HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	正比例関数と一次関数の教育内容構成論 : 同一性から微分積分学へ、差異性から線型代数学へ
Author(s)	高橋, 哲男
Citation	教授学の探究, 26, 151-160
Issue Date	2009-02-16
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/35603
Type	bulletin (article)
File Information	takahashi.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

正比例関数と一次関数の教育内容構成論

―― 同一性から微分積分学へ、差異性から線型代数学へ ――

高　橋　哲　男

（稚内北星学園大学情報メディア学部）

目　　次

1　は　じ　め　に

小論では，正比例関数と一次関数の教育内容構成論を展開し，指導に関する提案を行う。筆者は稚内北星学園大学情報メディア学部で中学校・高等学校の数学の教員養成に携わってきた。学生たちは必ずしも高校までの数学を網羅的に学んできたわけではないこともあり，わかりやすくてしかも楽しい授業ができる教員として送り出すのは決して容易ではない。学生たちに，しっかりと数学教員免許を取得して教育の場に出てもらうにはどうすればいいのだろうか。筆者はこの課題の一環として特に，微分積分学と線型代数学双方の出発点としての正比例関数[1)]を，大学生の立場から学び直す方法を検討してきた[2)]。

正比例関数については，土井捷三らにより以下のような指導過程の理論が提起されている。

「端的にいえば，正比例関数は等速運動からの抽象であるし，そうなければならない」。

「等速運動を量的に分析するならば，まず任意の Δx（固定）に対して，Δy が一定に定

1）　ここでは「森ダイヤグラム」を意識している。森毅「数学の構造」（『教育学全集 6 論理と数学』増補版，小学館，1976 年，113-145 頁）138-140 頁参照。

2）　筆者は「大学数学を教える以前にまず高校までの数学の復習や確認が必要である」のような立場を取らない。むしろ高校までの数学的知識をできるだけ前提とすることなく，いわば最短コースで大学生らしい「学問としての数学」を教えたいと考えている。

まるという法則としておさえる。他の量（物質の体積と重さの関係）に於ても同じような性質が存在することを確かめた後，様々な Δx に対して Δy が対応するが，$\Delta y \,/\, \Delta x$（その区間での速さ）は等速運動に於ては Δx に無関係な一定値として決まることを発見し（これは何ら自明な，同語反復ではない），これをもとに比例の一般的定義を与える」。「比例の特殊的な性質として $y/x=a$ を定義から導く。そのねらいは増分の間の関係から変数そのものの関係を導き出すこと，及び $y/x=a$ からも比例の弁別をなしうるようにするためである」[3]。

北海道大学教育学部教育方法学研究室数学教育研究グループでは，この理論枠組みを継承・発展させる形で，運動や量の変化の解析を基礎とした関数指導の授業プランを作成してきた。例えば，大田邦郎の二次関数プラン[4]，須田勝彦・氏家英夫の指数関数・対数関数プラン[5]，高橋哲男・小丹枝みゆきの数列プラン[6] がある。関数が運動や量の変化の解析から誕生するという認識は，筆者が教える大学生にとって新鮮であると思われた。そこで本稿では，等速運動の解析を基礎とする正比例関数と一次関数の教育内容構成論を展開するとともに，その理論に基づいた大学における授業実践を経た上での評価を行う。

2　正比例関数と一次関数の教育内容構成論

2．1　等速運動の解析を基礎とする正比例関数の指導

正比例関数の指導では，「時刻 x が 2 秒から 5 秒に変化したとき，時刻の変化量（時間）を $\Delta x=5-2=3$ と書く」の例から増分 Δx の概念を教える。そして次の問題を提示する。

問題　次の等速運動のなかで一番速いのはどれだろう。

⑴　$\Delta x=5$ のとき，$\Delta y=15$（5 秒間で 15 cm 進む）

⑵　$\Delta x=5$ のとき，$\Delta y=20$

⑶　$\Delta x=4$ のとき，$\Delta y=20$

⑷　$\Delta x=5$ のとき，$\Delta y=19$

⑸　$\Delta x=3$ のとき，$\Delta y=18$

⑹　$\Delta x=12$ のとき，$\Delta y=72$

Δx，Δy どちらに揃えてもよいが特に $\Delta x=1$ に揃えると便利であるとし，「等速運動の速さを比べるためには，$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ を調べるとよい」とまとめる。この後，「同じ等速運動ではどの区間でも $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ が一定になる」ことを押さえる。そして，正比例関数の式 $\dfrac{y}{x}=a$（これを変形して $y=ax$）を以下のように導く（下線部は空白にしておき学習者が書き込む)。

---

3)　土井捷三・三上勝夫・須田勝彦「運動の解析を基礎とした正比例関数の指導」(『北海道大学教育学部紀要』第 18 号，1971 年，181-204 頁）185-186 頁。

4)　大田邦郎「高等学校における微積分の初歩としての二次関数の指導過程」(『北海道大学教育学部紀要』第 40 号，1982 年，31-87 頁)。

5)　須田勝彦・氏家英夫『量の解析に基づく指数関数・対数関数の指導』北海道地区数学教育協議会高校サークルブックレット第 2 号，2000 年。

6)　高橋哲男・小丹枝みゆき『関数指導の一環としての高等学校数学「数列」の授業プラン－階差数列の研究を中軸に据えて－』北海道地区数学教育協議会高校サークルブックレット第 3 号，2005 年。

問題　物体Ｃの運動は次の対応表で表された。

Δx

x 秒	0		1		2		3		4		5		6		7		8	···
y cm	0		20		40		60		80		100		120		140		160	···

Δy

この運動では，

⑴　x が 2 から 5 に変化したとき，

$$\Delta x = \underline{5-2=3},\ \Delta y = \underline{100-40=60} \qquad \text{だから，} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \underline{\frac{60}{3} = 20}$$

⑵　x が 6 から 6.01 に変化したとき，

$$\Delta x = \underline{6.01-6=0.01},\ \Delta y = \underline{120.2-120=0.2} \qquad \text{だから，} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \underline{\frac{0.2}{0.01} = 20}$$

⑶　x が 0 から x に変化したとき，

$$\Delta x = \underline{x-0},\ \Delta y = \underline{y-0} \qquad \text{だから，} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \underline{\frac{y-0}{x-0} = \frac{y}{x} = 20}$$

2．2　正比例関数と一次関数の同一性

一次関数は，初期条件を変える以外，正比例関数と同様の流れで教える。

物体Ｃの運動を研究する実験では，ストップウォッチを押した瞬間（$x=0$ 秒のとき），物体を基準点（$y=0$ cm の位置）に置かなければならない。でも，実験を繰り返していたあるとき，ストップウォッチを押した瞬間ぼんやりしていて，物体を置くのを忘れてしまった。あっ，と気づいて物体を置いたとき，ストップウォッチは $x=3$ 秒になっていた。しかも慌てていたので，基準点からずれた，$y=15$ cm の位置に置いてしまった。このとき，下の対応表を完成させてみよう。

Δx

x 秒	3		4		5		6		7		8		9		10		11	···
y cm	15																	···

Δy

完成させた上の対応表で，$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ を調べてみよう。

【改ページ】

測り始めを間違えても等速運動なのだから $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ はどこでも一定になる。物体Ｃの等速運動なので，今回は，

$$\underline{\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y-15}{x-3} = 20 \qquad \text{（一定）}}$$

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=a$ かつ初期条件（x，y）＝（p，q）から一次関数の標準形（$y-q)=a(x-p$）が，$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=a$ かつ（x，y）＝（0，b）から一般形 $y=ax+b$ が導かれるのである。そして，正比例関数は $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=a$ かつ初期条件（x，y）＝（0，0）という，一次関数の特殊ケースであることを押さえる。

一次関数と正比例関数の同一性については，土井らが「比例のもっとも簡単な拡張は，定義を任意の初期値に拡張する一次関数であるが，これは量変化の法則としては比例と変わるものではない」[7] と述べている。氏家英夫も同様に，

> 一次関数に固有の性質は，時間が s たてば変化は正比例関数 $g(s)$ であるということ。すなわち
>
> $$f(x+s)=f(x)+g(s)$$
>
> ということにある。これは変化量 g が s によってのみ定まるということで＜どの時点 x から始めても s が一定なら変化量は一定＞というきわめて特別の性質を表している。またこれは一次関数が正比例関数 g の一種の相対化であることを示している[8]。

と述べている。一次関数と正比例関数の同一性に着目し，新しい概念である一次関数を手持ちの概念である正比例関数の一種の相対化として説明する（同化する）ことは，一次関数を理解する上での重要な一局面であろう。

2．3　正比例関数と一次関数の差異性

しかし，一次関数を正比例関数に同化するだけでは，一次関数に固有の性質を教える上で不十分ではないか。三上勝夫は次のように述べている。

> 授業において「わかる」ことを，同化にとどめておくことは正しくない。授業が組織する「わかる」とは，それまでの概念，一般化で説明のつけられない対象に対し，その概念を否定ないしは限定し，そのことによって，古い概念が定位していた対象の非本質的特徴を捨象し，その反面の過程として本質的な特徴を抽出し（「分け」とり）新しい概念を形成することである[9]。

この視点に立つと，同一性だけではなく差異性も教える必要がある。そして，一般の一次関数の正比例関数との差異性とは，線型性の有無に他ならない。そこで次の問題を考える。

問題　正比例関数 $y=20\,x$ を考える。

⑴　対応表を完成させてみよう。

x	0	…	2	3	…	5	6	…	8	…
y	0									…

⑵　正比例関数とはどのような関数だろうか。

---

7)　前掲「運動の解析を基礎とした正比例関数の指導」184 頁。

8)　氏家英夫「1 次関数と 2 次関数の指導」（白樺学園高等学校『研究紀要』平成 13 年度，45-60 頁）45 頁。

9)　三上勝夫『教育と授業の理論』エイデル研究所，1992 年，105 頁。

これは，正比例関数の性質のうち線型性の定義をなす二条件

⑴　$f(x_0+x_1)=f(x_0)+f(x_1)$

⑵　$f(k\times x)=k\times f(x)$

を引き出すのがねらいである。「正比例関数とはどのような関数だろうか」に対し，「x が 2 倍，3 倍，…になれば，y も 2 倍，3 倍…になる」と表現される⑵はすぐに答えてくれる。⑴は難しいが，$y=20x$ の例で調べてみると驚きの声が発せられる。そして次の問題で，これらが正比例関数一般に備わった性質であることを確かめる。

■乗法の結合法則と交換法則

？の部分を求めてみよう。

$$\begin{array}{ccc} x & \xrightarrow{k\text{倍する}} & k\times x \\ \downarrow & & \downarrow \\ fx & \longrightarrow & ? \end{array}$$

x	0	…	x	…	$k\times x$	…
y	0	…	fx	…	？	…

■分配法則

？の部分を求めてみよう。

$$\begin{array}{ccc} x_0 \quad x_1 & \xrightarrow{\text{加える}} & x_0+x_1 \\ \downarrow \quad\ \downarrow & & \downarrow \\ fx_0 \quad fx_1 & \longrightarrow & ? \end{array}$$

x	0	…	x_0	…	x_1	…	x_0+x_1	…
y	0	…	fx_0	…	fx_1	…	？	…

2．4　同一性から微分積分学へ，差異性から線型代数学へ

コメニウスの『大教授学』に次の一節がある。

> 予め学識全体の・大まかな・全般的な見取図を与えずに　知識を個別的に教えてみても，効果はない，ということです。また　どんな人間を教育する場合でも，ほかの知識を顧みずにある・部分的な知識だけで完成させるようなやり方では，教育はできない，ということです[10)]。

また，須田勝彦は「A の理解は非 A との対比で成立する」[11)] と述べている。［正比例関数に固有の］線型性という「部分的な知識だけで完成させる」のではなく，「ほかの知識」である［一般の一次関数に固有の］非線型性を対比的に「顧み」ることによって，改めて線型性という「全般的な見取図」を与えることを意図し，次の問題を出した。

10)『世界教育学名著選 2 コメニュウス　大教授学』明治図書，1973 年，164 頁。

11) 須田勝彦「数学における単元構成と授業づくりに向けて－中学生に語りかけたい数学のこと－」（北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室『教授学の探究』第 23 号，2006 年，55-66 頁）63 頁。

問題　一次関数 $y=20x+1$ は線型性をもつだろうか。

x	0	…	2	3	…	5	6	…	8	…
y	1	…								…

ここで，1を加えただけで線型性が破綻することを確認して正比例関数の特殊性を明らかにし，次のようにまとめる。

正比例関数でない一次関数は，線型性をもたない。
正比例関数は，一次関数の特別な場合だ。
- どちらも等速運動を表すという点で，ほとんど同じだ。
- でも，線型性をもつかどうかという点で，ぜんぜん違う。

大学では一般に「線型代数学」と「微分積分学」が別の科目としてある。筆者が両方とも担当したとすれば，それぞれの科目でまず正比例関数を教えるだろう。そのとき，線型代数学の導入としての正比例関数，微分積分学の導入としての正比例関数，のようにして教える内容や方法を変えることは一応考えられる。しかし，小学生や中学生に正比例関数を教える場合は，二種類の内容と方法で二度教えるわけにはいかない。

一度の正比例関数の指導のなかに線型代数学と微分積分学へ至る両方の契機を含ませようとするとき，正比例関数単独のまとまりを構想するのはおそらく正しくない。その意味で，学習指導要領・教科書が中学校1年生で比例と反比例を一つのまとまりとしている点については一定の評価ができる。反比例を教えることによって，二つの数量の比例関係でない関係や直線にならないグラフの存在が示され，対比的に比例の性質が浮き彫りになるだろう。しかし，差異性は何らかの同一性のなかでこそ意味がある。それぞれ $y=ax=ax^1$，$y=\dfrac{a}{x}=ax^{-1}$ である比例と反比例は異質すぎて，いったん同一性（y が x の関数であるという同一性）を認めることが難しいのではないだろうか。これら二例を示すことで混乱し，「数量の関係を表現し考察する基礎を培う」という第1学年の目標達成を逆に困難にはしまいかと懸念される。

したがって，正比例関数を反比例とではなく，線型性の破れが現れてその差異性が顕在化する一次関数と合わせてひとまとまりとし，その中で両者の同一性と差異性双方を取り扱うことが適切であろう。学習指導要領・教科書では，比例を中学校1年生，一次関数を中学校2年生で教えることになっているが，一次関数指導の最初で比例の復習がなされているなら，まとめた方が時間の短縮にもなるだろう[12)]。

12）2006年11月10日，稚内市教育研究会の数学公開研究授業として，稚内中学校（当時）の稲木崇宏教諭により，中学校1年生を対象とした等速運動の解析に基づく比例の導入の授業が行われた。筆者は助言者として事前の指導案検討に加わり，授業を見学した。事後の検討会では多くの先生から，比例に引き続き一次関数を教えることについて肯定的な評価がなされた。

3　正比例関数と一次関数の教育内容構成論の評価

3．1　小論における教育内容構成論の評価の方法

2007 年度前期と 2008 年度前期，筆者は稚内北星学園大学情報メディア学部 1 年生の選択科目「線形代数学Ⅰ」を担当し，その導入部分で正比例関数と一次関数を教えた。両者の差異を通して線型性の概念を扱った授業の回の終わりに，感想文を書いてもらった。これを追うことで，小論で展開した教育内容構成論に対する一定の評価は可能と思われる。以下では学生たちの記述をいくつか紹介し，若干の考察を加える。再履修生を除く目的で 1 年生の感想文のみを対象とする。2007 年度は 17 名，2008 年度は 9 名の合計 26 名である。

3．2　正比例関数の線型性の概念

正比例関数の線型性（前掲）については，「⑵は知っていたが⑴は知らなかった」という記述が多い。⑵について記述していないが⑴を新たに知ったとしているものも含めて，正比例関数の線型性を理解したと思われる記述は 26 名のおよそ半数に見られた。

［8 C］比例で，x の値を 2 倍すると y の値も 2 倍になるのは，知っていたけど，足して同じくなるのは，知らなかった。今後も利用していきます。

［8 G］比例関数の件で x が k 倍したなら y も k 倍するというのは常識的な感じで覚えていましたが，x_1 と x_2 を足したら，y もそれに対応した数字を足したのに等しくなるということは想像しませんでした。

［7 O］今日の授業でこうした線型性を持ったグラフが

x	0	1	2	3	4	5
y	0	20	40	60	80	100

足したり掛けたりすると数字が合うというのは，皆，手を上げませんでしたが，自分は正直おどろきました。また上の関数に＋1 足しただけで全く違う線型性を持たなくなるのは皆あたり前みたいな顔をしてましたが，自分にとっては，おどろきでした。

［7 O］の「皆，手を上げませんでしたが」とは，授業者である筆者が「正比例関数のこういう性質を知って驚いた人は手を上げて」と言ったが，「皆あたり前みたいな顔をして」誰も手を上げなかったことを指している。恥ずかしがったのかもしれない。しかし感想文からは，実は多くの学生にとって驚くべき事実だったことが伺える。

3．3　乗法の結合法則・交換法則・分配法則

3．2 節とも関連するが，乗法の結合法則・交換法則・分配法則に言及した記述が 26 名中 7 名に見られた。学生たちは計算のなかでこれらの法則を使ってきたし，その意味では潜在的に認識していただろう。しかし，乗法の演算法則の名前を思い出し（あるいは初めて知り）感想文のなかで用いた事実は，法則を再認識したことの現れとも考えられる。

［7 A］結合法則と交換法則という単語。原理は知っていたが，単語は知らなかった。

［7 F］線型性は x が 2，3，4 倍になると y も 2，3，4 倍になる事（結合法則，交換法則）と分配法則（比例関数 $y=fx$ では $x= x_0 + x_1$ のときの y の値は x_0 のときの y の値と x_1 のときの y の値の和になる）の二つの性質を合った（ママ）もの。

［7 Q］y＝20 x

x	0	⋯	2	3	⋯	5	⋯	8	⋯
y	0	⋯	40	60	⋯	100	⋯	160	⋯

のような足し算が成り立つ事を初めて知りました。$f(kx)$ の結合法則，交換法則，$fx_0 + fx_1$ の分配法則を使って説明できるということが面白いなと思いました。

［7 Q］が「法則を初めて知った」のような記述だけではなく「法則を使って説明できる」とまで踏み込んで書いている点は，演算法則に関する前二者とは異なる認識水準の可能性を示しており，特筆しておきたい。

3．4　非線型性と対比された線型性

正比例関数のなかの線型性を見つけて驚いている 3．2 節，乗法の演算法則を再認識している 3．3 節の記述に加え，学生の線型性の認識水準を判断するメルクマールとして，非線型性への言及があげられる。非線型性への言及はそれに対する何らかの認識を表明しているとともに，当然，たとえ言外であっても線型性に対する何らかの認識の存在を読み取ることができよう。そのような記述が 8 名に見られた。

［8 I］何か 1 つでも数が付いてしまうことだけで線型性も失な（ママ）ってしまうということがわかった。

［7 D］$y = x^2$ は線型性をもたないことがわかった。

［7 M］線型性をもつのは比例関数だけってこと。

［8 I］は稚拙な表現だが正比例関数と一般の一次関数を，［7 D］は正比例関数と二次関数を比較した上での記述と予想される。［7 M］については，授業ではもちろん，実数から実数への線型関数が正比例関数だけであることを数学的に証明してはいない。「何か 1 つでも数が付いてしま」った一次関数や二次関数 $y = x^2$ が線型性をもたないことを確認し，改めて正比例関数のその意味での特殊性に触れただけである。［7 M］に対し，安易な一般化は慎みなさいと忠告するべきだろうか。いや，残された感想文からは事実を解明すべくもないが，証明なしで直観的に正しい認識に到達したのだと考え，大いに褒めたいものである。

3．5　数学観・学習観の変化

どのような記述をもって判断するかは微妙な問題であるが，数学観・学習観の変化に言及したものが数名いた。

［7 G］表の新しい見方も発見できました。やっぱり数学は奥が深いデスネ…。

［8 B］今まで何とも思っていなかった一次関数の，ごく基本の形に名前と性質があったことには驚いた，また，これから，それこそ「何とも思っていなかったこと」について深く研究していくことになり，計算よりもある意味頭を使うことなので，頑張っていきたい。

［7 J］中学生に“比例＝⑵”と教えていた記憶があるが，（私自身もそう習いました）⑴については全く気が付かなかったことで，大変感動を覚えた。単純に見える比例にさ

え，まだまだ学ぶものがたくさん眠っている（学ぶ意欲がさらに湧くものだ)。

確かに，［7 G］は表現に重みが感じられず数学観・学習観の変化とまでは言えないかもしれない。しかし［8 B］は，「これから，それこそ「何とも思っていなかったこと」について深く研究していく」の部分に学習観の変化を読み取れよう。さらに［7 J］は，正比例関数の線型性（と一次関数の非線型性）という教育内容以上に獲得したものがあることを物語っている。わからなかったことがわかるとわからなくなる，すなわち，それまで未知だったある認識を獲得することによって違った未知の世界が見えてくるという認識発展の法則を，改めて掴んでくれたように思われる。

4　おわりに

小論では，北海道大学教育学部教育方法学研究室数学教育研究グループの研究成果に学びながら，正比例関数と一次関数の教育内容構成論を展開してきた。要諦は，正比例関数と一次関数を指導のひとまとまりとして，等速運動の解析から導かれる両者の同一性と，初期条件に起因する線型性の有無という両者の差異性を両方教える意義を論じた点にある。

山口格は，関数指導に関して次のように述べている。

> この視点［量の変化の解析という視点－引用者］は大切な視点ではあるが，この視点だけではもの足りないのではなかろうか。現代数学の立場からみると，そのような不安が感ぜられるのである[13)]。

そして，「数学教育の議論で正比例関数の定義を，「倍々」すなわち⑵の性質からのみ行って⑴の「加法性」に注意を向けなかったり，$y=ax$ の a の量的性質「内包量一定」のみを重く考える傾向がよくみられるが，定義が多次元の場合にも見通せる本質的なものかどうかを検討することも必要であろう」[14)] としている。

「現代数学の立場からみる」など到底不可能な筆者は単に，大学で「線形代数学 I」を担当するなかで正比例関数の一次関数との同一性だけを教えていることに「不安が感ぜられ」，「「加法性」に注意を向け」ることになった。そうして展開したのが小論における教育内容構成論である。そのような経緯もあり，教育内容構成論の評価は，大学における授業実践に基づく学習者の感想文の分析という手法に拠った。感想文には，「初めて」「知った」「驚いた」という言葉が数多く見られた。正比例関数と一次関数の諸性質は，彼らにとって決して自明のことでも，取るに足らないことでもなかった。大学生に対して，線型代数学及び微分積分学の入り口として正比例関数と一般の一次関数の同一性と差異性を教える意義，またその方法の一端が解明できたのではないかと思う。

一方で筆者はやはり，このような正比例関数と一次関数の指導は，大学生相手のみならず，中学生に対してもなされてほしいと考えている。

「線型性は大学，あるいは高校のベクトル・行列から」という消極的意見もあるかもしれな

13）山口格・須田勝彦「関数指導体系に関する基礎的研究」(『北海道大学教育学部紀要』第 50 号，1988 年，1-55 頁）19 頁。

14）前掲「関数指導体系に関する基礎的研究」23 頁。引用文中の⑴⑵は小論のなかで示した正比例関数の線型性⑴⑵とちょうど対応している。

い。しかし，３．３節に見た通り，一次元空間の線型性は乗法の結合法則・交換法則・分配法則に直結するのであって，中学生の立場から乗法の性質を見つめ直す良い題材となることを指摘しておきたい。筆者は，中学生の数学のつまずきのかなりの部分は，乗法の意味，そして分配法則を理解していないことに根本的原因があるという印象をもっている。そのため，乗法，特に分配法則の認識を数学教育のあらゆる場面で螺旋的に高めることが重要であると感じている[15)]。

「中学生には難しい」という批判もあるかもしれない。それが事実でないことを願っているが，事実であれば，事実を示す実験授業を実施していただいたことをひとまず喜びたい。そして，難しいことに向き合い楽しんでくれた稚内北星学園大学の学生たちに教えることができた幸運に感謝するとともに，中学生のための新しい授業プランを考えたい。それは，もっと難しくてもっと楽しいものになりそうな気がする。

［付記］

小論は，2006 年 12 月 27 日，北海道地区数学教育協議会第 37 回冬期研における講演「さかのぼって「比例」を考える」の発表レジュメをもとに，授業実践をしながら考えたり先行研究を改めて見直したりしたことを踏まえて大幅に再構成したものである。

15）須田勝彦・氏家英夫「分配法則を軸とした乗法指導の試み」（北海道大学教育学部教育方法学研究室『教授学の探究』第 2 号，1984 年，147-174 頁）には「乗法を指導するさいの中心的な内容は分配法則を教えることにある，分配法則を教えない乗法指導は乗法を指導したことになっていない」とあり，かけ算指導における分配法則の位置づけの重要性を学んだ。