数の値 $\gamma_1^L(N)$ はいずれの選択肢においてもN人のプレイヤー全員がその選択肢を選んだ

ときに全員に与えられる利得をあらわしており，一方，$\gamma_i^L(1)$はいずれの選択肢においてもその選択肢を1人だけが選んでいるときに，その1人に与えられる利得をあらわしている。この2つを区別するために前者を全員端点と呼び，後者を単独端点と呼ぶ。1つのゲームでこれら4つの端点値として用いられる利得水準を端点水準と名付けよう。4つ組で可能な端点水準は，すべての端点値が等しい場合の1端点水準から，すべての端点値が異なる場合の4端点水準までの4種類となる。線形利得2選択肢N人対等ゲームΓ_N^Lに含まれる多くのゲームを分類するために，まずA, B, C, Dがとる実際の値の順序性のみを前提として考察し，その後に各水準の間隔の違いに注目した間隔尺度上での小分類をすすめることにする。

具体的な個々のゲーム表現においては上記の4つ組を

$$\gamma_1^L(1) \quad \gamma_1^L(N) \quad \gamma_2^L(N) \quad \gamma_2^L(1)$$

のように，α表記法の順番で横一列に並べる簡易表記法を用いる。このゲーム表記法によって，たとえば，ACDBであらわされるΓ_N^Lのゲームは，

$$\gamma_1^L(1)=A, \quad \gamma_1^L(N)=C, \quad \gamma_2^L(N)=D, \quad \gamma_2^L(1)=B$$

となっていることを示している。なお，各端点の値から2つの利得関数γ_1^L, γ_2^Lの勾配と定数項は，

$$z_i=\frac{\gamma_i^L(N)-\gamma_i^L(1)}{N-1},$$

$$b_i=\gamma_i^L(1)-z_i, \qquad i=1,\ 2.$$

で求められる。

ここで$\gamma_1^L(1)$と$\gamma_2^L(1)$, $\gamma_1^L(N)$と$\gamma_2^L(N)$とをそれぞれともに入れ替えるならば，2つの選択肢の利得関数が入れ替わることになり，これは選択肢に付与した各称a_1, a_2が逆になるだけの全く同一の構造をもったゲームができることを意味する。この入れ替え操作をE (Equivalent) 変換と呼ぶ。ゲームの分類において，E変換によって構造的に等価となる一対の行列については，そのいずれか一方のみを考察することで十分である。

以下では端点水準として1端点水準から4端点水準までΓ_N^Lのゲームの構

造的特徴を考察していくが，1端点水準の場合にはAのみを，2端点水準の場合にはA, Bを，3端点水準ではA, B, Cを，4端点水準ではA, B, C, Dの水準を用いることにする。これは，たとえば4つの端点値がすべて等しい1端点水準のゲームでもA, B, C, Dのそれぞれの利得水準を用いることで別のゲームが生成されることになるのであるが，これらのゲームは全体の利得水準が異なるだけで，利得の相互関係は同一の構造になっているから，これらを互いに区別する必要はないであろう。これは2端点水準，3端点水準の場合でも同様である[7]。

2-1-2　1端点水準のゲーム

1端点水準ゲームとは4つの端点が同値，すなわち利得関数γ_1^L, γ_2^Lがまったく同一の定値関数となる場合である。この利得関数は線形利得となる選択肢の特殊ケースと考えられる。このようなゲームでは，プレイヤーはいずれの選択肢を選ぼうと，また何人がどちらを選ぼうと常に同じ利得が得られることになる。このゲームの選択肢のように，ある選択肢の両端点値が等しい定値の選択肢をC (Constant) 型選択肢と呼ぶことにする。これは当該選択肢を選んだ場合は，選択者数に関係なく，すなわちどのような事象が生起しようとも常に一定の利得が得られること，すなわち全区間定値利得関数であることを示している。1端点水準のゲームはAAAAと表記される1種類とその同一のE変換 (AAAA) のみである。このように，2選択肢ゲームにおいて両選択肢がともにC型となっているゲーム群をCC群のゲームと呼ぶことにしよう。

2-1-3　2端点水準のゲーム

2端点水準のゲームには2種類の端点水準A, Bの組合わせとして，すべてで16通り (${}_4C_1+{}_4C_2+{}_4C_3$) あるが，E変換によって8対の異なったゲームに区別される。選択肢の型は1端点水準でみられたC型選択肢のほか，当該選択肢をより多くのプレイヤーが選べばそれだけ利得が増大するものと，逆にその選択肢を選ぶプレイヤーが少ないほど利得が増大するものとが区別される。前者をI (Increase) 型選択肢，後者をD (Decrease) 型選択肢と呼ぶことにしよう。すなわち，I型選択肢とはその選択肢の利得が選択人数に比

例して増大し，逆にD型選択肢とはその選択肢の利得が選択人数に比例して減少することをあらわしている。2端点水準においては，選択肢の型C, I, Dのすべての組合せ対のゲームが可能となる。これらの選択肢の型の組合せ対のうち，前述のCC群を除けば，5種類のゲーム群に分類されるが，それぞれII群，DD群，CD群，CI群，ID群と呼ぶことにする。したがって，2端点水準のゲームは全部で6つのゲーム群に分類できることになる。なお，CD, CI, IDの3群については，選択肢a_1とa_2が入れ替わった形式になるDC, IC, DIの各群が存在するが，それぞれはE変換によって前者と等価となる群であるから，いずれも前者に含めることとする。

2-1-4　3端点水準のゲーム

3端点水準のゲームは3種類の端点値 (A, B, C) の組み合わせとして，総計36通り ($3 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_2C_1$) あり，E変換によって18対の異なったゲームが区別される。3端点水準のゲームではCC群は存在せず，CI群，CD群，II群，DD群の4群に各3種類ずつ，ID群には6種類の異なったゲームが存在する。

2-1-5　4端点水準のゲーム

端点値がすべて異なる4端点水準で，論理的に可能なゲームは24種類 (${}_4C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_2C_1$) 存在する。これらはE変換によって12対の異なったゲームに分れる。これらを上記の選択肢の型の組合わせで分類すると，C型の選択肢は存在せず，II群とDD群のそれぞれ3種類，ID群に6種類のゲームが存在することがわかる。

このように2選択肢のΓ_N^Lにはあわせて39種類の異なったゲームが存在するが，それぞれのE変換も含めた78種類のゲームを選択肢の型の組合せによるゲーム群と端点水準とで分類して表3に示した。この表におけるゲームの配置はC型選択肢，I型選択肢，D型選択肢の組合せとして，CC群，CI群，CD群，II群，DD群，ID群の6群を縦に並べ，各群で端点水準が異なるゲームを横に並べたものである。表3でゲーム群の名前の前に星印 (*) がついているのはE変換によって，点線で区切られた上の行のゲーム群と等価なゲーム群をあらわしている。今後は便宜上，表3において星印のついていないゲーム名によって各ゲームを参照することにする。それらのゲームを基

表3　2選択肢 Γ_N^L のゲーム分類

各ゲームは4つの記号からなり，記号 A, B, C, D は利得水準 (A>B>C>D) をあらわしている。各ゲームの最初の記号は選択肢 a_1 の単独端点，2番目は選択肢 a_1 の全員端点，3番目は選択肢 a_2 の全員端点，4番目は a_2 選択肢の単独端点をあらわしている。
* 印はE変換で等価なゲーム群である。

	端点水準数			
ゲーム群	1水準	2水準	3水準	4水準
CC群	AAAA	AABB		
CC群*	AAAA	BBAA		
CI群		AAAB BBAB	AABC　BBAC CCAB	
IC群*		BAAA BABB	CBAA　CABB BACC	
CD群		AABA BBBA	AACB　BBCA CCBA	
DC群*		ABAA ABBB	BCAA　ACBB ABCC	
II群		BAAB	BAAC　BABC CABC	BACD　CABD CBAD
II群*		BAAB	CAAB　CBAB CBAC	DCAB　DBAC DABC
DD群		ABBA	ABCA　ABCB ACCB	ABDC　ACDB ADCB
DD群*		ABBA	ACBA　BCBA BCCA	CDBA　BDCA BCDA
ID群		BABA	BACA　BACB CACB CABA　CBBA CBCA	BADC　CADB DACB DCBA　DBCA CBDA
DI群*		ABAB	ACAB　BCAB BCAC ABAC　ABBC ACBC	CDAB　BDAC BCAD ABCD　ACBD ADBC

準ゲームと呼び，そのゲームのE変換によって同一となるゲームをE変換ゲームと呼ぶ。α 表記法では，基準ゲームを逆に綴ればE変換ゲームをあらわすことができる。たとえば，4端点水準のID群の基準ゲームBADCのE変換ゲームはCDABとなる。

表3に示された39種類の基準ゲームについて，2つの選択肢による利得が選択者人数に対応して変化していくことを示すために，4つの端点水準が等間隔になっていると仮定して，すべてのゲームにおける2つの利得関数を図1にグラフで表示した。図1において各ゲームのグラフの縦軸は利得をあ

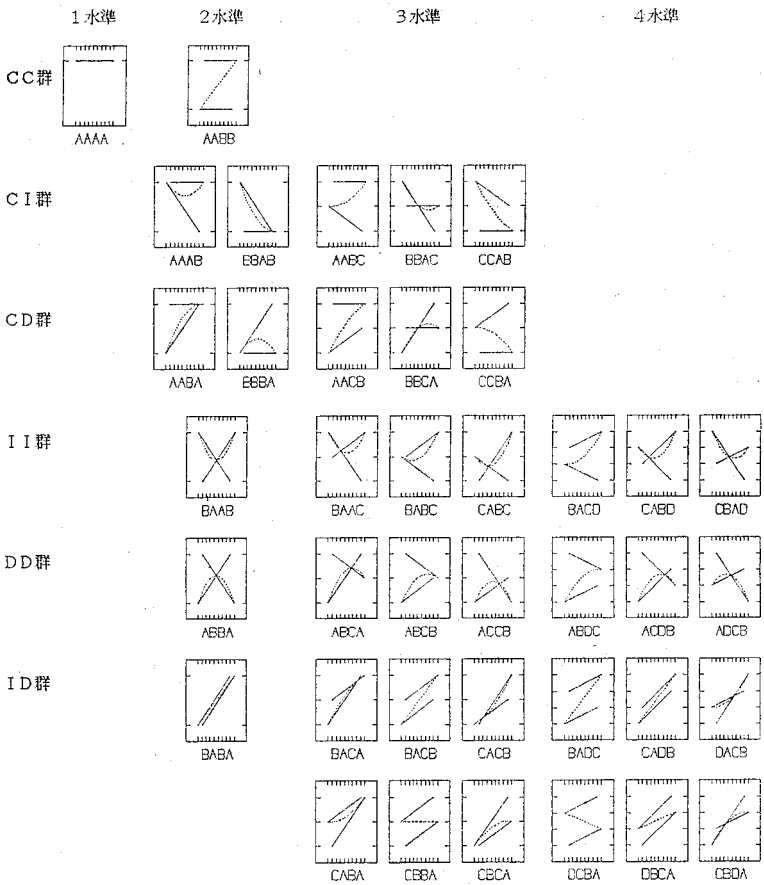

図1　Γ_N^L における基準ゲーム 39 種類の図表現

らわし，横軸は α 形式による人数分布で，左端が $m_1=0\ (m_2=N)$，右端が $m_1=N\ (m_2=0)$ の選択分布をあらわしている。2 つの個人利得関数 γ_1^L と γ_2^L は実線であらわされている。この横軸上の目盛りの数 (10 個) は N=9 の場合の数になっている。しかし，これは左右の端点で a_1 選択肢ならびに a_2 選択肢人数が 0 人であることを強調するために，それぞれの利得関数を左右端で 1 目盛り分ずらして描いたものである。したがって，この目盛りは左右端を除けば，どのような人数単位とみなしてもかまわない[8]。

2-2　区間内定値利得関数によるゲーム状況 $-\Gamma_N^S$

前節では利得決定規則として，選択者人数の1次式を対応させた場合のN人対等ゲーム Γ_N^L を4つの端点水準と，C型，I型，D型の選択肢の組合せ6群とによって分類整理した。Γ_N^L のように利得決定規則が選択者人数の1次式であらわされるという状況は，事象集合が選択行為ベクトルのパターン数よりは少いが，選択者人数分布と同数というかなり大きい場合に対応している。しかも，そこで生起する事象は各選択肢の人数分布と1対1対応をしているから，生起事象は人数分布と同義である。

本節では，N人対等ゲームにおける選択分布と集計による生起事象との関係をより明確にするため，人数分布をさらに分類することを試みる。それは，ある事象が生起する条件において当該選択肢を選んだ人数の上限ないしは下限あるいは両方が設けられ，その限界内人数に対応して事象が決定されるという状況である。下限については会議の定足数とか，投票における過半数規則などが，上限については選択肢に定員が決められている場合などがこれにあたる。これらは現実世界でよく用いられている縮約の方法といえる。

この縮約方法は人数をいくつかの区間にわけて，利得関数を当該区間内では定値関数とすることを意味する。このような区間内定値関数の定義では，区間の数を参加プレイヤーの人数と同じN個にまで拡張するならば任意の形状の利得関数を定義することになり，一般性をもった方向ともいえる。もちろん，そのように拡張すると実験ゲームとして結局は複雑な課題にならざるを得ないから，実際に本節で考察するのは2選択肢2区間に限定する。

2-2-1　一般的な区間内定値利得関数の定義

区間内定値利得K選択肢N人対等ゲームの一般形 Γ_N^S を次のように定義する。

参加しているプレイヤー数をN(N≧2)，選択肢集合をA，Aに含まれる選択肢数をKとする。

選択行為ベクトルから集計することによって人数分布ベクトル m，

$$m=(m_1,\ m_2,\ \cdots,\ m_i,\ \cdots,\ m_K),\quad 0\leqq m_i\leqq N,\quad \sum m_i=N$$

が得られる。ここでも簡略化のため，前節の Γ_N^L の場合と同様に自然の状態に対応する事象を除くこと（Θ は空集合）にする。

事象決定規則 $\mathscr{E}^S$ では，選択肢 a_i に対して $w_i(2 \leqq w_i \leqq N)$ 個からなる人数区間を定める。これらの人数区間は w_i-1 個からなる基準人数の並び g_i

$$g_i=(g_{i(1)},\ g_{i(2)},\ \cdots,\ g_{i(w_i-1)}),$$
$$1<g_{i(1)}<g_{i(2)}<\cdots<g_{i(w_i-1)}<N$$

を導入することによって決められる。基準人数の並び g_i とは，選択肢 a_i を選んでいる人数が当該基準人数であるか，以上であるかを判断するための基準人数が並んだものである。この判断の手続きは次のようになされる。まず，人数分布ベクトル m の i 番目の要素 m_i は g_i の各要素と左側から順番に比較される。このときの順次比較によって選択肢 a_i に対して実現した区間 λ_i が定まる。すなわち，a_i の選択者人数 m_i が g_i の第1要素 $g_{i(1)}$ 未満であるならば，実現区間は $\lambda_i=1$ となり，g_i の第 $j(1<j<w_{i-1})$ 要素 $g_{i(j)}$ 未満であり，かつ第 $j-1$ 要素以上ならば実現区間は $\lambda_i=j$ である。また，最終要素 $g_{i(w_i-1)}$ 以上であるならば，実現区間は w_i-1 である。この操作によってすべての選択肢の実現区間の並び，

$$\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_K$$

が得られる。この並びを，

$$<\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_K>$$

のようにかぎ括弧でくくって生起事象をあらわすことにしよう。

区間内定値利得関数の状況における事象決定規則によって決められる個々の事象はこの実現区間の並びに対応した名称であり，

$$E=\{\text{すべての実現区間の並び}\}$$

となる。集合Eに含まれる事象の数Hは一般的な代数式では表現できず，w_i と g_i を具体的に決めなければ算出できない。ただし，単独事象生起事態であるから $H^R=1$ である。

利得決定規則 $\mathscr{R}^S$ は生起事象に対応して決定されるが，線形利得関数の場合と同様に清算利得で表現する。

このように人数を区間で区別して，それぞれに定値利得を付与するというのは，ある選択肢を選んだ人数が当該選択肢に付与された基準人数に比べて多いか少ないかを調べることに他ならない。ここでは基準人数を未満と以上(等しい場合を含む) で区別するための人数と定義しているが，同一選択肢におけるいくつかの区間を識別するために，基準人数を少ないほうから第1基準人数，第2基準人数という順番で呼び，第1基準人数未満の人数を第1区間，第1基準人数以上，第2基準人数未満の人数を第2区間とする。第3以上も同様である。たとえば，参加プレイヤーが10人 (N=10)，ある選択肢が2区間 ($w_1=2$)，その基準人数 (第1のみである) が4人の場合，当該選択肢を選んでいる人数が1人から3人まであれば，それらのプレイヤーには基準人数未満としての実現区間1が定まり，4人以上あれば当該基準人数以上としての実現区間2が定まる。また，これが3区間の場合には，第1，第2基準人数をそれぞれ4人と8人とすれば，選択者数が1人から3人までの場合は実現区間は1，4人から7人までの場合は実現区間は2，8人から10人の場合は実現区間は3となる。

2-2-2　利得水準と基準人数

ここで前節と同様に，具体的な区間内定値利得N人対等ゲーム Γ^{S}_{N} として，2選択肢2等区間のゲーム事態を設定する。選択肢集合は Γ^{N}_{L} と同じく，

$$A=\{a_1,\ a_2\},\quad K=2$$

とする。事象決定規則となる人数集計として，いずれの選択肢の区間数も2つの等しい区間とする。すなわち，

$$w_1=w_2=2$$

である。2等区間であるから，第1基準人数のみの定義でよく，その基準人数をいずれも [N/2]+1人とする。ここで [　] はガウスの記号である[9]。したがって，

$$g_1=g_2=[N/2]+1$$

とあらわすことができる。ここでNが偶数の場合，両選択肢に半数ずつが分布すると，いずれの選択肢も実現区間が $\lambda_1=\lambda_2=2$ となるので，この組合せを

省くためにNを奇数とする[10)]。

また，Γ_N^Lと同様に，自然の状態に対応する事象を除くことにすれば，この設定により，事象集合Eは，

$$E=\{\langle 12\rangle,\ \langle 21\rangle\}$$

という2つの事象からなる（H＝2）。事象〈12〉は選択肢a_1の実現区間が1，選択肢a_2の実現区間が2である。これは選択肢a_1を選んだプレイヤーが半数未満，選択肢a_2を選んだプレイヤー数が半数以上であったことを示している。一方，事象〈21〉は選択肢a_1の実現区間が2，選択肢a_2の実現区間が1である。これは選択肢a_1を選んだプレイヤー数が半数以上，選択肢a_2を選んだプレイヤーが半数未満であったことを示している。事象〈12〉と〈21〉は排他的であるから，この事態はΓ_N^Lと同じく単独事象生起事態である。

利得決定規則$\mathscr{R}^s$は2つの区間内定値利得関数で定義され，選択肢a_1を選んだプレイヤーの利得は，

$$\gamma_1^S:\ r_{11}\ (\text{生起事象}\ \langle 12\rangle),\ \ r_{12}\ (\text{生起事象}\ \langle 21\rangle),$$

選択肢a_2を選んだプレイヤーの利得は，

$$\gamma_2^S:\ r_{21}\ (\text{生起事象}\ \langle 12\rangle),\ \ r_{22}\ (\text{生起事象}\ \langle 21\rangle)$$

であらわされる。これらは清算利得である。このΓ_N^Sの状況を理解しやすい形で利得表にあらわすならば，α表記法では次の表4となる。

区間内定値利得関数の導入は，当該選択肢を選んだ人数に対応して生起す

表4　区間内定値利得関数による2選択肢N人対等ゲームΓ_N^Sの利得表（α形式）

	生起事象（a_1選択者人数区間）	
	事象〈12〉（$m_1<N/2$）	事象〈21〉（$N/2\leqq m_1\leqq N$）
選択肢a_1	r_{11}	r_{12}
選択肢a_2	r_{21}	r_{22}
	（$N\geqq m_2\geqq N/2$）	（$N/2>m_2$）
	a_2選択者人数区間	

る事象を区間の数に制限することに等しい。このような仕組みは，われわれが日常的な事象生起の認知において，たとえば相対的な量の区別用語である「多い」「普通」「少ない」などのように，本質的には離散量的尺度上に分布する多くの個別事象を少数の事象におおまかに分類することを上記の基準人数によって定義しているとみなすことができる。このことによって，線形利得関数の場合よりも生起事象の呼称が現実的になり，現実的場面に対する，より単純で明確な意味づけが可能となる。

Γ^{L}_{N} で考察した端点水準に関しては，Γ^{S}_{N} のうち，上記のように選択肢数が2，分割区間数も2つの場合は，線形利得関数で2選択肢の Γ^{L}_{N} の場合とまったく同じ利得水準を考慮することになる。すなわち，線形利得関数の端点水準をそのまま定値利得関数の利得水準とみなすことができる。したがって，1端点水準から4端点水準までの利得水準によって生成される選択肢の型は線形利得関数と同様のC型，I型，D型という3種類となる。また2等分割区間であるから，それぞれの選択肢を選ぶメンバーが半数以上を占めるかどうかの判定をおこなうことでもある。また，Γ^{S}_{N} の状況とは，それぞれの区間内では線形利得の状況 Γ^{L}_{N} におけるCC群のゲームが横に複数個並んだものとも解釈できる。

本稿では3区間以上の Γ^{S}_{N} は扱わないが，3区間以上の区間設定によって，別種の状況が生成されるのは明らかである。Γ^{L}_{N} における1次式の利得関数の場合では，すべての人数分布に対応した利得を簡単に設定できるものの，当然ながらその利得関数が線形に増加するか減少するかの現象だけしか表現できない。ある選択肢を選んだことによる個人利得が当該選択肢の選択者人数が端点ではない分布で最大値をもつような，より多様な利得関数に対応するためには2つ以上の項を導入するか，多くの区間をわけて1次式を定義するなどの必要がでてくる。しかし，本来，実験ゲームにおける利得関数は現実世界に対応した形状を保存したまま用いることが望ましいものの，2次式以上の利得関数を用いることは課題を複雑にし，もはや被験者がその場で利得を計算できない状況をもたらし，実験ゲーム課題としての被験者の課題理解をいちじるしく困難にさせるであろう。区間をわけて1次式を定義するの

でさえ被験者にとってはかなり複雑な計算を必要とする煩雑な課題になってしまうから，被験者の課題理解と利得関数の複雑さとの関係は実験ゲームに内在する調整の問題といえよう。すなわち，現実社会で本質的と思われる部分を単純化した場面を設定して実験的に選択行動を分析していく立場では，現実社会の模写として必要不可欠な複雑さの確保と不必要な複雑さを除く努力とが，実験条件設定においてつねにトレードオフの関係にあると言えよう。その意味では，Γ_N^S では3区間にするのみで山型，谷型という個人利得の関数形状をとることが簡単にできることから，これら多区間のゲーム構造の分析は今後の課題である[11)]。

さて，ここで区間内定値利得関数の3つの選択肢の型，C型（一定），I型（増加），D型（減少）それぞれの特徴をみてみよう。

C型選択肢ではどれだけの人数がこの選択肢を選んでも同一の利得を得るのだから線形利得関数とまったく区別がつかない。この型では基準人数は利得の変化において実質的に意味をもっていないが，形式的には生起した事象は異なっていると解釈され，かつ異なった事象が同一の利得をもたらしたものと解釈することも可能である。

Γ_N^S のI型選択肢とは基準人数以上のプレイヤーが選ぶことによって有利な結果がもたらされ，この基準人数未満ではそれが何人あろうと同じ低い利得がもたらされる。この種の選択肢の例としては，選挙における当選と落選との違いのように大きな質的かつ量的変化をもたらし，それぞれの区間内での得票数の違いは当選落選という事象のもたらす結果の違いと比べると非常に小さいような状況に対応するであろう。

D型選択肢はI型選択肢と逆に，基準人数以上のプレイヤーが選ぶことによって不利な結果をもたらし，この基準人数未満ではそれが何人であろうと同じ高い利得をもたらすような選択肢である。これは許容人数が定まった選択肢であり，一般的には安全基準などのように限界定員が明確に規定されていて，1人でもそれを越えることは大きな危険をもたらすような選択肢に対応している。

これらの2区間の選択肢の Γ_N^S のすべてのゲームにおける利得変化を図2

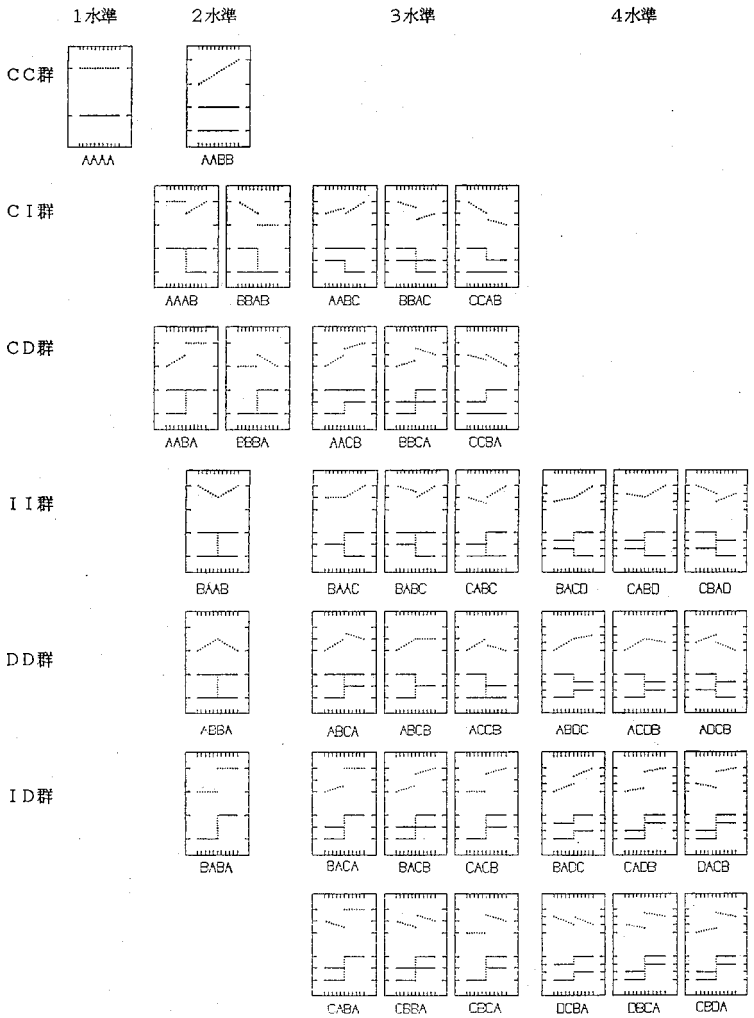

図2　Γ^{S}_{N} における基準ゲーム 39 種類の図表現

に示した。図2は前出の Γ^{L}_{N} の場合の図1と同様に，4つの端点水準が等間隔に並んでいると仮定して描かれている。横軸は α 形式による人数分布で，左端が $m_1=0\,(m_2=N)$，右端が $m_1=N\,(m_2=0)$ となっている。ここでも，人数の目盛りは1人単位ではなく，単なる目安である。

Γ^{S}_{N} では，Γ^{L}_{N} のように図の左右端での全員端点と単独端点をずらして強調

する必要はないから，図2においても左右端における2つの利得関数をずらして描いていない。これはNが大きくなった場合の図として見るべきである。2つの選択肢の個人利得の変化は各ゲームの図の下の段に実線で描かれており，上段の点線は各人数分布における全体の平均利得をあらわしている。縦軸の目盛りは上段と下段でそれぞれ同じ利得水準を示している。なお，下段の個人利得については2つの選択肢が区間が変わることによって不連続に変化するから，その不連続点を明確にするため，その間を垂直の点線で結んだ。

2-3　利得和分布の考察

前2節で提起された2選択肢N人対等ゲームの具体的状況であるΓ_N^Lと2区間のΓ_N^Sのそれぞれにおいて，1端点水準から4端点水準までを考慮すると39種類（E変換を含めると2倍の78種類）のゲームが存在する。これらのゲームが実際にプレイされると，各選択肢に対してN人のプレイヤーによる選択人数分布が得られて生起事象が確定し，全員の利得が決定される。このようにして実際に得られる利得は，各選択肢を選んだ人数分布に応じて変化することになるが，このことは全プレイヤーの利得の総和も変化することを意味している。この利得和というパラメータは実際にゲームがプレイされた結果として算出されるものであるが，そもそもゲームが設定された段階で利得和の分布も設定されていることになる[12)]。利得和分布は個々のゲームの構造的集約として，国民平均可処分所得などのようなもっともマクロな全体的特徴をあらわしており，利得和の分布形状はN人の集団全体を取り巻く環境構造の特徴とみなすことができよう。さらに各ゲームの利得和分布の形状は，いわゆる個人合理性と集団合理性の問題として重要な変数となるものである。すなわち，利得和を最大化する状態とはいずれの選択肢を何人のプレイヤーが選んでいるときなのか，また，そのときに異なった選択肢を選んでいるプレイヤー間の格差はどのようになっているのかが注目すべきことがらとなる。本節ではマクロな指標である利得和の分布形状がどのように変化していくかを明らかにしていきたい。

前述の図1，2に示された各ゲームのグラフのうち，点線部が利得和の変

化をあらわしているが，これらの図では4つの端点水準間間隔が等しいものと仮定して描かれている。しかしながら，端点水準間間隔が異なってくると，各選択肢のもたらす利得を決める利得関数関係が異なることになり，それは結果として利得和の分布形状が異なってくることを意味している。したがって，端点水準間間隔が異なったときに，それぞれのゲームがもたらす状況がどのように変化するかを調べるためには，利得関数と利得和の分布がどのような形状となるかをみていく必要がある。この問題は39種類の基準ゲーム間関係を考察することと同義である。たとえば，図1に描かれているDD群4端点水準のゲームACDBをみてみよう。このゲーム状況の端点水準に何らかの変化が生じて，BとCの間隔が非常に小さくなったと仮定すると，このゲームは4端点水準であったものが3端点水準のゲームABCBの状況に近づいていくことがわかる。このように利得水準間間隔の変化は任意のゲームが他のゲームに変化することをあらわしているのである。

このゲーム間関係と利得和分布の形状を総合的に調べていくために，まず，利得をあらわしている4つの記号A, B, C, D (A>B>C>D) の間隔を定義しておこう。便宜上，Aを基準にして，

$$d_{AB} = A - B \quad (>0),$$
$$d_{BC} = B - C \quad (>0),$$
$$d_{CD} = C - D \quad (>0)$$

という3つの間隔によって4つの利得水準間の間隔をあらわす。逆に，

$$B = A - d_{AB},$$
$$C = A - (d_{AB} + d_{BC}),$$
$$D = A - (d_{AB} + d_{BC} + d_{CD})$$

である。図1と図2で示された平均利得の分布形状は，

$$d_{AB} = d_{BC} = d_{CD},$$

すなわち，4つの端点水準が等間隔になっている場合であった。

2-3-1 利得和分布の形状 $-\Gamma_N^L$ の場合

Γ_N^L における利得分布の形状は選択肢の型の組合せと対応して決まる（表5)。この形状は基本的に上に凸か，直線か，下に凸かの3種類となり，端点

表5　Γ_N^Lにおける選択肢の組合せによる利得和分布の形状

	C 型 選 択 肢	I 型 選 択 肢	D 型 選 択 肢
C 型 選 択 肢	CC群　3種 (直線)	CI群　5種 (下に凸)	CD群　5種 (上に凸)
I 型 選 択 肢	IC群　5種 (下に凸)	II群 13種 (下に凸)	ID群 13種 (不定)
D 型 選 択 肢	DC群　5種 (上に凸)	DI群 13種 (不定)	DD群 13種 (上に凸)

水準間隔が等しいならば，CC群のゲームでは1次式 (直線) となり，CI群のゲームでは下に凸の2次式の曲線，CD群のゲームでは上に凸の曲線，II群は下に凸，DD群のゲームでは上に凸の曲線となる。ID群のゲームの利得和の形状は各ゲームによって，また端点水準の組合せによって上記3種のいずれかになる。これらの利得和分布形状を明らかにするために形状を決める条件を代数的に求めてみよう。

選択肢 a_1 を1人だけが選んだときの単独端点値は $\gamma_1^L(1)$，N人全員が選択肢 a_1 を選んだときの全員端点値は $\gamma_1^L(N)$ であり，選択肢 a_2 を1人だけが選んだときの単独端点値は $\gamma_2^L(1)$，N人全員が選択肢 a_2 を選んだときの利得は $\gamma_2^L(N)$ である。2選択肢の場合は一方の選択者人数が決まればもう一方の人数が確定するから，本節以降では簡略化のため，a_1 選択者人数を m とし，a_2 選択者人数を N−m であらわして，2つの選択者人数を1つの変数 m でまとめることにしよう。そこで，a_1 選択者が m 人のときの N 人のプレイヤー全員の利得和を T(m) であらわせば，T(m) は，

$$
\begin{aligned}
T(m) &= m\,\gamma_1^L(m)+(N-m)\,\gamma_2^L(N-m) \\
&= \frac{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)}{N-1}\,m^2+\gamma_1^L(1)\,m-\frac{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)}{N-1}\,m \\
&\quad +(N-m)\,\frac{\gamma_2^L(1)-\gamma_2^L(N)}{N-1}\,m+(N-m)\,\gamma_2^L(N) \\
&= \frac{\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)\}+\{\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)\}}{N-1}\,m^2 \\
&\quad +\frac{N\{\gamma_1^L(1)+\gamma_2^L(1)\}-\{\gamma_1^L(N)-\gamma_2^L(N)\}-2N\gamma_2^L(N)}{N-1} \\
&\quad +N\gamma_2^L(N)
\end{aligned}
$$

で求められる。すなわち，利得和は選択肢 a_1 の選択者人数の 2 次式となる[13)]。T(m) が最大となる a_1 選択者の人数を求めるために，上式を m で微分すると，

$$T'(m)=\frac{2\{(\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1))+(\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1))\}}{N-1}m$$
$$+\frac{N\{\gamma_1^L(1)+\gamma_2^L(1)\}-\{\gamma_1^L(N)-\gamma_2^L(N)\}-2N\gamma_2^L(N)}{N-1}$$

となる。ここで $T'(m)=0$ となるときの m (選択肢 a_1 を選んだ人数) が利得和の最大値を与えることになるが，このときの m を m° であらわそう。m° は 4 つの端点値によって異なってくる。そこで利得和分布の形状を決定するための条件を整理してみよう。

(1) $\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)\}+\{\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)\}>0$

ならば，T(m) は下に凸の 2 次曲線となり，利得和が最大となるのは全員が一方の選択肢を選んでいるときである。この場合は全員が利得表の全員一致の端点 ($\gamma_1^L(N)$ または $\gamma_2^L(N)$) を獲得している状態なので，このような状態が実現可能なゲームを全員端点最大値のあるゲームと呼ぼう。また，この条件を満たすゲームのうち，$m^\circ=0$ と $m^\circ=N$ の両方ならば，両端点でともに利得和が最大となることを示しており，いずれの選択肢であっても全員が同じ選択肢を選ぶならば利得和は最大となる。

(2) $\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)\}+\{\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)\}=0$

ならば，利得和の関数は m の 1 次式，

$$T(m)=\frac{N\{\gamma_1^L(1)+\gamma_2^L(1)\}-\{\gamma_1^L(N)-\gamma_2^L(N)\}-2N\gamma_2^L(N)}{N-1}m$$
$$+N\gamma_2^L(N)$$

となる。ここで，

(2 a) $N\{\gamma_1^L(1)+\gamma_2^L(1)\}-\{\gamma_1^L(N)-\gamma_2^L(N)\}-2N\gamma_2^L(N)=0$

ならば，利得和は全領域で一定となる。すなわち，Γ_N^L が一定和 N 人ゲームとなることをあらわしている。この条件式を変形すると，

$$N\{\gamma_1^L(1)+\gamma_2^L(1)-2\gamma_2^L(N)\}-\{\gamma_1^L(N)-\gamma_2^L(N)\}=0$$

となり，任意のN(≧2)について上式がなりたつのは，

$$\gamma_1^{\mathrm{L}}(1)+\gamma_2^{\mathrm{L}}(1)-2\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})=0,$$
$$\gamma_1^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})=0$$

であるから，

$$\gamma_1^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_1^{\mathrm{L}}(1)+\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_2^{\mathrm{L}}(1)=0$$

のとき，$\gamma_1^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})=\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})$とすると，

$$\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_1^{\mathrm{L}}(1)+\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_2^{\mathrm{L}}(1)=0$$

となるから，

$$\{\gamma_1^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_1^{\mathrm{L}}(1)\}+\{\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_2^{\mathrm{L}}(1)\}=0$$

のときには，$\gamma_1^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})=\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})$であれば，

$$\mathrm{T}(\mathrm{m})=\mathrm{N}\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})$$

となる。すなわち，全員端点の利得が両選択肢で等しい場合である。この条件を満たすゲームは，等間隔端点水準では，3端点水準ID群のゲームCBBAおよび，AAAAのようにすべてが等しい場合である。

(2 b) $\gamma_1^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})\neq 0$

ならば，

$$\mathrm{N}\{\gamma_1^{\mathrm{L}}(1)+\gamma_2^{\mathrm{L}}(1)\}-\{\gamma_1^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})\}-2\mathrm{N}\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})\neq 0$$

となるからT(m)は1次式となり，利得和は一方の端点で最大となる。

(3) $\{\gamma_1^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_1^{\mathrm{L}}(1)\}+\{\gamma_2^{\mathrm{L}}(\mathrm{N})-\gamma_2^{\mathrm{L}}(1)\}<0$

ならば，T(m)は上に凸の2次曲線となる。ここで利得和関数が上に凸であり，かつ全員端点で最大となるか，中間的な選択人数分布$(1\leqq \mathrm{m}\leqq \mathrm{N}-1)$で最大値（中間点最大）をとるかどうかの条件を考えてみよう。

この条件を得るために，利得和の関数Tにおいて変数mが本来0からNの整数値で定義されるから，T′(m)が0となるときのm°に関して次のような場合わけをしよう。この場合わけをするのは，本来mが整数であるものの，T(m)を解析的にあつかったために，全員端点（$\mathrm{m}^\circ=0$あるいは$\mathrm{m}^\circ=\mathrm{N}$）と単独端点（$\mathrm{m}^\circ=1$あるいは$\mathrm{m}^\circ=\mathrm{N}-1$）との中間にT(m)の最大

値が生じると，全員端点と単独端点でともに利得和の最大化が生じてしまうからであり，この下位条件も考慮に入れるためである。

(3a) $0 \leqq m^{\circ} < 0.5$ ならば，$m=0$ のとき（全員が a_2 を選んでいるとき）に全員端点で利得和が最大となる。

(3b) $m^{\circ}=0.5$ ならば，実際上は $m=0$ のときに全員端点最大，また $m=1$ でも単独端点で利得和最大値が実現する。

(3c) $0.5 < m^{\circ} < N-0.5$ ならば，中間点で利得和の最大値が得られる。

(3d) $m^{\circ}=N-0.5$ ならば，$m=N-1$ のときに，すなわち，1人だけが選択肢 a_2，他のプレイヤーが選択肢 a_1 を選んでいるときに，また，$m=N$ のとき，すなわち全員が選択肢 a_1 を選んでいるときのいずれかで利得和の最大値が得られる。

(3e) $m^{\circ}=N$ ならば，全員が選択肢 a_1 を選んだとき（a_1 全員端点）に利得和の最大値が得られる。

さて，以上の条件の場合わけにもとづいて，各群のゲームの利得和分布の形状をあらためてみていこう。

CC 群のゲームは両選択肢の勾配は 0，すなわち，

$$\{\gamma_1^{\mathrm{L}}(N)-\gamma_1^{\mathrm{L}}(1)\}+\{\gamma_2^{\mathrm{L}}(N)-\gamma_2^{\mathrm{L}}(1)\}=0$$

であるから，利得和関数は1次式で，下位条件によって，

(1) $\gamma_1^{\mathrm{L}}(N)=\gamma_2^{\mathrm{L}}(N)$ ならば，すべての領域で利得和は一定（一定和 N 人ゲーム），

(2) $\gamma_1^{\mathrm{L}}(N)>\gamma_2^{\mathrm{L}}(N)$ ならば，$m=N$，すなわち選択肢 a_1 の全員端点で利得和が最大，

(3) $\gamma_1^{\mathrm{L}}(N)<\gamma_2^{\mathrm{L}}(N)$ ならば，$m=0$，すなわち選択肢 a_2 の全員端点で利得和が最大

となり，利得和関数の形状において利得水準間間隔は無関係である。

CI 群のゲームでは C 型選択肢の勾配が 0，I 型選択肢は正であるから，

$$\{\gamma_1^{\mathrm{L}}(N)-\gamma_1^{\mathrm{L}}(1)\}+\{\gamma_2^{\mathrm{L}}(N)-\gamma_2^{\mathrm{L}}(1)\}>0$$

となり，利得分布の形状において利得水準間間隔は無関係で，利得和関数は常に下に凸の2次曲線となる。ここで選択肢 a_1 は C 型，選択肢 a_2 は I 型で

あるから，下位条件によって，

(1) $\gamma_1^L(N)=\gamma_2^L(N)$ ならば，両方の全員端点で利得和が最大，

(2) $\gamma_1^L(N)>\gamma_2^L(N)$ ならば，$m=N$，すなわち，選択肢 a_1 の全員端点で利得和が最大，

(3) $\gamma_1^L(N)<\gamma_2^L(N)$ ならば，$m=0$，すなわち，選択肢 a_2 の全員端点で利得和が最大

となる。

CD群のゲームは選択肢 a_1 の利得関数の勾配が0(C型)，選択肢 a_2 が負(D型)であるから，

$$\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)=0,\quad \gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)<0$$

となり，

$$\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)\}+\{\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)\}<0$$

となる。このとき利得和関数は利得水準間間隔と無関係に常に上に凸の2次曲線となる。ここで下位条件によって，

(1) $\gamma_1^L(N)=\gamma_2^L(1)$ ならば，選択肢 a_1 の全員端点 $(m=N)$ および単独端点 $(m=N-1)$ で利得和が最大，

(2) $\gamma_1^L(N)>\gamma_2^L(1)$ ならば，選択肢 a_1 の全員端点 $(m=N)$ で利得和が最大，

(3) $\gamma_1^L(N)<\gamma_2^L(1)$ かつ，$\gamma_1^L(N)\geqq\gamma_2^L(N)$ ならば，中間点で利得和が最大，

(4) $\gamma_1^L(N)<\gamma_2^L(1)$ かつ，$\gamma_1^L(N)<\gamma_2^L(N)$ ならば，

(4a) $d_{AB}=d_{BC}$ のとき，選択肢 a_2 の全員端点 $(m=0)$ および単独端点 $(m=1)$ で利得和が最大，

(4b) $d_{AB}>d_{BC}$ のとき，中間点で利得和が最大，

(4c) $d_{AB}<d_{BC}$ のとき，選択肢 a_2 の全員端点 $(m=0)$ で利得和が最大

となる。

II群のゲームでは，

$$\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)>0,\quad \gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)>0$$

であるから，

$$\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)\}+\{\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)\}>0$$

となって，利得和関数は利得水準間間隔と無関係に常に下に凸の2次曲線となる。ここで下位条件によって，

(1) $\gamma_1^L(N)=\gamma_2^L(N)$ ならば，両全員端点（$m=0$, $m=N$）で利得和が最大，

(2) $\gamma_1^L(N)>\gamma_2^L(N)$ ならば，選択肢 a_1 の全員端点（$m=N$）で利得和が最大，

(3) $\gamma_1^L(N)<\gamma_2^L(N)$ ならば，選択肢 a_2 の全員端点（$m=0$）で利得和が最大

となる。

DD群のゲームでは，

$$\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)<0,\quad \gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)<0$$

であるから，

$$\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)\}+\{\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)\}<0$$

となり，利得和関数は利得水準間間隔と無関係に常に上に凸の2次曲線となる。ここで，

(1) $\gamma_1^L(N)\leqq\gamma_2^L(1)$ ならば，中間点で利得和が最大，

(2) $\gamma_1^L(N)>\gamma_2^L(1)$ ならば，

(2a) $d_{AB}=d_{BC}$ のとき，選択肢 a_1 の全員端点（$m=N$）および単独端点（$m=N-1$）で利得和が最大，

(2b) $d_{AB}>d_{BC}$ のとき，中間点で利得和が最大，

(2c) $d_{AB}<d_{BC}$ のとき，選択肢 a_1 の全員端点（$m=N$）で利得和が最大

となる。

ID群のゲームでは，

$$\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)>0,\quad \gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)<0$$

であり，利得和分布の形状は次の3条件で異なる。

(1) $\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)\}+\{\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)\}>0$

あるいは，$|\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L|>|\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)|$ のとき，

利得和は下に凸となり，

$\gamma_1^L(N)=\gamma_2^L(N)$ ならば，両方の全員端点で利得和は最大となる。

$\gamma_1^L(N) \neq \gamma_2^L(N)$ ならば，いずれかの端点値の大なる全員端点で利得和が最大となる。

(2) $\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)\}+\{\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)\}=0$

あるいは，$|\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)|=|\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)|$ のとき，

$\gamma_1^L(N)=\gamma_2^L(N)$ ならば，利得和は全区間で一定となる。

$\gamma_1^L(N) \neq \gamma_2^L(N)$ ならば，利得和分布は1次式となり，いずれかの端点値の大なる全員端点で利得和が最大となる。

(3) $\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)\}+\{\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)\}<0$

あるいは，$|\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1)|<|\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(1)|$ のとき，

利得和分布は上に凸となる。

このときの利得和最大値を与える a_1 選択者人数は個別のゲーム状況での条件となって煩雑になるから，簡単にまとめておく（個別の下位条件は後出の表6参照）。すなわち，一般に利得和関数が上に凸となる場合に，最大値が単独端点を含む中間点となる条件は，

$$0<\frac{\gamma_1^L(N)-N\gamma_1^L(1)-N\gamma_2^L(1)+2N\gamma_2^L(N)-\gamma_2^L(N)}{2\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1))-(\gamma_2^L(1)-\gamma_2^L(N))\}}<N$$

を満たす $\gamma_1^L(1)$，$\gamma_1^L(N)$，$\gamma_2^L(N)$，$\gamma_2^L(1)$ の4つの値であり，この条件を整理すると，

$$\{\gamma_1^L(N)-\gamma_1^L(1))+(\gamma_1^L(N)-\gamma_2^L(1)\}<\frac{\gamma_1^L(N)-\gamma_2^L(N)}{N}$$
$$<\{\gamma_2^L(1)-\gamma_2^L(N))+(\gamma_1^L(1)-\gamma_2^L(N)\}$$

となる。

これらの条件整理に基づいて，39種類ある Γ_N^L の個々の基準ゲームに利得和分布の形状と最大値の位置の条件を調べた結果が表6に示されている。表6において，m° は利得和最大値をもたらす a_1 選択者の人数をあらわしている。また，利得和最大値実現点（選択分布）の説明のうち，中央点とはN人がちょうど両選択肢に等しい人数に分れたときをあらわし，また，中間点とは両方の端点ではないところで利得和最大値がもたらされたことをあらわており，これは中央点を含んでいる[14)]。

表 6　Γ^{I}_{N} における利得和分布の形状と最大値の位置 (1/2)

m° (利得和最大値のときの a_1 選択者数) については，[　] でくくられているのはその区間内のいずれの人数でも，また (　) でくくられているのはそのいずれかの人数で，利得和が最大となることを示している。等号の場合はその人数のときにのみ最大となり，不等号の場合は実際の利得の数値に対応して，その区間内のいずれかの人数で最大となることを示している。

ゲームおよび条件		利得和分布形状	利得和最大値 m°	位置記述
CC群	AAAA	一定	$m^{\circ}=[0, N]$	全区間一定和
	AABB	線形増加	$m^{\circ}=N$	a_1 全員端点
CI群	AAAB	下に凸	$m^{\circ}=(0, N)$	両全員端点
	BBAB	下に凸	$m^{\circ}=0$	a_2 全員端点
	AABC	下に凸	$m^{\circ}=N$	a_1 全員端点
	BBAC	下に凸	$m^{\circ}=0$	a_2 全員端点
	CCAB	下に凸	$m^{\circ}=0$	a_2 全員端点
CD群	AABA	上に凸	$m^{\circ}=(N-1, N)$	a_1 全員端点，a_2 単独端点
	BBBA	上に凸	$m^{\circ}=N/2$	中央点
	AACB	上に凸	$m^{\circ}=N$	a_1 全員端点
	BBCA	上に凸	$1\leqq m^{\circ}\leqq N-1$	中間点
	CCBA	上に凸		
	$d_{AB}>d_{BC}$		$1\leqq m^{\circ}\leqq N-1$	中間点
	$d_{AB}=d_{BC}$		$m^{\circ}=(0, 1)$	a_2 全員端点，a_1 単独端点
	$d_{AB}<d_{BC}$		$m^{\circ}=0$	a_2 全員端点
II群	BAAB	下に凸	$m^{\circ}=(0, N)$	両全員端点
	BAAC	下に凸	$m^{\circ}=(0, N)$	両全員端点
	BABC	下に凸	$m^{\circ}=N$	a_1 全員端点
	CABC	下に凸	$m^{\circ}=N$	a_1 全員端点
	BACD	下に凸	$m^{\circ}=N$	a_1 全員端点
	CABD	下に凸	$m^{\circ}=N$	a_1 全員端点
	CBAD	下に凸	$m^{\circ}=0$	a_2 全員端点
DD群	ABBA	上に凸	$m^{\circ}=N/2$	中央点
	ABCA	上に凸	$1\leqq m^{\circ}\leqq N-1$	中間点
	ABCB	上に凸	$1\leqq m^{\circ}\leqq N-1$	中間点
	ACCB	上に凸	$m^{\circ}=N/2$	中央点
	ABDC	上に凸		
	$d_{AB}>d_{BC}$		$1\leqq m^{\circ}\leqq N-1$	中間点
	$d_{AB}=d_{BC}$		$m^{\circ}=(N-1, N)$	a_1 全員端点，a_2 単独端点
	$d_{AB}<d_{BC}$		$m^{\circ}=N$	a_1 全員端点
	ACDB	上に凸	$1\leqq m^{\circ}\leqq N-1$	中間点
	ADCB	上に凸	$1\leqq m^{\circ}\leqq N-1$	中間点

表6　Γ_N^Lにおける利得和分布の形状と最大値の位置 (2/2)

ゲームおよび条件		利得和分布形状	利得和最大値 m°	位置記述
ID群	BABA	線形増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	BACA	上に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	CABA	下に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	BACB			
	$d_{AB}>d_{BC}$	下に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	$d_{AB}=d_{BC}$	線形増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	$d_{AB}<d_{BC}$	上に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	CBBA			
	$d_{AB}>d_{BC}$	上に凸	$1\leqq m^\circ\leqq N-1$	中間点
	$d_{AB}=d_{BC}$	一定	$m^\circ=[0, N]$	全区間一定和
	$d_{AB}<d_{BC}$	下に凸	$m^\circ=(0, N)$	両全員端点
	CACB	下に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	CBCA	上に凸		
	$d_{AB}>d_{BC}$		$1\leqq m^\circ\leqq N-1$	中間点
	$d_{AB}=d_{BC}$		$m^\circ=(N-1, N)$	a_1全員端点, a_2単独端点
	$d_{AB}<d_{BC}$		$m^\circ=N$	a_1全員端点
	BADC			
	$d_{AB}>d_{CD}$	下に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	$d_{AB}=d_{CD}$	線形増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	$d_{AB}<d_{CD}$	上に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	CADB			
	$d_{AB}>d_{CD}$	下に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	$d_{AB}=d_{CD}$	線形増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	$d_{AB}<d_{CD}$	上に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	DACB	下に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	DCBA			
	$d_{AB}>d_{CD}$	上に凸		
	$d_{AB}-d_{BC}<d_{CD}$		$m^\circ=0$	a_2全員端点
	$d_{AB}-d_{BC}=d_{CD}$		$m^\circ=(0, 1)$	a_2全員端点, a_1単独端点
	$d_{AB}-d_{BC}>d_{CD}$		$1\leqq m^\circ\leqq N-1$	中間点
	$d_{AB}=d_{CD}$	線形減少	$m^\circ=0$	a_2全員端点
	$d_{AB}<d_{CD}$	下に凸	$m^\circ=0$	a_2全員端点
	DBCA			
	$d_{AB}>d_{CD}$	上に凸		
	$d_{AB}-d_{BC}<d_{CD}$		$m^\circ=N$	a_1全員端点
	$d_{AB}-d_{BC}=d_{CD}$		$m^\circ=(N-1, N)$	a_1全員端点, a_2単独端点
	$d_{AB}-d_{BC}>d_{CD}$		$1\leqq m^\circ\leqq N-1$	中間点
	$d_{AB}=d_{CD}$	線形増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	$d_{AB}<d_{CD}$	下に凸	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	CBDA	上に凸		
	$d_{AB}>d_{BC}$		$1\leqq m^\circ\leqq N-1$	中間点
	$d_{AB}=d_{BC}$		$m^\circ=(N-1, N)$	a_1全員端点, a_2単独端点
	$d_{AB}<d_{BC}$		$m^\circ=N$	a_1全員端点

全区間一定和ゲームの AAAA と CBBA の1条件を除いて，すべてのゲームで，1ケ所ないしは2ケ所の人数分布（事象）において利得和が最大となる。利得和最大値の位置に関して，下位条件によって異なってくるゲームは10種類ある。しかし，これらのゲームも利得和分布の基本形状に関しては，ID 群を除いて，いずれも下位条件によって異なることはない。CD 群3端点水準のゲーム CCBA は一定の中間利得をもたらす C 型選択肢の利得水準が変化することによって，利得和最大値を与える人数分布が変化し得る利得構造をもったゲームである。CD 群では利得水準に関する下位条件で利得和最大値をもたらす人数分布が変化するのはこのゲームだけである。DD 群では4端点水準のゲーム ABDC のみが下位条件によって利得和最大値をもたらす人数分布が変化する。このゲームの場合，第4水準の D の位置は無関係であり，上位3つの水準 A, B, C の相対的関係のみが影響する。このゲームでも，上記の CCBA と同様に，選択肢 a_1 の全員端点のみを除いて，利得水準間間隔の条件に対応して，どの人数分布においても利得和最大値がもたらされることがあることがわかる。

利得和の形状と最大値の位置を求めるにあたって，下位条件を考慮する必要のある10種類のゲームのうち，残る8種類はすべて ID 群のゲームである。ID 群のゲームでは2端点水準の BABA と，3端点水準の BACA, CABA の3つのゲームを除くと，下位条件によって最大値の人数分布の位置が異なるゲーム，下位条件によって利得和分布の形状が異なるゲーム，その両方に変化がおきるゲームという3種類に分けることができる。利得和分布の形状は変化しないが，最大値をもたらす人数分布が異なるゲーム（ケース1）には，CBCA, CBDA の2つが該当し，利得和分布の形状だけが異なるが，最大値をもたらす人数分布は変化しないゲーム（ケース2）には，BACB, BADC, CADB の3つが該当する。そして両方とも変化するるゲーム（ケース3）は，CBBA, DCBA, DBCA の3つである。

ケース1のゲーム CBCA と CBDA については，2つのゲームの違いは選択肢 a_2 の全員端点の利得水準が C から D へと下ったところにあるのみで，いずれの下位条件においても利得和分布の形状が上に凸であり，利得和最大

値の位置も2つのゲームで等しい。すなわち，2つとも非常に似たゲームであると言える。ケース2のゲームBACB, BADC, CADBについては，いずれもa_1選択肢の全員端点が利得和最大値をもたらし，かつ，下位条件それぞれに対応して利得和分布の形状が，下に凸，直線，上に凸となっており，これらも互いによく似た利得構造をもったゲームと言うことができる。ケース3のゲームCBBA, DCBA, DBCAについては，3端点水準のゲームCBBAは2つの水準間間隔が等しい場合 ($d_{AB}=d_{BC}$) には一定和N人ゲームとなる特殊な構造をもっており，4端点水準の2つのゲームDCBAとDBCAは3つの下位条件がすべて関与する，いわば変化の多様性に富んだゲームと言えよう。

2-3-2 利得和分布の形状 $-\Gamma^{S}_{N}$ の場合

区間内定値利得の2区間2選択肢のN人対等ゲームΓ^{S}_{N}は，一方の選択肢の選択者人数が半数未満か以上のそれぞれの区間でみると，結局，Γ^{L}_{N}におけるCC群のゲームが2つ横に並んだものとみなすことができる。

Γ^{L}_{N}と同様に，a_1選択者人数をmとし，a_2選択者人数をN−mとして2つの選択者人数を1つの変数mでまとめておく。また，選択肢a_1の基準人数をMであらわす。この基準人数は選択肢a_2においても同様である。MはN人（Nは奇数）のうち，ちょうど中央点にあたる人数である。選択肢a_1を選んだ人数がM人未満のときは事象〈12〉が生起する。これは選択肢a_2を選んだ人数がM人以上となっていることを示している。このときに選択肢a_1を選んでいたプレイヤーが得る利得は$r_{11}(\gamma^{S}_{1}(\langle 12\rangle))$，選択肢$a_2$を選んでいたプレイヤーの利得は$r_{21}(\gamma^{S}_{2}(\langle 12\rangle))$である。一方，M人以上のプレイヤーが選択肢$a_1$を選んだときに選択肢$a_1$を選んでいたプレイヤーの利得は$r_{12}(\gamma^{S}_{1}(\langle 21\rangle))$であり，選択肢$a_2$を選んでいたプレイヤーの利得は$r_{22}(\gamma^{S}_{2}(\langle 21\rangle))$となる。これら4つの利得の組合せにおいて，$r_{11}$と$r_{21}$とは選択肢$a_1$を選んだ人数mがM人未満のとき，$r_{12}$と$r_{22}$とが選択肢$a_1$を選んだ人数mがM人以上のときをあらわしている。すなわち，区間内定値利得の状況は，$m<M$の場合と，$m\geqq M$の場合とにわけてみると，それぞれがΓ^{L}_{N}におけるCC群のゲームに対応する。一方，利得和は個々の人数分布によって変化するから，利得

和分布は2つの区間において基本的に異なった形状を示すことになる。また，2つの区間においてそれぞれがCC群のゲームであるから，利得和は1次式であらわされ，最大値を与える点は各区間の端点における利得和によって決まる。したがって，利得和分布は各区間で1次式の勾配（一定，増加，減少）によって合計9種類の形状に区別されることになる。

そこで，第1区間（$m<M$）の利得和関数を $T_1(m)$ であらわすと，

$$T_1(m)=m\cdot r_{11}+(N-m)\cdot r_{21}$$

となり，第2区間（$m\geqq N$）の利得和関数を $T_2(m)$ であらわすと，

$$T_2(m)=m\cdot r_{12}+(N-m)\cdot r_{22}$$

となるが，実際に得られる各区間の利得和は，第1区間においては，

$$T_1(0),\ \cdots,\ T_1(M-1)$$

第2区間においては，

$$T_2(M),\ \cdots,\ T_2(N)$$

となる。これらは，すべて定数NとMによって，第1区間では，

$$Nr_{21},\ \cdots,\ (M-1)\,r_{11}+(N-M+1)\,r_{21},$$

第2区間では，

$$Mr_{12}+(N-M)\,r_{22},\ \cdots,\ Nr_{12}$$

であらわされる。

さて，最大値を与える人数分布はこれらの利得和のうち，最大となる点ないしは区間となる。Γ^{L}_{N} においておこなったと同様に，最大となるmを m° であらわす。ここで可能な利得和最大値となる人数分布は Γ^{L}_{N} のときのように解析的に求めることはできないから，条件によって最大値を与える人数分布が異なるゲームのみを取り上げて考察してみよう。

まず，CD群3端点水準ゲームCCBAをみてみよう。

第1区間の利得和 $T_1(m)$ は，

$$\begin{aligned}T_1(m)&=mC+(N-m)\,B\\&=(C-B)\,m+NB\end{aligned}$$

第 2 区間の利得和 $T_2(m)$ は,

$$T_2(m) = mC + (N-m)A$$
$$= (C-A)m + NA$$

となり，ここで,

$$T(0) = NB, \quad T(N) = NC, \quad T(0) > T(M-1),$$
$$T(M) > T(N), \quad T(0) > T(N)$$

である。また,

$$T(M) = (C-A)M + NA,$$
$$T(M) - T(0) = \frac{N(d_{AB} - d_{BC}) - d_{BC} - d_{AB}}{2}.$$

したがって,

$d_{AB} \leqq d_{BC}$ ならば,

$T(M) < T(0)$, $T(0) > T(M) > T(N)$, $T(0) > T(M-1)$ となるから,
$m^\circ = 0$ である。

$d_{AB} > d_{BC}$ ならば,

(1) $N(d_{AB} - d_{BC}) > d_{AB} + d_{BC}$, すなわち, $N > \dfrac{d_{AB} + d_{BC}}{d_{AB} - d_{BC}}$
のとき，$T(M) > T(0) > T(N)$, $T(0) > T(M-1)$ となるから,
$m^\circ = M$ である。

(2) $N(d_{AB} - d_{BC}) = d_{AB} + d_{BC}$, すなわち, $N = \dfrac{d_{AB} + d_{BC}}{d_{AB} - d_{BC}}$
のとき，$T(M) = T(0) > T(N)$, $T(0) > T(M-1)$ となるから,
$m^\circ = 0$, あるいは $m^\circ = M$ である°

(3) $N(d_{AB} - d_{BC}) < d_{AB} + d_{BC}$, すなわち, $N < \dfrac{d_{AB} + d_{BC}}{d_{AB} - d_{BC}}$
のとき，$T(0) > T(M) > T(N)$, $T(0) > T(M-1)$ となるから,
$m^\circ = 0$ である。

次に DD 群 3 端点水準のゲーム ABCB では，第 1 区間の利得和は,

$$T_1(m) = mA + (N-m)C$$
$$= (A-C)m + NC$$

となり，第2区間の利得和は，

$$T_2(m) = mB + (N-m)B$$
$$= NB$$

となるから，

$$T(0) < T(M-1), \quad T(M) = T(N) = NB, \quad T(0) = NC,$$
$$T(0) < T(M) = T(N)$$

である。また，

$$T(M-1) = (A-C)(M-1) + NC,$$
$$T(M-1) - T(M) = (A-C)(M-1) + NC - NB$$
$$= \frac{Nd_{AB} - (d_{AB} + d_{BC})}{2}$$

となる。したがって，

(1) $N > \dfrac{d_{AB} + d_{BC}}{d_{AB}}$ ならば，

$T(M-1) > T(M)$, $T(M) = T(N) > T(0)$ となるから，$m^\circ = M-1$。

(2) $N = \dfrac{d_{AB} + d_{BC}}{d_{AB}}$ ならば，

$T(M-1) = T(M)$, $T(M) = T(N) > T(0)$ となるから，$m^\circ = [M-1, N]$。

(3) $N < \dfrac{d_{AB} + d_{BC}}{d_{AB}}$ ならば，

$T(M-1) < T(M)$, $T(M) = T(N) > T(0)$, $T(N) > T(M-1)$ となるから，$m^\circ = [M, N]$ である。

次に同じくDD群4端点水準ゲームABDCについては，

第1区間の利得和 $T_1(m)$ は，

$$T_1(m) = (A-D)m + ND,$$

第2区間の利得和 $T_2(m)$ は，

$$T_2(m) = (B-C)m + NC$$

となるから，

$$T(0) = ND, \quad T(N) = NB, \quad T(0) < T(M-1),$$
$$T(M) < T(N), \quad T(N) > T(0)$$

である。また,

$$T(M-1)=(A-D)(M-1)+ND,$$
$$T(M-1)-T(N)=\frac{N(d_{AB}-d_{BC}-d_{CD})-d_{AB}}{2}$$

となる。したがって,

$d_{AB}-d_{BC}\leqq d_{CD}$ のとき,

$T(M-1)<T(N)$, $T(N)>T(M-1)>T(0)$, $T(N)>T(M)$ となるから, $m^{\circ}=N$ である。

$d_{AB}-d_{BC}>d_{CD}$ のとき,

(1) $N>\dfrac{d_{AB}}{d_{AB}-d_{BC}-d_{CD}}$ ならば,
$T(M-1)>T(N)>T(0)$, $T(N)>T(M)$ となるから, $m^{\circ}=M-1$ である。

(2) $N=\dfrac{d_{AB}}{d_{AB}-d_{BC}-d_{CD}}$ ならば,
$T(M-1)=T(N)>T(0)$, $T(N)>T(M)$ となるから, $m^{\circ}=M-1$, あるいは $m^{\circ}=N$ である。

(3) $N<\dfrac{d_{AB}}{d_{AB}-d_{BC}-d_{CD}}$ ならば,
$T(M-1)<T(N)$, $T(M-1)>T(0)$, $T(N)>T(M)$ となるから, $m^{\circ}=N$ である。

条件の場合わけが必要な最後のゲームは, ID群4端点水準のゲームDCBAである。第1区間の利得和 $T_1(m)$ は,

$$T_1(m)=mD+(N-m)B$$
$$=(D-B)m+NB$$

となり, 第2区間の利得和 $T_2(m)$ は,

$$T_2(m)=mC+(N-m)A$$
$$=(C-A)m+NA$$

となる。ここで,

$$T(0)=NB,\quad T(0)>T(M-1),\quad T(N)=NC,\quad T(0)=T(N)$$

である。また,

$$T(M)=(C-A)M+NA,$$
$$T(M-1)=(D-B)(M-1)+NB$$

であるから,

$$T(M)-T(M-1)=(C-A-D+B)M+D-B+N(A-B)$$
$$=\frac{N(d_{AB}+d_{CD})-(d_{AB}+d_{CD}+2d_{BC})}{2},$$

また,

$$T(M)-T(0)=\frac{(d_{AB}-d_{BC})N-(d_{AB}+c_{BC})}{2}$$

であるから,

$d_{AB}\leqq d_{BC}$ ならば,

$T(0)>T(M)>T(N)$, $T(0)>T(M-1)$ となるから, $m^{\circ}=0$ である。

$d_{AB}>d_{BC}$ ならば,

(1) $N>\dfrac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}-d_{BC}}$ のとき,

$T(M)>T(0)>T(M-1)$, $T(0)>T(N)$ となるから, $m^{\circ}=M$ である。

(2) $N=\dfrac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}-d_{BC}}$ のとき,

$T(0)=T(M)>T(N)$, $T(0)>T(M-1)$ となるから, $m^{\circ}=0$ あるいは, $m^{\circ}=M$ である。

(3) $N<\dfrac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}-d_{BC}}$ のとき,

$T(0)>T(M)>T(N)$, $T(0)>T(M-1)$ となるから, $m^{\circ}=0$ である。

これらの条件を含めて, Γ^{S}_{N} のすべての基準ゲーム 39 種類の利得和分布の形状と最大値の位置を表 7 に示した。この表からわかるように, 利得和分布の形状については Γ^{L}_{N} と似たところがあると言えるが, 利得和最大値の位置については Γ^{L}_{N} のように単独端点には起こり得ないことがわかる。

3. 2 選択肢 2人対称ゲームとの関係

前章において, 2 種類の具体的な 2 選択肢のゲーム状況, Γ^{L}_{N} と Γ^{S}_{N} におけ

表7　Γ_N^Sにおける利得和分布の形状と最大値の位置 (1/2)

利得和分布の形状において，Γ_N^Sの場合は基準人数(M)未満と以上で利得和分布が断絶することがあるから，M−1人のときとM人のときの利得和が等しいならば＝，M人のときが上ならば↑，下ならば↓，いずれの可能性もある場合は•の記号であらわした。これらの記号の左側がM人未満，右側がM人以上のときの利得和分布の形状である。m° (利得和最大値のときのa_1選択者数)については，表6と同様に，[ ]でくくられているのはその区間内のいずれの人数でも，また( )でくくられているのはそのいずれかの人数で利得和が最大となることを示しており，また等号の場合はその人数のときにのみ最大となり，不等号の場合は実際の利得の数値に対応して，その区間内のいずれかの人数で最大となることを示している。

ゲームおよび条件		利得和分布形状	利得和最大値 m°	位置記述
CC群	AAAA	一定＝一定	$m^\circ=[0, N]$	全区間一定和
	AABB	増加＝増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
CI群	AAAB	一定↓増加	$m^\circ=([0, M-1], N)$	第1区間，a_1全員端点
	BBAB	減少↓一定	$m^\circ=0$	a_2全員端点
	AABC	増加↓増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	BBAC	減少↓増加	$m^\circ=0$	a_2全員端点
	CCAB	減少↓減少	$m^\circ=0$	a_2全員端点
CD群	AABA	増加↑一定	$m^\circ=[M, N]$	第2区間
	BBBA	一定↑減少	$m^\circ=M$	中央点
	AACB	増加↑増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	BBCA	増加↑減少	$m^\circ=M$	中央点
	CCBA	減少↑減少		
	$d_{AB}\leqq d_{BC}$		$m^\circ=0$	a_2全員端点
	$d_{AB}>d_{BC}$			
		$N>\frac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}-d_{BC}}$	$m^\circ=M$	中央点
		$N=\frac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}-d_{BC}}$	$m^\circ=(0, M)$	a_2全員端点，中央点
		$N<\frac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}-d_{BC}}$	$m^\circ=0$	a_2全員端点
II群	BAAB	減少＝増加	$m^\circ=(0, N)$	両全員端点
	BAAC	減少↓増加	$m^\circ=(0, N)$	両全員端点
	BABC	一定•増加	$m^\circ=(0, N)$	両全員端点
	CABC	減少↑増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	BACD	増加•増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	CABD	減少•増加	$m^\circ=N$	a_1全員端点
	CBAD	減少↓増加	$m^\circ=0$	a_2全員端点

表7　Γ_N^s における利得和分布の形状と最大値の位置 (2/2)

ゲームおよび条件		利得和分布状形	利得和最大値 m°	位置記述
DD群	ABBA	増加＝減少	$m^\circ=M$	中央点
	ABCA	増加↑減少	$m^\circ=M$	中央点
	ABCB	増加・一定		
	$N>\frac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}}$		$m^\circ=M-1$	中央点
	$N=\frac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{BA}}$		$m^\circ=[M-1, N]$	中央点，第2区間
	$N>\frac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}}$		$m^\circ=[M, N]$	中央点
	ACCB	増加↓減少	$m^\circ=M-1$	中央点
	ABDC	増加・増加		
	$d_{AB}-d_{BC}\leqq d_{CD}$		$m^\circ=N$	a_1 全員端点
	$d_{AB}-d_{BC}>d_{CD}$			
	$N>\frac{d_{AB}}{d_{AB}-d_{BC}-d_{CD}}$		$m^\circ=M-1$	中央点
	$N=\frac{d_{AB}}{d_{AB}-d_{BC}-d_{CD}}$		$m^\circ=(M-1, N)$	中央点，a_1 全員端点
	$N<\frac{d_{AB}}{d_{AB}-d_{BC}-d_{CD}}$		$m^\circ=N$	a_1 全員端点
	ACDB	増加・減少	$m^\circ=M-1$	中央点
	ADCB	増加↓減少	$m^\circ=M-1$	中央点
ID群	BABA	一定↑一定	$m^\circ=[M, N]$	第2区間
	BACA	増加↑一定	$m^\circ=[M, N]$	第2区間
	CABA	減少↑一定	$m^\circ=[M, N]$	第2区間
	BACB	増加↑増加	$m^\circ=N$	a_1 全員端点
	CBBA	減少↑減少	$m^\circ=M$	中央点
	CACB	一定↑増加	$m^\circ=N$	a_1 全員端点
	CBCA	一定↑減少	$m^\circ=M$	中央点
	BADC	増加↑増加	$m^\circ=N$	a_1 全員端点
	CADB	増加↑増加	$m^\circ=N$	a_1 全員端点
	DACB	減少↑増加	$m^\circ=N$	a_1 全員端点
	DCBA	減少↑減少		
	$d_{AB}\leqq d_{BC}$		$m^\circ=0$	a_2 全員端点
	$d_{AB}>d_{BC}$			
	$N>\frac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}-d_{BC}}$		$m^\circ=M$	中央点
	$N=\frac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}-d_{BC}}$		$m^\circ=(0, M)$	a_2 全員端点，中央点

ゲームおよび条件	利得和分布形状	利得和最大値 m°	位置記述
$N<\frac{d_{AB}+d_{BC}}{d_{AB}-d_{BC}}$		$m^{\circ}=0$	a_2 全員端点
DBCA	減少↑減少	$m^{\circ}=M$	中央点
CBDA	増加↑減少	$m^{\circ}=M$	中央点

るすべてのゲーム構造の特徴を明らかにした。本章および次章ではそれらのゲームが互いにどのような関係をもっているかを考察する。すなわち，ゲーム間の構造的相互関係の考察である。ゲーム間の構造的関係を考察するに際しては，2つのアプローチをとる。本章では，前章で定義された一般的なN人対等ゲームが2人ゲームとどのような関係にあるかを調べる。これはプレイヤーの人数の側面からゲーム間関係を明らかにすることであり，多くの研究がなされてきた2人ゲームとの対応づけをすることによって，N人対等ゲームが2人ゲームのある種の拡張であることを示すことができる。2選択肢N人対等ゲーム Γ_N と，その特殊ケースといえる $N=2$，すなわちプレイヤー数の最少単位である2選択肢2人ゲームはゲーム状況の基本型としてもっとも広く研究がおこなわれている領域である。

Rapoport & Guyer (1966) は2行2列の利得行列であらわされる2選択肢2人非零和ゲームの構造を網羅的に分類整理している。そのうちの対称ゲームを各選択肢の選択者人数によって統合することで，それぞれをN人対等ゲームに1対1の対応関係をつけ，その条件下では2選択肢N人対等ゲーム Γ_N がすべて選択肢2人対称ゲームのプレイヤーをN人に拡張したものとなることを示すことができる。

2人ゲームの利得行列と Γ_N^L および Γ_N^S とを対応づけるために，2人ゲームにおける両プレイヤーの利得構造が次の制約をもった対称形となっていることを前提とする。すなわち，両プレイヤーがともに同一名称の選択肢を選んだ場合はいずれも同一の利得となり，各プレイヤーが互いに異なった名称の選択肢を選んだ場合には，両プレイヤーの選択が入れ替っても同一の利得対の逆となる，という制限である。この対称性の制約条件をみたす2人非零和

ゲームのいくつかは特に名称が付けられた特徴的で有名なゲームである。それらの利得構造を選択者人数でまとめられたN人対等ゲームとして表現することができれば，2選択肢N人ゲームとの関係が明らかになるであろう。Rapoport らが整理したのは4端点水準の対称および非対称のすべての2人非零和ゲーム78種類であるが，そのうち上記の対称性を示す4端点水準のゲームは全部で12種類となり，Rapoport (1967) はあらためてこれら12種類を整理している。これら12種類の対称ゲームはすべてN人対等ゲーム Γ_N に拡張することができ，また逆に，Γ_N^h あるいは Γ_N^s において定義される1端点水準から4端点水準までのN人ゲームはN=2としたとき，すべて対称2人非零和ゲームの利得構造に対応する。

以下では，このN人ゲームへの拡張の一般的手続きを囚人のディレンマ・ゲームを具体例として示し，続いてその他の代表的な2選択肢2人対称ゲームを順次みていくことにしよう。なお，各ゲームの特徴を簡単に説明するために，2人ゲームをプレイする両プレイヤーの選択動機として，ともにmaximin 決定基準を用いるものと仮定してみる。この決定基準は各選択肢の利得の最小値を調べ，それらの最小値のうちで最大の値をもたらす選択肢を選ぶという最小値回避基準であり，ゲーム理論において基本的な選択決定のための基準である。

3-1 殉教者ゲームと囚人のディレンマ・ゲーム

殉教者ゲーム (martyr game) と囚人のディレンマ・ゲーム (prisoner's dilemma game, 以下PDゲームと略す) は，4つの利得水準A, B, C, Dの順序関係だけに着目した場合には同一の利得構造をもった2人非零和ゲームの代表的なもので，多くの実験的研究がなされてきている。その基本的構造は次の利得行列であらわされる。

		行プレイヤー	
		a_1	a_2
列プレイヤー	a_1	(B, B)	(D, A)
	a_2	(A, D)	(C, C)

ここで2人のプレイヤーをそれぞれ行プレイヤー，列プレイヤーと呼ぶ。行プレイヤーは横方向（行）の選択をおこない，列プレイヤーは縦方向（列）の選択をおこなう。他のゲームでも同様であるが，行プレイヤー，列プレイヤーはともに a_1 と a_2 の2つの選択肢が与えられ，両プレイヤーの選んだ選択肢の組合せによってそれぞれの利得が決まる。括弧でくくられた4つのセルが利得対をあらわしている。各利得は A, B, C, D (A>B>C>D) であらわされており，括弧内の左が行プレイヤーの利得，右が列プレイヤーの利得である。

PD ゲームとは，4つの利得水準 A, B, C, D それぞれの水準間の間隔を考慮したときに，殉教者ゲームに 2B>A+D という制約条件が加わったものである。この制約条件の追加は，殉教者ゲームを繰り返してプレイするときに両プレイヤーによる利得和を最大にする巡回結託の出現すなわち，a_1a_2, a_2a_1 の組合せによる (D, A) の利得対と (A, D) の利得対を交互に実現させることを避けるためである[15]。

PD ゲームではない殉教者ゲームの具体例は，

	a_1	a_2
a_1	(2, 2)	(0, 5)
a_2	(5, 0)	(1, 1)

となり，PD ゲームの具体例は，

	a_1	a_2
a_1	(2, 2)	(0, 3)
a_2	(3, 0)	(1, 1)

となる。

殉教者ゲーム，PD ゲームいずれにおいても，もし行プレイヤーが選択肢 a_2 を選んで列プレイヤーも a_2 を選ぶと利得はともに C となり，列プレイヤーが a_1 を選べば行プレイヤーは最高利得の A，列プレイヤーは最低の D となる。また，行プレイヤーが a_1 を選び，列プレイヤーも a_1 を選んだならば

ともにBとなり，列プレイヤーがa_2選べば列プレイヤーは最高のA，自分は最低のDとなる。対称関係とはこのように行プレイヤーからみても列プレイヤーからみても選択肢a_2とa_1の組合せで同じ利得をもたらす利得構造を指している。このような利得構造から，PDゲームではともに選択肢a_1を選んで，(B, B) が実現する共栄状態，互いに異なった選択肢を選んで (D, A) あるいは (A, D) となることが格差状態，ともに選択肢a_2を選んで (C, C) となることが共貧状態と一般に呼ばれている。また選択肢a_2は最大値Aならびにその時の格差状態を追求するという意味で競争の手，選択肢a_1は共栄状態を追求するという意味で協調の手と呼ばれている。PDゲームではいずれのプレイヤーにとっても選択肢a_2が選択肢a_1を優越しているから，maximin基準によってともにa_2を選ぶことになり，(C, C) の共貧状態が実現する[16]。この状態から選択を変更するのは，変更するプレイヤーの損にしかならないから，この状態が均衡点である。このときの利得は別の両者均等利得状態すなわち共栄状態 (B, B) より低いために，(C, C) の均衡点は劣均衡点 (deficient equilibrium point) と呼ばれる。なお，殉教者ゲームという名称は，もし一方のプレイヤーが2人の利得関係を共栄状態 (B, B) にもっていこうとするならば，この劣均衡点から選択を変更して，みずから最悪の利得に甘んじて，相手プレイヤーの選択変更をうながす必要があり，このような選択変更をおこなうプレイヤーが殉教者とみなされたことになっている。

このPDゲームを含んだ殉教者ゲームの利得構造を人数によって縮約された線形利得関数に基づく利得表として表現するために，2人殉教者ゲームでの利得を線形利得関数の各端点とみなし，選択肢a_2を選んだプレイヤーの人数を横軸に利得を右方向にならべる。次の利得表はそのように表現されたものである。

	a_1選択者の人数 m_1		
	0	1	2
a_1選択者の利得		D	B
a_2選択者の利得	C	A	
	2	1	0
	a_2選択者の人数 m_2		

前述の利得行列の (C, C) の状態は2人ともに選択肢 a_2 を選んでいるから，このときの利得Cは利得表下段の左端に位置する。一方，(B, B) は2人ともに a_1 を選んでいる状態であるから，このときの利得Bは利得表上段の右端に位置する。(A, D) は行プレイヤーが a_2 を，列プレイヤーが a_1 を選んでいる状態であるから，このときに a_2 を選んでいる行プレイヤーの利得Aは a_2 と a_1 を1人ずつ選んでいる選択人数分布の下段に位置する。(D, A) はその逆で，そのときの利得Dは上段の中央に位置する。

この利得表は両選択肢の利得関係が線形と仮定して横軸をN人に拡大すると，選択肢 a_1 はI型，選択肢 a_2 はD型の4端点水準群IDのゲームDBCA，すなわち，

	a_1 選択者の人数 m_1							
	0	1	2	・	・	・	N−1	N
a_1 選択者の利得 (γ_1^{I})		D	・	・	・	・	・	B
a_2 選択者の利得 (γ_2^{I})	C	・	・	・	・	・	A	
	N	N−1	・	・	・	2	1	0
	a_2 選択者の人数 m_2							

であらわされる利得表である。このN人殉教者ゲームと呼ぶべきゲームにおいて，2人ゲームと同じようにPDの条件 (2B＞A＋D) を考えてみよう。このPDの条件をN人対等ゲームDBCAにそのまま当てはめると，かなり特殊な条件（表6参照），

$$d_{AB} < d_{DC}, \text{ かつ, } d_{AB} < d_{BC}$$

となり，このとき利得和分布は下に凸で，利得和最大値は a_1 全員端点となる。本来，この制限は共栄状態の利得和が2つの格差状態の利得和よりも大きいとする条件であるから，N人ゲームにおいては，選択肢 a_1 の全員端点における利得和が他の選択分布の場合の利得和よりも大きいのみならず，a_1 選択者が増加するとともに，利得和が単調に増加するという条件に対応する。この条件は表6から，

$$d_{AB} \leqq d_{CD}$$

あるいは，

$$d_{AB} > d_{CD},\ かつ,\ d_{AB} - d_{BC} < d_{CD}$$

ということになる。特に，利得和が a_1 選択者人数 m の線形増加となる条件 $d_{AB} = d_{CD}$ が多くの実験ゲーム研究で基本的な PD の N 人への拡張とみなされている。

この PD ゲームの N 人への拡張版は，Shelling (1973) によって MPD (Multi-person Prisoner's Dilemma) と呼ばれ，Hamburger (1973) によって N人 PD (N-person Prisoner's diemma) と呼ばれている。また一般には社会的ディレンマ・ゲームと呼ばれて，Hardin (1968) の指摘した共有地の悲劇の状況に相当すると考えられている (Dawes, 1980)。本論文では Hamburger にならって N 人 PD と呼ぶことにする。

次に，この N 人 PD ゲームを区間内定値利得による Γ^S_N であらわしてみよう。単純化のため，以下のゲームでも同様であるが，N を奇数，区間数を 2，基準人数を半数とする。すなわち，一方の選択肢を半数以上のプレイヤーが選ぶかどうかの判定になる。利得表は，

	a_1 選択者の人数 m_1	
	$m_1 < N/2$	$N/2 \leqq m \leqq N$
a_1 選択者の利得 (γ^S_1)	D	B
a_2 選択者の利得 (γ^S_2)	C	A
	$N \geqq m_2 \geqq N/2$	$N/2 > m_2$
	a_2 選択者の人数 m_2	

となり，この Γ^S_N では，Γ^L_N と異なって，端点水準間間隔の条件にかかわらず，利得和最大値はつねに中央点で得られる (表 7 参照)。これは端点水準最大値である A を得る a_2 選択者の人数が 1 人だけではないからである。したがって，Γ^S_N では，N 人殉教者ゲームと N 人 PD とを区別することはできない。

3-2 搾取者ゲームとチキン・ゲーム

搾取者ゲーム (exploiter game) とチキン・ゲーム (chicken game) はいずれも次の利得構造をもったゲームである。2 つのゲームの違いは殉教者ゲームと PD ゲームの違いと同様に，チキン・ゲームには，2B > A + C という制限条件が設けられ，また自動車レースのチキン・ゲームが名前の由来であること

から，Dが大幅に低く設定されることがあるという点で区別されている。

2人搾取者ゲームの利得行列は，

		列プレイヤー	
		a_1	a_2
行プレイヤー	a_1	(B, B)	(C, A)
	a_2	(A, C)	(D, D)

であらわされ，チキン・ゲームではない搾取者ゲームの具体例は，

	a_1	a_2
a_1	(2, 2)	(1, 3)
a_2	(3, 1)	(0, 0)

となり，チキン・ゲームの具体例は，

	a_1	a_2
a_1	(1, 1)	(−10 10)
a_2	(10, −10)	(−100, −100)

となる。

このゲームの特徴は優越する選択肢がなく，両プレイヤーの maximin 基準によってともに選択肢 a_1 を選ぶならば，(B, B) が実現するであろう。しかし，このセルは均衡点ではない。もし自分だけが選択を変更すれば，自分の利得はAに増加（報酬）し，相手の利得はCに減少（罰）するという，殉教者ゲームとは逆の構造をもっているからである。これは (B, B) からの選択の変更を先取りしたほうが得になることを示している。いずれかのプレイヤーの変更の先取りによる (A, C) あるいは (C, A) の状態からの選択の変更は変更するプレイヤーの損になってしまうから，これら2つはともに均衡点である。このような特徴からこのゲームを搾取者ゲームと呼ぶのである。

搾取者ゲームの利得構造を人数としての集約による線形利得関数による利得表として表現すれば次のようになる。

	a_1 選択者の人数 m_1		
	0	1	2
a_1 選択者の利得		C	B
a_2 選択者の利得	D	A	
	2	1	0
	a_2 選択者の人数 m_2		

この利得表をN人に拡張するとID群のゲームCBDAとなる。N人に拡張しても搾取者ゲームあるいはチキン・ゲームの構造的特徴は保存されている。このN人対等ゲームCBDAをそれぞれN人搾取者ゲーム (N-person exploiter game) あるいはN人チキン・ゲーム (N-person chicken game) と名付けよう。いずれのゲームでも，利得表は，

	a_1 選択者の人数 m_1							
	0	1	2	・	・	・	N−1	N
a_1 選択者の利得 (γ_1^{I})		C	・	・	・	・	・	B
a_2 選択者の利得 (γ_2^{I})	D	・	・	・	・	・	A	
	N	N−1	・	・	・	2	1	0
	a_2 選択者の人数 m_2							

となる。2人チキン・ゲームの条件，$2B>A+C$ をN人の場合で考えてみよう。N人PDゲームと同様に，この条件は利得和が最大となる選択分布が選択肢 a_1 の全員端点で，かつ，a_1 選択者が増加するにつれて利得和も単調に増加するという意味に解釈できるから，表6より，

$$d_{AB}<d_{BC}$$

がN人チキン・ゲームの条件となることがわかる。しかし，N人PDと異なって，利得和は単調に増加するものの，線形ではなく，上に凸となっている。

N人搾取者ゲーム，N人チキン・ゲームを区間内定値利得による Γ_N^S であらわせば次の利得表となる。

	a_1 選択者の人数 m_1	
	$m_1<N/2$	$N/2\leqq m_1\leqq N$
a_1 選択者の利得 (γ_1^S)	C	B
a_2 選択者の利得 (γ_2^S)	D	A
	$N\geqq m_2\geqq N/2$	$N/2>m_2$
	a_2 選択者の人数 m_2	

Γ^{S}_{N}の場合は，表7より，搾取者ゲームとチキン・ゲームとを区別することはできず，利得和最大値は中央点で得られることがわかる。

3-3 リーダー・ゲーム

リーダー・ゲーム (leader game) と呼ばれているゲームは次の利得構造をもっている。

		列プレイヤー	
		a_1	a_2
行プレイヤー	a_1	(D, D)	(A, B)
	a_2	(B, A)	(C, C)

このゲームではいずれのプレイヤーも優越する選択肢をもたず，両プレイヤーの選択動機としての maximin 基準によると，ともに選択肢 a_2 を選ぶことになり，(C, C) が実現する。しかし，この状態は均衡点ではない。この状態からいずれかのプレイヤーが選択を変更すれば両方のプレイヤーの利得が高くなり，そのときの状態 (B, A) あるいは (A, B) の2つのいずれもが均衡点になっている。すなわち，これら2つの状態のうち1つが実現すれば，そこから変更することは両方のプレイヤーが最悪の状態 (D, D) に移行するからである。ただし，(C, C) の状態から選択を変更したプレイヤーの利得の増分のほうが多くなっているところがこのゲームの特徴で，この特徴からリーダー・ゲームと呼ばれるのである。

2人リーダー・ゲームの利得構造を人数で集約した線形利得関数によるゲーム Γ^{L}_{N} として表現すれば次のようになる。

	a_1 選択者の人数 m_1		
	0	1	2
a_1 選択者の利得		A	D
a_2 選択者の利得	C	B	
	2	1	0
	a_2 選択者の人数 m_2		

この利得表をN人に拡張すると，DD群のゲーム ADCB となる。DD群のゲームはいずれの選択肢の利得も当該選択肢を選んだ人数の減少関数となっ

ているから，N人リーダー・ゲームとはいずれの選択肢においても，より少ない人数による，よりよい利得をN人で争うゲームになっており，単独端点の値が個人の最大利得となる選択肢 a_1 の全員端点の値が最低，単独端点値が次善の選択肢 a_2 の全員端点値は選択肢 a_1 の全員端点値よりも高いという状況をあらわしている。N人リーダー・ゲームの利得表は，

	a_1 選択者の人数 m_1							
	0	1	2	・	・	・	N−1	N
a_1 選択者の利得 (γ_1^L)		A	・	・	・	・	・	D
a_2 選択者の利得 (γ_2^L)	C	・	・	・	・	・	B	
	N	N−1	・	・	・	2	1	0
	a_2 選択者の人数 m_2							

となる。このゲームでの利得和最大値は両端点では得られず，つねに中間点(中央点，単独端点を含む)で最大となる(表6参照)。また，N人リーダー・ゲームを区間内定値利得による Γ_N^S であらわせば次のようになる。

	a_1 選択者の人数 m_1	
	$m_1 > N/2$	$N/2 \leqq m_1 \leqq N$
a_1 選択者の利得 (γ_1^S)	A	D
a_2 選択者の利得 (γ_2^S)	C	B
	$N \geqq m_2 \geqq N/2$	$N/2 > m_2$
	a_2 選択者の人数 m_2	

Γ_N^S におけるN人リーダー・ゲーム ADCB の利得和最大値は中央点で得られ(表7)，このゲームは，いわば，明確に定められた定員のある枠をN人で取りあって競争するような場面をあらわしており，Γ_N^L の状況を強調した状況となっている。

3-4 英雄ゲーム

英雄ゲーム (hero game) と呼ばれているのは次の利得構造をもったゲームである。

		列プレイヤー	
		a_1	a_2
行プレイヤー	a_1	(C, C)	(A, B)
	a_2	(B, A)	(D, D)

このゲームはリーダー・ゲームとよく似ており，いずれのプレイヤーにも優越する選択肢がなく，両プレイヤーの maximin 基準によってともに選択肢 a_1 を選び，(C, C) が実現する。しかし，この状態は均衡点ではなく，この状態からいずれかのプレイヤーが選択を変更すれば両プレイヤーともに利得が増加する。そのときに実現する状態，(A, B) あるいは (B, A) はいずれもが均衡点である。このゲームの特徴は選択を変更することによって両プレイヤーともに利得が増加するが，リーダー・ゲームと逆に，変更したプレイヤーよりも相手プレイヤーの利得増分のほうが大きいことである。このように，相手により大きな利益を与えることになる選択肢変更が英雄的行為とみなされて英雄ゲームと呼ばれているのである。

英雄ゲームの利得構造を人数としての集約による線形利得関数による利得表として表現すれば次のようになる。

	a_1 選択者の人数 m_1		
	0	1	2
a_1 選択者の利得		A	C
a_2 選択者の利得	D	B	
	2	1	0
	a_2 選択者の人数 m_2		

この利得表をN人に拡張すると，リーダー・ゲームと同様に DD 群のゲーム ACDB となる。

	a_1 選択者の人数 m_1							
	0	1	2	・	・	・	N−1	N
a_1 選択者の利得 (γ_1^L)		A	・	・	・	・	・	C
a_2 選択者の利得 (γ_2^L)	D	・	・	・	・	・	B	
	N	N−1	・	・	・	2	1	0
	a_2 選択者の人数 m_2							

表6から，このN人英雄ゲームの利得和最大値はリーダー・ゲームと同じく，つねに中間点（単独端点，中央点を含む）となるのであるが，リーダー・ゲームと異なるのは，単独端点が個人利得の最大値をもたらす選択肢 a_1 における全員端点が最低のDではなく，Cになっているのである。それでも，選択肢 a_1 の全員端点の利得水準よりも選択肢 a_2 の単独端点のほうが高いか

ら，もし多くの人が選択肢 a_1 を選ぶようであれば，かえって選択肢 a_2 を選んだほうが高い利得を得ることができのである。このゲームを区間内定値利得による Γ^s_N であらわせば次のようになる。

	a_1 選択者の人数 m_1	
	$m_1 < N/2$	$N/2 \leqq m_1 \leqq N$
a_1 選択者の利得 (γ^s_1)	A	C
a_2 選択者の利得 (γ^s_2)	D	B
	$N \geqq m_2 \geqq N/2$	$N/2 > m_2$
	a_2 選択者の人数 m_2	

Γ^s_N になると，利得和最大値はつねに中央点で得られる（表6参照）から，状況は Γ^s_N よりも明確になる。

上記の4種類のゲームを含めて12種類ある対称2人非零和ゲームすべてと，それぞれの拡張版であるN人ゲームとの関係を表8に示した。この表の上段の6種類のゲームは両プレイヤーがともに優越する選択肢をもっている場合であり，下段の6種類のゲームは両プレイヤーともに優越する選択肢がない場合である。対称ゲームであるから，一方のプレイヤーだけが優越する選択肢をもつようなゲームは含まれていない。具体的な名称をもったゲームが上記の4種類に限られているのは，他のゲームが2人のプレイヤーの場合には自明な結果になるからであるが，2人ゲームでは強定安均衡のセルが実現する場合であっても，N人に拡張されると，利得和が中間点で最大となることがあり，必ずしも自明な結果が予想されるわけではない。

また，2人ゲームでは相手プレイヤーの選択に対して，自分の選択によってただちに実現するセル（事象）が決まるという意味で，直接的な利得制御が可能であるが，Nが大きくなっていくと，個々のプレイヤーが事象生起に影響を与える度合は小さくなっていくために，他のプレイヤーに対する制裁などの応報的手段が個人的かつ直接的に制御できなくなる。たとえば，2人PDゲームで相互に協調的な手をとるために有効と言われる，いわゆるしっぺがえし“tit-for-tat”戦略も，N人ゲームにおいては誰を罰するのかが不明となり，現実的でなくなるのである。2人ゲームとN人ゲームの違いにおけるこの構造的特徴が集団における個人合理性との問題を複雑にする原因とな

表8　2選択肢対称2人ゲームとΓ_Nとの関係

I.　両プレイヤーともに優越選択肢をもつゲーム

2人ゲーム	名　称	特　徴	N人ゲーム	利得和分布の特徴
(A, A) (B, C) (C, B) (D, D)		強安定均衡	BADC (ID群)	a_1全員端点で最大
(A, A) (B, D) (D, B) (C, C)		同　上	BACD (II群)	a_1全員端点で最大
(A, A) (C, B) (B, C) (D, D)		同　上	CADB (ID群)	a_1全員端点で最大
(B, B) (A, C) (C, A) (D, D)		同　上	ABDC (DD群)	中間点最大あり
(C, C) (D, A) (A, D) (B, B)		同　上	DCBA (ID群)	中間点最大あり
(B, B) (D, A) (A, D) (C, C)	Martyr PD	強安定劣均衡	DBCA (ID群)	中間点最大あり

II.　いずれのプレイヤーも優越選択肢がないゲーム

2人ゲーム	名　称	特　徴	N人ゲーム	利得和分布の特徴
(A, A) (C, D) (D, C) (B, B)		強安定均衡	CABD (II群)	a_1全員端点で最大
(A, A) (D, B) (B, D) (C, C)		同　上	DACB (ID群)	a_1全員端点で最大
(A, A) (D, C) (C, D) (B, B)		同　上	DABC (II群) (CBADのE変換)	a_1全員端点で最大
(B, B) (C, A) (A, C) (D, D)	Exploiter Chicken	2均衡点・均等均衡点なし	CBDA (ID群)	Γ_N^L: 中間点最大あり Γ_N^S: つねに中間点で最大
(D, D) (A, B) (B, A) (C, C)	Leader	同　上	ADCB (DD群)	つねに中間点で最大
(C, C) (A, B) (B, A) (D, D)	Hero	同　上	ACDB (DD群)	つねに中間点で最大

っている。

4.　ゲームの相互関係　—分離と吸収—

これまで整理してきたゲーム状況の多様性に基づいて，ここでは利得構造の変化という観点から2選択肢N人対等ゲーム全体の相互関係を眺めてみよう。2選択肢ゲームでは，線形利得，区間内定値利得のいずれのゲーム状

況においても，端点水準の組合せによって各選択肢の型が決まる。そしてゲーム状況とはこれらの端点水準が互いにどのような関係になっているかと同義である。このことは，われわれが置かれているゲーム状況的環境が何らかの理由で変化することを，端点水準の相互関係を変化させることによって表現できることを示している。たとえば，N人PDゲームの状況をみると，基本となっているゲームは等水準間間隔のDBCAであるが，ここで比喩的変化として，牧草地の維持管理に新しい方法が導入されたと仮定してみよう。この方法を採用することによって放牧できる家畜の数を大幅に増加させることができるとしよう。その結果，それぞれの酪農家にとって家畜を増やすという選択肢のもたらす利得増分が大きくなり，同じID群のゲームであっても，全体に利得が上になるならば，等水準間隔のDBCAで表現されるゲーム状況から，たとえば，BACAに近いゲームに変化するであろう。この場合はN人PDゲームの状況が改善されたとみなすことができ，同様の改善は良い天候の連続などによってもたらされることも考えられる。もちろん，逆に天候不順などが続いて状況が悪化することも考えられる。この例のように，何らかの環境的ないしは人為的な変化によってゲーム状況としての環境が変化することは，当該ゲームの利得構造の変化に対応づけて解釈することができるのである。本節では，ゲーム間関係を状況の変化過程とみなし，端点水準の変化基準を設定することによって，より多くの端点水準をもつゲームが分離される過程と，逆に，より少い端点水準のゲームに吸収される過程を考えてみたい。

4-1　ゲーム状況の階層的分離過程

ゲームの分離過程をみるために，利得構造の変化として次のようなゲーム変化規則を考えよう。基準となるゲームを適当に1つ選び，そのゲームの任意の1つの端点水準をA, B, C, D (A>B>C>D) から，上下いずれかに1単位だけ変化させる。ここで単位となる変化は，A→B, B→A, B→C, C→B, C→D, D→Cの6種類となる。この変化規則によって任意のゲームから1つの別のゲームが生成される。このとき，元のゲームと生成されたゲーム間を矢印で結んでいくと，ゲーム間の相互関係グラフが作られることになる。こ

のようにとらえたゲーム間関係は，プレイヤーをとりまく状況の類似性・非類似性を段階的にあらわしていると言え，また，所与の環境の一部が少しずつ変化してく過程とみなすことができよう。

さて，上記の変化規則にしたがうと，ゲームを分類するうえでグラフが不必要に複雑になるので，ここでは便宜上，端点水準の変化を下方のみ，すなわち，A→B, B→C, C→Dの3種類に限定して考えてみよう。ゲーム分離の出発点となるゲームには4つの端点水準がすべて等しいCC群のゲーム(AAAA)を用いる。分離されたゲームは元のゲームの1つの端点水準を1単位だけ下に変化した関係にあるから，これら2つのゲームを上位（元のゲーム）から下位（生成分離されたゲーム）に矢印で結ぶ。この矢印で結ばれたゲームの集合は下位方向への相互関係性を示すグラフとなる。図3に示されているのは，この方法で39種類の基準ゲーム（下段の星印がついているのはE変換で等価なゲームである）すべてを矢印で結んだグラフである。図3において，矢印で結ばれたゲーム同士は構造的に非常によく似たゲームと考えられる。それらは，上位のゲームの1つの端点水準が1単位下の水準に変化しただけの，いわば親子関係にあたり，ある同一の親ゲームから分離された異なったゲームは兄弟の関係にあたると言えよう。また，親子関係のゲームでは，子ゲームが親ゲームと同じ端点水準関係の場合と端点水準が増える場合の2種類が区別される。ここでは便宜的に前者を同水準親子関係，後者を異水準親子関係と呼ぼう。このようにみると，4端点水準のゲーム12種類はすべて出発点となった1水準のゲームAAAAから数えて6代目，すなわち6回の変化規則適用によって到達することになる。この到達パスはI型選択肢系（図の右側）とD型選択肢系（図の左側）とに分かれた左右対称形をなしている。

これら39種類のゲーム間関係は前章で考察した対称2人ゲームに対応させてもまったく同じ構造になっている。すなわち，2選択肢の線形利得と2選択肢2区間定値利得のN人対等ゲームの利得構造の変化をみることは対称2人ゲームの利得構造の変化をみることにもなっているのである。そこで，対称2人ゲームでプレイヤーにコンフリクトをもたらすゲームとして有名な

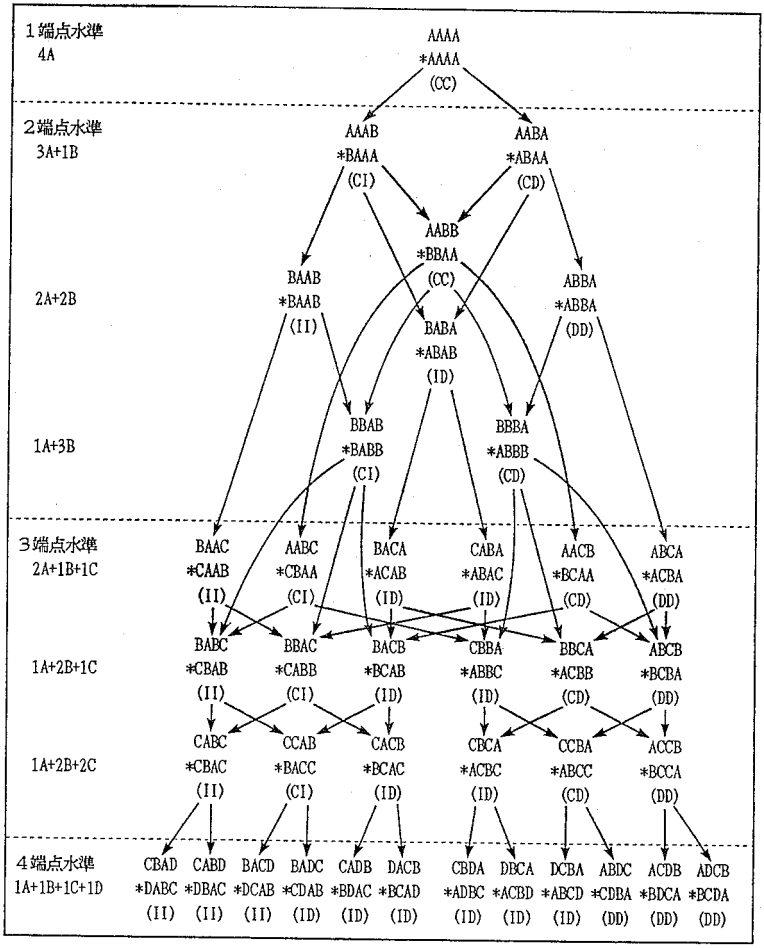

図3　ゲームの分離過程

下段の＊印がついたゲームはE変換をあらわしている。各端点水準数の下に書かれた，4A, 3A+1Bなどの記号は右横に並べられたゲームの4つの端点がいずれの端点水準から，それぞれいくつ集まってできているかを示している。

4つのゲーム，殉教者ゲーム（PDゲームを含む），搾取者ゲーム（チキン・ゲームを含む），英雄ゲーム，リーダー・ゲームの相互関係を中心に図をみてみよう。

まず，殉教者ゲームと搾取者ゲームが3端点水準ID群の同一の親ゲーム，

CBCA (E変換はACBC) から分離された兄弟の関係にあることが指摘される。この親となるゲームCBCAを対称2人ゲームの形式で表現すると,

		列プレイヤー	
		a_1	a_2
行プレイヤー	a_1	(B, B)	(C, A)
	a_2	(A, C)	(C, C)

となる。このゲーム状況はいままで注目を受けたことはないが, このゲームは選択肢 a_2 が a_1 を優越しているので, 両プレイヤーの maximin 基準によれば選択肢 a_2 をともに選び, (C, C) が実現するであろう。しかしこの劣均衡点は両プレイヤーにとって可能な最悪の利得となっている。

殉教者ゲームにおける劣均衡点は最悪の利得ではなかった。もし, ゲームが繰り返されると仮定して, 一方のプレイヤーが選択を変更するとどうなるであろうか。その結果は変更したプレイヤーの利得はCのままで変化せず, 相手が最高の利得Aとなる。この選択変更の目的は, 共栄状態 (B, B) をめざすために必要な, 相手プレイヤーをおだてる行為, あるいは犠牲になる行為とみなすこともできよう。もちろん, 選択変更によって相手プレイヤーは最高利得Aを獲得するから, その状態を維持するかもしれない。しかし, そうなると選択を変更したプレイヤーは逆に何の損害もなしに, ふたたび選択を元に戻して相手プレイヤーの利得をCに下げることができる。このゲームでは, 相手プレイヤーの利得を上げたり下げたりすることが可能で, その行為の目的は共栄状態を目指すか, 利得水準の条件によっては (C, A) と (A, C) の交互出現を目指すものとなる。

N人ゲームのCBCAでも, I型選択肢を選ぶことによって最低の利得となる単独端点は, もう一方のD型選択肢を選ぶことによる最低利得である全員端点と同じであるから, 全員が最高利得を目指してD型選択肢を選ぶならば, 結局最低の利得となってしまう。しかし, その状態で1人のプレイヤーだけがI型選択肢に選択を変更するならば, そのプレイヤーの利得は変化せず, 他のプレイヤーの利得は少しであるが上昇するのである。この行為は他

の人のための犠牲的行為であるとも言え，また，I型選択肢の全員端点を目指すためのリーダーシップの発揮，あるいは，英雄的行為と言うことができるのではなかろうか。すなわち，前述の英雄ゲーム，リーダー・ゲームよりもこのゲームのほうが英雄的行為を表現するにおいて適切な状況となる場合があるように思われる。

それでは，本来のN人英雄ゲーム (ACDB) とN人リーダー・ゲーム (ADCB) をみてみよう。これら2つのゲームも3端点水準DD群の同一の親ゲームであるACCB (E変換はBCCA) から分離された兄弟関係にあることがわかる。この親となるゲームACCBを対称2人ゲームの形式で表現すると，

		列プレイヤー	
		a_1	a_2
行プレイヤー	a_1	(C, C)	(A, B)
	a_2	(B, A)	(C, C)

となる。このゲームには優越する選択肢がなく，またmaximin基準ではいずれの選択肢も同様である。そこでもし，両プレイヤーともに最大値Aが含まれている選択肢a_1を選ぶと (C, C) が実現するが，この状態は均衡点ではない。もし行プレイヤーが選択を変更すると (B, A) となり，これは均衡点である。また，もし列プレイヤーが選択を変えると (A, B) となり，これも均衡点である。このゲームではいずれかのプレイヤーが選択を変更することによって，両プレイヤーともに利得は増加して均衡点に達するが，英雄ゲームのように，その増分は変更したプレイヤーよりも変更しなかったプレイヤーのほうが大きいのである。なお，選択基準としての合理的根拠はないのであるが，もし初期選択として両プレイヤーがa_2選んだとするならば，a_1同士と同様に (C, C) が実現する。このときはそこから選択を変更するプレイヤーのほうが利得増分が大きくなるリーダー・ゲームと同じ状況になる。このように英雄とリーダーの2つのゲームの親ゲームであるACCBは2つのゲームの特徴を合わせもった構造になっている。

4-2 端点水準の縮約によるゲームの吸収過程

前節で採用した変化規則を逆に適用することで，より少ない端点水準の組合せのゲームへの吸収過程がみられるが，それは図3の矢印を逆にたどればよい。ここではよりおおまかで単純な基準ではあるが，より自然な解釈が可能な，別の方法で吸収過程をみてみよう。その変化規則とは，§2-3で定義した3つの利得水準間間隔のそれぞれが小さくなった極限としての変化である。

これは4端点水準のゲームに対しては，

$$d_{CD} \to 0,$$

4端点水準と3端点水準のゲームに対しては，

$$d_{BC} \to 0,$$

4端点水準，3端点水準，2端点水準のゲームに対しては，

$$d_{AB} \to 0$$

という利得水準の変化を導入することである。

第1の変化 $d_{CD} \to 0$ とは何らかの状況変化によって端点水準CとDの間隔がせばまり，その極限として間隔が0になった状況変化をあらわしており，前節の分離過程と逆の方向の吸収をあらわしている。第2の変化 $d_{BC} \to 0$ は端点水準BとCの間隔がせばまっていくことによって吸収されるゲーム間関係をみているのである。この変化は4端点水準のみならず3端点水準のゲームに対しても適用される変化である。最後の状況変化 $d_{AB} \to 0$ は2端点水準以上のすべてのゲームに対して適用される。

これら3種類の端点水準変化を導入することによって，4端点水準のゲームは3端点水準ゲームに，3端点水準のゲームは2端点水準のゲームに，そして，最終的に2端点水準のゲームはすべて1端点水準のゲーム AAAA に吸収されることになる。表9は39種類の基準ゲームすべてが上記の3種の水準変化によって，より少ない端点水準のゲームに吸収される様子を示している。この表において $d_{AB} \to 0$ の項の下に記されたゲームは，$d_{AB} \to 0$ となったときに左の各ゲームがどのゲームに変化するかをあらわしている。同様

表 9　端点水準間間隔の変化によるゲーム間関係

吸収数とは，左から，$d_{AB}\to 0$, $d_{BC}\to 0$, $d_{CD}\to 0$ となったとき，当該ゲームになってしまう数をあらわしている。

ゲーム	吸	収	数	$d_{AB}\to 0$	$d_{BC}\to 0$	$d_{CD}\to 0$
CC群						
AAAA	8	0	0			
AABB	2	2	0	AAAA (CC)		
CI群						
AAAB	6	0	0	AAAA (CC)		
BBAB	0	6	0	AAAA (CC)		
AABC	2	0	0	AAAB (CI)	AABB (CC)	
BBAC	0	2	0	AAAB (CI)	BBAB (CI)	
CCAB	0	0	2	AABB (CC)	BBAB (CI)	
CD群						
AABA	6	0	0	AAAA (CC)		
BBBA	0	6	0	AAAA (CC)		
AACB	2	0	0	AABA (CD)	AABB (CC)	
BBCA	0	2	0	AABA (CD)	BBBA (CD)	
CCBA	0	0	2	AABB (CC)	BBBA (CD)	
II群						
BAAB	1	1	0	AAAA (CC)		
BAAC	2	0	0	AAAB (CI)	BAAB (II)	
BABC	0	2	0	AAAB (CI)	BBAB (CI)	
CABC	0	0	2	BAAB (II)	BBAB (CI)	
BACD	—	—	—	AABC (CI)	BABC (II)	CCAB (CI)
CABD	—	—	—	BAAC (II)	BABC (II)	CABC (II)
CBAD	—	—	—	BAAC (II)	BBAC (CI)	CABC (II)
DD群						
ABBA	1	1	0	AAAA (CC)		
ABCA	2	0	0	AABA (CD)	ABBA (DD)	
ABCB	0	2	0	AABA (CD)	BBBA (CD)	
ACCB	0	0	2	ABBA(DD)	BBBA (CD)	
ABDC	—	—	—	AACB (CD)	ABCB (DD)	CCBA (CD)
ACDB	—	—	—	ABCA (DD)	ABCB (DD)	ACCB (DD)
ADCB	—	—	—	ABCA (DD)	BBCA (CD)	ACCB (DD)
ID群						
BABA	2	2	0	AAAA (CC)		
BACA	2	0	0	AABA (CD)	BABA (ID)	
CABA	2	0	0	AAAB (CI)	BABA (ID)	
BACB	0	2	0	AABA (CD)	BBAB (CI)	

ゲーム	吸収数			$d_{AB}\to 0$	$d_{BC}\to 0$	$d_{CD}\to 0$
CBBA	0	2	0	AAAB (CI)	BBBA (CD)	
CACB	0	0	2	BABA (ID)	BBAB (CI)	
CBCA	0	0	2	BABA (ID)	BBBA (CD)	
BADC	—	—	—	AACB (CD)	BACB (ID)	CCAB (CI)
CADB	—	—	—	BACA (ID)	BACB (ID)	CACB (ID)
DACB	—	—	—	CABA (ID)	BBAC (CI)	CACB (ID)
DCBA	—	—	—	AABC (CI)	CBBA (ID)	CCBA (CD)
DBCA	—	—	—	CABA (ID)	CBBA (ID)	CBCA (ID)
CBDA	—	—	—	BACA (ID)	BBCA (CD)	CBCA (ID)

に，$d_{BC}\to 0$ と $d_{CD}\to 0$ の項の下に記されたゲームは，それぞれ $d_{BC}\to 0$, $d_{CD}\to 0$ となったときに左の各ゲームがどのゲームに変化するかをあらわしている。また，各ゲームの吸収数の3つの数字は，上記の3種類の変化規則によっていくつのゲームが当該のゲームに変化したかをそれぞれあらわしている。したがって，4端点水準のゲームに吸収するゲームはない。この吸収数は図3における矢印の数に対応することになる。

この変化規則は前節で定義した分離の変化規則を，水準内変化を無視して単純化したものであり，吸収過程のみしか表現できないが，各水準間隔におけるゲームの吸収の仕方は図3と少し異なっている。表9における特徴をいくつかみてみよう。$d_{CD}\to 0$ の規則で示された，4端点水準から3端点水準への吸収変化は，変化規則から当然であるが，分離の際の変化過程とまったく同じ関係が逆向きの方向になったものである。すなわち，前節で親子関係と兄弟関係のゲームとなった対がそのまま吸収関係においても結ばれている。しかしながら，$d_{BC}\to 0$ になると，$d_{CD}\to 0$ の場合と同様に2つずつの4端点水準のゲーム対が1つの3端点水準ゲームに吸収されるのであるが，その親子関係，兄弟関係はともに $d_{CD}\to 0$ とまったく異なったゲーム間に存在している。たとえば，前節で考察された殉教者ゲームと搾取者ゲームであるID群のゲームDBCAとCBDAそれぞれ異なった3端点水準のゲームに吸収されている。DBCAは同じID群のゲームCBBAに，CBDAはCD群のゲームBBCAに吸収されることになる。すなわち，状況変化として $d_{BC}\to 0$ がお

こるならば，殉教者ゲームと搾取者ゲームとは兄弟関係ではなく，共通の親が異なってしまうのである。このような関係は図3に示された分離過程のグラフとくらべると，2端点水準内と3端点水準内のそれぞれ3層の変化が1層に縮約された結果であることを示している。すなわち，図3においてDBCAは3端点水準ID群のゲームCBCAから分離され，CBCAがID群のゲームCBBAあるいはBBCAから分離されたのである。同様の状況変化は$d_{AB}\to 0$の場合にも生じる。この場合はDBCAが吸収される3端点水準のゲームはID群のゲームCABAであり，CABAに吸収されるもう1つの4端点水準のゲームはDACBとなる。

〔注〕

1) N人ゲームのメンバー数を2人以上とするか，3人以上とするかは意見が分かれるところであろう。多数あるいは少数というような量的概念は3人以上の集団でなければ出現しない。また，N人ゲームの理論的枠組みではNを3人以上の奇数人数としていることが多い。これは選択分布が選択肢間で同数の場合には別の裁定規則が必要になり，理論的解析が複雑になることを避けるためである。本論文では原則として2人以上としているが，この人数は適宜制約を受けるものであり，本質的な問題ではない。
2) なお，ここでいう事象とは集団のメンバーによる選択行為の集合によって決定されるものであるから，選択肢そのものに対する選好関係とは区別しておく必要がある。これは選挙場面での候補者に対する投票者の選好の問題と，当該候補者が当選するか落選するかの問題とを区別することを意味している。Arrow (1963) による社会的厚生関数の問題などではこれら2つを区別することはしない。そこでは個人のもつ静的な選好関係が投票などによって集団として集約されたときに各個人の選好関係と矛盾しない選好関係が実現可能かどうかが問われているのである。
3) ここで厳密に定義したN人対等ゲームは，Shelling (1973) がN人ゲームを考察する際におおまかに仮定した条件の一部にほぼ対応したものと言える。
4) 状態数が${}_{N+K-1}C_{K-1}$個になるのは，K種の選択肢の各々に合計N人が割り振られる組合せの数であり，これはN人の間に（両端を含む）重複を許す，K−1個の仕切りを入れることとして計算される。すなわち，NにK−1を加えて，重複を許さない任意のK−1個を選ぶ組合せである。すなわち，

$$ {}_{N+K-1}C_{K-1}=(N+K-1)!/(N!\cdot(K-1)!)=(N+K-1)(N+K-2)\cdots K/N(N-1)\cdots 1 $$

となる。この状態数はK_Nに比べるとNが増加するにつれて相対的に小さな値となる。
5) これは当該の状況を2つの利得関数だけで議論するためにとられた便宜的方法と言えるが，選択コストと利得とを分離する表現法と本質的に異なるものではない。さらに，

実際問題として，後述の利得表において，選択コストと利得を別個に表示するよりも，選択コストを差し引いた清算利得を表示するほうが実際のプレイヤー（実験ゲームの被験者）にとって理解しやすいことも指摘できる。もちろん，状況の特徴を明確にするために必要な場合は，選択コストと利得の両方を明記することになろうが，その場合でも，結局は清算利得の構造が状況を的確に表現している。

6) α 表記法による利得表で3選択肢の場合は2次元平面上の三角図形表現が可能となる。この三角図形表現では正三角形の各辺をそれぞれの選択肢の選択人数に対応させれば，すべての人数分布は2次元平面上の三角形に射影される。しかし，一般にK個の選択肢の場合にはK個の頂点をもつK−1次元の立体，すなわちK−1次元単体(simplex) となるから，平面上で表現することは困難である。

7) 利得の大小関係としての相互関係が同じ構造でも，利得水準の絶対値が異なれば，限界効用逓減説のように，結果として異なった選択行動が生じ得ることは否定できない。しかし，それはあくまでも行為選択の問題であって，客観的な利得の相互関係構造とは区別すべき問題と考えられる。

8) 図1の横軸が α 表記法による人数分布をあらわしているから，横軸上で個人利得関数のみならず，全員の平均利得の分布を描くことができるため，図1では本章第3節における考察の便宜上，各人数分布における全体の平均利得のグラフを点線で書き加えている。この平均利得はN倍すれば全体の利得和となる。個人利得の変化と全体利得和の分布形状との関係については第3節で詳細に吟味する。

9) ガウスの記号を用いたのは，Nが偶数の場合はN/2がそのままで整数となるのであるが，Nが奇数の場合はN/2が整数とならないから，それを整数化するためである。

10) Nを奇数としたのはあくまでも便宜上の措置であって，生起事象としての両実現区間が $\lambda_1=\lambda_2=2$，すなわち，事象として〈22〉が生起したときの利得決定規則を決めておけば問題はない。なお，ここでは半数という基準人数の定義上，両選択肢でともに半数未満になったときの事象〈11〉が生起することはない。

11) Γ^{S}_{N} の端点水準については Γ^{L}_{N} の端点水準と同様に，すべての選択肢がもつ区間数の総和が利得水準の種類の最大数として考えられ，この数は Σ wi 個となる。

12) ここでは利得積は考慮しない。利得積は獲得利得の均一性をはかる測度と言え，同一利得和に対して利得積を最大化するのは全員が等しい利得になった場合である。これは2人ゲームにおいては2人のプレイヤーの利得の格差を問題にするときに取り上げられるが，N人ゲームで利得積をそのまま算出することはあまり意味がない。むしろ，利得積算出の目的は一般論として利得の分散を調べることに等しいから，N人対等ゲームの場合では利得の分散を考慮するほうが望ましいであろう。すなわち，同一利得和に対して分散が0となる場合は全員が同一利得となっていることを示しており，分散が大きくなることは利得に格差が生じていることを示している。しかし，同一分散値は同一分布をあらわすわけではないから，1つの指標に過ぎない。本稿で扱っている2選択肢の場面では単に，実際に何人が格差をもった有利な立場であるかを考慮することで済むと思われる。

13) ここではパラメータとして利得表に明記される単独端点 $\gamma^{L}_{1}(1)$ と $\gamma^{L}_{2}(1)$ を用いているために，勾配を算出するときの分母がN−1となる。もし，数学的形式性を重視してパラメータに $\gamma^{L}_{1}(0)$ と $\gamma^{L}_{2}(0)$ を用いるのであれば，分母はNとなる。いずれを採用し

ても以下の考察結果に違いはない。

14) なお，利得和が最大となる人数分布は実際にNが何人に設定されているかによって異なる可能性がある。たとえば，代数的に求められた利得和最大値をもたらす人数分布が整数でなければ，その利得和最大値をもたらす実際の人数分布はその両側に実現することになる。これは個々のゲームにおいて具体的な人数を設定したときに考慮すべき問題となる。

文　　献

Adams, J. S. 1963 Toward an understanding of inequity. *Journal of Abnormal and Social Psychology, 67*, 422–436.

Arrow, K. J 1963 *Social choice and individual values.* 2nd ed. New York: Wiley.

Dawes, R. M. 1975 Formal models of dilemmas in social decision-making. In Kaplan, M. F. and Schwartz, S. (Eds.), *Human judgement and decision processes.* New York: Academic Press.

Dawes, R. M. 1980 Social dilemma. *Annual Review of Psychology, 31*, 169–193.

Hamburger, H. 1973 N-Person prisoner's dilemma. *Journal of Mathematical Sociology, 3*, 27–48.

Hardin, G. 1968 The tragedy of the commons. *Science, 162*, 1243–1248.

Rapoport, A. 1967 Exploiter, leader, hero, and martyr: The four archetypes of the 2×2 game. *Behavioral Science, 12*, 81–84.

Rapoport, A. and Guyer, M. 1966 A taxonomy of 2×2 games. *General Systems*, 203–214.

Shelling, T. C. 1973 Hockey helmets, concealed weapons, and daylight saving. *Journal of Conflict Resolution, 17*, 381–428.