HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	素粒子論の一つの試み
Author(s)	進藤, 益男
Citation	Memoirs of the Faculty of Engineering, Hokkaido University, 8(1), 125-140
Issue Date	1948-02-20
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/37747
Type	bulletin (article)
File Information	8(1)_125-140.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

素粒子論の一つの試み

進藤益男

（昭和22年3月1日）

A Theory on Elementary Particles

Sindō Masuo

Abstract

In microscopic phenomenon, it might be expected that the influence from the observative system should play much more important role than in the present standpoint and the domain appears where the relativistic description must be altered. The author thinks that the concept which has hitherto been taken in the relativistic standpoint, i.e. the four dimensional timespace manifold and phenomenon are absolute to the observative system, should be altered so as these should be decided relative to the observative system. As a simplest trial from such standpoint a field theory is proposed in wich a treatment named "laticization" is introduced. The following results ensues ; -- there are boundary values to the magnitude of the energy of one free elementary particle, and the self energy of an electron and a nuclear particle become finite. In general it can be expected that the difficulty of the divergence in the present theory disappears automatically.

目　次

1. 緒　論 …… 125
2. 時空概念に於ける絶對性の變更 …… 126
3. 物理的認識の意味 …… 128
4. 整變數の函數 …… 129
5. 輻射場 …… 131
6. 自由素粒子の場 …… 134
7. 場一般論 …… 136
8. 靜電ポテンシャルと電子の自己エネルギー …… 137
9. 靜核ポテンシャルと核子の自己エネルギー …… 139

§1. 緒　論

中間子場と核子の場との共存等一般に作用し合ふ二種以上の場の共存の理論に於て現在の相對性量子力學が行きづまつてゐることは周知の通りである。此の完全な打開は個々の現象に對する機構の吟味だけでは不可能であつて現在の相對性量子力學の方法，基礎概念の變更を必要とするものと認められる。現象に對する種々の機構を提出しても現在の理論的取扱をとる限り切斷といふ様な

ことを行はなければ發散の困難につきあたり，實は提出した機構そのものの眞僞を決定出來ない現狀にある。現在の場理論は特殊相對性理論の要求を滿す樣に作られてゐる。量子力學によつては狀態概念の變更をもたらしたが，時空概念の方は以前のままである。現在迄提出された新理論に對する試みは連續四次元時空間に對する相對論的要求を何等かの形で保持しつつ理論を建設し結果に於て時空不連續性，素粒子半徑に相當するものを期待するといふ方向に向つてゐる。其等相對論的立場の延長による試みが成功するならば物理的認識はすべて相對論的思想圈內に於て記述され得ることとなり甚だ喜ばしいがそうでないのであるから，Eeinstein の相對性原理が Newton 力學の思想圈內を脫することによつて到達された樣に，微視的現象に於ては相對論的要求が滿され得ない領域があり，從つて現在の相對論的立場を脫することによつて困難打開の端緒が得られるといふ豫想もなし得る。相對論的立場では時空間の各點に對する座標の附け方及び現象に對する具體的表現は各觀測系によつて一應異なるが，時空間そのもの，現象そのものは各觀測系に超越して絕對的に存在してゐると信ずる方向に向ふ。しかし觀測系の立場は巨視的現象に對しては何等影響を及ぼさないが微視的となるに從ひ現在の量子力學に於けるよりも一增重要となるものと豫想されるから，相對論的立場の延長による試みが成功しないのは當然と云ふべきかも知れない。

筆者は本稿に於て特殊相對性理論以來の絕對的な時空間及び現象の概念を變更してみることを提案し，兩概念の觀測系に對する相對性（現在の相對論に於ける相對性とは意味が全く異なる）を主張し，此の見地から素粒子論の一つの試みをなしてみたい。Lorentz 不變性等の要求は現在の理論でも滿足に記述出來る範圍に於てのみ滿される樣進めばよいから構想がよほど自由になり，困難打開の種々の可能性が生ずる。但し此は巨視的現象の幾何學的記述や自然法則の客觀性を否定しようとするものではない。

§2. 時空概念に於ける絕對性の變更

筆者の提案を明瞭にする爲特殊相對性理論以來の時空概念を要約してみると

1° 時空間は各觀測系に對して（空間及び時間に分割せず全體としてみれば）同じものである。即絕對的（共有的）存在である。特定の觀測系に對して特定の座標系が對應する。

2° 時空間は四次元の連續な集合體である。即其の一點は或る座標系に關して四つの實なる座標 (x, y, z, t) で表現される。

さて上記時空間の特徵として相對的であると云はれるが，其は各點に對する座標の附け方が各觀測系によつて異なる結果，Newton 力學に於ける樣な絕對空間及び絕對時間なるものを考へ得ないといふことである。此の特徵は常に指摘されるが一方，四次元時空間そのものの絕對性は明白として問題視されず，現在迄其れに對し何等の批判をもなされてゐない樣である。以下時空間の相對性といふ言葉を上述の意味にとらず，觀測系との次の樣な關係を意味するものとする。即觀測系 M_1 に對する時空間 R_1 と觀測系 M_2 に對する時空間 R_2 とは同じものと云へない。但し R_1 と R_2 との集

合としての構造は同じであつてもよい。此の様に相對性なる言葉の意味を定めると 1°, 及び 2° に於ては時空間は絶對的であり相對的であると云へない。さて緒論で述べた様な理由から相對論的立場を一應脱して出發することとし 1° を次の如く變更してみよう。

1. 時空間は觀測系に對して相對的である。

量子力學の出現によつて觀測系の立場が觀測と密接な關聯を有することが主張される様になつたが，時空間に對しては座標の附け方といふ表現方法に關聯させるにとどまり，時空間そのものに對する相互的關聯は注意されてゐない。微視的現象記述に於ける困難を打開するであらう理論では，觀測系の立場が現在の理論に於けるよりも一層深く入つて來て，時空間そのものに對する影響が豫想され 1 の如き提案をなしたのである。即各觀測系は各々の觀測裝置によつて觀測するといふ事實から各觀測系は其の獨自性に應じて時空間を構成し觀測結果を記述するとするのである。

時空間の集合としての構造をどう取るかに對しては本稿に於ては最も簡單な試みとして次の提案をなして置く。

2. 各觀測系に對する時空間は四次元であり，其の一點は (n_x, n_y, n_z, t) で表現される。n は整數，t は實數値を取る。

これは 1 よりも更に暫定的な試案である。勿論現在の理論で取扱へる現象に對しては次節で述べる様に近似的に時空間は絶對的且連續と見做し得る様理論を建設しなければならない。2 の前提をなしたからといつて空間部分を單に格子的に考へるといふのではなく，其は不連續を導入するにとどまる。計量其他の導入を現象と關聯させる事も考へ得るだらう。又 2 の如き提案は微視的現象に於て相對論的に記述し得ない領域があると豫想する立場に立つたからこそ許されることは言ふまでもない。周知の様に Heisenberg[1] 等は將來の理論では長さの r_0, 時間の r_0/c 以下のものは無意味となるかも知れないと豫想してゐるが，2 では時間は連續とし特殊な役割を與へてゐる。現在の理論では結果を物理的に解釋する場合，時空間に $t=\text{const}$ なる面を考へ非相對論的な狀態の概念を用ひてゐるが，將來される理論では其を相對論的にせねばならないと期待され，Dirac の先驗確率の考へ，Dirac[2], Bloch[3] の多時間理論，朝永教授[4] の超時間理論等が提出された。超時間理論に至つて $t=\text{const}$ なる面は“空間的な面”に一般化され要求が一應滿足されたが無限大の困難が排除されたわけではない。

Dirac 自身前記の研究の後に，將來の理論に於ける狀態の概念はむしろ現在のものに近いのかも知れないとも言つてゐる[5]。少く共現在迄の所物理的觀測は時刻 t_0 に於ける空間的觀測と t_1 に

1) Heisenberg : Ann. d. phys., 32 (1938), 20.
2) Dirac: Proc. Roy. Soc., 136 (1932), 453.
3) Bloch: Phys. Z. SSUR., 5 (1934), 301.
4) 朝永：理研彙報, 22 (1943), 545.
5) Dirac: Quantum mechanic 2nd ed. (1935), 序文.

於ける空間的觀測とより成り時間は特殊な役割を持つ。t_1 なる時刻も實は或る現象の空間的觀測によつて與へられ，t_0 から t_1 迄の t は現象記述の手段として導入してある樣になつてゐる。

§3. 物理的認識の意味

時空概念の變更に伴ひ當然物理的認識は如何なる形式で記述されるかが定められなければならない。論點を明瞭にする爲此に對する現在の相對性量子力學の立場を要約してみる。

3° M_1 なる觀測系が時刻 t_0 に於て觀測を行ひ，t_0 に於ける狀態 $\Phi(t_0)$ を知つたならば t_0 より後の t_1 に於ける狀態 $\Phi(t_1)$ は理論的に豫知出來る。Φ なる狀態で觀測量 A を觀測した場合觀測値は A の固有値のどれかであり，其が a である確率は $|(\varphi_a \Phi)|^2$ で與へられる。但し φ_a は A の固有値 a に屬する固有函數である。この述べ方は Shrödinger 描象によつてゐる。

4° 二つ以上の觀測系間の關聯に關しては便宜上 Heisenberg 描象をとらう。物理的量は時空間の函數として表現されるが，時空間は各觀測系に共通であるから一つの觀測系 M_1 に對する量及び場方程式を知れば他の觀測系 M_2 に對するものは，M_1 及び M_2 に對する座標系間の對應によつて必然的に定まる。更に特別な座標系なるものを考へ得ないこと，物理的認識に對する客觀性の要求により場方程式は各觀測系に對し同じ形なることが要請され（交換關係等も場方程式と一つと見做す）其は座標系の變換に對して不變でなくてはならない。

さて 3°, 4° に於て M_1 の觀測結果から M_2 のを豫知出來る樣になつてゐるのは，時空間及び現象の觀測系に對する絶對性を無條件に認めてゐるからこそであるが，此は既に現在の立場に於てすら決して明瞭なものでないことを指摘する。今 M_1 が時刻 t_0 に於て狀態を切斷し $\Phi(t_0)$ を得たとすれば $t > t_0$ に對する狀態は理論上判るが $t < t_0$ に對する狀態は切斷の結果判らない。從つて M_2 に對する狀態は嚴密には判らない。

又一つの觀測系の觀測に於て交換不可能な觀測量に對する所謂相補性は强調されるが，二つの觀測系の觀測に於て M_1 の觀測に於ける M_2 からの擾亂とも云ふべきことに關しては論ぜられてゐない。しかし其は現象が微視的となるに從ひ重要となり，嚴密には觀測系間の對應といふことが意味を持ち得ないといふ次の樣な議論も成立し得る。二つの觀測系 M_1, M_2 間に何等かの相互作用があつて兩系の相對的狀態なるものが指定される可能性が生じ，從つて對應といふことが問題になり得るとする（若し何等の相互作用もなければ兩系の對應といふことは始めから問題になり得ない）。先ず M_1 が觀測し次に M_2 が觀測するといふ樣なことは既に相對論的に一般に意味がない。M_1 及び M_2 より共に認められる現象 A が起きてゐるものとすれば M_1 は A, M_2, A 及び M_2 間の相互作用等を觀測することになるが，A そのものと他のものとを分離して觀測するなどといふことは現象が微視的となれば一般に不可能であらう。

一方 M_2 は A, M_1, M_1 及び A 間の相互作用を觀測することになり，實は M_1 と M_2 とは異つた現象を觀測してゐることになる。今 M_1 が A なる現象を問題にしてゐる場合，M_2 も又 A を問題

になし得る時は A は M_1 及び M_2 に對し絶對的に存在してゐると言ふことにし，M_1 が A を問題にしてゐる場合 M_2 は A そのものを問題になし得ない時は，A は M_1 に相對的に存在してゐると言ふことにする。そうすれば上述の議論は現狀理論と異なり現象は觀測系に相對的に存在してゐることを主張したことになる。此等の吟味を參照し 3°, 4° に相當して次の如く置こう。

3. 3° と同じ。

4. 場方程式は各觀測系に對して同じである。時空間を各觀測系に相對的としたが，其の集合としての構造は同じ（例へば 2 の如く）とすることが出來るから 4. の要請を滿させることが出來る。從つて二つの觀測系に對して同じ形の初期條件で起つた現象は同じ觀測結果を豫知せしめる。即 3, 4 の變更された立場に於ても物理的認識の客觀性といふことは成立してゐるのである。4 に於ては 4° に於ける如く二つの觀測系間の對應に就ては何等言及してゐないが，此は時空間及び現象の觀測系に對する相對性を主張する立場からは其の樣な事は意味をなさないから當然である。又變更された立場では一つの觀測系の時刻 t_0 に於ける觀測結果から同じ觀測系の t_1 に於ける觀測結果を豫知出來る樣に理論が構成されてゐれば其で一應現象記述の形式は完結したことになり，他の條件は必要としなくなる。さてしかし現在の理論で充分取扱へる現象に對しては新しく提案される理論も現在のと一致した結果を與へなくてはならないから，其の樣な現象に對しては時空間は連續的且絶對的と近似的に見做してもよい樣に場方程式が導入されなくてはならない。ここでは次の樣にする。

5. 場方程式の中に長さの元を持つ常數 r_0 が含まれてゐて，其を零に近ずければ場方程式は相對論的要請を滿すものに移行する。

この樣にすると r_0 を零に近ずけて取扱つても差支へない現象に對しては座標系の變換といふことが考へられ，其を觀測系の立場の變更と見做せば二つの觀測系間に現在の理論に於ける程度の關聯がつけられることになる。

§4. 整變數の函數

現在の相對論的立場の變更による最も簡單な試みとして時空間の構造を 2 の如く置くことにしたから場方程式を構成する前に不連續な變數の函數に對する純數學的な準備をする。

函數 $f(n_x, n_y, n_z, t)$ に於て各變數の變域は次の如く與へられてゐるものとする。

n_x, n_y, n_z ; 整數系 $(0, \pm 1, \pm 2, \cdots\cdots)$

t ; 實數體

t が連續な實變數と呼ばれるのに對應し，n_x, n_y, n_z, を整變數と呼ぼう。整變數による導來函數 $\dfrac{\partial f}{\partial n_x}$ 及び整數系の部分集合 A に於ける積分 $\int_A f\, dn_x$ を次の如く定義する。

定義 1.

$$\frac{\partial f}{\partial n_x} \equiv f'_{n_x} \equiv \frac{f(n_x+1, n_y, n_z, t) - f(n_x-1, n_y\, n_z, t)}{2r_0} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4,\ 1)$$

$$\int_A f\,dn_x \equiv \sum_i^A r_0 f(n_{x_i}, n_y, n_z, t) \quad \cdots\cdots \quad (4,\ 2)$$

但し r_0 は常數，$\sum_i^A$ は n_{x_i} が A に屬する各値を取つた場合の和を示す。特に A が $\{n_0, n_0+1, \cdots n_1\}$ なる場合を $\int_{n_0}^{n_1} f\,dn_1$ で示す。上の定義では r_0 が特別の役割を果してゐるから其を記號の上に標識すべきであるが簡單の爲連續變數の場合と同じ形に書いておく。 實變數 x, Δx に相當するものが $n_x r_0$, r_0 であると考へれば定義の直觀的意味は明らかであらう。(4, 1) なる定義は $\{f(n_x+1, n_y, n_z, t) - f(n_x, n_y, n_z, t)\}/r_0$ と少し異なることに注意されたし。高階微分係數，多重積分等は (4, 1), (4, 2) を反復して定義する。例へば

$$\frac{\partial^2 f}{\partial n_x^2} \equiv \frac{\partial}{\partial n_x}\left(\frac{\partial f}{\partial n_x}\right) \equiv \frac{f(n_x+2, n_y, n_z) - 2f(n_x, n_y, n_z) + f(n_x-2, n_y, n_z)}{4r_0^2} \quad \cdots\cdots \quad (4,3)$$

定理 1.

$$\frac{d}{dn_x}\left(e^{ian_x}\right) = i\,\frac{\sin a}{r_0}\,e^{ian_x} \quad \cdots\cdots \quad (4,\ 4)$$

$$\frac{d^2}{dn_x^2}\left(e^{ian_x}\right) = -\frac{\sin^2 a}{r_0^2}\,e^{ian_x} \quad \cdots\cdots \quad (4,\ 5)$$

證明は $\frac{d}{dn_x}\left(e^{ian_x}\right) = \frac{e^{ia(n_x+1)} - e^{ia(n_x-1)}}{2r_0} = \frac{e^{ia} - e^{-ia}}{2r_0}\,e^{ian_x}$ より明らかである。

$\vec{n} \equiv (n_x, n_y, n_z)$ と書き δ 函數を次の如く定義する。

定義 2.

$$\delta(n_x - n_{x_0}) = \frac{1}{r_0}, \quad (n_x = n_{x_0} \text{ の時})$$
$$= 0 \quad (n_x \neq n_{x_0} \text{ の時})$$
$$\delta(\vec{n} - \vec{n_0}) \equiv \delta(n_x - n_{x_0})\,\delta(n_y - n_{y_0})\,\delta(n_z - n_{z_0})$$

$\delta'_{n_x}(n_x - n_{x_0})$ は $n_x = n_{x_0}+1$ なる時 $-1/2r_0^2$, $n_x = n_{x_0}-1$ なる時 $1/2r_0^2$, 他の場合は 0 となり次の關係を得る。

定理 2.

$$\int_A f(n_x)\,\delta(n_x - n_{x0})\,dn_x = f(n_{0x}) \quad \cdots\cdots \quad (4,\ 6)$$

$$\int_A f(n_x)\,\delta'_{n_x}(n_x - n_{x_0})\,dn_x = -f'_{n_x}(n_{x_0}) \quad \cdots\cdots \quad (4,\ 7)$$

但し A には，$n_{x_0}-1$, n_{x_0}, $n_{x_0}+1$ が含まれてゐるとしてある。連續變數に於ける $\delta(x-x_0)$, $\delta'(x-x_0)$ は記號的の意味のみを有するのに對し $\delta(n_x-n_{x_0})$, $\delta'_{nx}(n_x-n_{x_0})$ は實際に存在する函數である。

定理 3.

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial n_x}\Big(f(n_x)\,g(n_x)\Big) &= f'(n_x)\,g(n_x+1) + f(n_x-1)\,g'(n_x)\\ &= f'(n_x)\,g(n_x-1) + f(n_x+1)\,g'(n_x)\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (4,\ 8)$$

$$\int_{n_0}^{n_1} \frac{\partial f(n_x)}{\partial n_x}\, dn_x = \Big[f(n_x) \Big]_{n_0}^{n_1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4,\ 9)$$

$$\left.\begin{aligned} \int_{n_0}^{n_1} f'(n_x)\, g(n_x)\, dn_x &= \Big[f(n_x)\, g(n_x-1) \Big]_{n_0}^{n_1} - \int_{n_0}^{n_1} f(n_x-1)\, g'(n_x-1)\, dn_x \\ &= \Big[f(n_x)\, g(n_x+1) \Big]_{n_0}^{n_1} - \int_{n_0}^{n_1} f(n_x+1)\, g'(n_x+1)\, dn_x \end{aligned}\right\} \cdots\cdots \quad (4,\ 10)$$

但し $\Big[F(n_x) \Big]_{n_0}^{n_1} \equiv \dfrac{F(n_1+1)+F(n_1)}{2} - \dfrac{F(n_0)+F(n_0-1)}{2}$

定理 4. 週期 N なる整變數の函數の集合に對し

$$\varphi_m(n_x) \equiv (Nr_0)^{-\frac{1}{2}} e^{i2\pi \frac{m}{N} n_x}, \qquad m = 0,\ \pm 1,\ \cdots\cdots\ \pm\left(\frac{N}{2}-\frac{1}{2}\right)$$

なる合計 N 個の函數は完全正規直交系を成す。

但し簡單の爲 N は奇數とし正規化は n_x の一週期に對し行つてある。又直交性等の定義は連續變數の場合と形式的に同じとして置く。

證明　週期 N なる函數 $f(n_x+N) = f(n_x)$ に對しては n_x の N 個の値 $0,\ 1,\ \cdots (N-1)$ に對する f の値が定まれば他も定まる。變域が $\{0,\ 1,\ \cdots (N-1)\cdot\}$ の變數の函數は同變域に於ける N 個の直交函數の一次結合として表はされる。 $\varphi_m(n_x)$ は次の樣に直交系であり且其の一次結合はやはり N を週期として持つから定理は證明されたことになる。

$$\int_0^{N-1} \varphi_{m_1}^* \varphi_{m_2}\, dn_x = \sum_{n_{x_i}=0}^{N-1} \frac{r_0}{(Nr_0)} e^{i2\pi \frac{(m_2-m_1)}{N} n_x}$$

$$= \frac{1}{N} \frac{1-e^{i2\pi \frac{(m_2-m_1)}{N} N}}{1-e^{i2\pi \frac{(m_2-m_1)}{N}}} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (m_1 \neq m_2)$$

定義 3.

$$\mathrm{grad}\ f(n_x, n_y, n_z) \equiv \left(\frac{\partial f}{\partial n_x},\ \frac{\partial f}{\partial n_y},\ \frac{\partial f}{\partial n_z} \right)$$

div, Rot, Δ, $\Box$ 等も連續變數の場合と形式的に同樣に定義する。

§5. 輻　射　場

相對論的立場を變更して 1～5 の要請を一應提案したのであるが, 其等を滿す樣な取扱を先づ輻射場に就て爲そう。

從來の c 數の輻射場の方程式に於て $\dfrac{\partial}{\partial x}$, $\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$ 等を $\dfrac{\partial}{\partial n_x}$, $\dfrac{\partial^2}{\partial n_x^2}$ 等で置き換へたものを新しく量子化前の c 數の場方程式として採用する。 $\dfrac{\partial}{\partial n_x}$ 等の中に r_0 が入つてゐるから場方程式の中に

長さの元を持つ普遍常數を入れたことになる。此の様な取扱を場方程式の格子化 (laticization) と名付ける事にする。即適當に選ばれた A に對し c 數の輻射場の方程式は

$$\left.\begin{aligned} \Box A &= \frac{\partial^2 A}{\partial n_x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial^2 n_y} + \frac{\partial^2 A}{\partial^2 n_z} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0 \\ \operatorname{div} A &\equiv \frac{\partial A_x}{\partial n_x} + \frac{\partial A_y}{\partial n_z} + \frac{\partial A_z}{\partial n_z} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 1)$$

數學的簡單さの爲連續空間の場合と平行には A は $n_x,\ n_y,\ n_z$ に關し N (奇數とす) なる週期を持つものとする。此は輻射場全體が

$$V = L^3\ , \qquad \text{但し} \quad L = Nr_0$$

の中に閉ぢこめられてゐることに相當する。4節定理4によつて (5, 1) の解は次の如くなる。

$$A = \sum_{\mu}\sum_{\lambda}\left(q_{\lambda\mu}(t)A_{\lambda\mu} + q^*_{\lambda\mu}(t)A^*_{\lambda\mu}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 2)$$

$$\text{但し} \qquad A_{\lambda\mu} = \vec{e}_{\lambda\mu}\varphi_\lambda\ , \quad \varphi_\lambda = \left(Nr_0\right)^{-\frac{3}{2}} e^{i\vec{k}_\lambda \vec{n} r_0} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 3)$$

$\vec{k}_\lambda$ は波數ベクトルで其の取り得る値は次の如く N^3 個である。

$$\vec{k}_\lambda \equiv \left(2\pi\frac{\lambda_x}{Nr_0},\ 2\pi\frac{\lambda_y}{Nr_0},\ 2\pi\frac{\lambda_z}{Nr_0}\right)$$

$$\lambda_x,\ \lambda_y,\ \lambda_z,\ = 0,\ \pm 1,\ \cdots\cdots\ \pm\left(\frac{N}{2} - \frac{1}{2}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 4)$$

$\vec{k}_\lambda$ の x 成分を $k_{\lambda x}$, $\vec{k}_\lambda$ の絶對値を k_λ で表はすことにする。(5, 4) から

$$-\pi \leqq k_{\lambda x}r_0,\ k_{\lambda y}r_0,\ k_{\lambda z}r_0 \leqq \pi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 5)$$

(5, 2) の展開に於ては $\frac{2r_0}{\sqrt{3}}$ 以下の短波長に對應する φ_λ は必要としなくなる。此は連續時空間の像で格子化を解釋すると $(n_x+1,\ n_y,\ n_z)$ と $(n_x,\ n_y,\ n_z)$ の距離を r_0 とした様な形になつてゐるから當然豫期される所である。$\vec{e}_{\lambda\mu}$ は $A_{\lambda\mu}$ の方向を示す單位ベクトルであるが, (5, 1) の第二式より §4 定理 1 を參照すれば次の關係を滿さねばならない。

$$\left(\vec{e}_{\lambda\mu}\ \vec{k}'_\lambda\right) = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 6)$$

但し $\vec{k}'_\lambda$ は $\vec{k}_\lambda$ に關聯し次の如く定義されたもので以下補波數ベクトルと呼ぶことにする。

$$\vec{k}'_\lambda \equiv \left(\frac{\sin k_{\lambda x}r_0}{r_0},\ \frac{\sin k_{\lambda y}r_0}{r_0},\ \frac{\sin k_{\lambda z}r_0}{r_0}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 7)$$

$\vec{k}'_\lambda$ の x 成分を $k'_{\lambda x}$, 絶對値を k'_λ で示す。$k_{\lambda x}r_0,\ k_{\lambda y}r_0,\ k_{\lambda z}r_0$ が $\frac{\pi}{2}$ に比し非常に小さければ

$$\frac{\sin k_{\lambda x}r^0}{r_0} \doteqdot k_{\lambda x}$$

等となり $\vec{k}'_\lambda$ は $\vec{k}_\lambda$ と一致する。連續空間の場合には $\vec{e}$ として $\vec{k}_\lambda$ と直交し且互に直交する二つ

のベクトルが取られたがこんどは $\vec{k}'_\lambda$ と直交し且互に直交するものが取られることになる。振幅 $q_{\lambda\mu}(t)$, $q^*_{\lambda\mu}(t)$ は (5, 2) が (5, 1) の解となる爲には4節定理1により，次の形の微分方程式を満足しなければならぬ。

$$\frac{d^2 q_{\lambda\mu}}{dt^2} + \nu_\lambda^2 q_{\lambda\mu} = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 8)$$

但し

$$\nu_\lambda = ck'_\lambda = c\sqrt{\left(\frac{\sin k_{\lambda x} r_0}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\sin k_{\lambda y} r_0}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\sin k_{\lambda z} r_0}{r_0}\right)^2}$$

即振動數 ν_λ は $\vec{k}_\lambda$ ではなく $\vec{k}'_\lambda$ で決るわけである。

量子化は Dirac の方法をそのまま用ひ $q_{\lambda\mu}(t)$, $q^*_{\gamma\mu}(t)$ を η 數とし

$$q_{\lambda\mu} = c\sqrt{\frac{h}{\nu_\lambda}}\ e^{-i\nu_\lambda t}\ b_{\lambda\mu}$$

$$q^*_{\lambda\mu} = c\sqrt{\frac{h}{\nu_\lambda}}\ e^{+i\nu_\lambda t}\ b^*_{\lambda\mu}$$

で與へられる演算子 $b_{\lambda\mu}$, $b^*_{\lambda\mu}$ を導入し

$$b_{\lambda\mu} b^*_{\lambda'\mu'} - b^*_{\lambda'\mu'} b_{\lambda\mu} = \delta_{\lambda\lambda'}\delta_{\mu\mu'} \times 1$$

なる交換關係を置けば $N_{\lambda\mu} \equiv b^*_{\lambda\mu} b_{\lambda\mu}$ の固有値は 0, 1, 2, …… となる。全エネルギー E 及び運動量 G は $\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}$, $\boldsymbol{H} = \mathrm{Rot}\,\boldsymbol{A}$ より (Rot は整變數に關するもの) 次の如くなる。

$$\left.\begin{aligned} E &= \frac{1}{8\pi^2}\int\left(\boldsymbol{E}^2 + \boldsymbol{H}^2\right)\vec{dn} = \sum_{\mu}^{1,2}\sum_{\lambda}^{N^3} h\nu_\lambda\left(N_{\lambda\mu} + \frac{1}{2}\right) \\ \boldsymbol{G} &= \frac{1}{4\pi c}\int\left[\boldsymbol{E},\ \boldsymbol{H}\right]\vec{dn} = \sum_{\mu}^{1,2}\sum_{\lambda}^{N^3} h\vec{k}'_\lambda\left(N_{\lambda\mu} + \frac{1}{2}\right) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 9)$$

$\int \vec{dn}$ は三種積分で n_x, n_y, n_z の各一週期に付て行つたものである。N が有限即體積 V が有限であるならば (5, 9) に於ける $\sum_\mu\sum_\lambda$ は體積に正比例した和であるから，零點エネルギー等は體積に正比例した有限値となり，特別な取扱をしなくても零點エネルギーの難點は解消してゐる。

$$\vec{G}_\lambda \equiv h\vec{k}'_\lambda, \qquad E_\lambda \equiv h\nu_\lambda = hck'_\lambda \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 10)$$

を各々 λ 光子一個の運動量，エネルギーと解釋すれば從來と同じ次の關係が成立する。

$$E_\lambda^2 = c^2 G_\lambda^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5,\ 11)$$

$\vec{G}_\lambda$ の x 成分に着目してみると (5, 7), (5, 10) により $k_{\lambda x} r_0$ が小さければ從來のものと一致するが $k_{\lambda x} r_0$ が漸次增加して $\frac{\pi}{2}$ になれば ($\lambda_x \doteqdot \frac{N}{4}$, 波長 $4r_0$) 極大値 h/r_0 となり $k_{\lambda x} r_0$ が $\frac{\pi}{2}$ より增加して π (波長 $2r_0$) に致る間では逆に減少する。これは物理的には觀測裝置の素粒子性によるものと解釋し得る。光子一個のエネルギーには最大値があることになるが，此處で用ひた $\boldsymbol{A}$ に對する境

界條件からは其の最大エネルギーを與へる $\vec{k}_\lambda$ は $k_{\lambda x}r_0$, $k_{\lambda y}r_0$, $k_{\lambda z}r_0$ が何れも $\pm\frac{\pi}{2}$ の場合となり球對稱性を缺く。もし光子のエネルギーに對し各方向から來るものを全く同等に觀測し得る觀測系があるとすれば其の系の觀測結果を記述するには別の境界條件を用ひるか，又は何等かの改良を行ふ必要がある*。波長が或値以下のものは表はれて來ないから，現在の理論に於て輻射場と他の場との共存を取扱ふ場合，其の攝動計算の中間狀態に無限に小さい波長の狀態が入つてくることから來る發散の困難は解消すると豫期される。又格子化の手續は元來從來のものと立場を異にするが計算的にも異なる。例へば Wentzel[6] の取扱は現在の立場に於ける切斷と同等であつて，從來の微分方程式を保持し $\vec{k}'_\lambda$ の如きものは表はれて來ないし，エネルギーの限界値の存在等のことは自働的に出て來ないのである。

§6. 自由素粒子の場

スケーラー中間子場の c 數の場方程式を

$$\Box U - \kappa_U^2 U = 0, \qquad \Box U^* - \kappa_U^2 U^* = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6,\ 1)$$

とする。$\Box$ は不連續空間のもの，又中間子の質量 m_U に對し $\kappa_U = m_U c/h$ である。U, U^* は n_x, n_y, n_z に關し N なる週期を持つとし

$$\left.\begin{aligned} U^* &= \sum_\lambda^{N^3} c\,(Nr_0)^{-\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{h}{\nu_\lambda}} \left\{ \overset{+}{b}{}_\lambda^* e^{-i(\vec{k}_\lambda \vec{n} r_0 - \nu_\lambda t)} + b_\lambda e^{-i(-\vec{k}_\lambda \vec{n} r_0 + \nu_\lambda t)} \right\} \\ U &= \sum_\lambda^{N^3} c\,(Nr_0)^{-\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{h}{\nu_\lambda}} \left\{ \overset{+}{b}_\lambda e^{i(\vec{k}_\lambda \vec{n} r_0 - \nu_\lambda t)} + b_\lambda^* e^{i(-\vec{k}_\lambda \vec{n} r_0 + \nu_\lambda t)} \right\}. \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (6,\ 2)$$

の如く展開する。$\vec{k}_\lambda$ は (5, 4) と同樣に與へられる。$\vec{k}'_\lambda$ を (5, 7) と同樣定義すれば ν_λ は k_λ ではなく k'_λ によつて次の如く定まる。

$$\nu_\lambda = c\sqrt{k_\lambda'^2 + \kappa_U^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6,\ 3)$$

Pauli-Weisskoph の方法に從ひ $\overset{\pm}{b}{}_\lambda^*$, $\overset{\pm}{b}_\lambda$ 等を η 數とし適當な交換關係を置けば全エネルギー E, 全運動量 G, 全電荷 q を從來と同じ形に書ける。

但し其等の表式に於ける $\sum_\lambda$ は N^3 個の和となるから，例へば零點エネルギーは體積に正比例した有限値となる。又 λ 狀態の中間子一個の運動量，エネルギーは

$$\vec{G}_\lambda = h\vec{k}'_\lambda, \qquad E_\lambda = h\nu_\lambda$$

となるから，$\vec{G}_\lambda$, E_λ 間には (6, 3) により從來と同樣次の關係が成立してゐる。

$$E_\lambda^2 = c^2(G_\lambda^2 + m_U^2 c^2) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6,\ 4)$$

---

* 連續空間を前提し球對稱な格子化を行ふことは可能であると思ふ。

6) Wentzel: Helb. Phys. Acta **13**, (1940), 269.

ベクトル中間子場に對しても格子化する以外は從來と同樣に爲せばよい。攝動計算等に於ける中間子の無限に小さい波長の狀態から來る困難は §5 の終りに述べたと同樣解消するだらう。電子場に對しては grad を整變數に對して定義されたものを取り

$$\left.\begin{array}{c} ih\dfrac{\partial}{\partial t}\psi = \left[c\vec{\alpha}(-ih\,\mathrm{grad}) + \beta mc^2\right]\psi \\ \text{及び此の複素共軛な式} \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6,\ 5)$$

を c 數の場方程式として採用する。(6, 5) の

$$e^{i\left(\vec{k}_\lambda \vec{n} r_0 - \frac{E\lambda}{h} t\right)}$$

なる因數を持つ特殊解 ψ_λ を求めてみると

$$\psi_\lambda = u_\lambda e^{i\left(\vec{k}_\lambda \vec{n} r_0 - \frac{E\lambda}{h} t\right)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6,\ 6)$$

u_λ は單列マトリツクスで次の代數方程式の 0 でない解である。

$$E_\lambda u_\lambda = \left(ch\vec{k}_\lambda \vec{\alpha} + mc^2\beta\right) u_\lambda$$

u_λ が 0 でない條件を示す E_λ に對する四次方程式から E_λ の $+\nu_\lambda h$ なる二重根, $-\nu_\lambda h$ なる二重根が得られ其れに對應して u_λ は四組得られる。但し $\kappa_m = mc/h$ とすれば ν_λ は次の如く與へられる。

$$\nu_\lambda = c\sqrt{k_\lambda^2 + \kappa_m^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6,\ 7)$$

ψ が n_x, n_y, n_z に關し N なる週期を持つとし此を (6, 6) の形の有限個の函數で展開する。量子化は Iwaneko-Sokolow と同樣に取扱へばよい。零點エネルギー及び全電荷の負の無限大は自然になくなる。又電子場と他の場との共存する場合の取扱ひに於て, 攝動計算の中間狀態等に於て無限に波長の小さい陰陽電子對の存在が可能であることから來る困難は自然解消するだらう。電子一個の量に關しては (6, 4) の中の m_U を m で置き換へた式が成立する。

光子に對する (5, 11) に關聯して述べたことは同樣他の自由素粒子に對しても云へる。其等自由素粒子一個のエネルギーに最大値があること等の結果は直に宇宙線の觀測事實に反するとの批判を受けよう。しかし霧箱の飛跡等から其の運動量などを判定する場合, 現在では特殊相對性力學の妥當性を假定してゐる。§2, 3 等で述べた樣に現象が微視的となるに從ひ相對論的記述が不可能な領域が出てくることも考へられ, 本稿の如き變更した立場に立てば上述の判定方法は變更を要する。例へば限界エネルギー附近の素粒子は其の方向を變化し難い爲に此から現在流に判定すると非常に大きなエネルギーと判斷される樣な事情があるかも知れない。素粒子一個のエネルギーから靜止エネルギーを引いたものが $10^8\,eV$ 程度になれば現在の理論が危くなるといふ事實は其の量に $10^8\,eV$ 程度の最大値が存在することを示すものと考へ得る。

§7. 場一般論

現在の理論に於て相對論的に不變な Lagrang 函數 $L\left(Q_s, \frac{\partial Q_s}{\partial x_i}, \dot{Q}_s\right)$ により規定される場を考察する。變更された立場に於ける最も簡單な一つの試みとして其を格子化してみる。即現在の理論の出發點となる c 數の場方程式に於て $x, y, z, t, \frac{\partial}{\partial x}$ 等を $n_x, n_y, n_z, t, \frac{\partial}{\partial n_x}$ 等で置き換へたものを改めて c 數の場方程式として採る。

$$\frac{\partial L}{\partial Q_s} - \sum_i^{xyz} \frac{\partial}{\partial n_i} \frac{\partial L}{\partial\left(\frac{\partial Q_s}{\partial n_i}\right)} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_s} = 0 \quad 等 \qquad \cdots\cdots (7, 1)$$

長さの元を持つ普遍常數 r_0 は $\frac{\partial}{\partial n_i}$ 等に關聯して入つてゐる。量子化は Heisenberg-pauli の方法を其のまま使へばよい。連續時空間に對する彼等の取扱は結果に於て特殊相對論的不變性を保持してゐるが，取扱の途中に於ては時間は特殊な役割を果してゐる。今の場合此は却つて好都合である。P_s を現在流に定義し P_s, Q_s 等を η 數とし次の交換關係を置く。又 H も從來と同樣導入する。

$$\left.\begin{aligned} &\left[P_s(\vec{n}), Q_{s'}(\vec{n'})\right]_{\mp} = -ih\,\delta_{ss'}\,\delta(\vec{n}-\vec{n'}) \\ &\left[P_s(\vec{n}), P_{s'}(\vec{n'})\right]_{\mp} = 0, \qquad \left[Q_s(\vec{n}), Q_s(\vec{n'})\right]_{\mp} = 0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (7, 2)$$

Fermi 粒子に對しては + を Bose 粒子に對しては − を採る。+ 型の交換關係は H の特別な形に對してのみ用ひるのも現在と同樣である。(7, 2) は (7, 1) と矛盾せず Q_s, P_s の任意の函數 F に對し

$$ih\dot{F} = \left[F, H\right]_- \qquad \cdots\cdots (7, 3)$$

となり，Shrödinger の描像も成立する。

$$ih\frac{\partial}{\partial t}\Phi = \overline{H}\Phi \qquad \cdots\cdots (7, 4)$$

(7, 2) に入つてくる $\delta(\vec{n}-\vec{n'})$ は $\delta(\vec{r}-\vec{r'})$ の如く存在し得ない函數ではないから，現在の場理論に於て $\delta(\vec{r}-\vec{r'})$ が交換關係に入つてくることから起ると認められる困難は解消すると豫期される。L よりエネルギー運動量テンソル $T_{\mu\nu}$ を從來と平行に次の樣に定義してみる。或は之に適當なテンソルを加へ對稱とする。$T_{tt} = H$ である。

$$T_{\mu\nu} \equiv \sum_s \frac{\partial Q_s}{\partial n_\mu} \frac{\partial L}{\partial\left(\frac{\partial Q_s}{\partial n_\nu}\right)} - \delta_{\mu\nu} L \qquad \cdots\cdots (7, 5)$$

但し　μ, ν ;　$x, y, z, t,$　$n_t = ict$

(7, 1) より

$$\frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial n_\nu} = \sum_s \left\{ \frac{\partial L}{\partial\left(\frac{\partial Q_s}{\partial n_\nu}\right)} \frac{\partial}{\partial n_\mu}\left(\frac{\partial Q_s}{\partial n_\nu}\right) + \frac{\partial L}{\partial Q_s}\frac{\partial Q_s}{\partial n_\mu} \right\} - \frac{\partial L}{\partial n_\mu}$$

となるが右邊は n_μ が連續變數の場合に限つて 0 となる。即

$$\frac{\partial T_{tx}}{\partial n_x} + \frac{\partial T_{ty}}{\partial n_y} + \frac{\partial T_{tz}}{\partial n_z} + \frac{1}{ic}\frac{\partial T_{tt}}{\partial t} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7,\ 6)$$

これからエネルギー保存則，エネルギーの流れ，エネルギー密度等の概念は從來の如く保持される。自由素粒子の取扱ひに於て運動量と言つたものは，正確にはエネルギーの流れから從來と同じ形に $\frac{1}{c^2}$ を乘じて定義されたものと言ふべきであらう。L の中に電磁場のポテンシヤル ϕ_ν を通常の如く入れておいた場合導入される四元電流密度ベクトル s_ν に對して連續の方程式が成立する。

時間の連續性を保持したのは次の事情による。時間にも整變數を對應させ空間に對する r_0 に相當するものを (t_0) とすれば $\bar{H}\Phi_a = E_a\Phi_a$ なる Φ_a に對し $ih\frac{\partial}{\partial t}\Phi_a = E_a\Phi_a$ となるが，もし $E_a/_h > \frac{1}{(t_0)}$ ならば §4 定理 1 より判る樣に Φ_a は t に關し $e^{-i\nu n_t(t_0)}$ なる因數のみを有すると言へなくなる。

實は t が不連續ならば (7, 3) と (7, 4) とを現在の理論の樣に連結することが出來なくなり確率振幅として意味ずけられる Φ が導入出來なくなる。t を特殊に扱ふことは微視現象に對する觀測に於ける時間の特殊な役割を素直に受入れたことになるわけである。

Shrödinger 及び Dirac の攝動論は現在の形式が其のまま成立する。但し空間積分は §4 で定義した如く行ふ。始狀態，中間狀態及び終狀態に對する運動量保存則はこんどは波數ベクトルの保存則とせねばならぬ。始狀態及び終狀態に對するエネルギー保存則は同樣である。さて現在の理論では其れ自身の內部からは許されない運動量切斷等の附加的操作により計算に起る無限大の困難をさけてゐる。切斷は波長の $10^{-13}\,cm$ 程度の一定値で行ふのが常であるが，ここに提案した理論に於て r_0 を $10^{-13}\,cm$ 程度とすると，切斷操作による値と同程度とならう。即無限大の困難は理論自體の內部で自動的に解消することにならう。$r_0 \to 0$ とすれば現在の理論に移行するから §3 の 5 の要請を滿して居り現在の理論で記述し得る現象に對しては，其と一致した說明を與へる。

§8. 靜電ポテンシヤルと電子の自己エネルギー

荷電 $e_i, \cdots, e_k, \cdots$ の荷電粒子 $i, \cdots, k, \cdots$ と輻射場より成る體系を變更された立場から格子化して取扱ひ全體系の Hamilton 函數から荷電粒子の座標 $\vec{n_i}, \vec{n_k}$ 等にのみ依存する項 V_0(靜電ポテンシヤル) を Fermi の方法で分離してみると次の如くなる。簡單の爲場は §5 と同樣な週期性を持つものとしてある。

$$V_0 = \frac{1}{2}\sum_{ik} e_i\, e_k\, 4\pi\, \phi\,(\vec{n_i}, \vec{n_k}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8,\ 1)$$

但し $$\psi(\vec{n_i}, \vec{n_k}) = \sum_{\lambda}^{N^3} \frac{\varphi_\lambda^*(\vec{n_i})\,\psi_\lambda(\vec{n_k})}{k_\lambda'^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8,\ 2)$$

φ_λ, $\vec{k}_\lambda$, $\vec{k}'_\lambda$, は §5 に於けると同じ。

さて $$\Delta_i\,\psi(\vec{n_i}, \vec{n_k}) = -\sum_{\lambda}^{N^3} \varphi_\lambda^*(\vec{n_i})\,\varphi_\lambda(\vec{n_k})$$

となるが $\sum_{\lambda}^{N^3} \varphi_\lambda^*(\vec{n_i})\,\varphi_\lambda(\vec{n_k})$ は, $\vec{n_i}$, $\vec{n_k}$ を $V = L^3 = (Nr_0)^3$ の中に限定して置けば (例へば n_{ix} が常整數の n_{i0} に對し n_{i0}, $n_{i0}+1$, $\cdots$ $n_{i0}+N-1$, の中に制限されてゐること) $\delta(\vec{n_i}-\vec{n_k})$ と一致することは, 其を同變域の任意の函數 $f(\vec{n_i})$ に乘じ $\vec{n_i}$ に付て積分してみれば判る。即

$$\Delta_i\,\psi(\vec{n_i}, \vec{n_k}) = -\delta(\vec{n_i}-\vec{n_k}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8,\ 3)$$

$\psi(\vec{n_i}, \vec{n_k})$ は連續空間に於ける $\frac{1}{4\pi}\frac{1}{r_{ik}}$ に相當するが r_0 が小さく N が非常に大きければ

$$\psi(\vec{n_i}, \vec{n_k}) = \frac{1}{8\pi^3}\iiint_{-\frac{\pi}{r_0}}^{\frac{\pi}{r_0}} \frac{e^{-i\vec{k}_\lambda(\vec{n_i}-\vec{n_k})r_0}}{k_\lambda'^2}\,dk_{\lambda x}\,dk_{\lambda y}\,dk_{\lambda z} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8,\ 4)$$

となるが $\sin^2 k_{\lambda x} r_0 = \sin^2(\pi - k_{\lambda x} r_0)$ 等であり, $k_\lambda'^2$ は $\vec{k}_\lambda$ の各分値の二乘の單調增加函數でなく, (8, 4) は $(\vec{n_i}-\vec{n_k})$ の各分値がすべて偶數の場合のみ零でない (そういふ $\vec{n_i}-\vec{n_k}$ を以下偶數ベクトルと呼ぶことにする)

$$\psi(\vec{n_i}, \vec{n_k}) = \frac{1}{\pi^3}\iiint_{-\frac{\pi}{2r_0}}^{\frac{\pi}{2r_0}} \frac{e^{-i\vec{k}_\lambda(\vec{n_i}-\vec{n_k})r_0}}{k_\lambda'^2}\,d\vec{k}_\lambda$$

$$= \frac{8}{\pi^3 r_0}\iiint_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\xi_x(n_{ix}-n_{kx})\cos\xi_y(n_{iy}-n_{ky})\cos\xi_z(n_{iz}-n_{kz})}{\sin^2\xi_x+\sin^2\xi_y+\sin^2\xi_z}\,d\vec{\xi} \quad \cdots\cdots \quad (8,5)$$

$|\vec{n_i}-\vec{n_k}|$ が大きい時は積分は k'_λ の小さい所から比較的大きい寄與をなされると認められるから $r_{ik} = r_0|\vec{n_i}-\vec{n_k}|$ と置けば (8, 5) は $\frac{1}{4\pi}\frac{8}{r_{ik}}$ となる。即二つの荷電粒子の相對座標がすべての可能なるものの $\frac{1}{8}$ だけある偶數ベクトルの場合にのみ從來の 8 倍の値を與へ他の場合は 0 となり一見して難點である。しかし吾々は靜電ポテンシヤルを實は運動してゐる荷電粒子のポテンシヤルエネルギーとして用ひるのであるから $|\vec{n_i}-\vec{n_k}|\,r_0$ が r_0 に比して大きくなれば即 $|\vec{n_i}-\vec{n_k}|$ が大きくなれば遲延を考慮しなければなるまい。遲延を考慮に入れた荷電粒子系の (周りの輻射場を考へず多體問題として取扱ふ場合の) ポテンシヤルエネルギーとして用ふべきものを V_0' とすれば, 從來では荷電粒子の速度が c に比して遲い限り V_0' は V_0 と一致したが, こんどは波動函數が時刻 t_0 に於て $\sqrt{\delta(\vec{n_i}-\vec{n_{i0}})}$ 及び $\sqrt{\delta(\vec{n_k}-\vec{n_{k0}})}$ なる狀態にある i 及び k 荷電粒子による V_0' の項に對しては, (8, 5) に於て $(\vec{n_i}-\vec{n_k})$ を $(\vec{n_{i0}}-\vec{n_{k0}})$ の近くの一點 P と P の近傍の値をとらせ其の平均値の如きも

のを取り，此を改めて ψ の値とするといふ様なことが必要となる。そうすれば從來と殆んど一致するから結局核外電子の問題（原子の問題）に對しては從來のものと一致することになる。

i 電子の縱波による自己エネルギー $V_0(ii)$ は有限となり次の如くなる。

$$V_0(ii) = \frac{16\,e^2}{\pi^2 r_0} \iiint_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\vec{\xi}}{\sin^2\xi_x + \sin^2\xi_y + \sin^2\xi_z} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8,\ 6)$$

§9. 靜核ポテンシヤルと核子の自己エネルギー

$i, \cdots k, \cdots$ なる核子と中間子場よりなる體系を變更された立場から格子化して取扱ひ靜核力によるポテンシヤル（靜核ポテンシヤル）を Mφller-Rosenfeld[7] の方法により，一例として對稱ベクトル場に就て求めてみると (9, 1) の如くなる。但し相互作用の常數 g_1, g_2, は通常の電磁單位に對應する如くとつてある。又簡單の爲場は §5 と同じ週期性を持たせてある。

$$V_0 = \frac{1}{2}\sum_{ik} T^{(i)}\,T^{(k)} \left\{ g_1^2 + g_2^2\,\vec{\sigma}^{(i)}\,\vec{\sigma}^{(k)} + \left(\frac{g_2}{\kappa}\right)^2 \left(\vec{\sigma}^{(i)}\,\mathrm{grad}^{(i)}\right)\left(\vec{\sigma}^{(k)}\,\mathrm{grad}^{(k)}\right)\right\} 4\pi\,\varphi\left(\vec{n}_i,\ \vec{n}_k\right) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (9,\ 1)$$

$\vec{n}_i$ は i 核子の座標で $\mathrm{grad}^{(i)}$ は整變數 $\vec{n}_i$ に關して定義されたものである。κ は (6, 1) の κ_U と同じである。又

$$\phi\left(\vec{n}_i,\ \vec{n}_k\right) = \sum_{\lambda}^{N^3} \frac{\varphi_\lambda^*(\vec{n}_i)\,\varphi_\lambda(\vec{n}_k)}{k_\lambda'^2 + \kappa^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9,\ 2)$$

φ_λ, $\vec{k}_\lambda$, $\vec{k}_\lambda'$ は §5 と同じ。

(8, 3) に於けると同樣に $\vec{n}_i$, $\vec{n}_k$ の變域を制限して置けば

$$\left(\Delta_i - \kappa^2\right)\phi\left(\vec{n}_i,\ \vec{n}_k\right) = -\delta\left(\vec{n}_i - \vec{n}_k\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9,\ 3)$$

となる。$\phi(\vec{n}_i,\ \vec{n}_k)$ は連續空間に於ける $\dfrac{1}{4\pi}\dfrac{e^{-k\,r_{ik}}}{r_{ik}}$ に相當するものであるが，(8, 5) と同樣 $(\vec{n}_i - \vec{n}_k)$ が偶數ベクトルの場合にのみ次の如く表され他の場合は 0 である。

$$\phi(\vec{n}_i,\ \vec{n}_k) = \frac{8}{\pi^3 r_0} \iiint_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\xi_x(n_{ix}-n_{kx})\cos\xi_y(n_{iy}-n_{ky})\cos\xi_z(n_{iz}-n_{kz})}{\sin^2\xi_x + \sin^2\xi_y + \sin^2\xi_z + (r_0\kappa)^2}\,d\vec{\xi} \quad \cdots\cdots \quad (9,4)$$

$\phi(\vec{n}_i,\ \vec{n}_k)$ に $(\vec{\sigma}^{(i)}\,\mathrm{grad}^{(i)})$ $(\vec{\sigma}^{(k)}\,\mathrm{grad}^{(k)})$ を作用させたものも $(\vec{n}_i - \vec{n}_k)$ が偶數ベクトルの場合にのみ 0 でなく

7) Møller & Rosenfeld: Kgl. Danske Videnskab. Selskab. XVII, **11**, (1940).

$$\left(\frac{g_2}{\kappa}\right)^2\left(\vec{\sigma}^{(i)}\cdot\mathrm{grae}^{(i)}\right)\left(\vec{\sigma}^{(k)}\,\mathrm{grad}^{(k)}\right)4\pi\phi\left(\vec{n}_i,\ \vec{n}_k\right)=\left(\frac{g_2}{\kappa r_0}\right)^2\frac{32}{\pi^2 r_0}$$

$$\iiint_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sigma_x^{(i)}\,\sigma_x^{(k)}\sin^2\xi_x+\sigma_y^{(i)}\,\sigma_y^{(k)}\sin^2\xi_y+\sigma_z^{(i)}\,\sigma_z^{(k)}\sin^2\xi_z\right)\phi_0\,d\vec{\xi}\ \cdots\cdots\cdots\quad(9,\ 5)$$

但し ϕ_0 は (9, 4) の被積分函數である。(9, 5) から i 及び k 核子による靜核ポテンシャルは r_0 を 10^{-13} cm 程度とすれば高々 $\frac{g_2^2}{r_0}$ の程度であることが分る。とにかく $\vec{n}_i=\vec{n}_k$ で無限大になる樣なことはない。(9, 1) は V_0 の中に $\delta(\vec{n}_i-\vec{n}_k)$ が入つててない樣に H 函數を取つて計算したものであるが，入つて來る樣にして置いても，連續空間の場合と異なつて $\delta(\vec{n}_i-\vec{n}_k)$ は $\vec{n}_i=\vec{n}_k$ で $\frac{1}{r_0^3}$ なる有限値であるから無限大の困難は起きない。核子の自己エネルギーは同樣有限となり次の如くなる。

$$V_0(ii)=\frac{48}{\pi^2 r_0}\left\{\frac{\pi^3}{8}\left(\frac{g_2}{\kappa r_0}\right)+\left(g_1^2+2g_2^2\right)\iiint_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\vec{\xi}}{\sin^2\xi_x+\sin^2\xi_y+\sin^2\xi_z+(r_0\kappa_j)^2}\right\}\cdots\cdots(9,6)$$

さて重陽子問題等に於ては r_0 を 10^{-13} cm 程度とすれば核間距離は r_0 に比してそう大きくないから核外電子の問題に於ける樣な遲延は考慮しなくてもよからう。所で多體問題に對する Schrödinger の方程式に入つてくる微分演算子は Δ_i 等だけであるが，之を波動函數に作用したものの偶數點に於ける値は其の偶數點の近傍の偶數點に於ける波動函數の値のみによつて定まる。其れ故相對座標が偶數ベクトルである場合にのみ零でない樣なポテンシャルエネルギーを與へる (9, 1) の如き相互作用に對しては波動函數の値は $\vec{n}_i$ 等が偶數ベクトルの場合にのみ零と異なり他の場合は零としてもよいことになる。從つて核子が接近してゐると r_0 が核子の半徑の如き役割をしてゐると言へる。

しかし重陽子問題に對し本稿の樣な取扱ひに於ては次の正攻法がむしろ簡單かも知れない。即核子と中間子の共存の場に於て自由核子場，自由中間子場の $\overline{H}$ 函數を對角線的にする表示を使つた場合，共存の場全體の定常狀態の內核子の總個數が 2 である狀態に對する確率振幅が非常に大きいものを求めることが希ましい。

要　　約

現象が微視的となるに從ひ，觀測系の立場が現在の理論に於けるよりも更に重要となり相對論的記述が不可能となる領域が出てくるものと考へられる。現在の相對性量子力學に於て保持されてゐる時空間及び現象の絕對性の概念は變更を要し，時空間及び現象は觀測系に對應して定まつてくるものと考へた。かかる觀點に立つ最も簡單な一つの試みとして，格子化 (laticization) と名付けた取扱による場理論を提案した。自由素粒子一個のエネルギーには最大値があり，電子，核子の自己エネルギー等は有限となる。一般に現狀理論に於ける無限大の困難は自動的に解消するといふ豫想が成立する。

終りに臨み本研究に關心を持たれた岡本教授に謝意を表する。