



Title	電子スオームの到着時間分布を与える発展方程式に関する検討
Author(s)	伊達, 広行; 近藤, 敬一; 田頭, 博昭
Citation	北海道大学医療技術短期大学部紀要, 6: 149-153
Issue Date	1993-12
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/37553
Type	bulletin (article)
Note	短報
File Information	6_149-154.pdf



[Instructions for use](#)

電子スオームの到着時間分布を与える 発展方程式に関する検討

伊達 広行・近藤 敬一*・田頭 博昭**

A Study of the New Evolution Equation of Electron Swarms for the Arrival-Time Spectra

Hiroyuki Date, Kei-ichi Kondo* and Hiroaki Tagashira**

Abstract

In this study, the new evolution equation for electrons under the electric field, which is deduced by the interchange of space and time in the conventional continuity equation, is solved to describe the arrival-time spectra of electron swarms considering expanded terms up to second and third orders in the equation. Comparison of solutions for both the orders of the equation is made, and validity of the solutions is discussed.

要 旨

弱電離気体放電の発展過程を観測する通常のタイムオブフライト (TOF) 実験で得られる電子スオームの到着時間分布は、従来良く知られた連続の式と時空対称な関係にある発展方程式を解いて理論的に導出されうが、本研究では、その際に、発展方程式の展開項として、2次の項までが考慮された場合と3次の項までを含めた場合とで、解がどの程度異なるかを調べる。

1. はじめに

筆者らはこれまで、弱電離気体放電における電子スオームを観測する通常の、いわゆる、タイムオブフライト (TOF) 実験が、従来のTOF理論で記述されるような、時々刻々と全空間の電子分布を観測するようなものではなく、ドリフトチューブ内の定位置で電子が到着する時間分布を測定するものであることに着目し、そうした実験に直接対応する到着時間分布 (ATS: arrival-time spectra) の解析を進めてきた^{1),2)}。この解析においては、従来良く知られた電子流連続の式と時空対

北海道大学医療技術短期大学部診療放射線技術学科

* 阿南工業高等専門学校 電気工学科

** 北海道大学工学部 電気工学科

Department of Radiological Technology, College of Medical Technology, Hokkaido University

* Department of Electrical Engineering, Anan Technical College

** Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Hokkaido University

称な関係にある、新しい方程式（以下、発展方程式と呼ぶことにする）が導入されている。この式に用いられている係数は、TOF実験で測定された到着時間分布波形から、分布の平均や分散を求めるような簡単な手続きにより直接的に導出されるもので、ATS解析はそれらの係数（ATSスオームパラメータ）をガスの電子衝突断面積から理論的に計算することを可能とするものである。よって、実験と理論の結果を比較検証する場合などにおいて、これらの係数は両者を結びわめて有効な役割を果たすと考えられる。到着時間分布は、これら係数を含む新しい発展方程式を解くことによって再現することができる。

本稿では、このような到着時間分布を与える発展方程式の、一般的に用いられる2次までの係数を持つ展開形と、3次の高次項を含めた展開形とについて、解析的な解を求め、両者で分布形状がどの程度異なるかを調べたので報告する。

2. 理 論

本解析で対象とする、よく知られた連続の式と、時空対称な関係にある発展方程式は、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(z, t)}{\partial z} &= \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^{(k)} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial t} \right]^k n(z, t) \\ &= \alpha^{(0)} n - \alpha^{(1)} \frac{\partial n}{\partial t} + \alpha^{(2)} \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - \alpha^{(3)} \frac{\partial^3 n}{\partial t^3} + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、電界は z 軸方向とし $n(z, t)$ は x と y の成分について積分された時刻 t 位置 z での電子密度を表す。このような無限展開形になっているのは、係数 $\alpha^{(K)}$ ($K=0, 1, 2, 3, \dots$)を時間 t に依存しない値として時間微分の外へ出しているからであり、局所的な位置と時刻で成り立つ厳密な式の時間モーメントをとることによって上式は導かれる³⁾。係数 $\alpha^{(0)}$ 、 $\alpha^{(1)}$ はそれぞれ、実効電離係数、平均到着時間から定義される電子スオームのドリフト速度 W_m の逆数を表し、 $\alpha^{(2)}$ 以降の係数は分布密度の時間についての K 次モーメント($K=2, 3, \dots$)に関係する係数となっている。これらは、電子スオームが初電子が注入された位置から十分離れた位置で流動平衡状態 (in hydrodynamic regime) となると、位置 z にも依らない定数となる。

通常、偏微分方程式の解析などで広く扱われている連続の式は、(1)式の右辺第3項までで打ち切ったもの（ただし、 t と z は入れ代わっている）であり、フーリエ変換法などにより解析的に解を求めることができる。ここでは、より厳密な式として、 $\alpha^{(3)}$ を含む第4項目を入れると、解がどの程度第3項目までの近似解と異なるかを調べる。

まず2次係数までの式、

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial z} = \alpha^{(0)} n - \alpha^{(1)} \frac{\partial n}{\partial t} + \alpha^{(2)} \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} \quad (2)$$

は、流動平衡状態の下では以下のような解をもつと考えられる。

$$n(z, t) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi\alpha^{(2)}z}} \exp\left\{\alpha^{(0)}z - \frac{(t - \alpha^{(1)}z)^2}{4\alpha^{(2)}z}\right\} \quad (3)$$

ここで、 N_0 は $t=0$ 、 $z=0$ での初期電子密度である。(1)式の無限展開形での解は、(2)式の解である(3)式を用いて次のように与えることが可能である。すなわち、(3)式を $n_2(z, t)$ と書くことにすると、

$$n(z, t) = n_{\infty}(z, t) = \exp\left\{\sum_{r=3}^{\infty} (-1)^r \beta_r(z) \left[\frac{\partial}{\partial t}\right]^r\right\} n_2(z, t) \quad (4)$$

となる。ただし、 $\beta_r(z) = \alpha^{(r)} z$ である。(4)式より、3次までの項を含む方程式

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial z} = \alpha^{(0)} n - \alpha^{(1)} \frac{\partial n}{\partial t} + \alpha^{(2)} \frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - \alpha^{(3)} \frac{\partial^3 n}{\partial t^3} \quad (5)$$

の解 $n_3(z, t)$ は、 $r=3$ を代入して

$$n_3(z, t) = \exp\left\{-\beta_3 \left[\frac{\partial}{\partial z}\right]^3\right\} n_2(z, t)$$

と表わされる。この式の右辺の指数関数を展開することにより、結局

$$n_3(z, t) = n_2(z, t) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\beta^j}{j!} \times \sum_{r=0}^{\lfloor 3j/2 \rfloor} \frac{(-1)^r (3j)!}{r!(3j-2r)!} (1/4)^r \zeta^{3j-2r} \\ = n_2(z, t) \left[1 + \beta \left(\zeta^3 - \frac{3}{2} \zeta \right) + \frac{\beta^2}{2} \left(\zeta^6 - \frac{30}{4} \zeta^4 + \frac{45}{4} \zeta^2 - \frac{15}{8} \right) + \dots \right] \quad (6)$$

が導かれる。ただし、 $\lfloor 3j/2 \rfloor$ は $3j/2$ を超えない最大整数を表し、

$$\zeta = \frac{(t - \beta_1)^2}{4\beta_2}, \quad \beta = \frac{\beta_3}{(\beta_2)^{3/2}} : \left[\beta_r(z) = \alpha^{(r)} z \right]$$

である。 β が1よりも十分小さい条件では、上式は、

$$n_3(z, t) \simeq \left\{ 1 + \beta \left(\zeta^3 - \frac{3}{2} \zeta \right) \right\} n_2(z, t) \quad (7)$$

とすることができる。以上のように導出された $n_2(z, t)$ と $n_3(z, t)$ に対し、ボルツマン方程式解析等により求められる α 係数を代入することによって、両者の解の形状を較べることができる。

α 係数には筆者らが既に報告したSF₆ガス中の計算結果⁴⁾を用いることにする。

3. 結果と考察

図1に、発展方程式を解いて得られた電子スオームの到着時間分布を示す。なお、初期電子は δ 関数状に注入するものとし、電子の到着時間を測定する位置は初期電子を注入する点から、電界方向に1 cm から4 cm での位置に設定した。図1は、電界強度が、スオーム内の電離と電子付着の周波数がほぼ釣り合う換算電界 $E/N = 362$ Td での波形を表しており、 $\alpha^{(3)}$ までを考慮した式の解は $\alpha^{(2)}$ までを考慮した解に比べ、波形のピーク部分が鋭くなり裾の幅が広がっていることがわかる。この E/N 条件での結果は両者の差異が比較的顕著に現れている例であり、より高い E/N 、例えば $E/N = 500$ Td における計算では、波形の差はほとんどみられなかった。また、 E/N が362 Td より低い場合も、差異がより小さい傾向がみられた。

表1には、図1の波形を求めるために用いられた α パラメータの値を示してある。

表1 SF₆中の α パラメータ
($E/N = 362$ Td)⁴⁾

$\alpha^{(0)}$ [1/cm]	-0.01
$\alpha^{(1)}$ [s/cm]	3.72×10^{-8}
$\alpha^{(2)}$ [s ² /cm]	4.59×10^{-17}
$\alpha^{(3)}$ [s ³ /cm]	8.5×10^{-26}

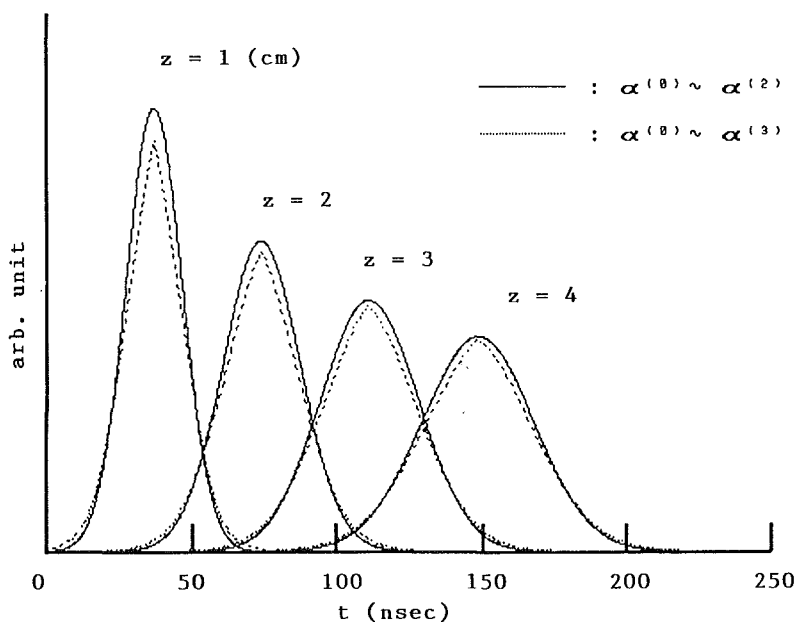
図1 SF₆ガス中の電子スウォーム到着時間分布

図1で示したような到着時間の分布波形は、2重シャッタを用いた通常のTOF実験で観測されるもので、観測原理に忠実に対応しているため、発展方程式の展開項数を多くして、より正確に求めることが望ましい。しかし、他のガスでの実験結果では、ガウス分布に非常に近い到着時間分布が得られており⁵⁾、2次係数までの方程式の解は良い近似解を与えることが確認されている。今回求めた3次の係数を加えた発展方程式の解と、2次係数までを考慮した方程式の解の差は、実際に観測される分布波形の測定精度等を考慮すると、さほど大きくはないとも考えられるが、高次項の影響を調べておくことは理論解析において重要であると考えられる。今回、 E/N により3次係数の影響度合いが異なることがわかったが、今後どのような物理条件がその度合いを左右しているのかを、より詳しく検討する必要があると思われる。

4. ま と め

電子スウォームの到着時間分布を与える発展方程式において、その式の展開項を、2次係数の項までと3次係数の項までとした場合について、得られる波形分布の解を比較した。SF₆中においては、換算電界 $E/N=362$ Td程度において比較的その差異が顕著であり、3次係数までを含めることによって、パルス波形のピーク部分が先鋭になり裾の幅が広がる傾向がみられることがわかった。

参考文献

- 1) Kondo K and Tagashira H 1990 J. Phys. D : Appl. Phys. 23 1175-83
- 2) Date H, Kondo K and Tagashira H 1990 J. Phys. D : Appl. Phys. 23 1384-9
- 3) Tagashira H, Sakai Y and Sakamoto S 1977 J. Phys D : Appl. Phys. 10 1051-63
- 4) Date H, Kondo K and Tagashira H 1992 J. Phys. D : Appl. Phys. 25 1330-4

- 5) 伊達広行, 長谷川博一, 近藤敬一, 下妻光夫, 田頭博昭: 1993, 電気学会論文誌 A, 113 巻 12 号 (掲載予定)