



Title	パラメトロンの発振立上りについて
Author(s)	黒部, 貞一; 藤本, 昌士
Citation	北海道大學工學部研究報告, 34, 67-83
Issue Date	1964-03-20
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/40719">http://hdl.handle.net/2115/40719</a>
Type	bulletin (article)
File Information	34_67-84.pdf



[Instructions for use](#)

# パラメトロンの発振立上りについて

黒 部 貞 一  
藤 本 昌 士

## Oscillation Build-up in Parametrons

Teiichi KUROBE  
Masashi FUJIMOTO

### Abstract

Parametron consists of L parametron using variable inductance and C parametron using variable capacity. These characteristics are generally expressed by a nonlinear Mathieu equation, but it is exceedingly difficult to express the transient behavior by a clear cut formula.

The authors divided parametron oscillators into the internal source and the external circuit, and obtained negative impedance (L type) or negative admittance (C type) of the internal source. They also obtained stationary characteristics from the balanced condition between the generating power and the consuming power, and the transient characteristics from the balanced condition between the generating power plus the consuming power as against the storing power in the resonance circuit. Moreover the characteristics considering the nonlinearity of inductance or capacity were also obtained. Thus the build-up characteristics by the above method was expressed clearly.

They made clear the build-up properties by computation of various numerical values of  $\Gamma$ ,  $Q$ ,  $\omega$ ,  $\delta$  and  $V_s/V_0$  by electronic computer, and obtained the general formula of the build-up time  $\tau$  in case of  $\delta = 0$ , namely

$$\tau = 0.75 \frac{1}{f} \log \frac{V_s}{V_0} \frac{1}{\Gamma - 1/Q}$$

Lastly a simple expression of the fall time was achieved.

### 目 次

1. 緒 言 .....	2
2. L形パラメトロンの定常特性 .....	2
3. L形パラメトロンの過渡特性 .....	4
4. C形パラメトロンの定常特性 .....	6
5. C形パラメトロンの過渡特性 .....	7
6. 数 値 例 .....	9
7. 立下り特性 .....	15
8. 結 言 .....	17

## 1. 緒 言

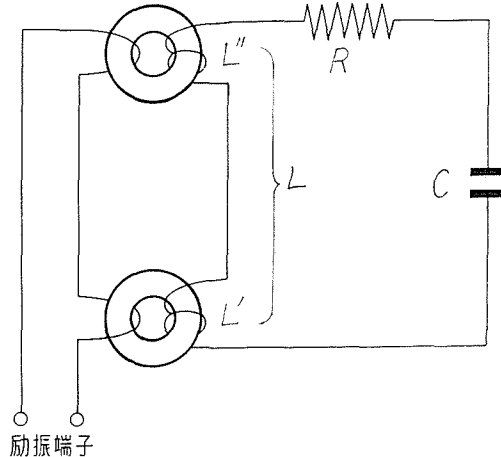
パラメトロンは1954年後藤英一氏<sup>1)</sup>によって発表され、その後これが計算機素子として優秀なことがわかり多に発展した。パラメトロンには可変インダクタンスを用いたLパラメトロンと可変容量を用いたCパラメトロンがある。前者は普通に用いられているもので動作が安定で価格が低廉であるのに対し、後者は動作速度が速く所要電力が少なくすむが、ダイオードの価格が高く均一性にかけている欠点をもっている。これらは一般に非線形 Mathieu 方程式で表されるが、これを解いて過渡特性の模様を簡潔な式で表すことは極めて困難である。

著者はL形並びにC形パラメトロン発振器を内部電源と外部回路に分け、電力の平衡条件より解を求めた結果、立上り特性を明解に表すことができた。

また多くの数値例について電子計算機を用いて計算した結果を挙げ、立上りに関する一般式を求めた。終りにL形並びにC形の立下り特性についても一般式を導いた。

## 2. L形パラメトロンの定常特性

第1図はL形パラメトロンの原理図であり、一次側は直流バイアスと周波数 $2f$ の高周波電流を重ね合わせた励振電流が印加され、二次側は $L=L'+L''$ がCと共に同調周波数 $f$ の共振回路を形成する。



第1図 L形パラメトロンの原理図

第1図において、二次側回路の任意の一点から両側を見た電圧 $V$ は

$$V = \frac{d(LI)}{dt} + RI + \frac{1}{C} \int Idt \quad (1)$$

いま

$$L = L_0 (1 + 2\Gamma \sin 2\omega t)$$

$$I = I_s \sin \omega t + I_c \cos \omega t = \sqrt{I_s^2 + I_c^2} \sin(\omega t + \theta)$$

$$\theta = \tan^{-1} I_c/I_s$$

とすれば

$$\begin{aligned} \frac{d(LI)}{dt} &= \omega L_0 I_s (\cos \omega t - \Gamma \sin \omega t + 3\Gamma \sin 3\omega t) \\ &\quad + \omega L_0 I_c (-\sin \omega t + \Gamma \cos \omega t + 3\Gamma \cos 3\omega t) \end{aligned}$$

いま第1図の二次回路が  $\omega$  に共振しているとすれば、 $3\omega t$  の項は省略でき

$$\begin{aligned} V &= \sin \omega t (-\omega L_0 \Gamma I_s - \omega L_0 I_c + R I_s + I_c/\omega C) \\ &\quad + \cos \omega t (\omega L_0 I_s + \omega L_0 \Gamma I_c + R I_c - I_s/\omega C) \end{aligned} \quad (2)$$

ゆえに電圧  $V$ 、電流  $I$  をベクトル表示すれば

$$V = v' + jv'' \quad I = I_s + jI_c \quad (3)$$

ただし

$$\begin{aligned} v' &= (-\omega L_0 \Gamma + R) I_s - (\omega L_0 - 1/\omega C) I_c \\ v'' &= (\omega L_0 \Gamma + R) I_c + (\omega L_0 - 1/\omega C) I_s \end{aligned}$$

ゆえに第1図の二次回路の等価インピーダンスは

$$\begin{aligned} Z &= \frac{V}{I} = \frac{(v' I_s + v'' I_c) + j(v'' I_s - v' I_c)}{I_s^2 + I_c^2} \\ &= R - \omega L_0 \Gamma \cos 2\theta + j(\omega L_0 - 1/\omega C + \omega L_0 \Gamma \sin 2\theta) \end{aligned} \quad (4)$$

ただし

$$\theta = \tan^{-1} I_c/I_s$$

これより、パラメトロン励振によって負性抵抗  $-\omega L_0 \Gamma \cos 2\theta$  とリアクタンス  $\omega L_0 \Gamma \sin 2\theta$  が附加されることがわかる。

またベクトル電力  $P = p + jq$  は

$$\left. \begin{aligned} p &= v' I_s + v'' I_c = I^2 (R - \omega L_0 \Gamma \cos 2\theta) \\ q &= v'' I_s - v' I_c = I^2 (\omega L_0 - 1/\omega C + \omega L_0 \Gamma \sin 2\theta) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ただし

$$I = \sqrt{I_s^2 + I_c^2}$$

発振の定常状態においては、ベクトル電力は0であるから

$$\begin{aligned} R &= \omega L_0 \Gamma \cos 2\theta \quad \omega L_0 - 1/\omega C + \omega L_0 \Gamma \sin 2\theta = 0 \\ \frac{R}{\omega L_0} &= \frac{1}{Q} \quad \frac{(\omega L_0 - 1/\omega C)}{\omega L_0} = \delta \end{aligned}$$

とおけば

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= 1/\Gamma Q \\ \sin 2\theta &= -\delta/\Gamma \end{aligned} \quad (6)$$

ゆえに

$$\frac{1}{Q^2} + \delta^2 - \Gamma^2 = 0 \quad (7)$$

(6) 式と (7) 式とが共振条件である。

### 3. L形パラメトロンの過渡特性

過渡状態においては、負性電力が消費電力より大であり、その差に相当した電力が共振回路に貯えられる。

共振回路に貯えられるエネルギー  $E$  は

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} C v^2 = \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} C \frac{1}{C^2} \left[ \int I_{\max} \sin \omega t dt \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} L I_{\max}^2 = \frac{1}{2} L \left[ \int \frac{V_{\max} \sin \omega t}{L} dt \right]^2 + \frac{1}{2} C V_{\max}^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} C V_{\max}^2 \end{aligned}$$

ゆえに共振回路に貯えられる電力  $P$  は

$$P = \frac{dE}{dt} = 2LI \frac{dI}{dt} = 2CV \frac{dV}{dt} \quad (8)$$

ただし  $I, V$  は実効値

いま

$$I = I_s + jI_c \quad \frac{dI}{dt} = \frac{dI_s}{dt} + j \frac{dI_c}{dt}$$

とすれば L 形パラメトロンにおいて共振回路に貯えられる実効電力は

$$2L_0 \left( I_s \frac{dI_s}{dt} + I_c \frac{dI_c}{dt} \right) = L_0 \frac{dI^2}{dt}$$

共振回路に貯えられる無効電力は

$$2L_0 \left( I_s \frac{dI_c}{dt} - I_c \frac{dI_s}{dt} \right) = 2L_0 I^2 \frac{d\theta}{dt}$$

実効電力については、負性電力と負荷に消費される電力と共振回路に貯えられる電力がバランスしているので

$$L_0 \frac{dI^2}{dt} - \omega L_0 \Gamma^2 \cos 2\theta + I^2 R = 0 \quad (9)$$

無効電力については、 $L, C$  の無効電力とパラメトロン励振による附加リアクタンス電力と、共振回路に貯えられる無効電力とがバランスしているので

$$2LI^2 \frac{d\theta}{dt} + \left( \omega L_0 - \frac{1}{\omega C} \right) I^2 + \omega L_0 \Gamma^2 \sin 2\theta = 0$$

これを簡単にすれば

$$\frac{2}{\omega} \frac{d\theta}{dt} + \delta + \Gamma \sin 2\theta = 0 \quad (10)$$

(10) 式より

$$-\frac{2}{\omega} \int \frac{d\theta}{\delta + \Gamma \sin 2\theta} = t + K$$

ただし  $K$  は積分定数

これを計算すれば

$$-\frac{1}{\omega \sqrt{\Gamma^2 - \delta^2}} \log \frac{\sin(\theta + \alpha/2)}{\cos(\theta - \alpha/2)} = t + K$$

ただし

$$\sin \alpha = \delta/\Gamma$$

$t=0$  の時,  $\theta = \theta_0$  とすれば

$$t = \frac{1}{\omega \sqrt{\Gamma^2 - \delta^2}} \log \left| \frac{\sin(\theta_0 + \alpha/2)}{\sin(\theta + \alpha/2)} \frac{\cos(\theta - \alpha/2)}{\cos(\theta_0 - \alpha/2)} \right| \quad (11)$$

これより  $\theta$  と  $t$  との関係が求まる。

(9) 式において  $\cos 2\theta$  をパラメータとすれば,  $I$  について解くことができ

$$I = I_0 \exp \{(\omega L_0 \Gamma \cos 2\theta - R)/2L_0\} \quad (12)$$

ただし  $I_0$  は  $t=0$  における  $I$  の値である。一般に  $\theta$  の初期値は 0 であり, その時  $(\omega L_0 \Gamma \cos 2\theta - R)$  は最大であるが,  $\theta$  が増すに従って減少し終に 0 になる。(12) 式より立上り特性の模様を知ることができる。

以上は  $L$  の値が電流によって変化しない線形の場合について論じたのであるが, 実際には変化して非線形となり,  $\delta$  が  $I$  の関数として変わるわけであるが, その変り方は振幅の偶関数であると考えられるから, 最低次の項だけを取って考えると, (10) 式の  $\delta$  の代わりに  $\delta + \beta I^2$  の項を入れて

$$\frac{2}{\omega} \frac{d\theta}{dt} + (\delta + \beta I^2) + \Gamma \sin 2\theta = 0 \quad (13)$$

が成立する。また実効電力に関しては (9) 式がそのまま成立する。何となれば,  $\delta$  は  $\omega L_0 - 1/\omega C$  に比例し, 0 又は 0 に近い値であるから, 非線形による  $L$  の増加分がよくきくのに対し, (9) 式では  $L_0$  に比例した項が入り,  $L_0$  に比して非線形の項は遙かに小さいからである。

非線形の場合の定常状態における発振条件の一つは, 実効電力に関しては線形の場合と同じであるから

$$\cos 2\theta = 1/\Gamma Q \quad (6)$$

他の一つは (13) 式において  $d\theta/dt = 0$  とおけば

$$\beta I^2 = -\delta \pm \sqrt{\Gamma^2 - 1/Q^2} \quad (14)$$

過渡状態においては、 $I$  の変化の様子は  $\cos 2\theta$  をパラメータとすれば (12) 式と全く同じになり、 $\theta$  の変化の様子は  $I^2$  をパラメータとすれば (13) 式より

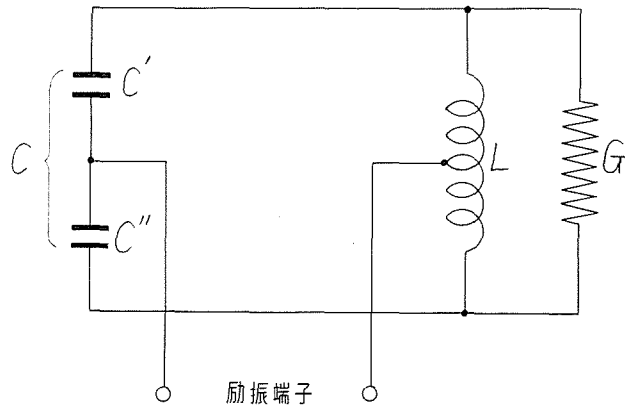
$$t = \frac{1}{\omega\sqrt{I^2 - (\delta + \beta I^2)}} \log \left| \frac{\sin(\theta_0 + \alpha/2) \cos(\theta - \alpha/2)}{\sin(\theta + \alpha/2) \cos(\theta_0 - \alpha/2)} \right| \quad (15)$$

になる。ただし

$$\alpha = \sin^{-1} \{(\delta + \beta I^2)/I\}$$

#### 4. C 形パラメトロンの定常特性

第2図は C 形パラメトロンの原理図である。2 個の非直線容量  $C'$  と  $C''$  およびこれと一緒になって共振回路を形成するインダクタンス  $L$  とからできている。直派バイアスと周波数



第2図 C形パラメトロンの原理図

$2f$  の励振電圧は 2 個の非直線容量の midpoint とインダクタンス  $L$  の midpoint との間に印加されて、同調容量  $C$  ( $1/C = 1/C' + 1/C''$ ) に周波数  $2f$  で周期的変化を与える。

第2図において

$$C = C_0(1 + 2\Gamma \sin 2\omega t) \quad (16)$$

$G$  は回路自身の損失を表すコンダクタンスと負荷のコンダクタンスの和である。第2図においてこの回路の両端に  $v$  なる電圧が与えられたとすれば、回路の全電流  $i$  は

$$i = \int \frac{v}{L} dt + Gv + \frac{d}{dt}(Cv) \quad (17)$$

いま

$$v = V_s \sin \omega t + V_c \cos \omega t \quad (18)$$

とし、(16) 式および (18) 式を (17) 式に代入し、二次回路は  $\omega$  に共振しているとすれば

$$i = \sin \omega t (-\omega C_0 \Gamma V_s - \omega C_0 V_c + G V_s + V_c / \omega L) \\ + \cos \omega t (\omega C_0 V_s + \omega C_0 \Gamma V_c + G V_c - V_s / \omega L)$$

この電流  $i$  および電圧  $v$  をベクトル表示すれば

$$I = i' + ji'' \quad V = V_s + jV_c$$

ただし

$$\begin{aligned} i' &= (-\omega C_0 \Gamma + G) V_s - (\omega C_0 - 1/\omega L) V_c \\ i'' &= (\omega C_0 \Gamma + G) V_c + (\omega C_0 - 1/\omega L) V_s \end{aligned}$$

ゆえに第2図の回路の等価アドミッタンス  $Y$  は

$$\begin{aligned} Y &= \frac{I}{V} = \frac{(i' V_s + i'' V_c) + j(i'' V_s - i' V_c)}{V_s^2 + V_c^2} \\ &= (G - \omega C_0 \Gamma \cos 2\theta) + j(\omega C_0 - 1/\omega L + \omega C_0 \Gamma \sin 2\theta) \end{aligned} \quad (19)$$

ただし

$$\theta = \tan^{-1} V_c/V_s$$

(19) 式の  $-\omega C_0 \Gamma \cos 2\theta$  はパラメトロン励振によって附加された負性コンダクタンス,  $\omega C_0 \Gamma \sin 2\theta$  は附加されたサセプタンスである。

またベクトル電力  $P = p + jq$  は

$$\left. \begin{aligned} p &= i' V_s + i'' V_c = V^2 (G - \omega C_0 \Gamma \cos 2\theta) \\ q &= i'' V_s - i' V_c = V^2 (\omega C_0 - 1/\omega L + \omega C_0 \Gamma \sin 2\theta) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ただし

$$V = \sqrt{V_s^2 + V_c^2}$$

発振の定常状態においては, ベクトル電力は0であるから

$$\begin{aligned} G &= \omega C_0 \Gamma \cos 2\theta & \omega C_0 - 1/\omega L + \omega C_0 \Gamma \sin 2\theta &= 0 \\ \frac{G}{\omega C_0} &= \frac{1}{Q} & \frac{\omega C_0 - 1/\omega L}{\omega C_0} &= \delta \end{aligned}$$

とおけば

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= 1/\Gamma Q \\ \sin 2\theta &= -\delta/\Gamma \end{aligned} \quad (21)$$

ゆえに

$$\frac{1}{Q^2} + \delta^2 - \Gamma^2 = 0 \quad (22)$$

(21) 式と (22) 式が発振条件である。

## 5. C形パラメトロンの過渡特性

過渡状態においては, 消費電力より負性電力の方が大であり, その差に相当した電力が共振回路に貯えられる。



共振回路に貯えられる電力  $P$  は (8) 式より

$$P = 2C_0 V \frac{dV}{dt}$$

いま

$$V = V_s + jV_c \quad \frac{dV}{dt} = \frac{dV_s}{dt} + j \frac{dV_c}{dt}$$

とすれば共振回路に貯えられる実効電力は

$$2C_0 \left( V_s \frac{dV_s}{dt} + V_c \frac{dV_c}{dt} \right) = C_0 \frac{dV^2}{dt}$$

共振回路に貯えられる無効電力は

$$2C_0 \left( V_s \frac{dV_c}{dt} - V_c \frac{dV_s}{dt} \right) = 2C_0 V^2 \frac{d\theta}{dt}$$

ただし

$$\theta = \tan^{-1} V_c / V_s$$

実効電力については

$$C_0 \frac{dV^2}{dt} - \omega C_0 \Gamma V^2 \cos 2\theta + V^2 G = 0 \quad (23)$$

無効電力については

$$2C_0 V^2 \frac{d\theta}{dt} + \left( \omega C_0 - \frac{1}{\omega L} \right) V^2 + \omega C_0 \Gamma V^2 \sin 2\theta = 0$$

ゆえに

$$\frac{2}{\omega} \frac{d\theta}{dt} + \delta + \Gamma \sin 2\theta = 0 \quad (24)$$

(24) 式より

$$-\frac{2}{\omega} \int \frac{d\theta}{\delta + \Gamma \sin 2\theta} = t + K$$

ただし  $K$  は積分定数。

これを計算すれば

$$-\frac{1}{\omega \sqrt{\Gamma^2 - \delta^2}} \log \frac{\sin(\theta + \alpha/2)}{\cos(\theta - \alpha/2)} = t + K$$

ただし

$$\sin \alpha = \delta / \Gamma$$

$t=0$  の時,  $\theta = \theta_0$  とすれば

$$t = \frac{1}{\omega \sqrt{\Gamma^2 - \delta^2}} \log \left| \frac{\sin(\theta_0 + \alpha/2)}{\sin(\theta + \alpha/2)} \frac{\cos(\theta - \alpha/2)}{\cos(\theta_0 - \alpha/2)} \right| \quad (25)$$

これより  $\theta$  と  $t$  との関係が求まる。

(23) 式において  $\cos 2\theta$  をパラメータとすれば、 $V$  について解くことができ

$$V = V_0 \exp \{(\omega C_0 \Gamma \cos 2\theta - G)/2C_0\} \quad (26)$$

ただし  $V_0$  は  $t=0$  における  $V$  の値である。(26) 式より立上りの模様を知ることができる。

以上は  $C$  の値が電圧によって変化しない線形の場合について論じたのであるが、実際には変化して非線形となり、無効電力に関しては (24) 式の  $\delta$  の代わりに  $\delta + \beta V^2$  の項を入れて

$$\frac{2}{\omega} \frac{d\theta}{dt} + (\delta + \beta V^2) + \Gamma \sin 2\theta = 0 \quad (27)$$

実効電力に関しては (23) 式がそのまま成立する。

非線形の場合の定常状態における発振条件の一つは L 形の場合と同様

$$\cos 2\theta = 1/\Gamma Q$$

であり、他の一つは

$$\beta V_s^2 = -\delta \pm \sqrt{\Gamma^2 - 1/Q^2} \quad (28)$$

である。ただし  $V_s$  は定常状態における  $V$  の値である。

過渡状態においては、 $V$  の変化の様子は  $\cos 2\theta$  をパラメータとすれば (26) 式と全く同じになり、 $\theta$  の変化の種類は  $V^2$  をパラメータとすれば (27) 式より

$$t = \frac{1}{\omega \sqrt{\Gamma^2 - (\delta + \beta V^2)^2}} \log \left| \frac{\sin(\theta_0 + \alpha/2) \cos(\theta - \alpha/2)}{\sin(\theta + \alpha/2) \cos(\theta_0 - \alpha/2)} \right|$$

になる。ただし

$$\alpha = \sin^{-1} \{(\delta + \beta V^2)/\Gamma\}$$

## 6. 数 値 例

C 形パラメトロンについて、色々な数値例を電子計算機によって計算したので、その結果を述べる。非線形の場合の微分方程式は (23), (27) 式より

$$\frac{dV}{dt} = V \frac{\omega}{2} \left( \Gamma \cos 2\theta - \frac{1}{Q} \right) \quad (29)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\omega}{2} \left( \delta + \beta V^2 + \Gamma \sin 2\theta \right) \quad (30)$$

(29), (30) 式から  $t=t_0$  における  $\theta=\theta_0$ ,  $V=V_0$  を既知として、 $t=t_0+\Delta t$  における  $\theta$  を求めるには Runge-Kutta の方法によって

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{6} \left( k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4 \right) \quad (31)$$

ただし

$$k_1 = \Delta t [d\theta/dt]_{V=V_0, \theta=\theta_0}$$

$$k_2 = \Delta t [d\theta/dt]_{V=V_0, \theta=\theta_0+\frac{1}{2}k_1}$$

$$k_3 = \Delta t [d\theta/dt]_{V=V_0, \theta=\theta_0+\frac{1}{2}k_2}$$

$$k_4 = \Delta t [d\theta/dt]_{V=V_0, \theta=\theta_0+k_3}$$

同様に  $t=t_0+\Delta t$  における  $V$  を求めるには (31) 式から求めた  $\theta$  を用いて次のように求めることができる。

$$V = V_0 + \frac{1}{6} (k_1' + 2k_2' + 2k_3' + k_4') \quad (32)$$

ただし

$$k_1' = \Delta t [dV/dt]_{V=V_0, \theta=\theta_0}$$

$$k_2' = \Delta t [dV/dt]_{V=V_0+\frac{1}{2}k_1', \theta=\theta_0}$$

$$k_3' = \Delta t [dV/dt]_{V=V_0+\frac{1}{2}k_2', \theta=\theta_0}$$

$$k_4' = \Delta t [dV/dt]_{V=V_0+k_3', \theta=\theta_0}$$

(31), (32) 式から求めた  $\theta, V$  を用いて  $t=(t_0+\Delta t)+\Delta t$  の  $\theta, V$  を求めることができる。この計算をくり返すことにより  $\Delta t$  間隔の  $\theta, V$  を近似計算することができる。

$\Gamma, Q, \omega, \delta, \beta$  の数値としては,  $\Gamma=0.2, 0.3, 0.4, Q=5\sim 80, \delta=0, -0.25\sim +0.35$  を用いた。 $\omega$  すなわち周波数としては 1 Mc を用いた。(29) 式から  $dV/dt$  は  $\omega$  に比例するから立上り時間は周波数に逆比例することがわかる。ゆえに一つの周波数のみについて計算した。 $\beta$  の値は (28) 式から

$$\beta = [-\delta \pm \sqrt{\Gamma^2 - 1/Q^2}] / V_s^2 \quad (33)$$

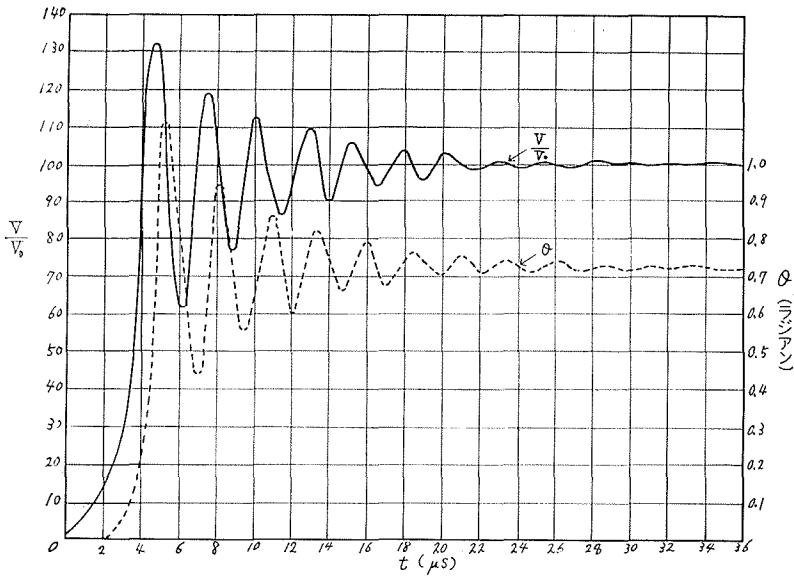
であり, (33) 式において  $V_s=10^2$  とおくことによって, それぞれの  $\beta$  を定めた。

$\Gamma$  と  $Q$  の色々な組み合わせに対して,  $0.1 \mu\text{sec}$  毎に発振の立上りにおける  $V$  と  $\theta$  の値を計算した。計算した  $\Gamma$  と  $Q$  の組み合わせは第 1 表のとおりである。

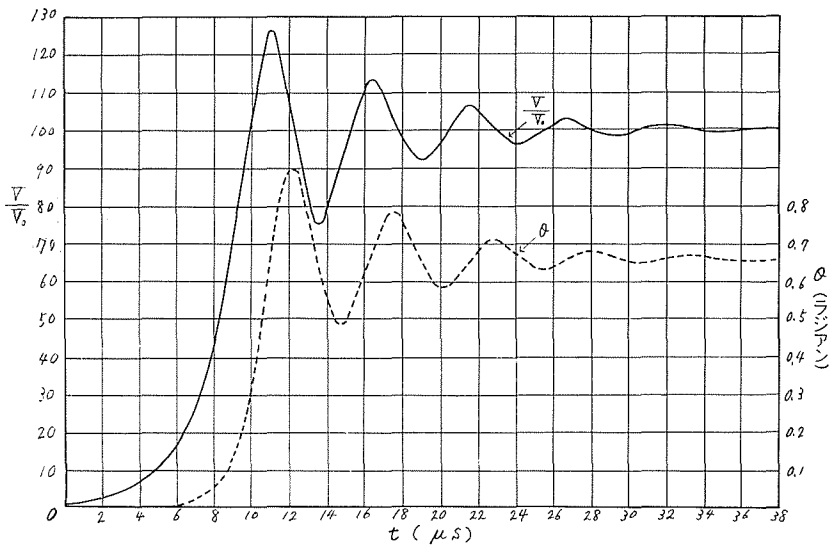
第 1 表  $\Gamma$  と  $Q$  の 組 合 せ

$\Gamma$	$Q$								
	5	10	20	30	40	50	60	70	80
0.2	○	○	○		○				○
0.3	○	○	○	○	○	○	○	○	○
0.4	○	○	○		○				○

その結果の一例は第 3~6 図のごとくである。図において実線は  $V/V_0$  の立上り特性を示し, 点線は  $\theta$  の立上り特性を示す。ただし  $V_0$  は  $V$  の初期値で 1 である。第 3 図は  $\Gamma=0.4, Q=20$ , 第 4 図は  $\Gamma=0.2, Q=20$ , 第 5 図は  $\Gamma=0.2, Q=10$ , 第 6 図は  $\Gamma=0.3, Q=5$  の場合である。 $Q$  が大なる程,  $\Gamma$  が大なる程振動的になり, 立上り時間は早い。



第3図 V および  $\theta$  の立上り特性 ( $\Gamma=0.4, Q=20$ )



第4図 V および  $\theta$  の立上り特性 ( $\Gamma=0.2, Q=20$ )

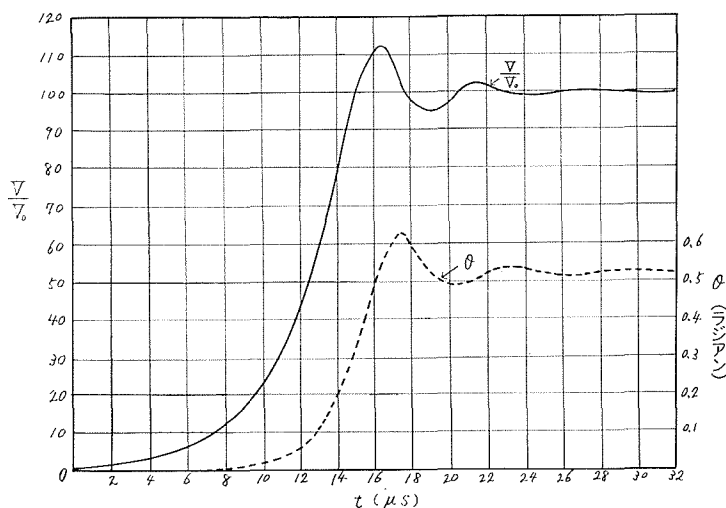
これらの結果をまとめると、第7~9図のごとくになった。第7図は  $\Gamma$  をパラメータとした時の  $Q$  と立上り時間  $\tau$  との関係を示す。ここに立上り時間とは  $V$  が最初に  $V_0=10^2$  に達するまでの時間である。ただし  $V_0$  は  $V$  の最終値である。図から  $Q$  が約20以上においては立上り時間は  $Q$  の値に無関係になり、 $Q$  が約20以下においては急に立上り時間が長くなることがわかる。同じ  $Q$  なら  $\Gamma$  の大なる方が立上り時間は短い。

第8図は  $\Gamma$  をパラメータとした時の  $(\Gamma-1/Q)$  と立上り時間  $\tau$  との関係である。 $(\Gamma-1/Q)$  が大なるにしたがい立上り時間は減少し、立上り時間はほぼ  $(\Gamma-1/Q)$  に逆比例することがわ

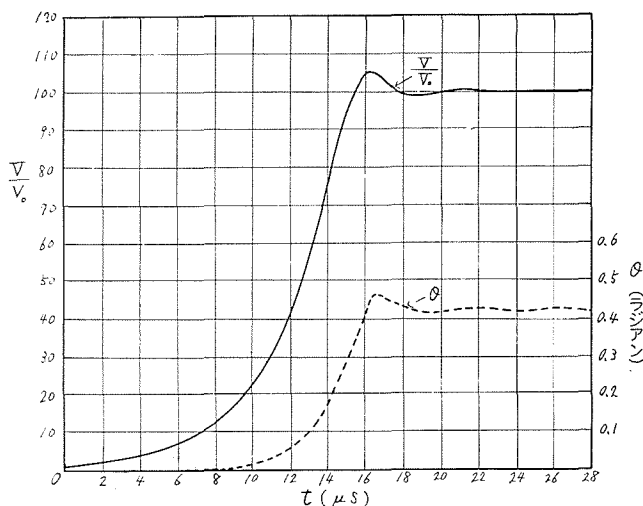
かる。しかも立上り時間は  $\Gamma$  の値に殆んど無関係である。

第9図は  $\Gamma$  をパラメータとした時の  $Q$  と振動時間との関係である。ここに振動時間とは  $V$  が  $V_0=10^2$  の  $\pm 1\%$  以内におさまる時間である。図より振動時間は  $\Gamma$  にはほぼ無関係で、 $Q$  にはほぼ比例することがわかる。

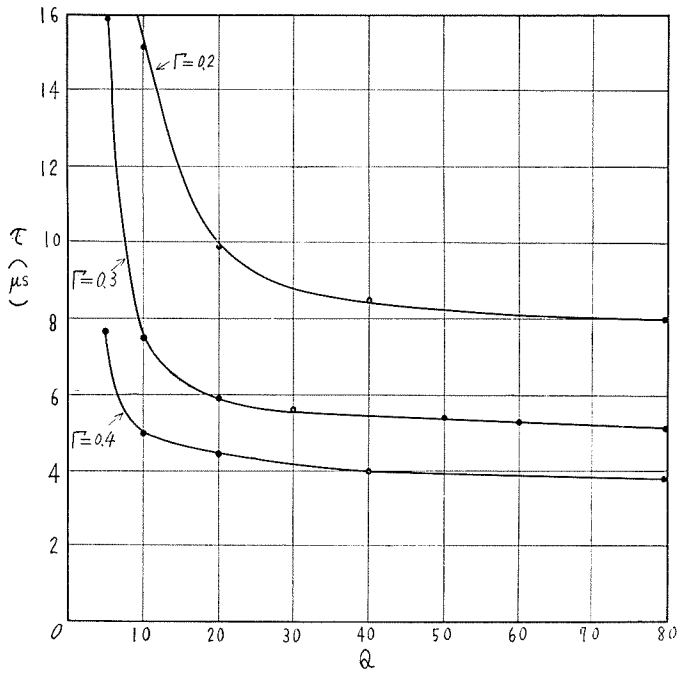
以上の結果から、 $Q$  が大きいと振動の振幅が大きくなり、一方立上り速度を速めるには  $Q$  がある値以上大きくなければならない。また  $\Gamma$  が大きいことは立上り速度を著るしく速めるが、振動時間にはほとんど影響しない。したがって  $Q$  はある値まではなるべく小さく、 $\Gamma$  はなるべく大きい状態が望ましい。それゆえ  $Q$  としては  $10\sim 20$ 、 $\Gamma$  としては  $0.4$  位が適当と思われる。



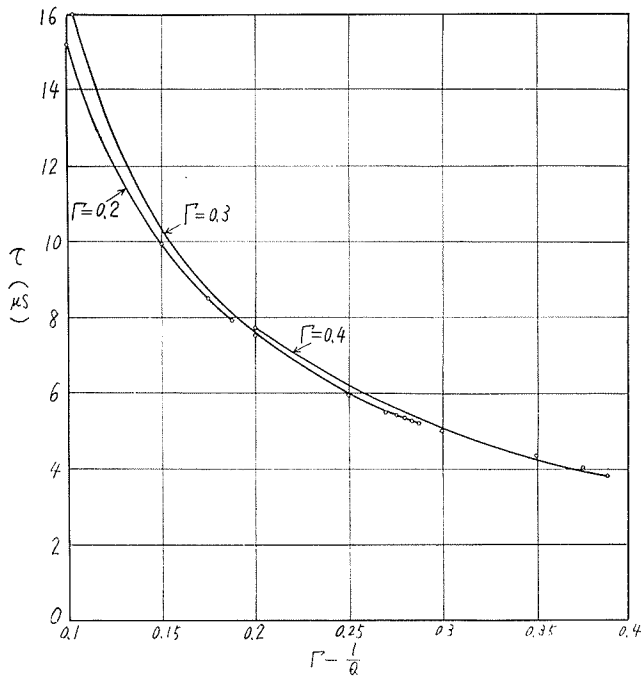
第5図  $V$  および  $\theta$  の立上り特性 ( $\Gamma=0.2, Q=10$ )



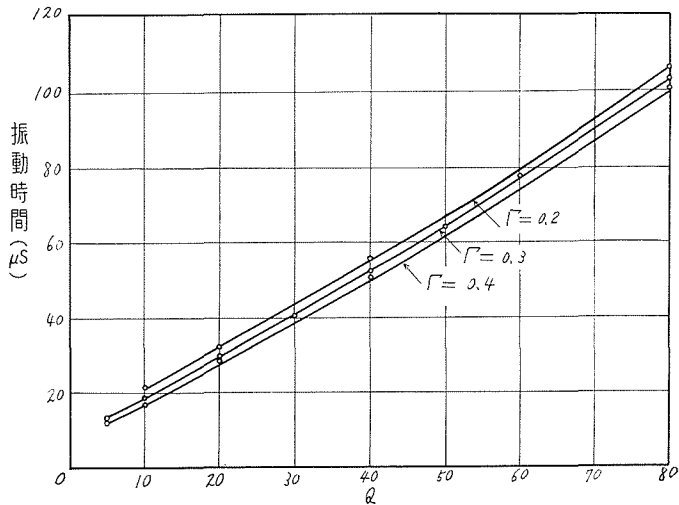
第6図  $V$  および  $\theta$  の立上り特性 ( $\Gamma=0.3, Q=5$ )



第 7 図  $Q$  と立上り時間の関係 ( $\Gamma$ : パラメータ)



第 8 図  $\Gamma - \frac{1}{Q}$  と立上り時間の関係 ( $\Gamma$ : パラメータ)



第9図 Qと振動時間の関係 (Γ: パラメータ)

第2表  $V_s/V_0$ と立上り時間の関係

$V_s/V_0$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$
$\tau$ ( $\mu$ s)	5.9	8.9	11.8	14.7
$\tau/\log(V_s/V_0)$	2.95	2.96	2.95	2.99

立上り時間は前述のように  $f$  および  $(\Gamma - 1/Q)$  に逆比例するが、さらに  $V_s/V_0$  にも影響すると考えられる。ただし  $V_s$  は最終値、 $V_0$  は初期値である。いま  $\Gamma = 0.3$ 、 $Q = 20$ 、 $\Gamma - 1/Q = 0.25$  に対して計算した結果は第2表のごとくになった。ただし  $\tau$  は立上り時間である。ゆえに立上り時間は  $\log(V_s/V_0)$  に比例することがわかる。以上の結果から立上り時間  $\tau$  は

$$\tau = K \frac{1}{f} \log\left(\frac{V_s}{V_0}\right) \frac{1}{\Gamma - 1/Q}$$

なることが予想される。ただし  $K$  は定数であるが、上の結果から  $K = 0.75$  なることがわかる。すなわち  $\delta = 0$  の時の立上り時間  $\tau$  は

$$\tau = 0.75 \frac{1}{f} \log\left(\frac{V_s}{V_0}\right) \frac{1}{\Gamma - 1/Q} \quad (34)$$

で表される。実際の立上り時間の計算値と (34) 式とを比較すると第3、4表のごとくなり、よく一致する。

第3表 (34) 式と計算値の比較 (1)

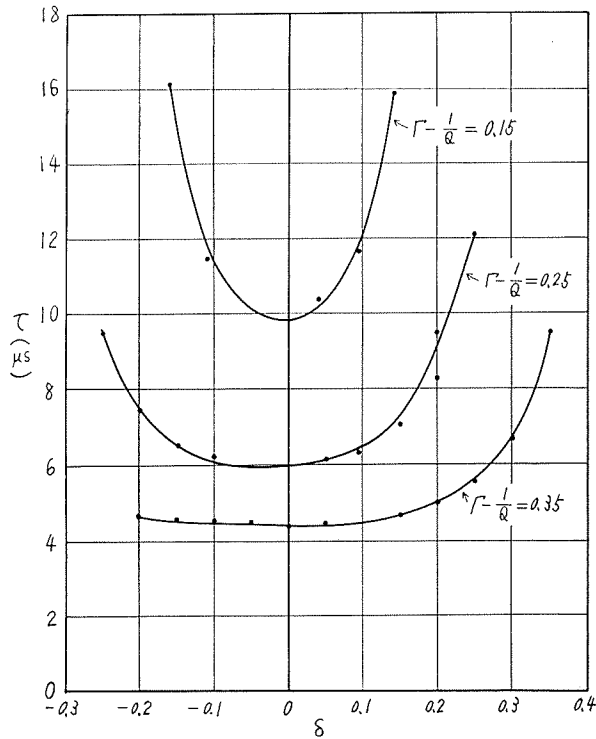
 $V_s/V_0 = 10^2$   $f = 1$  Mc

$\Gamma - 1/Q$	0.1	0.2	0.3
計 算 値 ( $\mu$ s)	15.05	7.5	5.0
(34) 式 の 値 ( $\mu$ s)	15.0	7.5	5.0

第 4 表 (34) 式と計算値の比較 (2)

$\Gamma - 1/Q = 0.25$   $f = 1 \text{ Mc}$

$V_s/V_0$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$
計 算 値 ( $\mu\text{s}$ )	5.9	8.9	11.8	14.7
(34) 式 の 値 ( $\mu\text{s}$ )	6.0	9.0	12.0	15.0



第 10 図  $\delta$  と立上り時間の関係 ( $\Gamma - \frac{1}{Q}$ : パラメータ)

つぎに  $\delta$  が 0 でない場合について立上り時間を計算した結果は第 10 図のごとくになった。パラメータは  $\Gamma - 1/Q$  で、上から  $\Gamma - 1/Q = 0.2 - 1/20 = 0.15$ ,  $0.3 - 1/20 = 0.25$ ,  $0.4 - 1/20 = 0.35$  の三種について記した。 $\delta$  が 0 の近傍では立上り時間  $\tau$  は余り変らないが、離れるに従って急に大きくなる。

### 7. 立下り特性

L 形パラメトロンについては一般に (9) 式と (13) 式がなりたつが、これを書きなおすと

$$\frac{dI}{dt} = I \frac{\omega}{2} \left( \Gamma \cos 2\theta - \frac{1}{Q} \right) \tag{35}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\omega}{2} \left( \delta + \beta I^2 + \Gamma \sin 2\theta \right) \tag{36}$$



しかるに立下りにおいては  $\Gamma \neq 0$  であるから

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\omega}{2Q} I \quad (37)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\omega}{2} (\delta + \beta I^2) \quad (38)$$

(37), (38) 式を解けば立下り特性を求めることができる。(37) 式より

$$I = K \exp(-\omega t/2Q)$$

$t=0$  では  $I=I_s$  であるから

$$K = I_s$$

ゆえに

$$I = I_s \exp(-\omega t/2Q) \quad (39)$$

$$I/I_s = \exp(-\omega t/2Q)$$

$I/I_s = 1/10$  の時の  $t$  を  $\tau$  とすれば

$$\tau = 4.6 Q/\omega \quad (40)$$

これより電流が  $1/10$  になるまでの時間がわかる。(38) 式に (39) 式を代入すれば

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\omega}{2} \left\{ \delta + \beta I_s^2 \exp(-\omega t/Q) \right\}$$

ゆえに

$$\theta = -\frac{\omega}{2} \left\{ \delta t - \frac{Q}{\omega} \beta I_s^2 \exp(-\omega t/Q) \right\} + C$$

$t=0$  で  $\theta=\theta_s$  であるから

$$C = \theta_s - Q\beta I_s^2/2$$

ゆえに

$$\theta = \theta_s - \frac{\omega}{2} \delta t - \frac{Q}{2} \beta I_s^2 \left\{ 1 - \exp(-\omega t/Q) \right\} \quad (41)$$

C形パラメトロンについては、L形パラメトロンの  $I$  を  $V$  で置き換えればよい。すなわち

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\omega}{2Q} V \quad (42)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\omega}{2} (\delta + \beta V^2) \quad (43)$$

(42) 式より

$$V = V_s \exp(-\omega t/2Q) \quad (44)$$

ただし  $V_s$  は  $t=0$  のときの  $V$ ,  $V_s$  の  $1/10$  になる  $V$  までの時間  $\tau$  は

$$\tau = 4.6 Q/\omega$$

(44)式と(43)式より

$$\theta = \theta_s - \frac{\omega}{2} \delta t - \frac{Q}{2} \beta V_s^2 \left\{ 1 - \exp(-\omega t/Q) \right\} \quad (45)$$

## 8. 結 言

L形並びにC形のパラメトロン発振に関して、電源側を負性インピーダンスまたは負性アドミタンスで表し、発生する電力と消費する電力の平衡条件から定常特性を求め、また過渡特性は発生する電力と消費する電力と貯えられる電力との間の平衡条件から求めた。さらにLまたはCの非線形を考慮した場合についても求めた。これによって立上り特性を明解に表わすことができた。また電子計算機によって種々なる場合の立上り特性を計算して、その性質を明らかにし、また一般式を導いた。また立下り時間を簡単に表わすことができた。

## 文 献

- 1) 後藤英一：非線形リアクタを利用した新回路素子パラメトロン，電子計算機専委，1954-7.