



Title	CEF型前進波増幅装置の利得におよぼす集束特性の影響
Author(s)	千田, 正彦; 桜庭, 一郎
Citation	北海道大學工學部研究報告, 43, 55-66
Issue Date	1967-05-15
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/40824
Type	bulletin (article)
File Information	43_55-66.pdf



[Instructions for use](#)

CEF 型前進波増幅装置の利得におよぼす 集束特性の影響

千田 正彦*

桜庭 一郎*

(昭和41年12月8日受理)

Characteristic Ripple Effects on the Gain Characteristics in CEF-Type Forward-Wave Amplifiers

Masahiko SENDA

Ichiro SAKURABA

Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering,
Hokkaido University, Sapporo, Japan.

(Received December 8, 1966)

Abstract

This paper deals with the characteristic ripple and gain characteristics of CEF-type forward-wave amplifiers in a special case where $Q=0$, $d=0$, $\beta_c=20$, and $C=0.05$.

A detailed investigation of the incremental propagation constants shows that the real parts possess a dependency on the electron injection velocity parameter b :

1. In the region where $-1.4 \geq b \geq 0.8$, x_1 which is greater than zero, is associated with the wave that exponentially increases with the increasing spatial angle, while x_2 is associated with the exponentially decreasing wave. Thus y_1 and y_2 possess the same value over the range of b for which x_1 and x_2 differ from zero. For values of b lying beyond this interval, y_1 and y_2 have separate and distinct values. This interaction is due to the coupling between a synchronous space-charge wave and a forward wave.

2. In the region where $1.1 \geq b \geq 1.9$, x_4 which is greater than zero, is associated with the exponentially increasing wave, while x_2 is associated with the exponentially decreasing wave. Then y_2 and y_4 possess the same value over this range of b for which x_2 and x_4 differ from zero. For values of b lying beyond this region, y_2 and y_4 assume separate and distinct values. This is due to the interaction between a slow space-charge wave and the forward wave.

3. At large negative values of b , in the region where the real parts of the propagation constants vanish, y_1 approaches zero, while y_2 approaches the complex conjugate of y_4 . It follows that y_1 is a synchronous space-charge wave, y_2 is a fast space-charge wave and y_4 is a slow space-charge wave and thus y_3 asymptotically approaches the cold-circuit wave phase velocity.

* 電子工学科電子管工学講座

4. At sufficiently large positive values of b , for which the real parts of the incremental propagation constants vanish, y_2 approaches $-b$, while y_1 approaches zero. The graphical results also shows that y_3 and y_4 asymptotically approach the same positive and negative values. Thus y_3 and y_4 are the fast and slow space-charge waves, y_2 is the circuit wave and y_1 becomes the synchronous space-charge wave.

A plot of gain in db versus the velocity parameter b with the number of wave angle N as parameter has provided a general approach to the small-signal study of CEF-type forward-wave amplifiers. Among the important consequences of this plot, the following are particularly significant:

1. In the case of large N , the gain is largest when $b=0$ and steadily decreases as $b \neq 0$.
2. In the case of small N , the gain is largest when $b > 0$.
3. When the b value is approached, for which x_1 vanishes in the region of positive values of b , the small-signal gain can be obtained by characteristic ripple effects.

A plot of gain in db versus the electrical angle with the parameter b shows a spatial beating pattern:

1. At large negative values of b , where the real parts of propagation constants vanish, the net gain at any spatial angle depends on the vector sum of all four waves. The amplitudes of the beats increases with both the electrical angle and the velocity parameter, as the b value is approached for which x_1 vanishes.
2. The small-signal gain possesses a linear spatial variation when b is equal to or greater than zero. The growing-wave gain in the case of large N values is largest when $b=0$ and steadily decreases as b assumes the successive values 0.4, 0.8, 1.2. When b assumes still larger values, the growing-wave character is almost absent from the gain function and the amplitudes of the spatial beats decreases as b takes on the successive values 1.6, 2.0, 2.4. This likewise is due to the characteristic ripple effect.

目 次

abstract	55
1. 緒 言	56
2. 前進波作用の特性方程式と計算手順	57
3. 数値計算結果	58
4. 小信号利得の計算結果に対する考察	61
5. 結 言	64
参考文献	65

1. 緒 言

遠心力を用いた静電界集束型電子ビームを用いたいわゆる CEF 型前進波増幅装置は、低速電磁波と電子ビームとの相互作用の点からも大変興味のあるマイクロ波電子装置である。すなわち集束用磁界を用いないこの装置は、相互作用の結果 O 型装置と M 型装置とにみられる諸現象を示すことがよく知られている^{1),2),3),4)}。現在この装置を用いた光検波装置を計画中であ

るが、基本設計に必要な CEF 型電子ビームの stiffness も検討され⁵⁾、さらに完全同期、無損失かつ $\beta_e \approx 20$ および $C \approx 0.05$ の場合における前進波に関する小信号利得の近似式も与えられ⁶⁾、ついで電子入射速度と回路波の位相速度との差が小さいときその影響を含めた利得の近似式も得られた⁷⁾。また CEF 型電子ビームの空間電荷係数とプラズマ角周波数との関係も検討された⁸⁾。しかし不幸なことに電子ビームと回路波の位相速度の差が大きいき、利得の表示式を得ることが出来なかった。それ故電子計算機による数値計算によって詳細に調べた結果、その相互作用の全貌がかなり明らかとなり、さらに従来全く指摘されていなかった注目すべきいくつかの現象を見出した。

これらの結果の一部は、著者の一人が多くの数値計算の結果気をついたことであり、従来全く見落されていたものである。また他の結果は、電子軌道の特性や実験データなどから著者によって予想されていたのであるが、ここに数値計算によってはじめて確認されたものである。したがって本論文では数値計算の結果を示し定性的な説明を試みようとするものである。

2. 前進波作用の特性方程式と計算手順

無損失回路、零空間電荷効果かつ中心半径がかなり大きく、薄いリボン状電子ビームを用いた CEF 型前進波増幅装置の特性方程式は既に示されたように⁷⁾ 次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
& \delta^6 (\beta_e^4 C^6) + \delta^5 (-j3\beta_e^4 C^5) \\
& + \delta^4 \left[\beta_e^4 C^6 b^2 + \beta_e^4 C^5 (2-C^3) b - \beta_e^2 C^4 (\beta_e^2 C^3 - 2 + 2\beta_e^2) \right] \\
& + \delta^3 j \left[-\beta_e^4 C^5 b^2 + \beta_e^4 C^4 (3C^3 - 2) b + 3\beta_e^2 C^3 (\beta_e^2 C^3 - 2) \right] \\
& + \delta^2 \left[2\beta_e^2 C^4 b^2 + \beta_e^2 C^3 (3\beta_e^2 C^3 - \beta_e C^3 - 2C^3 + 4) b + \beta_e^2 C^2 (3\beta_e^2 C^3 - \beta_e C^3 - 2C^3 - 4) \right] \\
& + \delta j \left[-2\beta_e^2 C^3 b^2 - \beta_e^2 C^2 (\beta_e^2 C^3 - 2\beta_e C^3 - 4C^3 + 4) b - \beta_e^2 C^4 (\beta_e^2 - 2\beta_e - 4) \right] \\
& + \beta_e^2 C^3 (\beta_e + 2) (bC + 1) = 0. \tag{1}
\end{aligned}$$

ここで

$$\beta = \beta_e (1 + jC\delta), \quad \beta_0 = \beta_e (1 + Cb). \tag{2}$$

$$\delta = x + jy. \tag{3}$$

である。 β は電子ビームが存在するときの角方向位相定数、 β_0 は電子ビームのないときの角方向位相定数、 β_e は電子ビームの等価角方向位相定数、また C は利得係数である。 b は電子の入射速度係数であり、 $b > 0$ は電子ビームの角速度 Ω_0 が、電磁波の cold 空間角速度 Ω_W より大きいことを示し、 $b < 0$ は反対である。また $b = 0$ は両者が完全に同期していることを示す。また x は空間角 θ に対して指数増大か指数減衰あるいは一定振幅波を示す。 y は位相に関係し、 $y > 0$ のとき電磁波の hot な空間角速度 Ω_{W1} は、電子ビームのそれより大きく、 $y < 0$ なら $\Omega_0 > \Omega_{W1}$ となる。

現在実用上必要な $\beta_r \approx 20$, $C \approx 0.05$ を用いると式 (1) は

$$\begin{aligned} & \delta^6 + \delta^5 \left(-j \frac{3}{C} \right) + \delta^4 \left(b^2 + \frac{2}{C} b - \frac{2}{C^2} \right) \\ & + \delta^3 j - \left(\frac{1}{C} b^2 - \frac{2}{C^2} b - \frac{6}{\beta_r^2 C^3} \right) \\ & + \delta^2 \left(\frac{2}{\beta_c^2 C^2} b^2 + \frac{4}{\beta_c^2 C^3} b - \frac{4}{\beta_c^2 C^4} \right) \\ & + \delta j \left(\frac{-2}{\beta_r^2 C^3} b^2 - \frac{4}{\beta_r^2 C^4} b - \frac{1}{C^2} \right) + \left(\frac{b}{\beta_c C^2} + \frac{1}{\beta_c C^3} \right) \approx 0. \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

これらを電子計算機によって数値計算し CEF 型前進波増幅装置の利得を求めるのであるが、その簡単な flow-diagram を Fig. 1 に示す。一般的な動作条件における計算機への入力は、パラメータとして β_r , C , 損失係数 d , 空間電荷係数 Q , 高周波界の比 f_r と g_r , および電子ビームの厚さの中心半径に対する比 α , および独立変数として速度係数 b と電気角 ϕ である。全部で6個の根が得られるが、そのうち4個が入力条件を満すのに用いられ、したがって係数 C_m , C_r および C_{an} の計算に使用される。それ故独立変数 ϕ を用いると利得が求められ、一般に ϕ とパラメータ β_c , C , d , Q , f_r , g_r , α および独立変数 b によって表示し得るに至る。

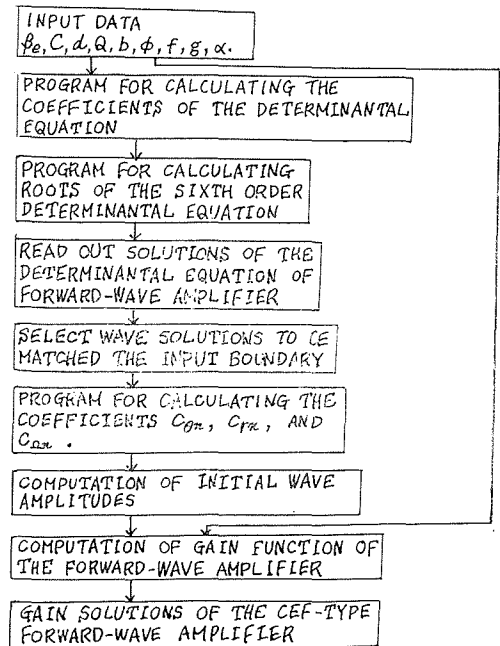


Fig. 1. The flow diagram for the CEF-type forward-wave amplifier program.

3. 数値計算結果

特性方程式 (4) の計算結果を Fig. 2 に示す。この場合 $b=0$ のときの解⁶⁾

$$\delta_{1,2} = x_{1,2} + jy_{1,2} \approx \pm \frac{1}{2} \sqrt{\beta_c C} - j \frac{3}{4\beta_c^2 C} \quad (5)$$

$$\delta_{3,4} = x_{3,4} + jy_{3,4} \approx \pm j \left(\frac{\sqrt{2}}{\beta_c C} \mp \frac{3}{4\beta_c^2 C} \right) \quad (6)$$

を基準に考えれば、 $b \approx 1.5$ 付近における δ の実部は、正の部分が x_4 であり、負の部分は従来と同じく x_2 である。 $b=0$ 付近の相互作用つまり第一増大波域は、前進波と同期空間電荷波と結合の結果 x_1 と x_2 が生じ、 $b \approx 1.5$ 付近における第二増大波域は、前進波と集束系固有の遅

い空間電荷波との相互作用のため x_4 と x_2 が生ずると考えられる。また $b \approx -1.5$ 付近の相互作用は、前進波と集束系固有の速い空間電荷波とのいわゆる passive coupling であり、 δ の実部を生じない。

従来第二増大波域の正の部分が x_1 、負の部分が x_2 と命名されてきたが^{(1),(2),7)}、著者の一人が装置の基本設計に必要な資料を得るため、多くの数値計算を行なっているうちに気のついたものであるが、これは波動の結合の点からも説明し得る。

つぎに速度係数 b を変化したとき、係数 $C_{\theta n}$ 、 C_{rn} と $C_{\rho n}$ を Fig. 3, 4 および 5 に示した。これらの係数は

$$C_{\theta n} V_n = i_{\theta n} \left(\frac{-r_0 \Omega_0}{\eta \tau_0 k_r \beta_c} \right), \tag{7}$$

$$C_{rn} V_n = i_{rn} \left(\frac{j r_0 \Omega_0}{\eta \tau_0 k_r \beta_c^2} \right), \tag{8}$$

$$C_{\rho n} V_n = \Omega_n \left(\frac{-r_0^2 \Omega_0}{\eta \beta_c^2 k_r} \right). \tag{9}$$

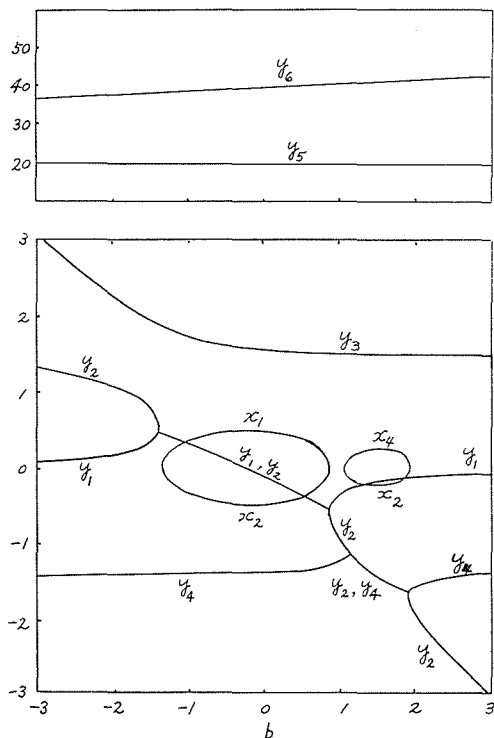


Fig. 2. The incremental propagation constants of CEF-type forward-wave amplifiers. ($Q=0$, $d=0$, $\beta_c \approx 20$ and $C \approx 0.05$)

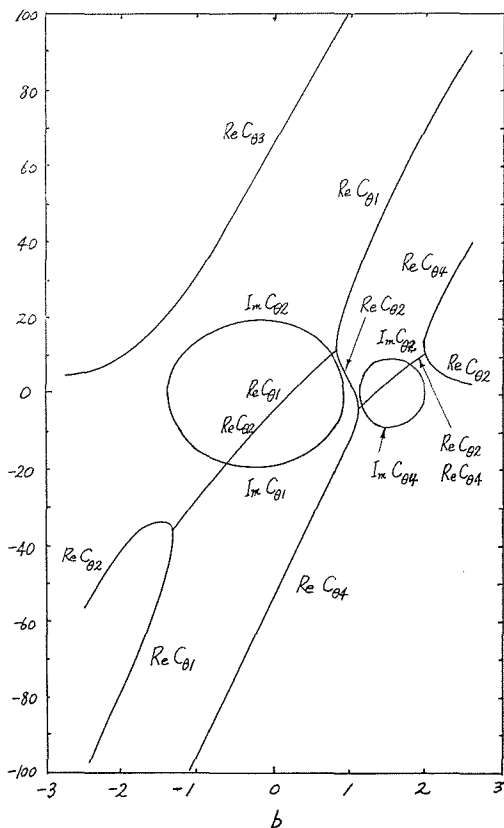


Fig. 3. C_{0n} vs b in the case where $Q=0$, $d=0$, $\beta_c=20$ and $C=0.05$.

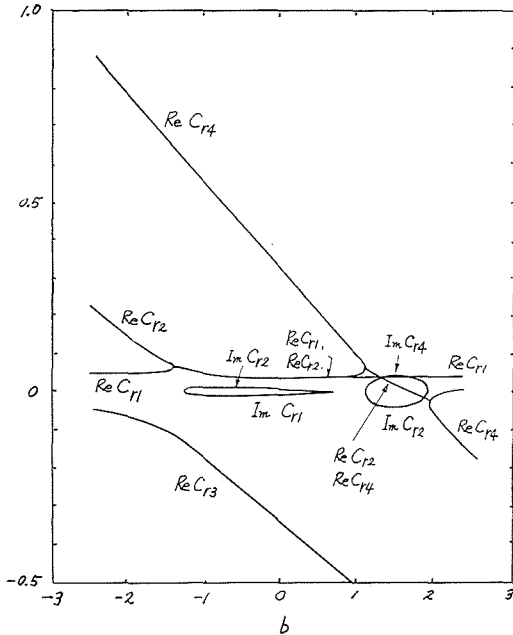


Fig. 4. C_{rn} vs b in the case where $Q=0$, $d=0$, $\beta_e=20$ and $C=0.05$.

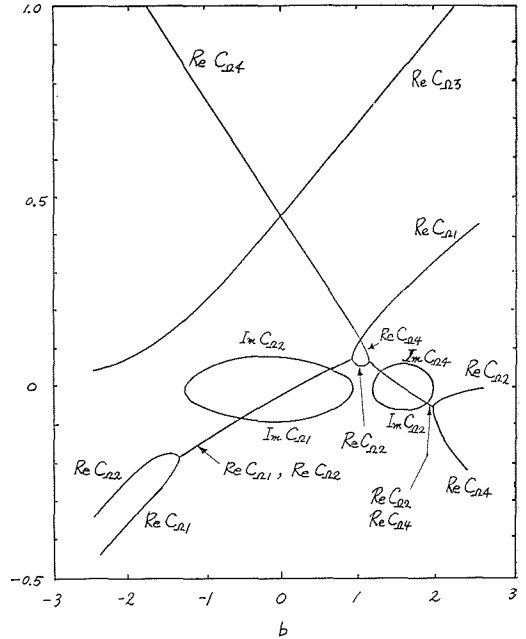


Fig. 5. $C_{\Omega n}$ vs b in the case where $Q=0$, $d=0$, $\beta_e=20$ and $C=0.05$.

で定義される。 V_n は $\theta=0$ における第 n 波の高周波電圧, $i_{\theta n}$ は $\theta=0$, $r=r_0$ における第 n 波の θ 方向電流, i_{rn} は $\theta=0$, $r=r_0$ における第 n 波の r 方向電流, Ω_n は第 n 波の角速度の高周波成分である。これらの計算結果の考察によって定性的な結論を得ることは甚だ困難であるが*, まず第一にいえることは係数 $C_{\theta n}$ の値が, 外の係数 C_{rn} や $C_{\Omega n}$ に比べて非常に大きな範囲に変化する。これは高周波電子流の角方向成分が, 半径方向成分および角速度の高周波成分に比べてきわめて大きい。つまり θ 方向の集群がよく行なわれていることを示す。また第一増大波域において, $C_{\theta 3}$, $C_{\theta 4}$, C_{r3} , C_{r4} , C_{r3} および C_{r4} の実部が大きく, $C_{\theta 1}$ と $C_{\theta 2}$ の虚部が優勢である。第二増大波域において x_4 の最大値を与える b の値の付近で, $C_{\theta 2}$, $C_{\theta 4}$ の実部と虚部ともに同程度となり, $C_{\theta 1}$, $C_{\theta 3}$, C_{r1} , C_{r3} , C_{r1} および C_{r3} の実部がかなり大きい。

また b に対する係数 D_{n1} の計算結果を Fig. 6 に与えた。これらの係数はマトリックス

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ C_{\theta 1} & C_{\theta 2} & C_{\theta 3} & C_{\theta 4} \\ C_{r1} & C_{r2} & C_{r3} & C_{r4} \\ C_{\Omega 1} & C_{\Omega 2} & C_{\Omega 3} & C_{\Omega 4} \end{pmatrix} \quad (10)$$

の逆マトリックスの要素であり一般に

* Figs. 2~5 において, b に対する各係数の計算値は大変複雑であるが, ∂ 対 b においては, b の増加方向にむかって右優先である。つまり b の増す方向に対して, y_1 は y_2 の右側にあり, 両者の交点から正の実部 x_1 を生ずる。係数 $C_{\theta n}$, C_{rn} および $C_{\Omega n}$ は b の増加方向にむかって左優先の形をもっている。

$$D_{n1} = u_{n1} + jv_{n1} \quad (11)$$

と表示される。これらの結果によれば、第一増大波域では u_{11} , u_{21} が同じ値をもち、かつほかには比べてかなり大きい。また v_{11} と v_{21} は絶対値等しく符号反対である。第二増大波域では u_{21} と u_{41} がかなり大きく、 v_{21} と v_{41} の絶対値等しく符号反対である。

4. 小信号利得の計算結果に対する考察

速度係数 b の変化に対する小信号利得の変化を N をパラメータとして Fig. 7 に与えた。ここで電気角 ϕ と空間角 θ および N とは

$$\phi = \beta_e C \theta = 2\pi CN \quad (12)$$

で与えられる。この図よりつぎのような興味ある事実を知り得る。まず第一に $b > 0$ の第一増大波域において、 x_1 が零となる付近においてもかなりの利得を示すことであり、さらに小さい相互作用長のとき、 $b \approx 1$ 付近の利得が完全同期のときのそれに比べて高くなっていることである。すなわち $N=15$ のとき $x_1=0$ となる $b \approx +1$ においてなお 8 dB ほどの利得をもつ。また $N=5$ の場合 $b \approx +1$ 付近の利得が $b=0$ のときのそれに比べて約 1 dB 高い。これは完全同期付近では同期波との相互作用と集束系固有の ripple effects とが共存するが、いま考察している動作条件のもとでは、後者が省略し得ることを示している。また $b \approx +1$ 付近では ripple effects の影響があり、小さい N ほど著しい。 $N \leq 10$ のときの詳しい計算結果を Fig. 8 に示す。最大利得を与える b の値は、 N が少なくなるに従って正の方へ移動して行く。つぎに $b \approx +1.5$ 付近の第二増大波域は遅い空間電荷

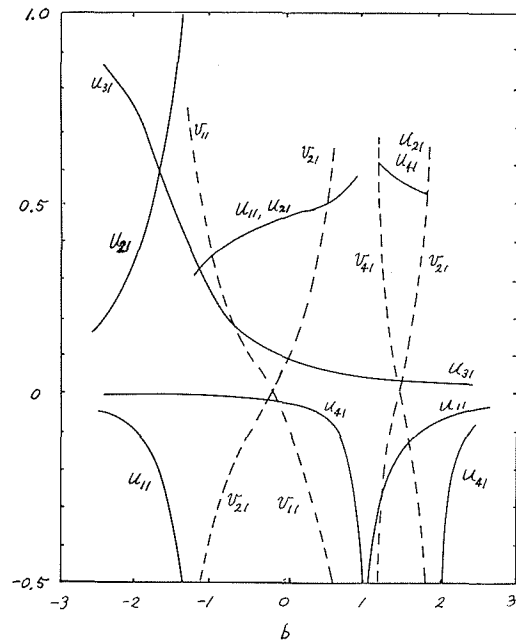


Fig. 6. $D_{n1} = u_{n1} + jv_{n1}$ vs b in the case where $Q=0$, $d=0$, $\beta_e=20$ and $C=0.05$.

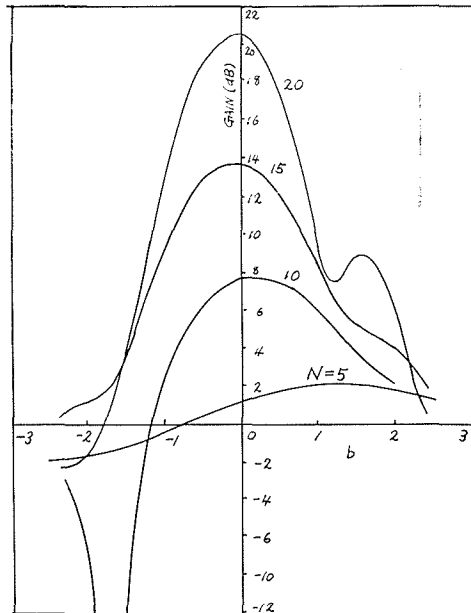


Fig. 7. The small-signal gain vs b with N as parameter in the case where $Q=0$, $d=0$, $\beta_e=20$ and $C=0.05$.

波による利得であり、 N の大きいほど高くなる。また $x_4 \approx 0$ となる $b \approx +2$ 付近でわずかながら利得の存在するのは ripple effects によると考えられる。 $b < 0$ の領域において ripple effects は同期波との相互作用による利得に対して、減少するように働く。このことは集束系において接線方向速度に摂動があるときの電子軌道の変化に対応している(文献5の Fig. 5 参照)。さらに b が負に大となれば速い空間電荷波との相互作用を示すに至りかなりの減衰を示す。

つぎに第二の興味のあるのは、第一増大波域と第二増大波域の間における δ の実部がほぼ零のところでも、かなりの利得をもつことである。これはそれぞれの増大波域における ripple effects のために利得が存在すると考えられる。

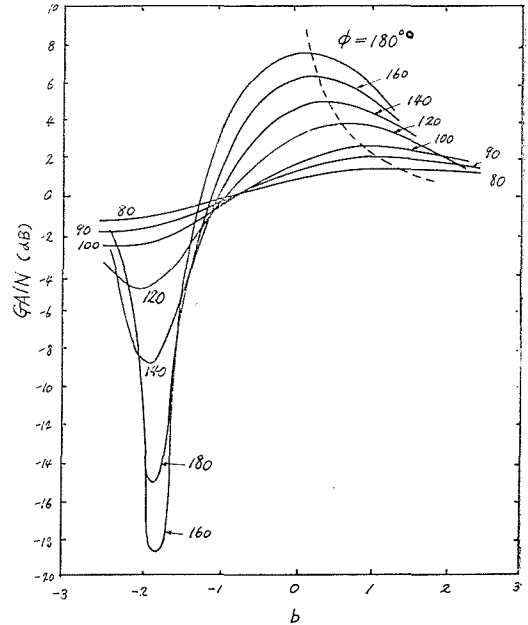


Fig. 8. The gain characteristics of CEF-type forward-wave amplifier with ϕ as parameter in the case where $Q=0$, $d=0$, $\beta_e=20$ and $C=0.05$.

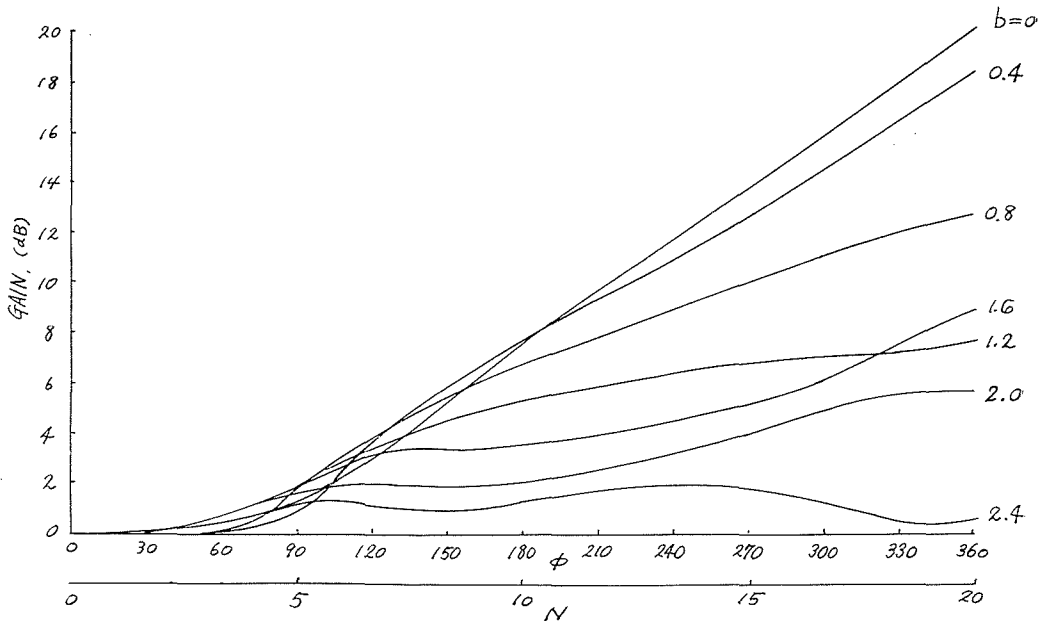


Fig. 9. The small-signal gain vs ϕ and N with $b > 0$ as parameter in the case where $Q=0$, $d=0$, $\beta_e=20$ and $C=0.05$.

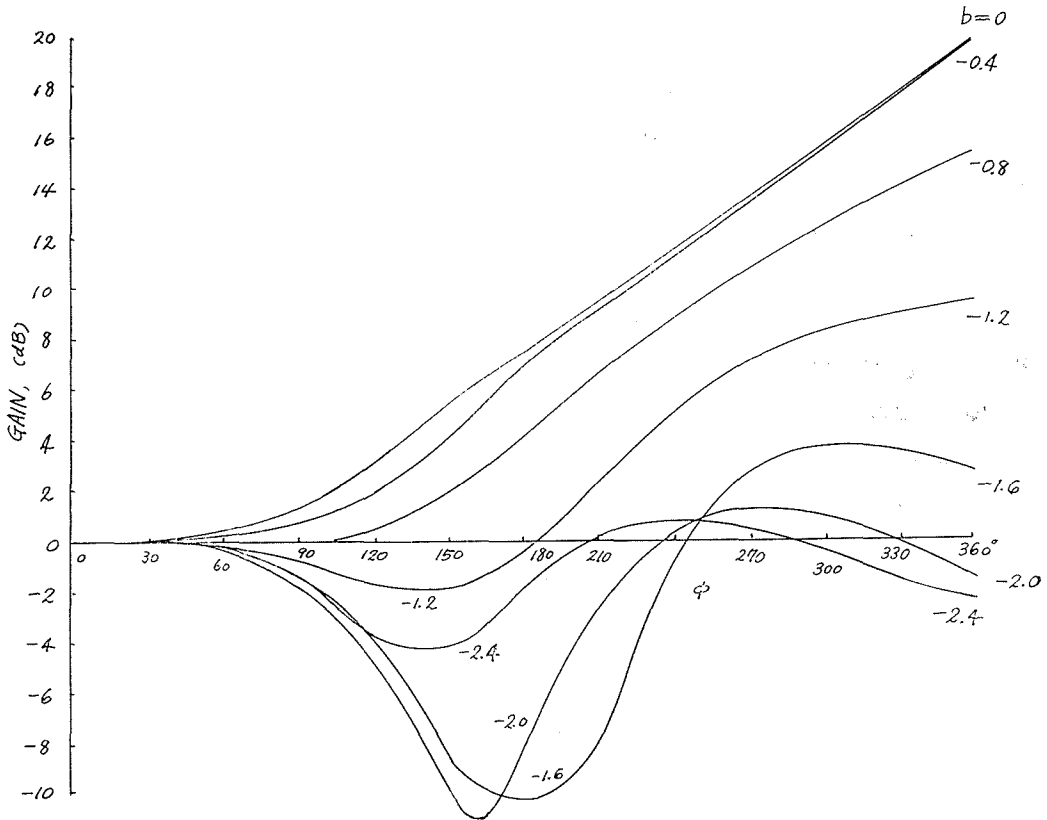


Fig. 10. The small-signal gain vs ϕ with $b < 0$ as parameter in the same case.

さて b をパラメータとして電気角と利得の計算結果を Fig. 9 と 10 に示した。 $(\beta_e = 20, C = 0.05$ のとき空間角と電気角は数値的に等しい。) $b = 0$ のとき同期波との相互作用による利得であり、作用長を増すに従って利得が増し ripple effects はあらわれない。 b が正に増すに従って利得がおち同時に ripple effects のため ϕ に対して波状的に変化する。 $b \approx +1.5$ 付近で遅い空間電荷波との相互作用を示しているがやはり ripple effects をうけている。すなわち完全同期よりはなれると相互作用長を増しても必ずしも利得が著しく増加しないことを示しており、 N が短いほど広帯域であるという特性とあいまって設計上重要な事柄である。これが興味ある第三の特性である。 b が負の領域においてもやはり ripple effects をうけている。

以上の興味ある特性は、著者の一人が Prof. Rowe と Laser Receiver の実験結果に関し討論していたときに予想されたことであつたが (1964 年秋より 1965 年春にかけて)、当時多くの Projects に関係していたため計算する暇がなかった。今回著者の数値計算によって確認されたわけである。

5. 結 言

CEF 型前進波増幅装置の無損失，零空間電荷， $\beta_c \approx 20$ および $C \approx 0.05$ の場合，電子角速度 Ω_0 と前進波の角速度 Ω_W との関係を種々変化したときの小信号利得が電子計算機によって数値計算された。得られた結果を要約すればつぎのようになる。

1. 第二増大波域は前進波と集束系固有の遅い空間電荷波（位相定数 $\beta_c + \sqrt{2}$ ）との相互作用によって生ずる。したがって δ の正の実部は x_4 と命名された。

ω - β 線図によってこれらの相互作用を説明すると Fig. 11 となる⁹⁾。すなわち β_0 線と β_1 線との交点付近は速い空間電荷波（位相定数 $\beta_c - \sqrt{2}$ ）と前進波との passive coupling であり β_0 線と β_e 線の交点付近は，同期波と前進波との active coupling であり第一増大波域となる。つぎの β_0 線と β_s 線との交点付近は，遅い空間電荷波と前進波との active coupling であり第二増大波域を示す。

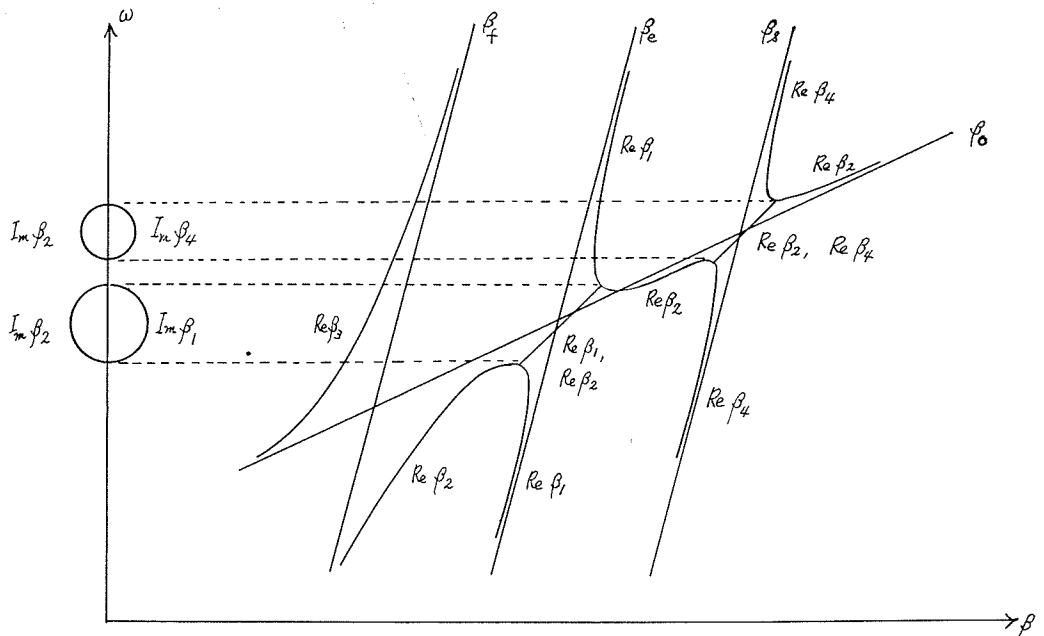


Fig. 11. Coupling between a forward-wave and three space-charge waves in CEF-type forward-wave amplifiers.

2. 第一増大波域の $b > 0$ の範囲において， δ の正の実部が零に近づいてもなおかなりの利得があり，さらに相互作用長が小さいとき， $b \approx 1$ 付近の利得が，完全同期のときのそれに比して高くなる。

3. 第一および第二増大波域の中間において， δ の正の実部が零となってもかなりの利得を示す。

4. 相互作用長と小信号利得の関係において集束系固有の ripple がみられる。作用域が短いほど広帯域という特性とともに装置設計上考慮すべき問題である。

以上の第2, 3および4の結論より, 速度係数 b の変化に対する利得の特性は Fig. 12 に示したように三つに大別し得る。すなわち $b \approx 0$ 付近は同期波との相互作用が強く, $b \approx 1$ 付近は集束系固有の ripple effects につよく影響され, $b \approx 1.5$ 付近は遅い空間電荷波との相互作用がよくきいてくる。

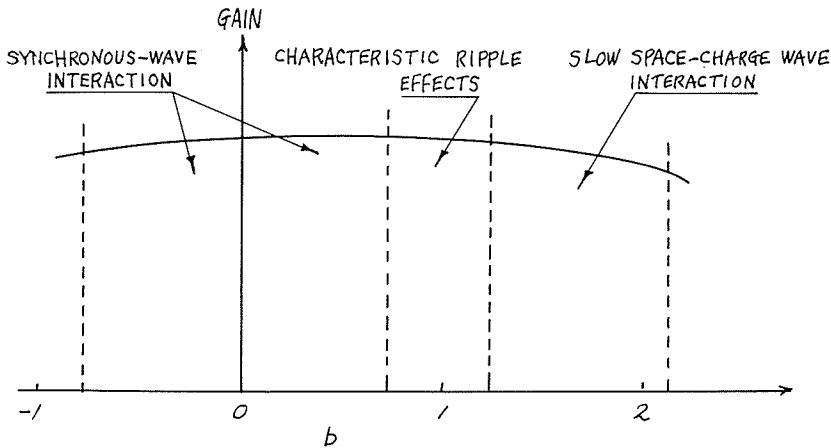


Fig. 12. Synchronous-wave interaction, characteristic ripple effects, and slow space-charge wave interaction in gain characteristics of CEF-type forward-wave amplifiers.

これらの結論のうち第1項は, 著者の一人が膨大な数値計算を行なっているうちに気がついたものであり, 第2第3および第4項は, Prof. Rowe と討論中に予想された特性であるが, 今回著者によってはじめて数値的に確認されたものである。今後動作条件を広範囲に変化したときの現象の解明と, これらの相互作用に対する coupled-mode description を試みる必要があると考える。

おわりに研究の機会を与えて下さった電子工学科の方々, 数値計算に協力された小柳幸次郎技官, CEF 型前進波増幅装置の小信号利得の計算に関する digital computer program について御助言下さった村田茂昭助教授, さらに増幅機構について御討論下さった Prof. Joseph E. Rowe に深く感謝する。

参考文献

- 1) Nunn, W. M., Jr. and Rowe, J. E.: "Single-Transit, Large-Radius E-Type Devices", Trans. PGED-IRE. vol. ED-8, pp. 508-520 (1961-11).
- 2) Nunn, W. M., Jr.: "Single-Transit E-Type Traveling-Wave Devices", Journal of Electronics and Control, vol. 15, No. 3, pp. 201-227 (1963-9).
- 3) Sakuraba, I. and Rowe, J. E.: "Small-Signal Power Theorems and Dispersion in E-Type Elec

- iron Beams”, Technical Report No. 76, Electron Physics Laboratory, Department of Electrical Engineering, The University of Michigan. (1964-11).
- 4) Rowe, J. E.: “Nonlinear Electron-Wave Interaction Phenomena”, Academic Press, New York and London, pp. 54-62 (1965).
 - 5) 桜庭一郎: “遠心力を用いた静電界集束系における電子軌道”, 北海道大学工学部研究報告, 第40号, pp. 77-86 (1966-3).
 - 6) 桜庭一郎・平石雅昭: “CEF型前進波増幅装置の利得”, 北海道大学工学部研究報告, 第41号, pp. 121-133 (1966-8).
 - 7) 桜庭一郎・千田正彦: “CEF型前進波増幅装置の利得に対する電子入射速度の影響”, 北海道大学工学部研究報告, 第42号, pp. 29-41 (1966-11).
 - 8) 桜庭一郎・小柳幸次郎: “薄いCEF型電子ビームの集群による空間電荷界”, 北海道大学工学部研究報告, 第43号, pp. 49-54 (1967-4).
 - 9) Louisell, W. H.: “Coupled Mode and Parametric Electronics”, John Wiley and Sons, New York and London (1960).