HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	自動車の車体と車輪系の運動について（第1報）：前輪系の力学
Author(s)	入江, 敏博; 植田, 豊
Citation	北海道大學工學部研究報告, 43, 1-28
Issue Date	1967-05-15
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/40826
Type	bulletin (article)
File Information	43_1-28.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

自動車の車体と車輪系の運動について (第1報)

——前輪系の力学——

入江敏博*
植田豊*

(昭和41年12月1日受理)

On the Motion of the Body-Wheel System of the Automobile (I)

Mechanics of the Front Wheel System

Toshihiro IRIE
Yutaka UEDA

Abstract

In a Wish-Bone type suspension of an automobile, generally, wheel alignment changes with the so-called jounce or rebound stroke. The motion of the front wheel system has such an important effect on the performance of the automobile that it has been studied for a long time, but there are few systematic studies treating the front wheel system in connection with the entire system including the body and the rear wheel system.

In this paper, for the purpose of studying these problems mathematically, six coordinate (body, road, King-pin, wheel, upper and lower arms) systems and equations of transformation on them were introduced. And the link system of the front wheel was divided into four parts (wheel, King-pin, upper and lower arms), on each of which equations of motion and geometrical conditions were given. Some diagrams on the quantities obtained from the theoretical calculation were presented and the flow of the information (geometric quantities and forces) in the system was illustrated by giving some block diagrams of the front wheel system and the entire system of the automobile.

目　次

1. はしがき …… 2
2. ウィッシュボーン形懸架機構における座標軸とその変換式 …… 2
3. 前輪系の幾何学的関係 …… 6
4. 前輪系の力学的関係 …… 11
　4·1 車輪に関する運動方程式 …… 11
　4·2 前車輪に働くジャイロモーメント …… 18
　4·3 キングピン部に働く力とモーメントのつり合い …… 21

* 機械工学第2学科　機械力学研究室

4・4　アームに働く力とモーメントのつり合い …… 24
4・5　その他の力学的関係 …… 25
5.　前輪系の入出力関係 …… 25
6.　結　　言 …… 27

1. はしがき

自動車の前輪系として普通みられるウイッシュボーン形懸架機構においては，自動車の運動とくに舵取り時，前車輪の緩衝行程が上下し，そのためにキャンバ，キャスタなどホイール・アライメント全体が変化する。このような変化は自動車全系の運動に関係し，その操縦性，安定性などの自動車走行性能に影響するのみでなく，前輪系各メンバの強度上の問題にも関係がある。したがってこの種の問題についてはすでに多くの研究成果がえられており[1)~6)]，また最近前輪系の幾何学に関する研究も活発である[7)~12)]。しかし前輪系の各メンバの幾何学的，力学的関係は一般にきわめて複雑であり，これを簡易な形で与えることは必ずしも容易でなく，したがってこれを一貫した方針で解析した論文は乏しいように思われる。

本報告は前後輪，車体をふくむ自動車全系の運動に関連して，前輪系の幾何学的，力学的関係をくわしく論じようとするものであって，まず理論的取り扱いのために必要ないくつかの座標系を導入し，座標系間の変換式をあげるとともに幾何学的関係を明らかにする。つぎに前輪系を車輪系，キングピン系，上下アーム系に大別し，これらに外部から働く攪乱，各メンバ間に作用する力およびモーメントのいっさいと力学的な基礎方程式をあげ，さらにこれら相互間の関係を明らかにするため，前輪系入出力関係図を与え，車体，後輪との関連を論じようとするものである。

2. ウイッシュボーン形懸架機構における座標軸とその変換式[4),13)]

ウイッシュボーン形懸架機構においては，車輪が緩衝行程を上下するとき，一般にホイール・アラインメント（トー・イン，キャンバ，キャスタなど）が変化する。**Fig. 1** に示す左前輪において，ロア・アーム OA およびアッパ・アーム BC はおのおのの回転軸 L，U のまわりに O 点および C 点を回転中心として回転する。したがって OA と L 軸，BC と U 軸は直交している。

キングピン AB の両端 A，B はあらゆる方向に自由に回転できるボール・ジョイントであって，両アームの回転にともなってキングピンの空間位置，方向が変化し，これによってキャンバ，キャスタなどの変化が決定する。また J，G 点は AB

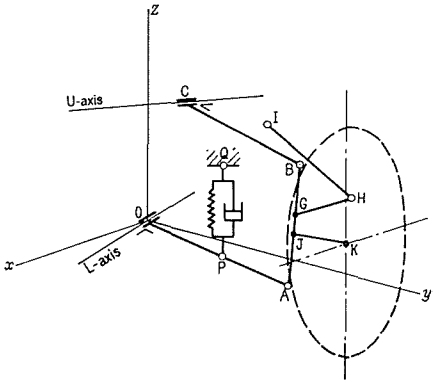

Fig. 1. The link system of Wish-Bone type suspension (a front wheel).

に固定され，その結果ホイール・スピンドル JK，ナックルアーム GH はキングピン AB とともに一体に運動する。なお G 点は AB と GH が直交するように決められる。タイロッド HI の一端 I 点は舵取り機構の運動に誘導されて車体内で拘束されたある軌道上を運動し，これによる GH の AB まわりの回転によって舵角が変化する。以上がウイッシュボーン形懸架機構の概略であるが，本書では各リンクはすべて剛体で，変形やバックラッシュはないものとして取り扱う。

つぎにこの形の前輪懸架機構に関する座標系のいくつかを掲げ，相互の変換式を誘導する。

車体座標系 (xyz 座標系)　車体に固定した移動座標系 xyz を考え，左右輪ともに各ロア・アームの回転中心に原点をおき，前方，外向き，上方をそれぞれ x, y, z 軸の正方向とする。

路面座標系 ($x_R y_R z_R$ 座標系)　xyz 座標系を y 軸まわりにピッチ角 φ だけ左輪系で負，右輪系で正方向に回転してできた $x_R y z'_R$ 座標系をさらに x_R 軸まわりにロール角 ψ だけ負方向に回転してできる座標系を路面座標系 ($x_R y_R z_R$ 座標系) と名づける。車体座標系との間にはつぎの関係がある。

$$\begin{pmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{pmatrix} = (m_R) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{1}$$

ただし

$$(m_R) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -u(l,r)\sin\psi \\ 0 & u(l,r)\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ u(l,r)\sin\psi\sin\varphi & \cos\psi & -u(l,r)\sin\psi\cos\varphi \\ -\cos\psi\sin\varphi & u(l,r)\sin\psi & \cos\psi\cos\varphi \end{bmatrix}$$

(1) 式および以下に用いる記号 $u(l,r)$ は

$$u(l,r) = \begin{cases} +1 & \text{左輪系に対して} \\ -1 & \text{右輪系に対して} \end{cases}$$

なる値をとるものである。

(1) 式の逆行列 (この場合は単に転置行列を作ればよい) をとれば，$x_R y_R z_R$ 座標系から xyz 座標系への変換式がえられる (以下の座標系においても同様，**Fig. 5** 参照)。

ロア・アーム座標系 ($x_L y_L z_L$ 座標系)　xyz 座標系を回転し，x 軸をロア・アーム回転軸に，y 軸をロア・アーム方向に合わせてできた座標系をロア・アーム座標系 ($x_L y_L z_L$ 座標系) という。これは xyz 座標系を z 軸まわりに角 θ_L だけ (**Fig. 2** 参照) 左輪系では正，右輪系では負方向に回転させて $x'_L y'_L z$ 座標系をつくり，つぎにこれを y'_L 軸まわりに角 ϕ_L だけ (**Fig. 3** の角 ϕ'_L を用いると $\tan\phi_L = \tan\phi'_L \cos\theta_B$) 左輪系で負，右輪系で正方向に回転してできた $x_L y'_L z'_L$ 座標系を，さらに x_L 軸のまわりにロア・アームと $x_L y'_L$ 面のなす角 θ_{oa} だけ左輪系で負，右輪

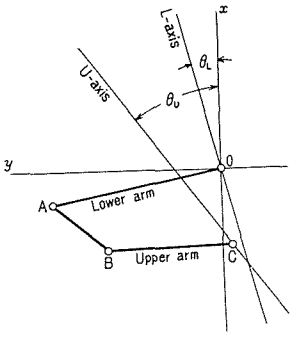

Fig. 2. Plan of the link system of a front wheel.

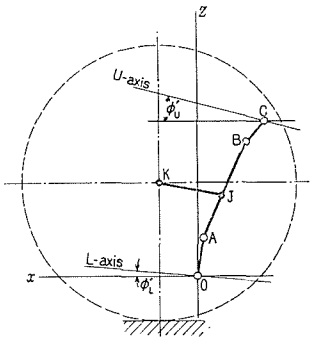

Fig. 3. Side view of the link system of a front wheel.

系で正の方向に回転してできる座標系であるから

$$\begin{pmatrix} x_L \\ y_L \\ z_L \end{pmatrix} = (m_L) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{2}$$

ただし

$$(m_L) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_{oa} & -\sin\theta_{oa} \\ 0 & \sin\theta_{oa} & \cos\theta_{oa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi_L & 0 & \sin\phi_L \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi_L & 0 & \cos\phi_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_L & \sin\theta_L & 0 \\ -\sin\theta_L & \cos\theta_L & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\phi_L\cos\theta_L & \cos\phi_L\sin\theta_L & \sin\phi_L \\ \sin\theta_{oa}\sin\phi_L\cos\theta_L-\cos\theta_{oa}\sin\theta_L & \sin\theta_{oa}\sin\phi_L\sin\theta_L+\cos\theta_{oa}\cos\theta_L & -\sin\theta_{oa}\cos\phi_L \\ -\cos\theta_{oa}\sin\phi_L\cos\theta_L-\sin\theta_{oa}\sin\theta_L & -\cos\theta_{oa}\sin\phi_L\sin\theta_L+\sin\theta_{oa}\cos\theta_L & \cos\theta_{oa}\cos\phi_L \end{bmatrix}$$

θ_L, ϕ_L, θ_{oa} はいわゆるオイラー角（あるいはその余角）に該当することはいうまでもない。

アッパ・アーム座標系（$x_U y_U z_U$ 座標系） 同様な回転をアッパ・アームについて行ってできる座標系をアッパ・アーム座標系（$x_U y_U z_U$ 座標系）と名づければ

$$\begin{pmatrix} x_U \\ y_U \\ z_U \end{pmatrix} = (m_U) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{3}$$

ただし

$$(m_U) = \begin{bmatrix} \cos\phi_U\cos\theta_U & \cos\phi_U\sin\theta_U & \sin\phi_U \\ \sin\theta_{bc}\sin\phi_U\cos\theta_U-\cos\theta_{bc}\sin\theta_U & \sin\theta_{bc}\sin\phi_U\sin\theta_U+\cos\theta_{bc}\cos\theta_U & -\sin\theta_{bc}\cos\phi_U \\ -\cos\theta_{bc}\sin\phi_U\cos\theta_U-\sin\theta_{bc}\sin\theta_U & -\cos\theta_{bc}\sin\phi_U\sin\theta_U+\sin\theta_{bc}\cos\theta_U & \cos\theta_{bc}\cos\phi_U \end{bmatrix}$$

θ_U はアッパ・アーム回転軸を xy 面に投影した直線と x 軸のなす角（**Fig. 2** 参照），ϕ_U は **Fig. 3** の角 ϕ_U' によって $\tan\phi_U = \tan\phi_U' \cos\theta_U$ で与えられる角，θ_{bc} は $x_L y_L'$ 面と同様に $x_U y_U'$ 面を考えたときのアッパ・アーム間の角である。

車輪座標系 ($x_T y_T z_T$ 座標系)　xyz 座標系を z 軸まわりに舵角 α (左右輪とも左転舵の方向を正とする) だけ正方向に回転させて $x_T y_T' z$ 座標系をつくり，つぎに x_T 軸まわりにキャンバ角 σ (左右輪とも車輪上部が外側に開く方向を正とする) だけ左輪系で負，右輪系で正の方向に回転させてできる座標系を車輪座標系 ($x_T y_T z_T$ 座標系) とすれば

$$\begin{pmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{pmatrix} = (m_T) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{4}$$

ただし

$$(m_T) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\sigma & -\sin\sigma \\ 0 & \sin\sigma & \cos\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & u(l,r)\sin\alpha & 0 \\ -u(l,r)\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \cos\alpha & u(l,r)\sin\alpha & 0 \\ -u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma & \cos\alpha\cos\sigma & -\sin\sigma \\ -u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma & \cos\alpha\sin\sigma & \cos\sigma \end{bmatrix}$$

キングピン座標系 ($x_K y_K z_K$ 座標系)　xyz 座標系を回転させて z 軸をキングピン方向に合わせるために xyz 座標系を，まず x 軸まわりに左輪系では正，右輪系では負の方向にキングピン傾角 χ だけ回転して $xy_K z_K'$ 座標系をつくり，つぎに y_K 軸まわりに左輪系では負，右転系では正の方向に回転してキャスタ角 γ を与えるような $x_K y_K z_K$ 座標系をつくり，これをキングピン座標系と名づける。y_K 軸まわりの回転角 θ_K は**Fig. 4** (OA＝1とすれば，OA′＝$\cos\theta_K$，OB＝$\cos\theta_K\cos\chi$，BC＝$\sin\theta_K$) よりわかるように，キャスタ角 γ およびキングピン傾角 χ を用いて

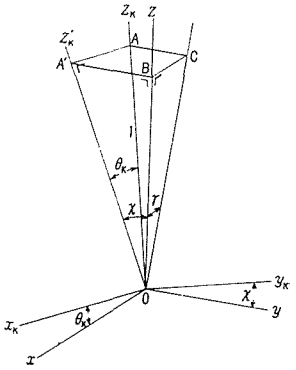

Fig. 4. King-pin coordinate.

$$\tan\theta_K = \tan\gamma\cos\chi \tag{5}$$

かくしてつぎの変換式がえられる。

$$\begin{pmatrix} x_K \\ y_K \\ z_K \end{pmatrix} = (m_K) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{6}$$

ただし

$$(m_K) = \begin{bmatrix} \cos\theta_K & 0 & \sin\theta_K \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_K & 0 & \cos\theta_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\chi & \sin\chi \\ 0 & -\sin\chi & \cos\chi \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_K & -\sin\chi\sin\theta_K & \cos\chi\sin\theta_K \\ 0 & \cos\chi & \sin\chi \\ -\sin\theta_K & -\sin\chi\cos\theta_K & \cos\chi\cos\theta_K \end{bmatrix}$$

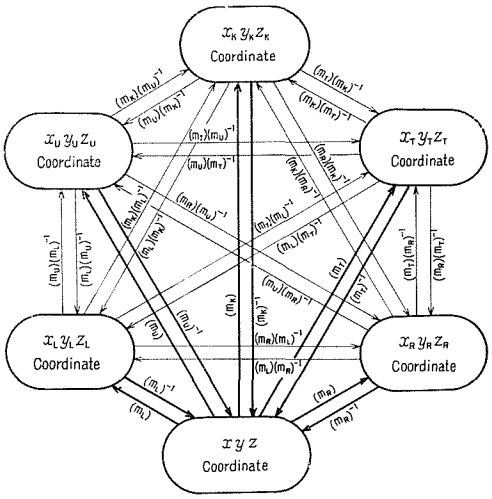

Fig. 5. Transformation of the coordinates.

以上で xyz 座標系から他座標系への変換式が求められたが，これらの座標系相互間の変換式は **Fig. 5** のように容易にえられるであろう。一例として力の関係を考える際に必要な $x_T y_T z_T$ 座標系と $x_R y_R z_R$ 座標系間の変換式を求めるとつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{pmatrix} = (m_T)(m_R)^{-1} \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$(m_T)(m_R)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\varphi & u(l,r)(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi) & -\cos\alpha\cos\psi\sin\varphi+\sin\alpha\sin\psi \\ -u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi-\sin\sigma\sin\varphi & u(l,r)\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma & u(l,r)(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\cos\psi\cos\varphi \\ -u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi+\cos\sigma\sin\varphi & -u(l,r)\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma & u(l,r)(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\cos\psi\cos\varphi \end{bmatrix}$$

3. 前輪系の幾何学的関係

車体，車輪系の運動にともなって変化する前輪系のリンク機構の角度，方向余弦，変位などの幾何学量について考えてみよう。

対地舵角 路面に対する舵角は車体の回転運動の影響をうけて xyz 座標系よりみた舵角 α と異なった値を示す。これを対地舵角 α_R と名づければ，車輪面 ($y_T=\text{const.}$) と路面 ($z_R=\text{const.}$) の交線の $x_R y_R z_R$ 座標系における傾きがこの角の正接を与えることより，**Fig. 5** の関係を用いてつぎのようにえられる。

$$\alpha_R = \tan^{-1}\frac{u(l,r)\sin\sigma\sin\varphi+\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi}{u(l,r)\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma} \tag{8}$$

Fig. 6 はピットマン・アーム回転角 α_P に対する左輪の舵角 α の変化を示したもの[7),9)] であるが，当然舵角はピットマン・アーム回転角とは直線関係になく，その偏差は外切りにおいて大きくあらわれ，キングピン下端の上下変位 Δz_a の影響は内切りにおいて若干あらわれることがわかる。なお右輪の舵角は同図を原点まわりに 180° 回転させることによって直ちにえられる。**Fig. 7** はキャンバ角 σ を示すが，これはそれぞれの舵角において緩衝行程中最大値をもち，内切りの場合は舵角の増加とともにその値は大きくなり，かつその割合も大きく，外切りの場合は舵角の影響はあまり顕著でない。また **Fig. 8** にみるように舵角の変化量 $\Delta\alpha$ は内切りの舵角に対して大きくなっている。**Fig. 9** は以上の関係と (8) 式によってえた舵角と対地舵角の関係であるが，両者はきわめて接近し，ロール角，ピッチ角，キングピンの下端変位による影響はきわめて小さい。これは実際上のロール角，ピッチ角が微小であることから明らかである。

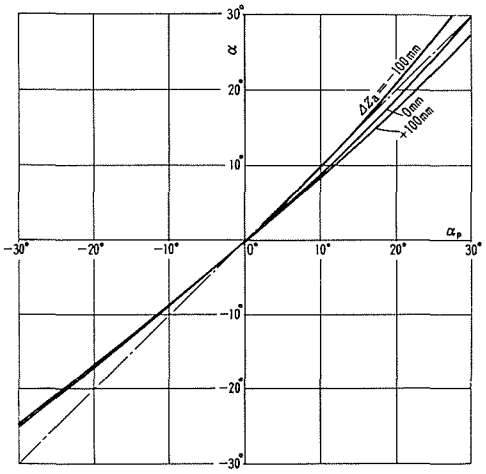

Fig. 6. Steering angle.

対地キャンバ角[13)]　ホイール・スピンドル上の単位長さの z_R 軸への投影長が対地キャンバ角の正弦を与えることより

$$\sigma_R = \sin^{-1}\left\{-u(l,r)(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\cos\sigma+\sin\sigma\cos\psi\cos\varphi\right\} \tag{9}$$

Fig. 10 は (9) 式を用いて計算した対地キャンバ角であるが，これがロール角に大きく支配され

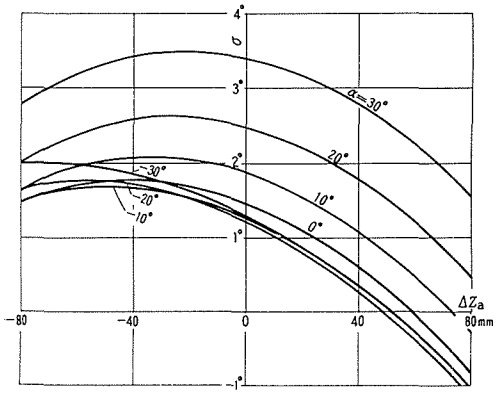

Fig. 7. Camber angle.

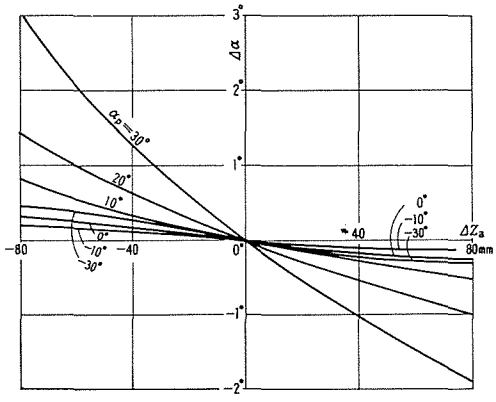

Fig. 8. Increment of steering angle.

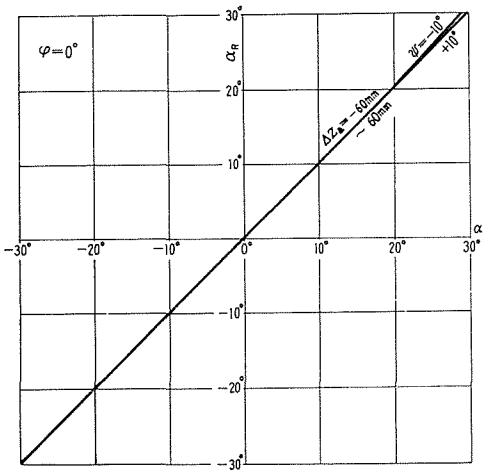

Fig. 9. Steering angle.

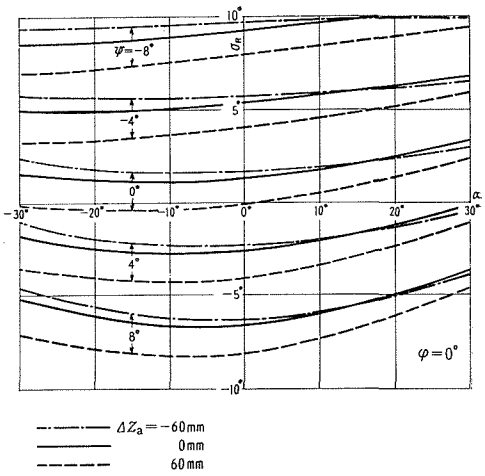

Fig. 10. Camber angle.

ることは当然であり，また舵角およびキングピン下端変位の影響を受ることがわかる。ただし，計算の便宜上ピッチ角は0としてある。

ホイール・スピンドルの方向余弦 **Fig. 11** において $\overrightarrow{JK}$ をホイール・スピンドルの正方向とすれば，その $x_K y_K z_K$ 座標系における方向余弦は

$$\lambda_{W(K)} = -u(l, r)\sin\varepsilon\sin\alpha_K\,,$$
$$\mu_{W(K)} = \sin\varepsilon\cos\alpha_K\,, \quad \nu_{W(K)} = -\cos\varepsilon \qquad (10)$$

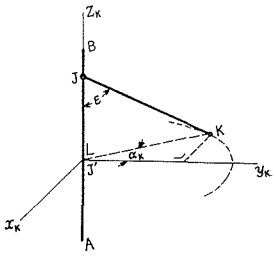

Fig. 11. Direction of wheel spindle.

ただし，ε はキングピンとホイール・スピンドル間の角，α_K はキングピン回転角（後述）であり，添字 (K) は $x_K y_K z_K$ 座標系をあらわす（以下他座標系についても同様）。また同図の J′ 点は K 点からキングピンに下した垂線の足である。

キングピン回転角 車輪面はホイール・スピンドルに直交するから $x_K y_K z_K$ 座標系において

$$-u(l, r)(x_{(K)}-x_{k(K)})\sin\varepsilon\sin\alpha_K+(y_{(K)}-y_{k(K)})\sin\varepsilon\cos\alpha_K-(z_{(K)}-z_{k(K)})\cos\varepsilon=0$$

となり，さらにこれを原点を通るように平行移動したのち xyz 座標系に変換すると

$$\left\{-u(l, r)\cos\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K+\sin\theta_K\cos\varepsilon\right\}x$$
$$+\left\{u(l, r)\sin\chi\sin\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K+\cos\chi\sin\varepsilon\cos\alpha_K+\sin\chi\cos\theta_K\cos\varepsilon\right\}y$$
$$-\left\{u(l, r)\cos\chi\sin\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K-\sin\chi\sin\varepsilon\cos\alpha_K+\cos\chi\cos\theta_K\cos\varepsilon\right\}z=0$$

この平面と xy 面に平行な平面との交線の傾きが $u(l, r)\tan\alpha$ となることから

$$\left\{u(l, r)\tan\alpha\sin\chi\sin\theta_K-\cos\theta_K\right\}\tan\varepsilon\sin\alpha_K$$
$$+\tan\alpha\cos\chi\tan\varepsilon\cos\alpha_K+u(l, r)\sin\theta_K+\tan\alpha\sin\chi\cos\theta_K=0$$

かくしてキングピン回転角は

$$\alpha_K = \sin^{-1}\frac{u(l,r)\sin\theta_K + \tan\alpha\sin\chi\cos\theta_K}{\sqrt{\Gamma_K}\tan\varepsilon} + \kappa_K \tag{11}$$

ただし

$$\Gamma_K = -2u(l,r)\tan\alpha\sin\chi\sin\theta_K\cos\theta_K\cos\varepsilon + \tan^2\alpha + (1-\tan^2\alpha\sin^2\chi)\cos^2\theta_K$$

$$\kappa_K = \tan^{-1}\frac{\tan\alpha\cos\chi}{-u(l,r)\tan\alpha\sin\chi\sin\theta_K + \cos\theta_K}$$

Fig. 12 はキャスタ角およびキングピン傾角の変化を示したものであるが，緩衝行程の上昇にともなって両者とも増加の傾向を示し，その割合は前者が小さくなるのに対し，後者の増加の傾向は大きくなる。キングピンまわりの回転角を **Fig. 13** に示すが，舵角にきわめて接近していることはいうまでもない。

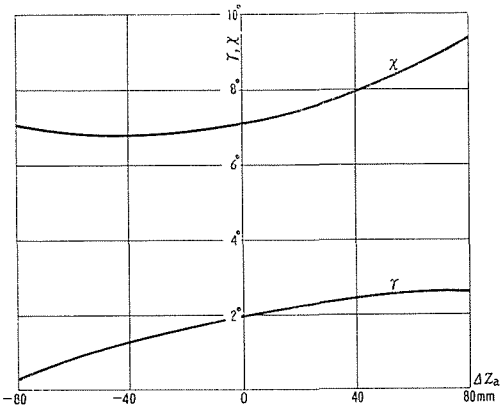

Fig. 12. Caster angle and King-pin inclination.

車体重心進行方向とタイヤ接地中心進行方向とのなす角　**Fig. 14** はタイヤ接地部分の図であるが，V は車体重心の走行速度，$(a+x_e')\dot{\theta}\cos\psi$ および $u(l,r)(c+y_e')\dot{\theta}\cos\varphi$ はそれぞれ前車輪の車体ヨーイング $\dot{\theta}$ による左右および車体方向の速度成分である。また a, c は車体重心と前輪系原点（ロア・アーム回転中心）間の前後，左右方向距離，x_e', y_e' は前車輪 xyz 座標系における接地中心 E′ の座標である。また同図の角 β は車体重心における横すべり角，角 β_F は前輪横すべり角である。かくして車体前後方向とタイヤの接地中心における

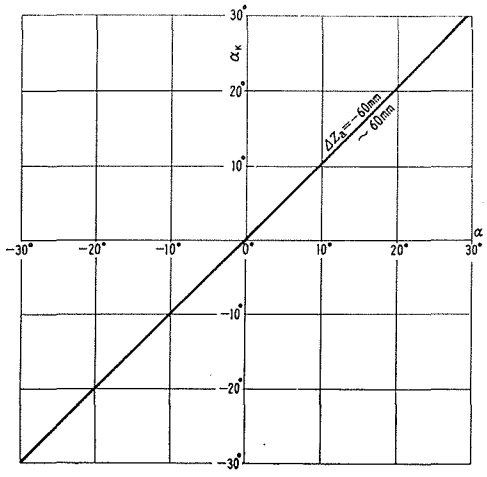

Fig. 13. Steering angle around King-pin.

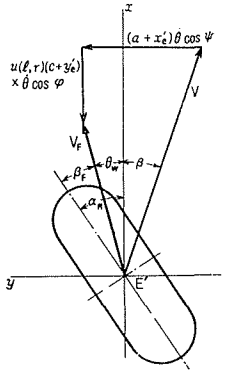

Fig. 14. Velocity of a front wheel.

進行方向のなす角は

$$\theta_W = \tan^{-1} \frac{(a+x_e')\dot{\theta}\cos\varphi - V\sin\beta}{V\cos\beta - u(l,r)(c+y_e')\dot{\theta}\cos\varphi} \tag{12}$$

車輪回転角速度とタイヤ接地中心における速度の関係　タイヤと路面の間にすべりがない場合，車輪回転角速度 ω とタイヤ接地中心における速度 V_F との間にはつぎの関係式が成立する(**Fig. 14** 参照)。

$$\omega r_e \cos\beta_F = V_F \tag{13}$$

ただし，r_e は車輪の有効半径（後述），また V_F はつぎの式によって与えられる。

$$V_F = \left\{ V\cos\beta - u(l,r)(c+y_e')\dot{\theta}\cos\varphi \right\} \sec\theta_W \tag{14}$$

前輪横すべり角　対地舵角 α_R と角 θ_W の差より前輪横すべり角 β_F は

$$\beta_F = \alpha_R - \theta_W \tag{15}$$

ロア・アームと $x_L y_L'$ 面のなす角

$$\theta_{oa} = \sin^{-1} \frac{x_a \sin\phi_L \cos\theta_L + y_a \sin\phi_L \sin\theta_L - z_a \cos\phi_L}{l_L} \tag{16}$$

ただし，(x_a, y_a, z_a) はロア・アーム先端 A の xyz 座標，l_L はロア・アームの長さである。

アッパ・アームと $x_U y_U'$ 面のなす角

$$\theta_{bc} = \sin^{-1} \frac{(x_b - x_c)\sin\phi_U \cos\theta_U + (y_b - y_c)\sin\phi_U \sin\theta_U - (z_b - z_c)\cos\phi_U}{l_U} \tag{17}$$

(x_b, y_b, z_b)，(x_c, y_c, z_c) はアッパ・アーム先端 B および回転中心 C の xyz 座標，l_U はアッパ・アームの長さである。

タイロッドの方向余弦　タイロッドの xyz 座標系における方向余弦は $\overrightarrow{\mathrm{HI}}$ をその正方向として

$$\lambda_I = \frac{x_i - x_h}{l_I}, \quad \mu_I = \frac{y_i - y_h}{l_I}, \quad \nu_I = \frac{z_i - z_h}{l_I} \tag{18}$$

ただし，(x_i, y_i, z_i) および (x_h, y_h, z_h) はそれぞれタイロッドの両端 I, H 点の xyz 座標，l_I はタイロッドの長さである。

緩衝器の方向余弦とたわみ　緩衝器 PQ (**Fig. 1** 参照) の xyz 座標系における方向余弦は $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を正方向として

$$\lambda_S = \frac{x_q - x_p}{l_S}, \quad \mu_S = \frac{y_q - y_p}{l_S}, \quad \nu_S = \frac{z_q - z_p}{l_S} \tag{19}$$

となる。(x_p, y_p, z_p)，(x_q, y_q, z_q) は両端 P, Q の xyz 座標であるが，P 点がロア・アームの運動にしたがってその位置を変化するのに対し，Q 点は車体に固定されている。緩衝器の長さ(懸架ばね長) l_S は

$$l_S=\sqrt{(x_p-x_q)^2+(y_p-y_q)^2+(z_p-z_q)^2} \tag{20}$$

懸架ばねのたわみは自然長 $l_{S(0)}$ との差をとって

$$\delta=l_{S(0)}-l_S \tag{21}$$

で与えられる。またロア・アームばね座の位置はアーム長に対する OP の長さの比を用いて

$$\frac{x_p}{x_a}=\frac{y_p}{y_a}=\frac{z_p}{z_a}=\frac{l_p}{l_L} \tag{22}$$

4. 前輪系の力学的関係[3),14)]

前輪系を車輪，キングピン部，緩衝装置を除いたロア・アームおよびアッパ・アームの部分にわけ，運動方程式ならびに力とモーメントの関係を述べよう。

4·1 車輪に関する運動方程式

この部分に作用する力は **Fig. 15** および **Fig. 16** にみるように路面反力 N, コーナリング・フォース C, 路面抵抗 R, キャンバ・スラスト S_C, ホイール・スピンドルから車輪の中心に働く力の車輪座標系成分 X_T, Y_T, Z_T であり，このうち N, C, R, S_C の同座標系における成分は **Fig. 5** より

$$\left.\begin{aligned}
N_{x(T)}&=N(-\cos\alpha\cos\psi\sin\varphi+\sin\alpha\sin\psi)\\
N_{y(T)}&=N\left\{u(l,r)(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\cos\psi\cos\varphi\right\}\\
N_{z(T)}&=N\left\{u(l,r)(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\cos\psi\cos\varphi\right\}\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\text{(at } E'')
\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

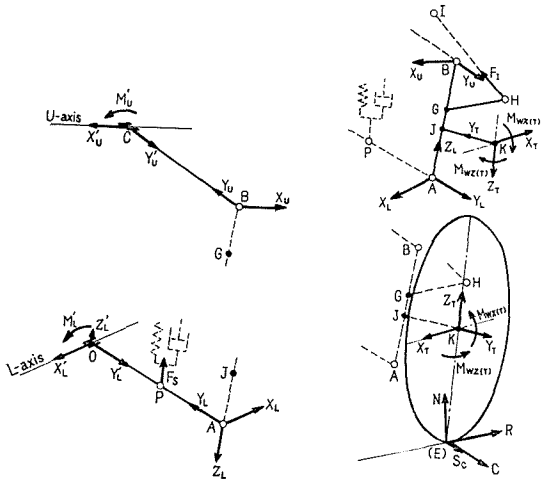

Fig. 15. Forces acting on a front wheel.

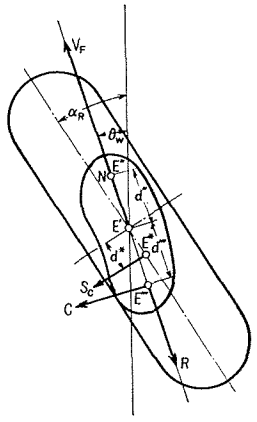

Fig. 16. Forces acting on a front wheel and their lines of action.

$$
\left.\begin{aligned}
C_{x(T)} &= C\left\{-\cos\alpha\cos\varphi\sin\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\cos\theta_W\right\}\\
C_{y(T)} &= C\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\right\}\sin\theta_W\\
&\quad-\left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\cos\theta_W\Big]\\
C_{z(T)} &= C\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\right\}\sin\theta_W\\
&\quad-\left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\cos\theta_W\Big]\\
&\qquad\qquad\qquad

$$
\begin{aligned}
\Delta_v = \frac{1}{k_{Tv}}\Big(&N\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\cos\psi\cos\varphi\Big\}\\
&+C\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\sin\theta_W\\
&-\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\cos\theta_W\Big]\\
&+R\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\\
&+S_C\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\sin\alpha_R\\
&-\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\cos\alpha_R\Big]\Big)
\end{aligned}
\tag{28}
$$

ただし，k_{Tu}, k_{Tv} はそれぞれタイヤの横剛性，縦剛性である。これより車輪の有効半径は無荷重時の半径 r を用いて

$$
r_e = r-\Delta_v \tag{29}
$$

タイヤ変形後の接地中心 E′ の xyz 座標は Δ_u, Δ_v を用いて (**Fig. 5** 参照)

$$
\left.
\begin{aligned}
x_e' &= x_e-u(l,r)(\Delta_u\cos\sigma+\Delta_v\sin\sigma)\sin\alpha\\
y_e' &= y_e+(\Delta_u\cos\sigma+\Delta_v\sin\sigma)\cos\alpha\\
z_e' &= z_e-(\Delta_u\sin\sigma-\Delta_v\cos\sigma)
\end{aligned}
\right\}
\tag{30}
$$

ここに (x_e, y_e, z_e) はタイヤの変形を考慮しないときの車輪最下点 E の xyz 座標である。また路面から車輪に働く力の作用点 E'', E''', E^* (**Fig. 16** 参照) の $x_Ty_Tz_T$ 座標は

$$
\left.
\begin{aligned}
x_{e(T)}'' &= x_{e(T)}'+d''\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\Big\}\\
y_{e(T)}'' &= y_{e(T)}'-d''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\\
z_{e(T)}'' &= z_{e(T)}'-d''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]
\end{aligned}
\right\}
\tag{31}
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
x_{e(T)}''' &= x_{e(T)}'-d'''\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\Big\}\\
y_{e(T)}''' &= y_{e(T)}'+d'''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\\
z_{e(T)}''' &= z_{e(T)}'+d'''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]
\end{aligned}
\right\}
\tag{32}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
x^*_{e(T)} &= x'_{e(T)} - d^*\left\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\alpha_R + (\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi + \sin\alpha\cos\psi)\sin\alpha_R\right\} \\
y^*_{e(T)} &= y'_{e(T)} + d^*\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi + \sin\sigma\sin\varphi\right\}\cos\alpha_R \\
&\quad + \left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi - \cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma - \sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\sin\alpha_R\Big] \\
z^*_{e(T)} &= z'_{e(T)} + d^*\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi - \cos\sigma\sin\varphi\right\}\cos\alpha_R \\
&\quad + \left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi - \cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma + \cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\sin\alpha_R\Big]
\end{aligned}\right\} \quad (33)
$$

ただし，d'', d''', d^* は点 E からそれぞれ E″, E‴, E* にいたる路面上の距離である。

車輪の重心における速度および旋回半径がほとんど接地中心における速度 V_F および車体重心における旋回半径 ρ に等しいと考えると，つぎのような車輪重心の運動方程式がえられる。

x_T 軸方向：

$$
\begin{aligned}
&\frac{W_W}{g}\left[\ddot{x}^*_{k(T)} - \frac{V_F^2}{\rho}\left\{\cos\alpha\cos\varphi\sin\theta_W - (\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi + \sin\alpha\cos\psi)\cos\theta_W\right\}\right] \\
&= N(-\cos\alpha\cos\psi\sin\varphi + \sin\alpha\sin\psi) \\
&\quad + C\left\{-\cos\alpha\cos\varphi\sin\theta_W + (\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi + \sin\alpha\cos\psi)\cos\theta_W\right\} \\
&\quad + R\left\{-\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W - (\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi + \sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\right\} \\
&\quad + S_C\left\{-\cos\alpha\cos\varphi\sin\alpha_R + (\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi + \sin\alpha\cos\psi)\cos\alpha_R\right\} + X_T
\end{aligned} \quad (34)
$$

y_T 軸方向：

$$
\begin{aligned}
&\frac{W_W}{g}\Big(\ddot{y}^*_{k(T)} + \frac{V_F^2}{\rho}\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi + \sin\sigma\sin\varphi\right\}\sin\theta_W \\
&\qquad - \left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi - \cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma - \sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\cos\theta_W\Big]\Big) \\
&= N\left\{u(l,r)(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi + \cos\alpha\sin\psi)\cos\sigma - \sin\sigma\cos\psi\cos\varphi\right\} \\
&\quad + C\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi + \sin\sigma\sin\varphi\right\}\sin\theta_W \\
&\qquad - \left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi - \cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma - \sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\cos\theta_W\Big] \\
&\quad + R\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi + \sin\sigma\sin\varphi\right\}\cos\theta_W \\
&\qquad + \left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi - \cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma - \sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\sin\theta_W\Big] \\
&\quad + S_C\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi + \sin\sigma\sin\varphi\right\}\sin\alpha_R \\
&\qquad - \left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi - \cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma - \sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\cos\alpha_R\Big] + Y_T
\end{aligned} \quad (35)
$$

z_T 軸方向：

$$
\frac{W_W}{g}\Big(\ddot{z}^*_{k(T)} + \frac{V_F^2}{\rho}\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi - \cos\sigma\sin\varphi\right\}\sin\theta_W
$$

$$
\begin{aligned}
&\quad -\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\cos\theta_W\Big]\Big)\\
&=N\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\cos\psi\cos\varphi\Big\}\\
&\quad +C\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\sin\theta_W\\
&\quad -\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\cos\theta_W\Big]\\
&\quad +R\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad +\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\\
&\quad +S_C\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\sin\alpha_R\\
&\quad -\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\cos\alpha_R\Big]+Z_T \quad (36)
\end{aligned}
$$

ただし，W_W は車輪の重量，$\ddot{x}^*_{k(T)}$，$\ddot{y}^*_{k(T)}$，$\ddot{z}^*_{k(T)}$ は車輪重心の $x_Ty_Tz_T$ 座標系に平行な静止座標系における重力加速度の成分を含めた各加速度である。

各力による車輪重心を通り $x_Ty_Tz_T$ 座標軸に平行な軸まわりの回転運動に関して，$x_{k(T)}=x'_{e(T)}$，$y_{k(T)}=y'_{e(T)}$，$z_{k(T)}=z'_{e(T)}+r_e$ を考慮すれば

車輪重心を通り x_T 軸に平行な軸まわり：

$$
\begin{aligned}
J'_W\ddot{\varphi}^*_{x(T)}&=N\Big\{\Big(r_e+d''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad +\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\quad \times\Big\{-u(l,r)\sin\sigma\cos\psi\cos\varphi+(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\cos\sigma\Big\}\\
&\quad +\Big(\Delta u-d''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad +\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\quad \times\Big\{u(l,r)\cos\sigma\cos\psi\cos\varphi+(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\sin\sigma\Big\}\Big\}\\
&\quad +C\Big\{\Big(r_e-d'''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad +\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\quad \times\Big[\Big\{u(l,r)\sin\sigma\sin\varphi+\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\\
&\quad +\Big\{u(l,r)\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma\Big\}\cos\theta_W\Big]\\
&\quad +\Big(\Delta u+d'''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad +\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\quad \times\Big[-\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\varphi-\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\\
&\quad -\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi+(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma\Big\}\cos\theta_W\Big]\Big\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+R\Big\{\Big(r_e-d'''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\quad\times\Big[\Big\{u(l,r)\sin\sigma\sin\varphi+\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad-\Big\{u(l,r)\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma\Big\}\sin\theta_W\Big]\\
&\quad+\Big(\Delta u+d'''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\quad\times\Big[-\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\varphi-\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&\quad+\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi+(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big\}\\
&+S_C\Big\{\Big(r_e-d^*\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\alpha_R\\
&\quad+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\alpha_R\Big]\Big)\\
&\quad\times\Big[\Big\{u(l,r)\sin\sigma\sin\varphi+\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi\Big\}\sin\alpha_R\\
&\quad+\Big\{u(l,r)\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma\Big\}\cos\alpha_R\Big]\\
&\quad+\Big(\Delta u+d^*\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\alpha_R\\
&\quad+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\alpha_R\Big]\Big)\\
&\quad\times\Big[-\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\varphi-\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi\Big\}\sin\alpha_R\\
&\quad-\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi+(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma\Big\}\cos\alpha_R\Big]\Big\}\\
&+u(l,r)M_{Wx(T)}+M_\alpha\lambda_{M\alpha(T)}+M_\psi\lambda_{M\psi(T)}
\end{aligned}
\tag{37}
$$

車輪重心を通り y_T 軸に平行な軸まわり：

$$
\begin{aligned}
J_W\ddot{\varphi}^*_{y(T)}=&\,N\Big\{-d''\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\Big\}\\
&\times\Big\{u(l,r)\cos\sigma\cos\psi\cos\varphi+(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\sin\sigma\Big\}\\
&+\Big(r_e+d''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\times u(l,r)(\cos\alpha\cos\psi\sin\varphi-\sin\alpha\sin\psi)\Big\}\\
+&\,C\Big\{d'''\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\Big\}\\
&\times\Big[-\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\varphi-\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\\
&-\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi+(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma\Big\}\cos\theta_W\Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+\Big(r_e-d'''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\times u(l,r)\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\sin\theta_W-\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\cos\theta_W\Big\}\Big\}\\
&+R\Big\{d'''\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\Big\}\\
&\times\Big[-\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\varphi-\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&+\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi+(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma\Big\}\sin\theta_W\Big]\\
&+\Big(r_e-d'''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\times u(l,r)\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\Big\}\Big\}\\
&+S_C\Big\{d^*\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\alpha_R+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\alpha_R\Big\}\\
&\times\Big[-\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\varphi-\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi\Big\}\sin\alpha_R\\
&-\Big\{u(l,r)\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi+(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma\Big\}\cos\alpha_R\Big]\\
&+\Big(r_e-d^*\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\varphi-\cos\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\alpha_R\\
&+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\sin\sigma+\cos\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\alpha_R\Big]\Big)\\
&\times u(l,r)\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\sin\alpha_R-(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\cos\alpha_R\Big\}\Big\}\\
&+M_\alpha\mu_{M\alpha(T)}+M_\psi\mu_{M\psi(T)}
\end{aligned}
\tag{38}
$$

車輪重心を通り z_T 軸に平行な軸まわり：

$$
\begin{aligned}
J'_W\ddot{\varphi}^*_{z(T)}=N\Big\{&\Big(\Delta u-d''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\times u(l,r)(\cos\alpha\cos\psi\sin\varphi-\sin\alpha\sin\psi)\\
&-d''\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\Big\}\\
&\times\Big\{u(l,r)\sin\sigma\cos\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\cos\psi\sin\varphi+\cos\alpha\sin\psi)\cos\sigma\Big\}\Big\}\\
+C\Big\{&\Big(\Delta u+d'''\Big[\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\Big\}\cos\theta_W\\
&+\Big\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\times u(l,r)\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\sin\theta_W-(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\cos\theta_W\Big\}\\
&-d'''\Big\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\Big\}\\
&\times\Big[\Big\{u(l,r)\sin\sigma\sin\varphi+\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi\Big\}\sin\theta_W
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+\left\{u(l,r)\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma\right\}\cos\theta_W\Big]\Big\}\\
&+R\Big\{\Big(\Delta u+d'''\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\right\}\cos\theta_W\\
&\quad+\left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\sin\theta_W\Big]\Big)\\
&\quad\times u(l,r)\left\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\right\}\\
&\quad-d'''\left\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta_W+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\theta_W\right\}\\
&\quad\times\Big[\left\{u(l,r)\sin\sigma\sin\varphi+\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi\right\}\cos\theta_W\\
&\quad-\left\{u(l,r)\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma\right\}\sin\theta_W\Big]\Big\}\\
&+S_C\Big\{\Big(\Delta u+d^*\Big[\left\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi+\sin\sigma\sin\varphi\right\}\cos\alpha_R\\
&\quad+\left\{u(l,r)(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma-\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi\right\}\sin\alpha_R\Big]\Big)\\
&\quad\times u(l,r)\left\{\cos\alpha\cos\varphi\sin\alpha_R-(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\cos\alpha_R\right\}\\
&\quad-d^*\left\{\cos\alpha\cos\varphi\cos\alpha_R+(\cos\alpha\sin\psi\sin\varphi+\sin\alpha\cos\psi)\sin\alpha_R\right\}\\
&\quad\times\Big[\left\{u(l,r)\sin\sigma\sin\varphi+\sin\alpha\cos\sigma\cos\varphi\right\}\sin\alpha_R\\
&\quad+\left\{u(l,r)\sin\sigma\sin\psi\cos\varphi-(\sin\alpha\sin\psi\sin\varphi-\cos\alpha\cos\psi)\cos\sigma\right\}\cos\alpha_R\Big]\Big\}\\
&+u(l,r)M_{Wz(T)}+M_\alpha\nu_{M\alpha(T)}+M_\psi\nu_{M\psi(T)}
\end{aligned}
\tag{39}
$$

ここに，J_W, J'_W は車輪の対称軸および車輪重心を通りそれに垂直な軸まわりの慣性能率，$\varphi^*_{x(T)}$, $\varphi^*_{y(T)}$, $\varphi^*_{z(T)}$ は車輪重心を通りそれぞれ $x_T y_T z_T$ 座標軸に平行な静止座標軸まわりの回転角で

$$
\varphi^*_{x(T)}=-u(l,r)\sigma_R\,,\quad \dot\varphi^*_{y(T)}=u(l,r)\omega\,,\quad \varphi^*_{z(T)}=\tan^{-1}\left\{\tan(\alpha+\theta)/\cos\sigma\right\}
\tag{40}
$$

$M_{Wx(T)}$, $M_{Wz(T)}$ はホイール・スピンドルから車輪に作用するモーメントの x_T, z_T 成分，M_α, M_ψ はそれぞれ転舵およびローリングによって生ずるジャイロモーメントである（後述）。なお，ここでは摩擦トルク，制動トルクは省略してある。

4·2 前車輪に働くジャイロモーメント[2)]

転舵によるもの　転舵によるジャイロモーメント $\vec{M}_\alpha$ は転舵速度 $\vec{\dot\alpha}_K$ および車輪の角運動量 $\vec{H}_\alpha$ を用いて

$$
\vec{M}_\alpha=-u(l,r)(\vec{\dot\alpha}_K\times\vec{H}_\alpha)
\tag{41}
$$

その大きさは

$$
M_\alpha=u(l,r)(\dot\alpha_{K\xi}H_{\alpha\zeta}-\dot\alpha_{K\zeta}H_{\alpha\xi})
$$

で与えられる。ただし，$\dot\alpha_{K\xi}$, $\dot\alpha_{K\zeta}$；$H_{\alpha\xi}$, $H_{\alpha\zeta}$ はキングピンとホイール・スピンドルを含む面内においてホイール・スピンドに垂直な方向 ξ，ホイール・スピンドル方向 ζ の $\vec{\dot\alpha}_K$ および $\vec{H}_\alpha$ の各成分であり，M_α はこれに垂直な前方（η 方向）を正にとっ

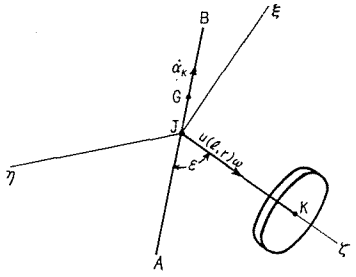

Fig. 17. Gyrosccpic motion caused by steering.

てある。 **Fig. 17** において

$$\dot{\alpha}_{K\xi}=\dot{\alpha}_K\sin\varepsilon\,,\qquad \dot{\alpha}_{K\zeta}=-\dot{\alpha}_K\cos\varepsilon\,;$$

$$H_{\alpha\xi}=J'_W\dot{\alpha}_K\sin\varepsilon\,,\quad H_{\alpha\zeta}=J_W\left\{u(l,r)\,\omega-\dot{\alpha}_K\cos\varepsilon\right\}$$

であるから，結局

$$M_\alpha=\left\{J_W\omega-u(l,r)(J_W-J'_W)\,\dot{\alpha}_K\cos\varepsilon\right\}\dot{\alpha}_K\sin\varepsilon \tag{42}$$

実際上は，キングピンまわりの回転角速度が車輪の回転角速度に比してきわめて小さいこと，ホイール・スピンドルとキングピンのなす角が直角に近いことより，(42) 式 { } 内の第2項は第1項に比してきわめて小さく，転舵によるジャイロモーメントは **Fig. 18** のようにほぼ車輪回転角速度とキングピンまわりの回転角速度に比例する。

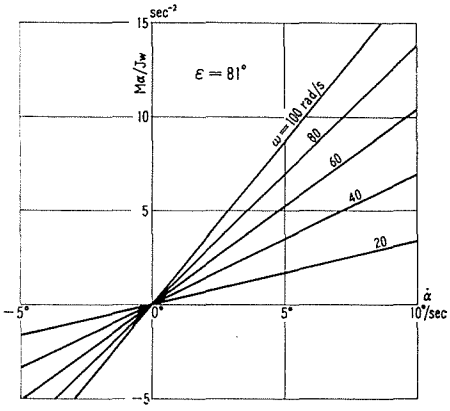

Fig. 18. Gyroscopic moment caused by steering.

$x_Ky_Kz_K$ 座標系におけるホイール面の方程式は (10) 式より

$$-u(l,r)(x_{(K)}-x_{k(K)})\sin\varepsilon\sin\alpha_K+(y_{(K)}-y_{k(K)})\sin\varepsilon\cos\alpha_K-(z_{(K)}-z_{k(K)})\cos\varepsilon=0$$

これと K 点を通りキングピンに垂直な平面との交線は

$$y_{(K)}=y_{k(K)}+u(l,r)(x_{(K)}-x_{k(K)})\tan\alpha_K$$

この直線の $x_Ty_Tz_T$ 座標系における方向余弦がモーメント M_α のそれに当ることから

$$\left.\begin{aligned}
\lambda_{M\alpha(T)}&=\left\{-u(l,r)\sin\alpha\sin\chi\sin\theta_K+\cos\alpha\cos\theta_K\right\}\cos\alpha_K+\sin\alpha\cos\chi\sin\alpha_K\\
\mu_{M\alpha(T)}&=0\\
\nu_{M\alpha(T)}&=\left\{-u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\theta_K-(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\sin\theta_K\right\}\cos\alpha_K\\
&\quad+u(l,r)(\cos\alpha\sin\sigma\cos\chi+\cos\sigma\sin\chi)\sin\alpha_K
\end{aligned}\right\} \tag{43}$$

ローリングによるもの　ローリングによるモーメント $\vec{M}_\phi$ はローリング速度および車輪の角運動量を用いて

$$\vec{M}_\phi=-u(l,r)(\vec{\dot{\phi}}\times\vec{H}_\phi) \tag{44}$$

その大きさは

$$M_\phi=u(l,r)(\dot{\phi}_{\xi'}H_{\phi\zeta'}-\dot{\phi}_{\zeta'}H_{\phi\xi'})$$

ζ' はホイール・スピンドル方向，ξ' は x 軸と ζ' 軸を含む平面内において ζ' 軸に垂直に車体前方にとった軸，η' はこれらに垂直下方にとった軸である。$\dot{\phi}_{\xi'}$, $\dot{\phi}_{\zeta'}$; $H_{\phi\xi'}$, $H_{\phi\zeta'}$ は $\vec{\dot{\phi}}$, $\vec{H}_\phi$ の各

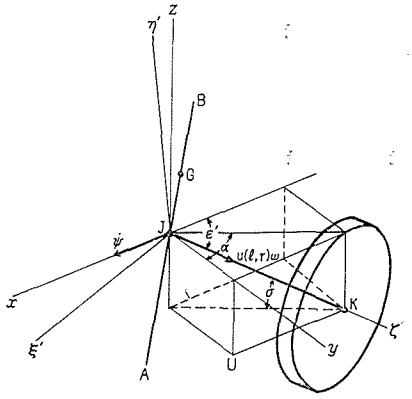

Fig. 19. Gyroscopic motion caused by rolling.

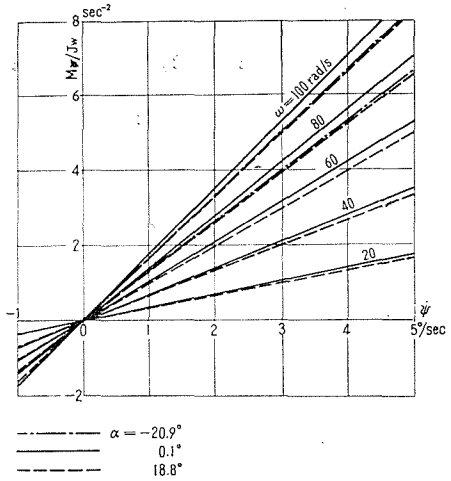

Fig. 20. Gyroscopic moment caused by rolling.

成分であり，M_ψ の正方向は η' 軸にとってある。**Fig. 19** にみるように

$$\dot{\psi}_{\xi'}=\dot{\psi}\sin\varepsilon', \qquad \dot{\psi}_{\zeta'}=-\dot{\psi}\cos\varepsilon';$$

$$H_{\xi'}=J'_W\dot{\psi}\sin\varepsilon', \quad H_{\zeta'}=J_W\left\{u(l,r)\,\omega-\dot{\psi}\cos\varepsilon'\right\}$$

ただし，ε' はホイール・スピンドルと車体前後軸（後方）のなす角で，舵角 α とキャンバ角 σ を用いて

$$\cos\varepsilon'=u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma \tag{45}$$

と書かれる。かくしてローリングによるジャイロモーメントは

$$M_\psi=\left\{J_W\omega-u(l,r)\,(J_W-J'_W)\,\dot{\psi}\cos\varepsilon'\right\}\dot{\psi}\sin\varepsilon' \tag{46}$$

Fig. 20 にみるように，M_ψ も M_α 同様車輪回転角速度とローリング角速度にほぼ比例するとみて差し支えない。ただし，α によって ε' が変化するために，その影響が M_ψ に若干あらわれている。

ホイール・スピンドルの xyz 座標系における方向余弦は (10) 式と **Fig. 5** より

$$\lambda_W=-u(l,r)\cos\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K+\sin\theta_K\cos\varepsilon$$

$$\mu_W=u(l,r)\sin\chi\sin\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K+\cos\chi\sin\varepsilon\cos\alpha_K+\sin\chi\cos\theta_K\cos\varepsilon$$

$$\nu_W=-u(l,r)\cos\chi\sin\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K+\sin\chi\sin\varepsilon\cos\alpha_K-\cos\chi\cos\theta_K\cos\varepsilon$$

したがってホイール・スピンドルの方程式は

$$\frac{x-x_k}{\lambda_W}=\frac{y-y_k}{\mu_W}=\frac{z-z_k}{\nu_W}$$

モーメント M_ψ の方向が **Fig. 19** の 3 点 J $(x_k-\lambda_W l_K,\ y_k-\mu_W l_K,\ z_k-\nu_W l_K)$ (l_K はホイール・ス

ピンドル長), K$(x_k,\ y_k,\ z_k)$, U$(o,\ y_k,\ z_k)$ を含む平面に垂直な直線の方向と等しいことから, その xyz 座標系における方向余弦は

$$\left.\begin{aligned}
\lambda_{M\phi} &= 0 \\
\mu_{M\phi} &= -\left\{u(l,r)\cos\chi\sin\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K-\sin\chi\sin\varepsilon\cos\alpha_K+\cos\chi\cos\theta_K\cos\varepsilon\right\}\Big/\sqrt{\Gamma} \\
\nu_{M\phi} &= -\left\{u(l,r)\sin\chi\sin\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K+\cos\chi\sin\varepsilon\cos\alpha_K+\sin\chi\cos\theta_K\cos\varepsilon\right\}\Big/\sqrt{\Gamma}
\end{aligned}\right\} \quad (47)$$

で与えられる。さらに $x_T y_T z_T$ 座標系に変換して

$$\left.\begin{aligned}
\lambda_{M\phi(T)} &= \Big\{u(l,r)(\sin\chi\sin\varepsilon\cos\alpha_K-\cos\chi\cos\theta_K\cos\varepsilon) \\
&\qquad -\cos\chi\sin\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K\Big\}\sin\alpha\Big/\sqrt{\Gamma} \\
\mu_{M\phi(T)} &= 0 \\
\nu_{M\phi(T)} &= \Big\{-u(l,r)(\cos\alpha\sin\sigma\cos\chi+\cos\sigma\sin\chi)\sin\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K \\
&\qquad +(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\sin\varepsilon\cos\alpha_K \\
&\qquad -(\cos\alpha\sin\sigma\cos\chi+\cos\sigma\sin\chi)\cos\theta_K\cos\varepsilon\Big\}\Big/\sqrt{\Gamma}
\end{aligned}\right\} \quad (48)$$

ここに

$$\Gamma = \left\{\sin\theta_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K+u(l,r)\cos\theta_K\cos\varepsilon\right\}^2+\sin^2\varepsilon\cos^2\alpha_K$$

4·3 キングピン部に働く力とモーメントのつり合い

キングピン部に働く慣性力と遠心力は他の力に比して小さく, 実用上これらを省略して十分である。したがって, この部分の運動に関してつぎの力とモーメントの関係が成立する (**Fig. 15** 参照)。

x_K 軸方向:

$$\begin{aligned}
&-X_T\left\{-u(l,r)\sin\alpha\sin\chi\sin\theta_K+\cos\alpha\cos\theta_K\right\} \\
&-Y_T\left\{-u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\theta_K-(\cos\alpha\cos\sigma\sin\chi+\sin\sigma\cos\chi)\sin\theta_K\right\} \\
&-Z_T\left\{-u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\theta_K-(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\sin\theta_K\right\} \\
&+X_L\left\{\cos\theta_K\cos\phi_L\cos\theta_L-(\sin\chi\cos\phi_L\sin\theta_L-\cos\chi\sin\phi_L)\sin\theta_K\right\} \\
&+Y_L\Big\{(\sin\theta_{oa}\sin\phi_L\cos\theta_L-\cos\theta_{oa}\sin\theta_L)\cos\theta_K \\
&\qquad -(\sin\theta_{oa}\sin\phi_L\sin\theta_L+\cos\theta_{oa}\cos\theta_L)\sin\chi\sin\theta_K-\cos\chi\sin\theta_K\sin\theta_{oa}\cos\phi_L\Big\} \\
&+Z_L\Big\{-(\cos\theta_{oa}\sin\phi_L\cos\theta_L+\sin\theta_{oa}\sin\theta_L)\cos\theta_K \\
&\qquad +(\cos\theta_{oa}\sin\phi_L\sin\theta_L-\sin\theta_{oa}\cos\theta_L)\sin\chi\sin\theta_K+\cos\chi\sin\theta_K\cos\theta_{oa}\cos\phi_L\Big\} \\
&+X_U\left\{\cos\theta_K\cos\phi_U\cos\theta_U-(\sin\chi\cos\phi_U\sin\theta_U-\cos\chi\sin\phi_U)\sin\theta_K\right\}
\end{aligned}$$

$$+Y_U\Big\{(\sin\theta_{bc}\sin\phi_U\cos\theta_U-\cos\theta_{bc}\sin\theta_U)\cos\theta_K$$
$$-(\sin\theta_{bc}\sin\phi_U\sin\theta_U+\cos\theta_{bc}\cos\theta_U)\sin\chi\sin\theta_K-\cos\chi\sin\theta_K\sin\theta_{bc}\cos\phi_U\Big\}$$
$$+F_I(\lambda_I\cos\theta_K-\mu_I\sin\chi\sin\theta_K+\nu_I\cos\chi\sin\theta_K)=0 \tag{49}$$

y_K 軸方向：

$$-X_T\,u(l,r)\sin\alpha\cos\chi-Y_T(\cos\alpha\cos\sigma\cos\chi-\sin\sigma\sin\chi)$$
$$-Z_T(\cos\alpha\sin\sigma\cos\chi+\cos\sigma\sin\chi)+X_L(\cos\chi\cos\phi_L\sin\theta_L+\sin\chi\sin\phi_L)$$
$$+Y_L\Big\{(\sin\theta_{oa}\sin\phi_L\sin\theta_L+\cos\theta_{oa}\cos\theta_L)\cos\chi-\sin\chi\sin\theta_{oa}\cos\phi_L\Big\}$$
$$+Z_L\Big\{-(\cos\theta_{oa}\sin\phi_L\sin\theta_L-\sin\theta_{oa}\cos\theta_L)\cos\chi+\sin\chi\cos\theta_{oa}\cos\phi_L\Big\}$$
$$+X_U(\cos\chi\cos\phi_U\sin\theta_U+\sin\chi\sin\phi_U)$$
$$+Y_U\Big\{(\sin\theta_{bc}\sin\phi_U\sin\theta_U+\cos\theta_{bc}\cos\theta_U)\cos\chi-\sin\chi\sin\theta_{bc}\cos\phi_U\Big\}$$
$$+F_I(\mu_I\cos\chi+\nu_I\sin\chi)=0 \tag{50}$$

z_K 軸方向：

$$-X_T\Big\{-u(l,r)\sin\alpha\sin\chi\cos\theta_K-\cos\alpha\sin\theta_K\Big\}$$
$$-Y_T\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\sin\theta_K-(\cos\alpha\cos\sigma\sin\chi+\sin\sigma\cos\chi)\cos\theta_K\Big\}$$
$$-Z_T\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\sin\theta_K-(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\cos\theta_K\Big\}$$
$$+X_L\Big\{-\sin\theta_K\cos\phi_L\cos\theta_L-(\sin\chi\cos\phi_L\sin\theta_L-\cos\chi\sin\phi_L)\cos\theta_K\Big\}$$
$$+Y_L\Big\{-(\sin\theta_{oa}\sin\phi_L\cos\theta_L-\cos\theta_{oa}\sin\theta_L)\sin\theta_K$$
$$-(\sin\theta_{oa}\sin\phi_L\sin\theta_L+\cos\theta_{oa}\cos\theta_L)\sin\chi\cos\theta_K-\cos\chi\cos\theta_K\sin\theta_{oa}\cos\phi_L\Big\}$$
$$+Z_L\Big\{(\cos\theta_{oa}\sin\phi_L\cos\theta_L+\sin\theta_{oa}\sin\theta_L)\sin\theta_K$$
$$+(\cos\theta_{oa}\sin\phi_L\sin\theta_L-\sin\theta_{oa}\cos\theta_L)\sin\chi\cos\theta_K+\cos\chi\cos\theta_K\cos\theta_{oa}\cos\phi_L\Big\}$$
$$+X_U\Big\{-\sin\theta_K\cos\phi_U\cos\theta_U-(\sin\chi\cos\phi_U\sin\theta_U-\cos\chi\sin\phi_U)\cos\theta_K\Big\}$$
$$+Y_U\Big\{-(\sin\theta_{bc}\sin\phi_U\cos\theta_U-\cos\theta_{bc}\sin\theta_U)\sin\theta_K$$
$$-(\sin\theta_{bc}\sin\phi_U\sin\theta_U+\cos\theta_{bc}\cos\theta_U)\sin\chi\cos\theta_K-\cos\chi\cos\theta_K\sin\theta_{bc}\cos\phi_U\Big\}$$
$$+F_I(-\lambda_I\sin\theta_K-\mu_I\sin\chi\cos\theta_K+\nu_I\cos\chi\cos\theta_K) \tag{51}$$

A 点を通る x_K 軸に平行な軸まわり：

$$X_T\Big[(l_J-l_K\cos\varepsilon)\sin\alpha\cos\chi+l_K\sin\varepsilon\cos\alpha_K\Big\{u(l,r)\cos\alpha\sin\theta_K+\sin\sigma\sin\chi\cos\theta_K\Big\}\Big]$$
$$+Y_T\Big[u(l,r)(l_J-l_K\cos\varepsilon)(\cos\alpha\cos\sigma\cos\chi-\sin\sigma\sin\chi)$$
$$+l_K\sin\varepsilon\cos\alpha_K\Big\{u(l,r)(\cos\alpha\cos\sigma\sin\chi+\sin\sigma\cos\chi)\cos\theta_K-\sin\alpha\cos\sigma\sin\theta_K\Big\}\Big]$$

$$+Z_T\Big[u(l,r)(l_J-l_K\cos\varepsilon)(\cos\alpha\sin\sigma\cos\chi+\cos\sigma\sin\chi)$$
$$+l_K\sin\varepsilon\cos\alpha_K\Big\{u(l,r)(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\cos\theta_K-\sin\alpha\sin\sigma\sin\theta_K\Big\}\Big]$$
$$-X_U\,u(l,r)\,l_B(\cos\chi\cos\phi_U\sin\theta_U+\sin\chi\sin\phi_U)$$
$$-Y_U\,u(l,r)\,l_B\Big\{(\sin\theta_{bc}\sin\phi_U\sin\theta_U+\cos\theta_{bc}\cos\theta_U)\cos\chi-\sin\chi\sin\theta_{bc}\cos\phi_U\Big\}$$
$$-F_I\,u(l,r)\Big[l_G(\mu_I\cos\chi+\nu_I\sin\chi)$$
$$-l_H\cos\Big\{u(l,r)\alpha_K+\phi_{kh}\Big\}(-\lambda_I\sin\theta_K-\mu_I\sin\chi\cos\theta_K+\nu_I\cos\chi\cos\theta_K)\Big]$$
$$+M_{Wx(T)}\Big\{-u(l,r)\cos\alpha\cos\theta_K+\sin\alpha\sin\chi\sin\theta_K\Big\}$$
$$+M_{Wz(T)}\Big\{u(l,r)(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\sin\theta_K+\sin\alpha\sin\sigma\cos\theta_K\Big\}=0 \qquad (52)$$

A 点を通る y_K 軸に平行な軸まわり：

$$X_T\Big[l_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\chi\cos\theta_K+\cos\alpha\sin\theta_K\Big\}$$
$$+u(l,r)(l_J-l_K\cos\varepsilon)\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\chi\sin\theta_K-\cos\alpha\cos\theta_K\Big\}\Big]$$
$$-Y_T\Big[l_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\sin\theta_K-(\cos\alpha\cos\sigma\sin\chi+\sin\sigma\cos\chi)\cos\theta_K\Big\}$$
$$-u(l,r)(l_J-l_K\cos\varepsilon)\Big\{u(l,r)\sin\alpha\cos\sigma\cos\theta_K+(\cos\alpha\cos\sigma\sin\chi+\sin\sigma\cos\chi)\sin\theta_K\Big\}\Big]$$
$$-Z_T\Big[l_K\sin\varepsilon\sin\alpha_K\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\sin\theta_K-(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\cos\theta_K\Big\}$$
$$-u(l,r)(l_J-l_K\cos\varepsilon)\Big\{u(l,r)\sin\alpha\sin\sigma\cos\theta_K+(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\sin\theta_K\Big\}\Big]$$
$$+X_U\,u(l,r)\,l_B\Big\{\cos\theta_K\cos\phi_U\cos\theta_U-(\sin\chi\cos\phi_U\sin\theta_U-\cos\chi\sin\phi_U)\sin\theta_K\Big\}$$
$$+Y_U\,u(l,r)\,l_B\Big\{(\sin\theta_{bc}\sin\phi_U\cos\theta_U-\cos\theta_{bc}\sin\theta_U)\cos\theta_K$$
$$-(\sin\theta_{bc}\sin\phi_U\sin\theta_U+\cos\theta_{bc}\cos\theta_U)\sin\chi\sin\theta_K-\cos\chi\sin\theta_K\sin\theta_{bc}\cos\phi_U\Big\}$$
$$+F_I\,u(l,r)\Big[l_H\sin\Big\{u(l,r)\alpha_K+\phi_{kh}\Big\}(-\lambda_I\sin\theta_K-\mu_I\sin\chi\cos\theta_K+\nu_I\cos\chi\cos\theta_K)$$
$$+l_G(\lambda_I\cos\theta_K-\mu_I\sin\chi\sin\theta_K+\nu_I\cos\chi\sin\theta_K)\Big]$$
$$-M_{Wx(T)}\sin\alpha\cos\chi-M_{Wz(T)}\,u(l,r)(\cos\alpha\sin\sigma\cos\chi+\cos\sigma\sin\chi)=0 \qquad (53)$$

A 点を通る z_K 軸に平行な軸まわり：

$$X_T\,l_K\sin\varepsilon\Big[\Big\{u(l,r)\cos\alpha\cos\theta_K-\sin\alpha\sin\chi\sin\theta_K\Big\}\cos\alpha_K+u(l,r)\sin\alpha\cos\chi\sin\alpha_K\Big]$$
$$-Z_T\,l_K\sin\varepsilon\Big[\Big\{u(l,r)(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\sin\theta_K+\sin\alpha\sin\sigma\cos\theta_K\Big\}\cos\alpha_K$$
$$-(\cos\alpha\sin\sigma\cos\chi+\cos\sigma\sin\chi)\sin\alpha_K\Big]$$
$$-F_I\,u(l,r)\,l_H\Big[\cos\Big\{u(l,r)\alpha_K+\phi_{kh}\Big\}\Big\{\lambda_I\cos\theta_K-\mu_I\sin\chi\sin\theta_K+\nu_I\cos\chi\sin\theta_K\Big\}$$
$$+\sin\Big\{u(l,r)\alpha_K+\phi_{kh}\Big\}(\mu_I\cos\chi+\nu_I\sin\chi)\Big]$$
$$+M_{Wx(T)}\Big\{u(l,r)\cos\alpha\sin\theta_K+\sin\alpha\sin\chi\cos\theta_K\Big\}$$

$$+M_{Wz(T)}\left\{u(l,r)(\cos\alpha\sin\sigma\sin\chi-\cos\sigma\cos\chi)\cos\theta_K-\sin\alpha\sin\sigma\sin\theta_K\right\}=0 \tag{54}$$

ここに，X_L, Y_L, Z_L; X_U, Y_U はそれぞれロア・アーム，アッパ・アームから作用する力の各アーム座標軸方向の成分，F_I はタイロッドを通してナックルアームに伝えられる操舵力である。また，l_J, l_K, l_H, l_G, l_B はそれぞれ AJ, JK, GH, AG, AB の長さ (**Fig. 15** 参照)，ϕ_{kh} は JK と GH を x_Ky_K 面に投影したときのそれらの間の角である。

4·4 アームに働く力とモーメントのつり合い

ロア・アーム，アッパ・アームについても慣性力と遠心力を無視して，力およびモーメントのつり合い式を求める。ロア・アームに関して

回転軸 (x_L) 方向：

$$-X_L+F_S(\lambda_S\cos\phi_L\cos\theta_L+\mu_S\cos\phi_L\sin\theta_L+\nu_S\sin\phi_L)+X'_L=0 \tag{55}$$

アーム (y_L) 方向：

$$-Y_L+F_S\Big\{\lambda_S(\sin\theta_{o\alpha}\sin\phi_L\cos\theta_L-\cos\theta_{o\alpha}\sin\theta_L)$$
$$+\mu_S(\sin\theta_{o\alpha}\sin\phi_L\sin\theta_L+\cos\theta_{o\alpha}\cos\theta_L)-\nu_S\sin\theta_{o\alpha}\cos\phi_L\Big\}+Y'_L=0 \tag{56}$$

アームとその回転軸に垂直 (z_L) 方向：

$$-Z_L+F_S\Big\{-\lambda_S(\cos\theta_{o\alpha}\sin\phi_L\cos\theta_L+\sin\theta_{o\alpha}\sin\theta_L)$$
$$-\mu_S(\cos\theta_{o\alpha}\sin\phi_L\sin\theta_L-\sin\theta_{o\alpha}\cos\theta_L)+\nu_S\cos\theta_{o\alpha}\cos\phi_L\Big\}+Z'_L=0 \tag{57}$$

回転軸 (x_L) まわり：

$$-Z_Ll_L+F_Sl_P\Big\{-\lambda_S(\cos\theta_{o\alpha}\sin\phi_L\cos\theta_L+\sin\theta_{o\alpha}\sin\theta_L)$$
$$-\mu_S(\cos\theta_{o\alpha}\sin\phi_L\sin\theta_L-\sin\theta_{o\alpha}\cos\theta_L)+\nu_S\cos\theta_{o\alpha}\cos\phi_L\Big\}=0 \tag{58}$$

アームとその回転軸に垂直な軸 (z_L) まわり：

$$X_Ll_L-F_Sl_P(\lambda_S\cos\phi_L\cos\theta_L+\mu_S\cos\phi_L\sin\theta_L+\nu_S\sin\phi_L)+M'_L=0 \tag{59}$$

ただし，X'_L, Y'_L, Z'_L は回転軸を通して車体からロア・アームに働く力の $x_Ly_Lz_L$ 成分，M'_L は同じく x_Ly_L 面内の拘束モーメントである。(λ_S, μ_S, ν_S) は緩衝器の xyz 座標系における方向余弦である ((19) 式参照)。

アッパ・アームに関しては

回転軸 (x_U) 方向：

$$-X_U+X'_U=0 \tag{60}$$

アーム (y_U) 方向：

$$-Y_U+Y'_U=0 \tag{61}$$

C 点を通るアームとその回転軸に垂直な軸まわり：

$$X_U\, l_U + M'_U = 0 \tag{62}$$

X'_U, Y'_U は同様に回転軸を通して車体からアッパ・アームに働く力の x_U, y_U 成分，M'_U は $x_U y_U$ 面内の拘束モーメント，l_U はアッパ・アーム長である。

4·5　その他の力学的関係[15),16)]

コーナリング・フォースはタイヤにかかる垂直荷重，内圧その他の条件によって決定されるコーナリング・パワ K_F を用いると，横すべり角との間につぎの関係がある。

$$C = K_F \beta_F \tag{63}$$

路面抵抗に対しては

$$R = \mu_{r0}(1 + m\,\beta_F^n)\,N \tag{64}$$

μ_{r0} は横すべりが無いときのころがり摩擦係数，m, n は横すべり角の影響を示す定数である。またコーナリーグ・フォースとともにサイド・フォースに関与するキャンバ・スラストも同様に垂直荷重その他の条件によって決定される係数 C_C を用いて

$$S_C = u(l, r)\, C_C\, \sigma_R \tag{65}$$

車体から懸架ばねを介してロア・アームに伝達される力 F_S はそのばね定数，減衰係数をそれぞれ k_S, c_S とすれば，懸架ばねのたわみ δ を用いて

$$F_S = k_S\,\delta + c_S\,\dot{\delta} \tag{66}$$

なお，車体ロール角と接地点座標との関係は路面の形状によって決まるが，路面が平面の場合は

$$\tan\psi = \frac{z'_{er} - z'_{el}}{y'_{er} + y'_{el} + 2c} \tag{67}$$

となる (添字 l, r は左右輪をあらわす)。また，垂直反力をはじめタイヤに働く4力の着力点と接地中心間の距離はタイヤ変形に関連して求められる。

5.　前輪系の入出力関係

Fig. 21 は自動車全系を左右前輪系，車体，後輪系に大別し，これら相互の間および外界，操縦者との力学的関連の概略を示す。自動車はタイヤを通して路面から外力の作用を，大気から車体に空気力および空気力学的モーメントの作用をうけるが，車体と車輪系とは相互にある幾何学的な拘束のもとに力学的に関連し，操縦者による操舵作用と，動力機構を通して駆動力

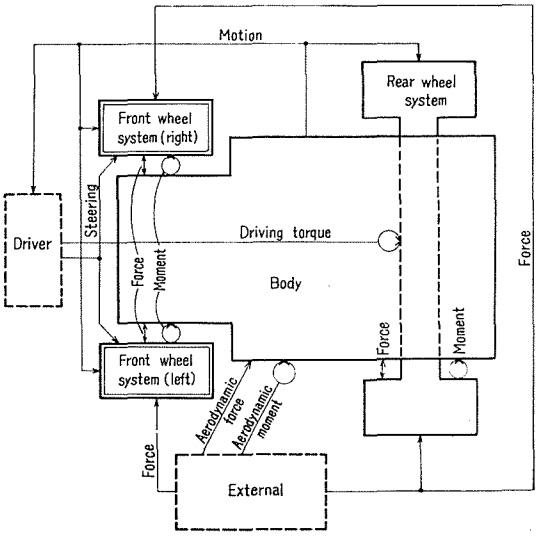

Fig. 21.　A block diagram of the entire system.

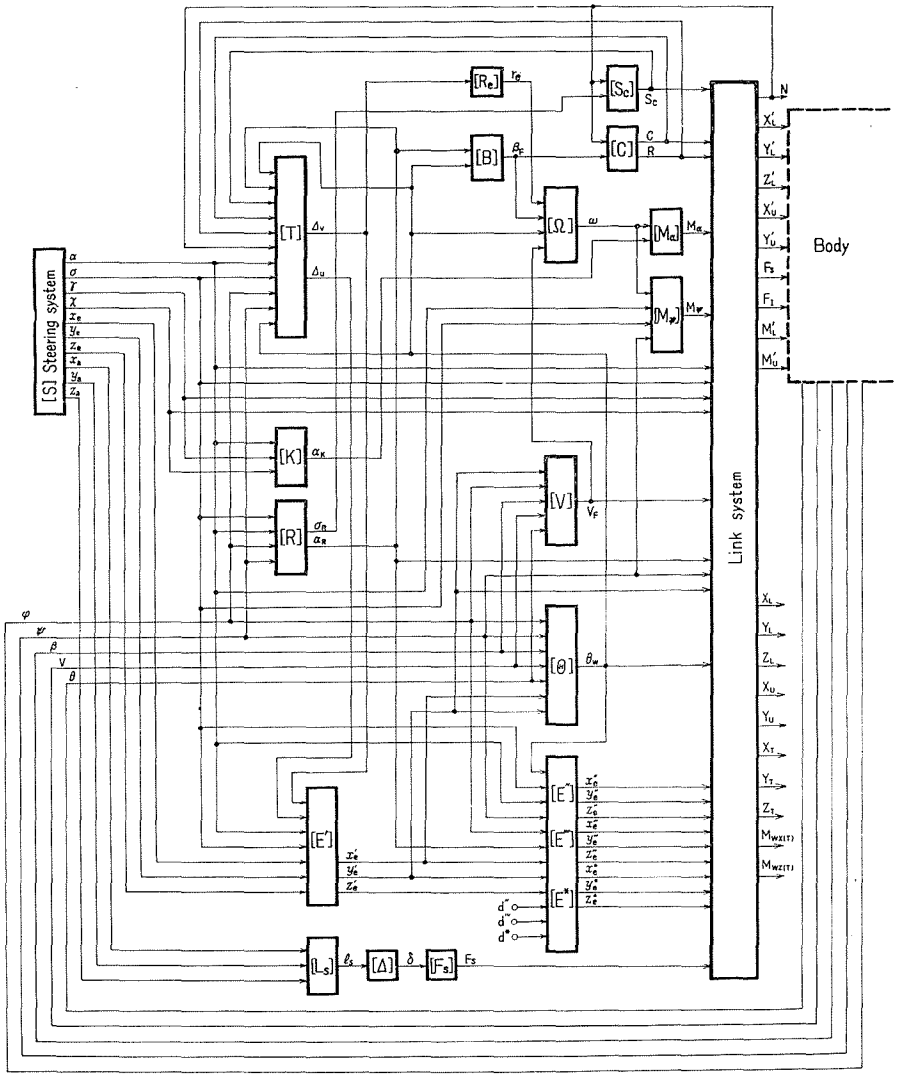

Fig. 22. A block diagram of the front wheel system.

が加えられる。このような自動車全系の運動を論ずる一環として，前輪系を取り扱ったのであるが，幾何学的，力学的関係を一覧するために **Fig. 22** に入出力関係の概略図を示した。まず操舵により，操舵機構 $[S]$, $[K]$, $[R]$ において対地舵角，対地キャンバ角，キングピン回転角が変化し，それがタイヤ変形，自動車全系の運動に関連する。すなわちタイヤ変形機構 $[T]$, $[R_e]$ によりタイヤ変形量が，車速条件 $[B]$, $[\Omega]$, $[V]$ により前輪横すべり角，前輪回転角速度，前車輪速度がきまり，$[M_\alpha]$, $[M_\varphi]$ によりジャイロモーメントが求められる。

またタイヤ接地点計算式 $[E']$, $[E'', E''', E^*]$ により力の作用点が決定し，$[L_S]$, $[\varDelta]$, $[F_S]$ により懸架ばね力が決まる。これらの変形，力，モーメントが各リンク機構に関する一連の運

動方程式によって相互に関連し合い，前輪系の運動が決定するとともにリンク機構からの力，拘束モーメントは2つのアーム回転軸を通して車体，さらに後輪系に伝達される。また車体運動は車速と横すべり角，あるいは並進，回転運動として前輪系に帰還される。

6. 結　　言

本報告は自動車の車体，車輪系の運動に関する研究の一部であって，前輪懸架機構に関する幾何学的，力学的関係を理論的に論じたものである。一般に前輪系リンク機構の各メンバに関するこれらの関係はきわめて錯綜しており，これを簡易な形式で書くことは必ずしも容易ではないが，以下の形でこれをまとめることができた。

1. 車体系，路面系，上下アーム系，キングピン系，車輪系に関する座標系を導入し，これらの間の変換式を与えることによって，前輪系の幾何学的，力学的関係を論ずるための便宜をはかった。

2. 舵角，キャンバ角，キングピン傾角その他前輪系の幾何学的諸量について，計算式と図表を与えた。

3. 前輪系の力学的関係を論ずるため，これを車輪系，キングピン系，上下アーム系の4つの部分に分割し，これらに働く外乱，メンバ間に作用する力およびモーメントのいっさいと学力的な基礎方程式をもれなくあげた。

4. これと関連し，操舵，ローリングによるジャイロモーメントを計算し，その図表を与えた。

5. 前輪系入出力関係と自動車全系の関係の概略図を与え，前輪系各メンバの間の関係と操縦者，車体，後輪系および路面との関連を明らかにした。

上述のように前輪系の諸量のみについてみても，相互の関係は一見複雑であるが，実用上簡略化（あるいは線型化）して差し支えない関係も多いと思われる。このような系の解析あるいは計算機によるシミュレーションも可能性なしとはいえない。この点については後日あらためて報告する予定である。

本研究をまとめるに当って，懇切なご討議を頂いた深沢正一教授に深く謝意を表する。

文　　献

1) 宮島貞利： トヨタ技術, **3**-5, 157 (昭 25).
2) 菊池英一： 自動車技術論文集, 5, 1 (昭 33).
3) 田辺和夫： トヨタ技術, **16**-4, 326 (昭 40).
4) 亘理　厚： 東大生産技術研究所報告, **14**-3, 120 (昭 40). ほか。
5) Jindra, F.: ATZ, **63**-5, 133 (1961).
6) Zomotor, A.: ATZ, **65**-2, 42 (1963).
7) 三木　淳ほか2名： トヨタ技術, **14**-4, 413 (昭 38).

8) 近森　順： 新三菱重工技報, **6**-1, 59 (昭 39).
9) 近森　順： 自動車技術, **18**-9, 696 (昭 39).
10) Wolfe, W. A.： Trans. ASME, Feb, 10 (1959).
11) Dingerkus, O.： ATZ, **65**-2, 49 (1963).
12) Hasselgruber, H. und Knoch, W.： ATZ, **65**-10, 316 (1963).
13) 近藤政市・大竹一友： いすゞ技報, 46, 1 (昭 40).
14) 入江敏博・植田　豊： 機械学会北海道支部講演会前刷, 49 (昭 41).
15) 近藤政市： 基礎自動車工学, (昭 40), 養賢堂.
16) 平尾　収・近藤政市・亘理　厚・山本峰雄： 理論自動車工学, (昭 36), 山海堂.