



Title	塵芥焼却炉における通風力の検討 (煙突の理論通風力について)
Author(s)	岡垣, 理
Citation	衛生工学, 7, 15-25
Issue Date	1962-10
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/36154
Type	bulletin (article)
File Information	7_15-27.pdf



[Instructions for use](#)

塵芥焼却炉における通風力の検討 (煙突の理論通風力について)

岡 垣 理*

(昭和37年6月25日受理)

Investigation on the Draft Force in Incinerators
(On the Theoretical Draft Force in Stacks)

Osamu OKAGAKI

Abstract

In this paper, a general expression of the theoretical draft force in the stack of an incinerator or boiler was first introduced with dimensionless groups as Eq.(7) or the diagram in Fig.2, considering the transfer of heat from the surface of stack to the atmosphere.

since the exhaust gas from incinerators contains much water vapor by burning wet refuse such as moisture content is 50% or more, the influence of the water vapor contained within the combustion gas on the draft force due to the stack was studied by using the above equation and diagram. As a result of the investigation, it was followed that the water vapor in the exhaust gas does not always affect in the negative on the stack draft, but in the positive under some conditions.

目 次

1. ま え が き
 2. 煙突通風の基礎式
 3. 塵芥および排煙の組成
 4. 排煙中の水蒸気が理論通風力に及ぼす影響
 5. あ と が き
- 文 献
附 録 (諸式の導出経過)

1 ま え が き

焼却炉，ボイラ火炉または一般加熱炉などの燃焼装置で，燃料を継続的に完全燃焼させるためには，燃焼に必要な空気を絶えず燃料に供給し，これと同時に燃焼生成ガスを連続的に外部へ導き出さなければならない。このような空気およびガスの流動を起すためには装置内の流動抵抗に打ち勝つ圧力差，すなわち通風力が必要であるが，この通風力を得る方法としては煙突のみによる自然通風と，機械的な方法による強制通風およびその組合せ方式がある。通風力は燃焼性能に大きな影響を及ぼすので，燃焼装置を設計する場合，また燃焼管理を行う場合，その通風特性を明きらかにしておくことは極めて重要である。

煙突による自然通風は，煙突内の燃焼生成ガスと外気との間の密度差に基く浮力によつて行われる。従つて，所要の通風力を得るべく煙突を設計，計算しようとする場合に，燃焼生成ガスの組成と温度が不可欠の要素となる。塵芥焼却炉における，とくに濡れた悪質の塵芥を処理する際の排煙中の水蒸気量は，石炭，コークスのような固体燃料や重油のような液体燃料を用いるボイラまたは加熱炉などにおける燃焼生成ガス中の水蒸気量に比較すると格段の差があり，この水蒸気含有量の多少が煙突の通風力に及ぼす影響は可なり大きく評価できると思われる。

本報告ではこのような点を検討し，塵芥焼却炉における煙突の基本設計に対し一つの知見を与えようとするものである。

2 煙 突 通 風 の 基 礎 式

煙突の理論通風力 Z_t [$\text{Kg}/\text{m}^2 \cdot \text{mmAq}$] は，通常，次式から算出している。

$$Z_t = H(r_a - r) \quad \dots\dots (1)$$

ここで， H = 煙突の高さ [m]， r_a = 外気の比重量 [Kg/m^3]， r = 煙突内の燃焼排ガスの平均温度に対する比重量 [Kg/m^3]。

煙突内排ガスの平均温度として，簡単に，煙突入口と出口における排煙温度の算術平均をとることが多く，ときには，煙突の入口における温度をそのまま用いることもある。しかし，煙突から大気への放熱の条件は各種煙突によりそれぞれ異なり，その条件によつては，上記のような便法による通風力の計算結果に可なり誤差を含むことが予想される。

いま，煙突内排ガスの軸方向温度分布が判かれれば，排ガス比重量 r の軸方向変化が定まるので，煙突による理論通風力は

$$Z_t = H r_a - \int_0^H r(z) dz \quad \dots\dots (2)$$

により正しく計算される。ここで， z = 煙突入口高さを原点として鉛直上方に測つた距離 [m]。

煙突内排ガスの軸方向温度分布 $T(z)$ は，煙突の各高さにおける断面で排ガス温度が一様と看做せば，無次元化して次式のように表される。なお，式の誘導は附録に示してある。

$$\frac{T}{T_a} = 1 + \left(\frac{T_1}{T_a} - 1 \right) \exp\left(-\xi \frac{z}{D}\right) \quad \dots\dots (3)$$

$$\xi = k / 900 C_p \cdot w \cdot r \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 T_1 = 煙突入口の排ガス温度 [°K], T_a = 外気温度 [°K], D = 煙突の直径 [m], w = 排ガスの流速 [m/s], C_p = 排ガスの定圧比熱 [$kcal/kg \cdot ^\circ C$], k = 煙突の熱貫流率 [$kcal/h \cdot m^2 \cdot ^\circ C$], なお連続条件から

$$\frac{\pi}{4} D^2 \cdot w \cdot r = \text{const.} \quad [Kg/s]$$

或いは, $w \cdot r = \text{const.} \quad [Kg/m^2 \cdot s] \quad \dots\dots\dots (5)$

図1は、上式(3)の関係を縦軸に $(T - T_a) / (T_1 - T_a)$ の対数、横軸に $\xi \frac{H}{D}$ を採つた片対数線図上に移したもので、直線状を示している。すなわち、叙上の諸条件を満足する限り、煙突内排ガスの高さによる温度変化の実測値と図1とから求めた ξ 値はすべて等しく一定値を示すはずである。

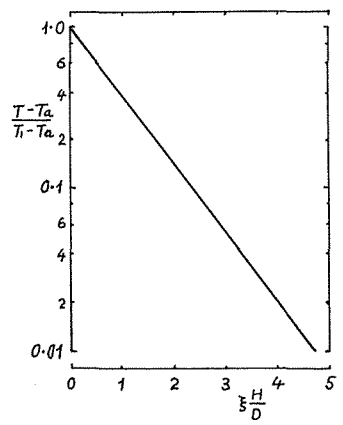


図 1

つぎに、燃焼排ガスは完全ガスと看做せるから、煙突内の排ガスの圧力変化を無視し、かつ、煙突内圧力は大気圧に等しいと仮定すると

$$r_1 \cdot T_1 = r T \quad \text{或いは} \quad r = \frac{r_1 \cdot T_1}{T} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 r_1 = 煙突入口の排ガス比重量 [Kg/m^3]。煙突内排ガスの状態変化を大気圧と等しい等圧変化と看做したことにより生ずる誤差は、通常の煙突通風力 $\sim 150 [mmAq]$ の範囲では、高々 0.3 % 程度とみられる。

さて、上の諸式(2), (3)および(6)から、煙突による理論通風力 Z_t は

$$1 - \frac{Z_t}{H r_a} = \frac{R_a}{R} \left[\left(\xi \frac{H}{D} \right)^{-1} \ln \left\{ \frac{T_a}{T_1} + \left(1 - \frac{T_a}{T_1} \right) \exp \left(-\xi \frac{H}{D} \right) \right\} + 1 \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

のような無次元型式で表わされる。ここで、 R = 排ガスのガス恒数, R_a = 空気のガス恒数 = $29 \cdot 27 [Kg \cdot m / Kg \cdot ^\circ K]$ 。なお、式の誘導の詳細は附録に示してある。

とくに、 $\xi = 0$ の場合、上掲の式(3)は

$$\frac{T}{T_a} = \frac{T_1}{T_a} \quad \text{或いは} \quad T = T_1 \quad \dots\dots\dots (8)$$

および式(7)は

$$1 - \frac{Z_t}{H r_a} = \frac{R_a}{R} \left(\frac{T_a}{T_1} + 1 \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり、これらは、煙突が充分保温されているか、または流速が充分大きいなどのため、側面から大気への放熱がなく、煙突内のガス温度が一定であるという極限の場合に相当する。

図2は、式(7)の関係を、縦軸に $(1 - \frac{Z_t}{Hr_a})$ 、横軸に $\xi \frac{H}{D}$ 、または副変数に $\frac{T_1}{T_a}$ を採り、か

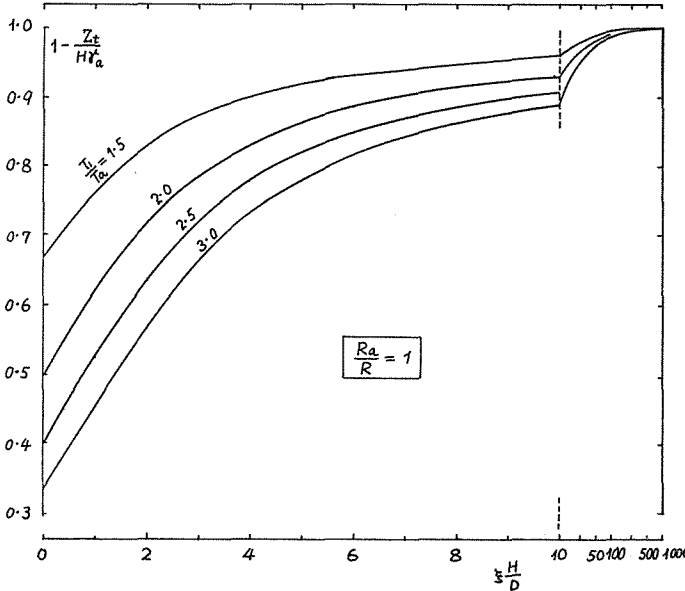


図 2

つ $\frac{R_a}{R} = 1$ とした場合について計算した結果を示したものである。Rが R_a と等しくない一般のときは、単に、上図で得た縦軸の値を $\frac{R_a}{R}$ 倍するだけでその場合の $(1 - \frac{Z_t}{Hr_a})$ の値は求まり、従つて、理論通風力 Z_t が算定できる。図2および式(7)から明らかなように、寸法D, Hが与えられた煙突では、煙突入口の排ガス温度 T_1 が高いほど、また周囲への放熱条件を与える ξ 値の小さいほど、そして排ガスのガス恒数Rの大きいほど、理論通

風力 Z_t は大きくなる。

このようにして求めた煙突の理論通風力から、煙突内における排ガスの流動抵抗と煙突出口における排ガスの速度エネルギーを差し引いた、所謂有効通風力が、炉および煙道内の各種流動抵抗に均合つたとき、はじめて、定常的な燃焼が続けられることになる。

因みに、煙突内排ガスの流動抵抗および煙突出口の排ガスの速度エネルギーによる圧力損失は次式のように表わされる。なお式の導出経過は附録に掲げてある。煙突内流動抵抗損失 Z_f は無次元化して

$$\frac{Z_f}{Hr_a} = \frac{\lambda}{2gD} \left(\frac{wr}{r_a} \right)^2 \frac{R}{R_a} \left[1 + \left(\xi \frac{H}{D} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{T_1}{T_a} - 1 \right) \left\{ 1 - \exp \left(-\xi \frac{H}{D} \right) \right\} \right] \dots \dots \dots (10)$$

ここで、 λ = 煙突内の摩擦抵抗係数。

煙突出口における排ガスの速度エネルギー損失 Z_v は無次元化して

$$\frac{Z_v}{Hr_a} = \frac{1}{2gH} \left(\frac{wr}{r_a} \right)^2 \frac{R}{R_a} \left[1 + \left(\frac{T_1}{T_a} - 1 \right) \exp \left(-\xi \frac{H}{D} \right) \right] \dots \dots \dots (11)$$

或いは、上式(10)および(11)から

$$\frac{Z_f + Z_v}{Hr_a} = \frac{1}{2gH} \left(\frac{wr}{r_a} \right)^2 \frac{R}{R_a} \left[\left\{ 1 + \left(\frac{T_1}{T_a} - 1 \right) \exp \left(-\xi \frac{H}{D} \right) \right\} \left(1 - \frac{\lambda}{\xi} \right) \right]$$

$$+\xi \frac{H}{D} + \frac{T_1}{T_a} \} \dots\dots\dots (12)$$

が得られる。この式から算出される $(Z_f + Z_v)$ を前掲の Z_t から差し引いたものが有効通風力となる。

3 塵芥および排煙の組成

ボイラ、加熱炉などを計画、設計する際に、使用燃料種が基本的な条件を与えるのと同様に、焼却炉においても、塵芥質を知悉することが、その計画、設計上重要な事項となる。しかし、石炭、石油など、所謂燃料と異り、一般の塵芥は、その種類および質が極めて雑多、かつ不均一であるため、焼却炉で良好な燃焼状態を保たせることは、ボイラなどに比べて容易ではない。

塵芥の種類、質、或いは量などは季節的、地域的に、また民度によつても異なるが、本邦の都市塵芥は欧米のそれと比べ悪質であると言われている。表1は、各国の塵芥の組成、発熱量および年間降雨量を例示したもので、本邦ではとくに、水分の含有量が多く真発熱量の低減が目立ち、燃焼性の低い

表1 都市塵芥の組成例¹⁾

都市名	水分%	灰分	炭素	水素	酸素	窒素	硫黄	発熱量 kcal/Kg	年間降雨量 mm
キングスノルト(英)	12.12	41.70	19.70	0.15	22.32	0.10	3.91	最大2,500 平均1,700	629
パリ	2.87	2.14	17.3					2,530	630
ニューヨーク	30.1	33.0	20.4					2,300	1,052
ウィースマーデン(独)	8.0	64.0	23.5	0.5		4.0		1,850	606
大阪	50.0	24.0	13.1	1.4	7.7	3.3	0.1	1,100	1,322
東京	59.40	16.08	11.55	1.60	10.86	0.46	0.05	746	1,627

ことが理解される。

このような高含水率の塵芥を焼却した際に生ずる排煙が、煙突の通風力にどのような影響を及ぼすかを、表1の分析結果に基づいて検討しよう。煙突の理論通風力 Z_t は、燃焼排ガスの温度、組成、煙突の伝熱的特性のほか塵芥の焼却率等によつても異なり、またこれら諸因子は複雑に相関し合うが、いま、同表の東京都の塵芥を例にとり、燃焼排ガスの組成割合を計算するとつぎのようになる。

燃料の元素分析結果、燃料1Kg中に含まれるC, H, O, S, N, 水分および灰分の量がそれぞれ c, h, o, s, n, w および a [Kg] である場合、燃料1Kgの燃焼に必要な理論空気量 A_0 [Kg/Kg] や燃焼ガス量 G [Kg/Kg] は、燃焼の基礎式からつぎのような式²⁾ で与えられる。

$$G = (m - 0.232)A_0 + 3.667c + 9h + 2s + w + n \quad [\text{Kg/Kg 燃料}] \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$A_0 = 1.49c + 3.45\left(h - \frac{o}{8}\right) + 4.3s \quad [\text{Kg/Kg 燃料}] \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 m = 空気過剰係数 < 1 。どのような燃焼も、実際には理論空気量以上に過剰な空気を供給し

ないと完全燃焼は果たせない。ことに、この傾向は固体を燃焼さす場合に著しく、どの程度に m を制御するかが、良好な燃焼を継続させる上に極めて重要な因子になる。さて、上表から

$$\begin{aligned} c &= 0.1155, & h &= 0.0160, & o &= 0.1086, & s &= 0.0005, \\ n &= 0.0046, & w &= 0.5940, & a &= 0.1608 & [Kg/Kg] \end{aligned}$$

をとり、上式(13)、(14)に入れると

$$\begin{aligned} A_o &= 1.412 & [Kg/Kg] \\ CO_2 &= 0.4235, & H_2O &= 0.7380, & SO_2 &= 0.0010 & [Kg/Kg] \\ G &= (m - 0.232) \times 1.412 + 1.167 & [Kg/Kg] & \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

とくに、 $m=1$ の場合、 $G=2.251 [Kg/Kg]$ となり、成分ガスの重量割合は、 $CO_2 = 18.81$ 、 $SO_2 = 0.04$ 、 $N_2 = 4.837$ 、 $H_2O = 3.278$ [%] のように求まる。

因みに、理論空気量または燃焼ガス量は塵芥の元素分析結果から上記のように正確に算出されるのに対し、発熱量は一般には近似値しか求められない。例えば、石炭の発熱量を求める算式³⁾により塵芥の発熱量を計算すると、通常、実測値よりも過大な値を得る。このことは、塵芥を構成する可燃元素C、H、Sなどが複雑な化学的結合をなしており、燃焼の際にその結合を解くための熱消費が行われるが、この量が石炭の場合と異なるためであると解される。米国における実験研究の結果⁴⁾によれば、塵芥の可燃分を、化学的組成とは無関係に、すべてセルローズと看做し、セルローズの発熱量 4450 kcal/Kg (8000 Btu/lb) を用いて算出した塵芥の発熱量は、実測値とよく一致すると言われている。また、本邦の塵芥に対しては、可燃分の低発熱量を 4600 kcal/Kg とすれば、5%以内の誤差で実測値と合うという報告⁵⁾ がなされている。

4 排煙中の水蒸気が理論通風力に及ぼす影響

いま、排ガス温度と塵芥焼却率を便宜上固定して考えると、含有水分が煙突の理論通風力 Z_t に及ぼす影響は、上掲の式(7)において、排煙のガス恒数 R の大小として現われている。燃焼排ガスの成分ガス(CO_2 、 SO_2 、 H_2O 、 O_2 、 N_2 など)をすべて完全ガスと看れば、排ガスのガス恒数は成分ガスの重量比に対する荷重平均で表わされ、次式⁶⁾から計算できる。

$$R = \frac{\sum G_i R_i}{G} \quad [Kg \cdot m / Kg \cdot ^\circ K] \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 G_i 、 R_i はそれぞれ、各成分ガスの重量比およびガス恒数である。 G_i は前記のごとく式(13)、(14)から計算できるので、各成分ガスのガス恒数として表2の値⁷⁾を採り、空気過剰係数をいろいろ変えた場合の R および $\frac{R_a}{R}$ を求めると表3のようになる。また、いろいろの含水率の塵芥を燃焼した際の排ガスのガス恒数も同様の手順で算出できる。

表2 成分ガスのガス恒数

成分ガス	CO_2	SO_2	N_2	H_2O	空気
ガス恒数 $R_i [Kg \cdot m / Kg \cdot ^\circ K]$	19.25	132.4	30.26	47.06	29.27

このようにして求めた $\frac{R_a}{R}$ に基き、図2を利用して、塵

表3 排ガスのガス恒数
(表1の東京都の塵芥組成に基く計算値)

空気過剰係数 m	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
ガス恒数 R [Kg·m/Kg·°K]	33.69	32.64	31.99	31.55	31.23
Ra/R	0.869	0.897	0.915	0.928	0.937

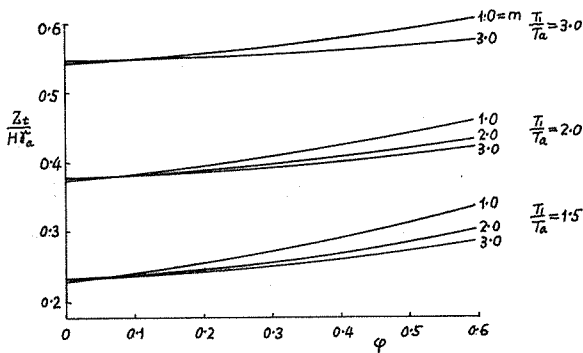


図3

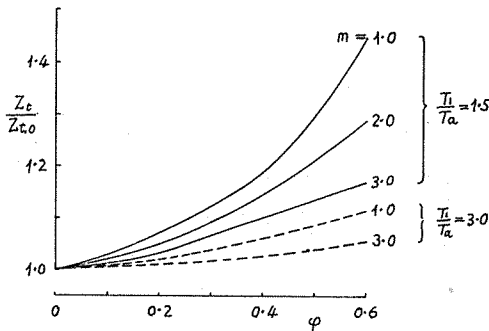


図4

芥の含水率の変化が煙突の理論通風力にどのような影響を与えるかを計算した結果が図3に示されている。同図の縦軸は理論通風力を無次元化した $\frac{Z_t}{H r_a}$ ，横軸は含水率 ϕ を表わしており、パラメタとして煙突基部の温度を表わす $\frac{T_1}{T_a}$ ($=1.5, 2.0, 3.0$) および、空気過剰係数 m ($=1.0, 2.0, 3.0$) を採っている。図から明らかなように、塵芥の含水率が増すほど、また過剰空気の少ないほど、排煙中の水蒸気の影響により理論通風力は増加し、その増加割合は煙突入口の排ガス温度の低い方が大きい。このことは図4に明示されている。すなわち、同図は任意含水状態の塵芥に対する通風力 Z_t と乾燥塵芥に対する通風力 $Z_{t,0}$ との比を縦軸にとり、横軸に含水率 ϕ をとつている

が、含水率による通風力の増加割合は $\frac{T_1}{T_a}$ の低い方が大きく、例えば、 $\frac{T_1}{T_a} = 1.5$ (外気温度 15°C のとき煙突入口の排ガスは 160°C)、 $\phi = 5.94\%$ のとき理論空気 ($m = 1$) で完全燃焼したとすれば、その増加割合は乾燥塵芥の 45% 増し、 $m = 3$ のとき 18% 増しとなる。これに対し、 $\frac{T_1}{T_a} = 3.0$ (煙突入口の排ガス 590°C)、 $\phi = 5.94\%$ のとき、その増加割合は $m = 1.0$ で 11% 増し、 $m = 3$ で 6% 増しと

なる。従つて、塵芥の含水量の増加は、一方では排ガス温度の降下に伴う通風力の低減をもたらすと同時に、他方では、排煙中の水蒸気量が増加することによる通風力の増加をもたらすことになり、含水率の増加により、常に、一方的に通風力が低減するとは限らない。

次の図は、上述のことを説明するために掲げたもので、前掲の図3の1部を表わしている。図中の点1は、含水率 ϕ_1 の塵芥が空気過剰係数 m_1 、排ガス温度 $(\frac{T_1}{T_a})_1$ および理論通風力 $(\frac{Z_t}{H r_a})_1$ とい

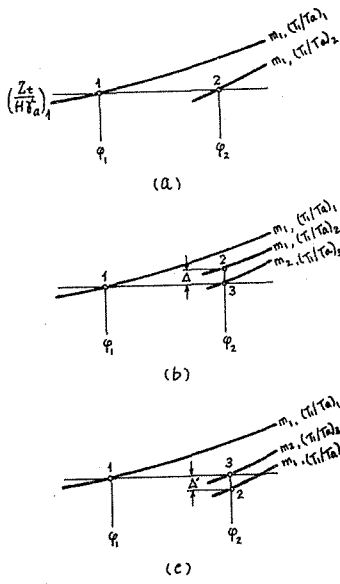


図 5

う状態で定常的に燃焼を続けている状態点を示すものとする。いま、含水率が ϕ_2 まで増加した場合を考えると、塵芥の真発熱量は減少するため、排ガス温度が $(\frac{T_1}{T_a})_2$ まで低下するが、便宜上、 Zt は不変のまま燃焼を継続すると仮定する。つまり、含水率が変化して燃焼状態が変わっても、燃焼装置、煙道、煙突などにおける供給空気や燃焼ガスの流動に対するエネルギー損失は変化しないと仮定する。図5(a)は最初と同じ過剰空気 m_1 で定常的に燃焼する場合を示し、その状態点は図中の2で表わされる。図5(b)は、過剰空気が m_1 および排ガス温度が $(\frac{T_1}{T_a})_2$ であると状態点が2のようになり、通風力が所要値よりも Δ だけ超過するため、過剰空気が m_2 になり、同時に排ガス温度も $(\frac{T_1}{T_a})_3$ と変り3のような状態に落ち着く場合を表わしている。これとは反対に、図5(c)においては、状態点2で通風力が所要値よりも Δ' だけ過少であるため、燃焼を継

続さすためには状態が点3になるように過剰空気と排ガス温度が変化しなければならない。しかし、このような燃焼状態の変化が不能な場合には通風は止み燃焼は最早継続できなくなる。すなわち、排ガス温度を上げるために供給空気を絞つた結果、空気不足となり、完全な燃焼が行われなくなるようであれば、反つて燃焼温度を下げることになり、一種の悪循環が繰返され、遂には燃焼は止絶えるというような場合もある。

以上は、含水率の変化により燃焼状態が変わっても流動抵抗などのエネルギー損失は不変であるという仮定に基いているが、実際には、燃焼状態の変化に伴つて所要の理論通風力は変り、 ϕ , m , $\frac{T_1}{T_a}$, $\frac{Zt}{H\gamma_a}$, 焼却率などは相関し合い極めて複雑な様相を呈することになる。可なり粗い仮設のもとに、含有水分が通風力に及ぼす影響を考察したのであるが、大雑把な傾向は掴めたものと思う。

5 あとがき

以上のように、煙突表面から大気へ放熱を行う場合につき、煙突の自然通風力が投入塵芥の含有水分によりどのような影響を受けるかを表わす無次元化した理論式(7)を導き、図2を得た。この式または線図は、塵芥焼却炉の煙突を計画、設計する際、煙突の理論通風力算定の用に供するだけでなく、広く一般ボイラおよび炉、とくにそれらが気体燃料を使用し、排煙中に多量の水蒸気を含む場合の煙突設計に効果があろう。

つぎに、塵芥組成の実測例に基いた燃焼計算を行い、理論式の示す関係を示した。その結果、含有水分増加の影響が、常に通風力にマイナスに働くとは限らず、逆にプラスに働く場合もあり得るこ

とを知った。この考察は可なり大胆な仮設のもとに進められたが、含有水分の及ぼす影響の方向は窺い知ることができる。また、所論中、後半でやや抽象的になつたが、これは煙突通風力が塵芥の含水率、排ガス温度、供給空気量、空気および排ガスなどの諸流動抵抗、焼却率などと相関し合い、極めて複雑化するため、まず、総合考察の前段階として許されるものと思う。この点については、さらに検討を重ねて、より明確なものにし、燃焼→排煙という過程を一つのシステムの問題として、漸次、有機的な解明を行いたい。

文 献

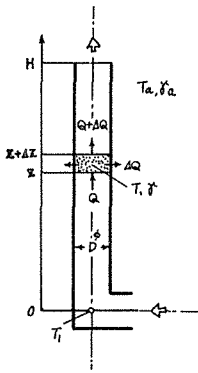
- 1) 岩橋元亮：塵芥処理について．衛生工業協会誌，第9巻第1号，昭10-1，P.15．
- 2) 黒川真武：燃焼工学．技報堂，昭35．P.49．
- 3) 同 上， P.15．
- 4) H.G.Meissner：Designing a Modern Incinerator．Power，VOL.102.No.4(1958)．P.80．
- 5) 岩井重久，春山鴻：ごみ焼却炉について．資源，第101号(昭36-6)，P.28．
- 6) 大賀恵二：熱及熱力学通論．アルス，昭21．P.43．
- 7) 日本機械学会編：機械工学便覧．昭29．P.11-40．
- 8) 石黒亮二：煙突通風力におよぼす放熱の影響．日本機械学会前刷集No.44(61-4)．

附 録

1. 式(3)の誘導

式(3)の原形は、以下に述べる手順と同様の思想で、すでに石黒⁸⁾によつて導かれている。図6に示すような煙突の任意高さzに微小区間Δzを考えると、z面を通して流入する熱量Q(z)と、z+Δz面から流出する熱量Q(z+Δz)との差ΔQはΔz間の側面から大気へ放出される熱量に等しいことになる。ところで、z面を通して流入する熱量は、外気を基準にすれば

$$Q(z) = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot w \cdot \gamma \cdot c_p (T - T_a) \times 3600 \text{ [kcal/h]} \quad \dots\dots\dots (1.1)$$



また、定常流動の状態では、連続流れの条件

$$\frac{\pi}{4} D^2 \cdot w \cdot \gamma = \text{const} \quad \dots\dots\dots (1.2)$$

が成立するから、上二式より

$$\Delta Q = \frac{dQ}{dz} \Delta z = 900 \pi D^2 \cdot w \cdot \gamma \cdot c_p \frac{dT}{dz} \Delta z \quad \dots\dots\dots (1.3)$$

他方、Δz間の煙突側面から大気へ放散される熱量は

$$\Delta Q = -\pi D \cdot \Delta z \cdot k (T - T_a) \quad \dots\dots\dots (1.4)$$

故に、式(1.3), (1.4)から

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{k}{900D \cdot C_p \cdot w \cdot r} (T - T_a) \equiv -\frac{\xi}{D} (T - T_a) \quad \dots\dots\dots (1.5)$$

従つて、 $z=0$ で $T=T_1$ という条件を入れて上の微分方程式を解けば

$$T = (T_1 - T_a) \exp\left(-\xi \frac{z}{D}\right) + T_a \quad \dots\dots\dots (1.6)$$

或いは

$$\frac{T}{T_a} = 1 + \left(\frac{T_1}{T_a} - 1\right) \exp\left(-\xi \frac{z}{D}\right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

2. 式(7)の誘導

前掲の式(2), (3)および(6)から

$$\begin{aligned} Z_t &= Hr_a - \int_0^H r dz = Hr_a - r_1 T_1 \int_0^H \frac{1}{T} dz \\ &= Hr_a - r_1 T_1 \int_0^H \frac{dz}{T_a + (T_1 - T_a) \exp\left(-\xi \frac{z}{D}\right)} \quad \dots\dots\dots (2.1) \end{aligned}$$

ここで、 $\exp\left(-\xi \frac{z}{D}\right) = q$ という変数変換を行えば

$$\begin{aligned} Z_t &= Hr_a + r_1 T_1 \frac{D}{\xi} \int_1^{\exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right)} \frac{dq}{q \{(T_1 - T_a)q + T_a\}} \\ &= Hr_a + r_1 T_1 \frac{D}{\xi} \left[\frac{1}{T_a} \ln \frac{T_1 \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right)}{T_a + (T_1 - T_a) \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right)} \right] \quad \dots\dots\dots (2.2) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{Z_t}{Hr_a} = 1 + \frac{D}{H\xi} \frac{r_1 T_1}{r_a T_a} \ln \frac{\frac{T_1}{T_a} \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right)}{1 + \left(\frac{T_1}{T_a} - 1\right) \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right)} \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

また、空気および排ガスを完全ガスと考え、さらに排ガスの圧力は大気圧に等しいと看做し得るから

$$\frac{r_1 T_1}{r_a T_a} = \frac{R}{R_a} \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 - \frac{Z_t}{Hr_a} &= \frac{R_a}{R} \left(\xi \frac{H}{D}\right)^{-1} \ln \frac{1 + \left(\frac{T_1}{T_a} - 1\right) \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right)}{\frac{T_1}{T_a} \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right)} \\ &= \frac{R_a}{R} \left\{ \left(\xi \frac{H}{D}\right)^{-1} \ln \left\{ \frac{T_a}{T_1} + \left(1 - \frac{T_a}{T_1}\right) \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right) \right\} + 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

3. 式(10) および(11) の誘導

前掲の図6において、微小区間 Δz 間に生ずる流動抵抗は、管摩擦の基本式から

$$\lambda \frac{\Delta Z}{D} \frac{w^2}{2g} r \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

のように表わされる。煙突全長については、 $\lambda = \text{const.}$ と看做し、かつ、流動中のガス容積の変化が僅かであり、大気圧との差も僅少であるとすれば、すなわち比較的短い管内での流動を考えると、上式を積分して

$$\begin{aligned} Z_f &= \frac{\lambda}{2gD} \int_0^H w^2 r \cdot dz = \frac{\lambda}{2gD} (w \cdot r)^2 \int_0^H \frac{dz}{r} = \frac{\lambda}{2gD} (w \cdot r)^2 \frac{R}{P} \int_0^H T \cdot dz \\ &= \frac{\lambda}{2gD} (w \cdot r)^2 \frac{R}{P} \int_0^H T_a \left[1 + \left(\frac{T_1}{T_a} - 1 \right) \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right) \right] dz \quad \dots\dots\dots (3.2) \end{aligned}$$

無次元化するため、両辺を Hr_a で割り、 $P_a = R_a r_a T_a$ および $P \div P_a$ を使って整理すると次式のようになる。ただし、 $P =$ 煙突内部の排ガス圧力、 $P_a =$ 大気圧 $[Kg/m^2]$ 。

$$\frac{Z_f}{Hr_a} = \frac{\lambda}{2gD} \left(\frac{wr}{r_a} \right)^2 \frac{R}{R_a} \left[1 + \left(\xi \frac{H}{D} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{T_1}{T_a} - 1 \right) \left\{ 1 - \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (10)$$

つぎに、煙突出口の排ガスの流速および比重量をそれぞれ w_e 、 r_e とすれば、その速度エネルギーによる損失 Z_v は

$$\begin{aligned} Z_v &= \frac{r_e w_e^2}{2g} = \frac{(r_e w_e)^2}{2g} \frac{1}{r_e} = \frac{(r_e w_e)^2}{2g} \frac{T_e}{r_1 T_1} \\ &= \frac{(r_e w_e)^2}{2g} \frac{1}{r_1 T_1} \left[T_a \left\{ 1 + \left(\frac{T_1}{T_a} - 1 \right) \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (3.3) \end{aligned}$$

無次元化するため、両辺を Hr_a で割り、また連続式 $w_e r_e = wr$ を用いれば

$$\frac{Z_v}{Hr_a} = \frac{1}{2gH} \left(\frac{r \cdot w}{r_a} \right)^2 \frac{R}{R_a} \left[1 + \left(\frac{T_1}{T_a} - 1 \right) \exp\left(-\xi \frac{H}{D}\right) \right] \quad \dots\dots\dots (11)$$