



Title	火力発電機群の起動ユニットとその停止時間の決定について
Author(s)	山城, 迪; 宮本, 衛市; 小池, 東一郎
Citation	北海道大學工學部研究報告, 44, 47-57
Issue Date	1967-09-05
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/40836
Type	bulletin (article)
File Information	44_47-58.pdf



[Instructions for use](#)

火力発電機群の起動ユニットとその 停止時間の決定について

山城 迪*

宮本 衛市*

小池 東一郎*

(昭和42年4月24日受理)

Generating Units Commitment in Daily Dispatch

Susumu YAMASHIRO

Eiichi MIYAMOTO

Toichiro KOIKE

(Received April 24, 1967)

Abstract

In regard to the economic operation problems of a power system, considerable work has been done regarding the economic load dispatching. However, in spite of the fact that the determination of an optimal combination of units for operation seems to be a prerequisite, little has been written regarding the theoretical or numerical analysis of this problem. When the system load is off-peak, a certain number of units would be operating near their minimum outputs. These should be taken-off line. Thus the system operators must determine which units should be taken-off line and for how long. If they simply remove the older or less efficient units, this decision is not always correct. They must examine all the possible combinations of units and determine the optimal combination not by the fuel cost, but by the system operation cost.

Thus this problem was analyzed in this paper in an attempt to determine most economical operation pattern (which unit should be taken-off and for how long in daily dispatch).

Considering the load levels from off-peak to peak load and applying the dynamic programming method, the optimal operation pattern together with the unit start-up and shut-down can be obtained.

目 次

緒 言	48
1. 問題の定式化	48
1.1 記 号	48
1.2 負荷パターンの分割	49

* 電気工学科

1.3 火力ユニットの起動費	49
1.4 日間の総運転費	50
1.5 ダイナミック・プログラミングの適用	50
2. 最適運用の決定	52
3. フローチャート	53
4. モデル系統への適用	54
4.1 モデル系統	54
4.2 計算結果	55
結 言	56

緒 言

電力系統の経済運用問題の中で、火力発電機群の運転ユニットへの経済的負荷配分については、多くの研究がなされてきた。しかしながら、火力発電機群における最適な運転ユニットの組合せの決定については、実はこの問題が経済的負荷配分を行なう以前に、まず最初に決定されていなければならないはずの問題でありながら、その理論的、ないしは数値的解析はあまり進んでいないのが現状である。そして実際に、給電担当者が運転ユニットの組合せを決定する時には、単に効率の悪い、比較的容量の小さい旧式火力から順番に停止させるとか、長い間の経験から得られた勘に頼っているものと思われる。

しかし、このようにして決定されたユニットの組合せは、必ずしも正しい、最適な組合せであったとは言えない。ある負荷に対して、火力発電機群の運転費（ここでは、燃料費と起動費の和を運転費とする）が最も安くなるような、最適なユニットの組合せを求めようとするなら、可能なすべてのユニットの組合せについて、次々と運転費を計算して行き、それらを比較しなければならない。しかも、系統負荷は時々刻々変動しているのであるから、考察期間にわたっての最小な総運転費を求めるためには、考察期間始めから終わりまで、各時間帯における最適なユニットの組合せを逐次決定して行かねばならないのである。

かくして、考察期間を日間とし、系統負荷が与えられた時、“いつ”、“どの”ユニットを起動停止させたら最も経済的な運用となるか、その解を求めることが本報で解析しようとする問題である。

電力系統の経済運用問題解析に、しばしば用いられてきたダイナミック・プログラミング(dynamic programming)が、ここでも非常に有効、かつ強力な働きをしている。

1. 問題の定式化

1.1 記 号

i : 負荷レベル番号

n : 火力ユニット番号

m : 負荷レベル i で起動停止する火力ユニット番号

- ${}_iF_n$: 火力ユニット n の負荷レベル i における燃料費
- ${}_iG_n$: 火力ユニット n の負荷レベル i における出力
- ${}_iF^*(n)$: 火力ユニット n の負荷レベル i における起動費
- ϕ : 考察期間中の総運転費
- Φ : 最小総運転費
- ${}_iP$: 負荷レベル i の系統負荷

1.2 負荷パターンの分割

いま、対象とする系統は火力系のみとし、考察期間を日間とする。また系統負荷として、Fig. 1 に示すような、コンベックスな負荷パターンを考える。

日間の総運転費を求めようとする時、通常は負荷パターンを時間軸にそって分割し、各時間帯での運転費を求め、それらの総和をもって1日の総運転費とするのが普通であるが、ここでは、Fig. 1 に示してあるように、base から peak に向けて時間軸に平行に負荷レベルを刻んで行き、各負荷レベルでの運転費を求め、それらの総和をもって1日の総運転費とする。しかも、この負荷レベルの刻み方については、レベルが一段上る時に、火力ユニットは一台起動停止するか、または全く起動停止しないように刻むものとする。ここで火力ユニットの起動停止は1日1回であり、しかも同一負荷レベルで行なうものとする。

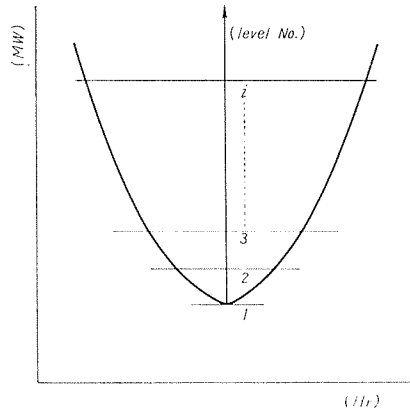


Fig. 1. Convex load pattern and its load level.

1.3 火力ユニットの起動費

一般に火力ユニットの起動費は、停止時間の関数で表わされる。また停止方式には、自然冷却 (natural cooling)、および埋火 (banking) の2種類があり、どちらを採用するかによって起動費は異ってくる。もしボイラが自然冷却の状態にある時には、ボイラの温度は指数関数的に低下し、この時再起動に要する費用は(1)式で表わされる。

$$F^* = B(1 - e^{-\alpha t}) + K \quad (1)$$

- ここで B : ボイラ定数
- K : タービン定数
- α : ボイラ冷却時定数
- t : 停止時間

一方、埋火の場合はボイラの温度および圧力を維持するために、常に一定量の燃料が供

給されるから、起動費は(2)式で表わされる。すなわち

$$F^s = B' \times t + K \quad (2)$$

ここで、 B' : ボイラ埋火の費用

(2)式および(3)式を、Fig. 2に示しておく。

1.4 日間の総運転費

いま、火力発電機群の各ユニットに、番号 n を付ける ($n=1, 2, \dots, N$)。番号の付け方は任意であるが、一度番号が付けられたら、その番号は考察期間にわたって変らないものとする。そこで、1.2節および1.3節を参照して1日の総運転費 F_T を次のように表わすことができる。

$$F_T = \sum_{i=1}^{i_{\max}} \{ \sum_n {}_i F_n ({}_i G_n) + {}_i F^s ({}_i n) \} \quad (3)$$

一方、需給バランス条件から、送電損失を無視した場合、次式が満足されねばならない。

$$\sum_n {}_i G_n = {}_i P \quad (4)$$

従って問題は、(4)式の条件のもとで(3)式の総運転費 F_T を最小にするような、各負荷レベルにおける起動停止ユニットを求めることに帰せられる。

1.5 ダイナミック・プログラミングの適用

(3)式をいま少し吟味し、負荷レベル1から最終負荷レベルまで、順次、各負荷レベルまでの運転費を求めることから、dynamic programming への漸化式を誘導してみよう。

まず、負荷レベル1 (base load) における運転費を求める。ここで考えられる運転ユニットの組合せの数は、もしどのユニットにも運転上の種々の制約条件が無いものとするれば、火力ユニット N 台について、(5)式で示される数だけの組合せがある。

$$m = \binom{N}{1} + \binom{N}{2} + \dots + \binom{N}{N-1} + \binom{N}{N} = 2^N - 1 \quad (5)$$

例えば、 $N=10$ の時、組合せの総数 m は1023通りとなる。そして種々の制約条件による運転不可能なユニットの組合せを考慮しても、これらを1つずつチェックするのは容易ではない。そこで、この困難を避けるために、初期条件として、レベル1での運転ユニットをあらかじめ指定するものとする。最近の系統容量の増大にともなう、base load を対象とした新鋭火力および原子力発電所の出現を考えれば、この仮定は妥当なものと考えてよい。従って、負荷レベル1での総運転費は(6)式で与えられる。

$$\phi_1 = \sum_n {}_1 F_n ({}_1 G_n) \quad (6)$$

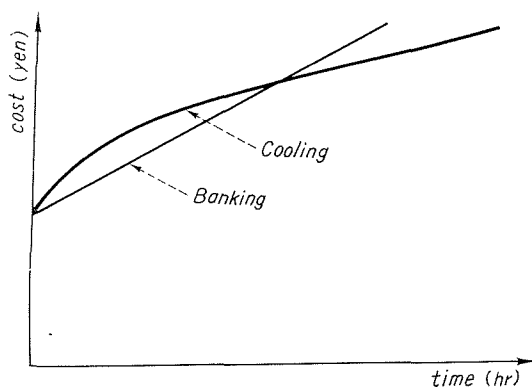


Fig. 2. Start-up cost curve.

右辺は、初期条件として指定されたユニットによる燃料費の総和を意味する。

次に、負荷レベル 2 までの運用を考える。

いま、仮りに No. $2n$ 機がレベル 2 で起動停止したとしよう。その時、レベル 2 までの総運転費は、(6) 式の ϕ_1 を用いて、次のように表わすことができる。

$$\phi(2, 2n) = \sum_n {}_2F_n({}_2G_n) + {}_2F^s(2n) + \phi_1 \quad (7)$$

ここで、右辺第 1 項は、負荷レベル 2 での運転ユニット (No. $2n$ 機と初期条件で指定されたユニット) による燃料費の総和を示す。

右辺第 2 項は、No. $2n$ 機の起動費である。

(7) 式の総運転費 $\phi(2, 2n)$ を $2n=0 \sim N$ の全ユニットについて、各々 $\phi(2, 0), \phi(2, 1), \dots, \phi(2, N)$ を求める。

ただし、 $\phi(2, 0)$ は No. 0 機が起動停止した時の総運転費を示すが、この No. 0 機は他のユニット、例えば No. 1 機、No. 2 機などとは違って、起動停止すべきユニットのない状態を表わすものと約束する。つまり No. 0 機を起動停止ユニットとして選んだということは、1 つ前の負荷レベルでの運転状態を継続することを意味する。

次に、負荷レベルを 1 つ進めて、レベル 3 までの運用を考えることにする。

いま負荷レベル 3 で、あるユニット No. $3n$ 機が起動停止するとしよう。この時、レベル 2 までの総運転費 $\phi(2, 2n)$ 、 $2n=0 \sim N$ を用いて、レベル 3 までの総運転費は次式で示される。

$$\phi(3, 3n, 2n) = \sum_n {}_3F_n({}_3G_n) + {}_3F^s(3n) + \phi(2, 2n) \quad (8)$$

ここで、 $\phi(3, 3n, 2n)$ は、レベル 2 で No. $2n$ 機、レベル 3 で No. $3n$ 機を起動停止させた時のレベル 3 までの総運転費を示す。

また、右辺第 1 項は、No. $2n$ 機、No. $3n$ 機、および初期条件で指定されたユニットによる、負荷レベル 3 での燃料費の総和である。

ところで、レベル 3 で任意のユニット No. $3n$ 機が起動停止した場合、(8) 式の総運転費 $\phi(3, 3n, 2n)$ は、 $2n=0, 1, 2, \dots, N$ だけ、合計 $(N+1)$ 通り求まることになる。ところが発電機は 1 日 1 回の起動停止だから、もし $2n=3n$ ならば、この No. $2n$ 機の方は除かねばならない。結局 N 通りの総運転費を求めることになる。そこで、この N 通りの中で、どれが最小な総運転費であったか、またその時の、レベル 2 で起動停止すべきユニットはどれであったかを知る必要がある。この事を式で表わすと、

$$\phi(3, 3n) = \min_{2n} \{ \phi(3, 3n, 2n) \} = \min_{2n} \{ \sum_n {}_3F_n({}_3G_n) + {}_3F^s(3n) + \phi(2, 2n) \} \quad (9)$$

$$m(3, 3n) = 2\bar{n} \quad (10)$$

(9) 式は No. $3n$ が起動停止した時のレベル 3 までの最小な総運転費を、(10) 式はこの最小な総運転費が、レベル 2 で No. $2\bar{n}$ 機を起動停止させれば得られることを表わしている。この(9)式、(10)式を $3n=0\sim N$ について、各々 $\Phi(3,0), \dots, \Phi(3,N)$ 、および $m(3,0), \dots, m(3,N)$ を求めれば、レベル 3 までのすべての運用はことごとく解明されたことになる。

かくして、順次負荷レベルを進めて行き、いま、負荷レベル i に来た時には、(8) 式、(9) 式、および(10)式は一般に次のように表わされる。

$$\phi(i, n, i-1n) = \sum_n {}_iF_n({}_iG_n) + {}_iF^s({}_in) + \Phi(i-1, i-1n) \quad (11)$$

$$\Phi(i, n) = \min_{i-1n} \{ \phi(i, n, i-1n) \} \quad (12)$$

$$m(i, n) = i-1\bar{n} \quad (13)$$

これで、目的の dynamic programming への漸化式が求まったことになる。

ここで

$\phi(i, n, i-1n)$: 負荷レベル i で No. in 機、レベル $(i-1)$ で No. $i-1n$ 機が起動停止した時のレベル i までの総運転費。

$\Phi(i, n)$: 負荷レベル i で No. in 機が起動停止した時の最小総運転費。

$m(i, n)$: 負荷レベル i で No. in 機が起動停止した時、レベル $(i-1)$ で起動停止すべき最適ユニット番号を示す。

2. 最適運用の決定

dynamic programming を用いて最適運用を決定するには、前述した漸化式を用い、 $i=1$ から順次計算を進めて行けばよいが、ここでその内容を詳しく吟味してみる。

まず(11)式右辺第 1 項の燃料費の総和については、等増分燃料費則に従って、経済的負荷配分を行なうことにより容易に求まるが、ここで当然考慮されねばならない点は、各ユニットの出力制限で、常に(14)式が満足されていなければならない。

$$G_{\min} \leq G \leq G_{\max} \quad (14)$$

また、(11)式右辺第 2 項は No. in 機の起動費であるが、すでに 1.3 節で述べたように、起動費特性が与えられれば、問題は停止時間の決定だけとなる。従って、この停止時間を Fig. 1 を参照して、負荷レベルの関数としてあらかじめ与えておけば、起動費も容易に求めることができる。

ただし、次の制限にぶつかるユニットは、起動停止ができないものとしなければならない。すなわち、ある負荷レベルで起動停止しようとするユニットの起動時間が、その負荷レベルの停止時間より長い場合。また、例えば Fig. 3 のように、No. 1 機をレベル i で起動停止させようとした時、たとえレベル $(i-1)$ で、どのユニットを起動停止させても、より前のレベル(こ

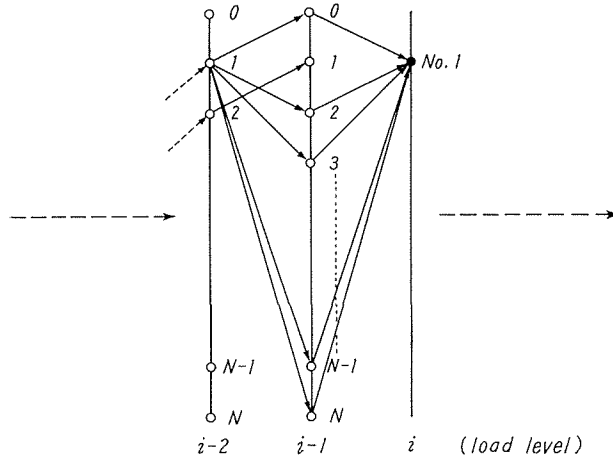


Fig. 3. Process of dynamic programming.

ここでは $i-2$ で No.1 機は起動停止している場合、このような時には、No.1 機は以後の運用では起動停止の対象外に置くものとする。

以上の制限事項に留意して、(11), (12), (13) 式を $i=1$ から求めて行き、最終負荷レベル I に到達した時、最適運用は次のようにして求めることができる。

N 個の $\phi(I, m)$ の中で最小な $\phi(I, m)$ と、それに対応する m (これを仮りに \bar{m} で表わす) を見つける。この \bar{m} が求ったら、あとは (13) 式を繰り返し用いて、いま計算して来たのとは逆方向に負荷レベル 2 まで戻ることによって、日間運用における各負荷レベルでの最適起動停止ユニットが得られる。

3. フローチャート

Fig. 4 に最適起動停止ユニットを求める計算手順を、フローチャートにして示す。

Table 1. Units characteristics.

unit No.	rated capacity (MW)	fuel cost characteristics			start-up cost		time for start-up (hr)
		a	b	c	B' (10^3 yen/hr)	K (10^3 yen)	
1	125	11.74	1.189	1.1×10^{-4}	4.32	12.96	5
2	125	11.74	1.189	1.1×10^{-4}	4.32	12.96	5
3	125	11.74	1.189	1.1×10^{-4}	4.32	12.96	5
4	120	8.64	0.756	2.59×10^{-3}	4.60	14.40	5
5	120	12.96	0.648	4.32×10^{-3}	4.60	14.40	5
6	75	6.9	1.39	3.75×10^{-4}	2.63	12.78	4
7	75	12.4	1.25	1.63×10^{-3}	2.63	12.78	4
8	75	12.5	1.523	1.05×10^{-3}	2.63	12.78	4
9	65	13.0	1.555	2.4×10^{-3}	2.63	12.78	4
10	60	13.5	1.81	2.34×10^{-3}	1.66	14.96	4
11	35	15.0	0.994	9.27×10^{-3}	1.66	13.0	4
12	35	17.61	0.954	9.27×10^{-3}	1.66	13.0	4

4. モデル系統への適用

4.1 モデル系統

火力発電機 12 台からなるモデル系統で、うち 3 台は起動停止を行わないものとする。発電機番号は全く任意であるが、ここでは容量の大きい順に番号を付けてある。各ユニットの諸データを Table 1 に示す。燃料費特性は (15) 式のように、出力の 2 次式で近似してある。

$$F = a + b \cdot G + c \cdot G^2 \quad (15)$$

また、起動費特性はすべて埋火を行なうものとして、(2) 式のように停止時間の一次式で表

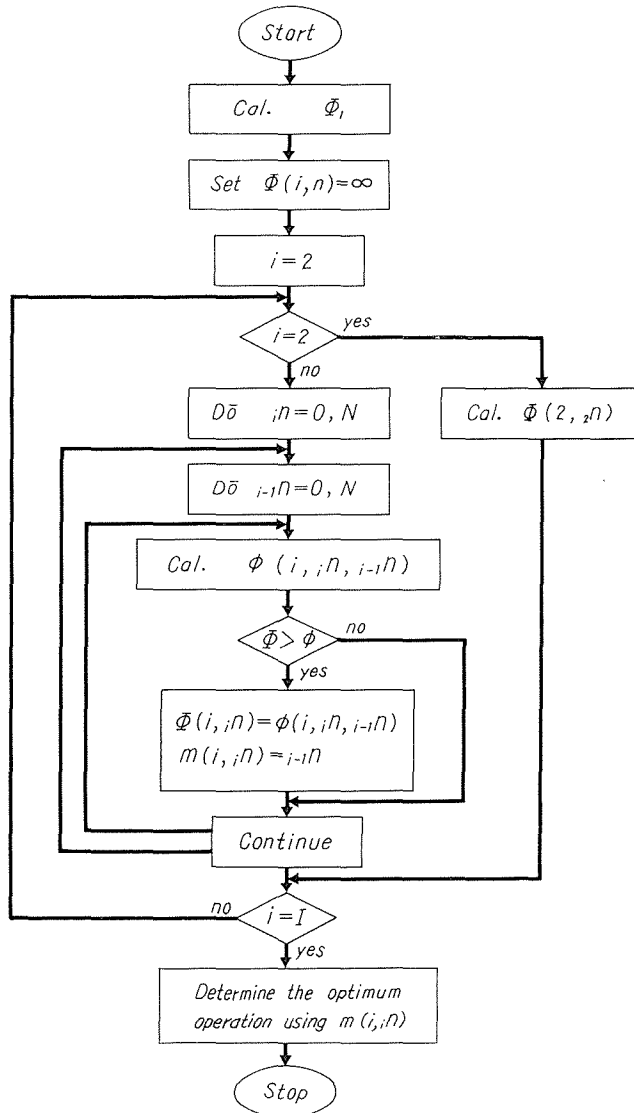


Fig. 4. Flow chart.

わすものとする。

系統負荷、および負荷レベルに対応する停止時間を、Table 2 に示す。

4.2 計算結果

Fig. 5 は、最適起動停止ユニットの決定の様子を示している。図中、太い実線で示したのが最適パターン A で、もう一方のパターンを B として、Table 3 にその詳細を示してある。

Fig. 6 は、各負荷レベルにおける最適ユニットの組合せを、負荷パターンに合わせてえがいたものである。

Table 2. Load characteristics.

load level	load (MW)	down time (hr)	load level	load (MW)	down time (hr)	load level	load (MW)	down time (hr)	load level	load (MW)	down time (hr)
1	360	—	7	540	11.83	13	720	16.12	19	900	19.49
2	390	6.32	8	570	12.65	14	750	16.73	20	930	20.00
3	420	7.75	9	600	13.42	15	780	17.32	21	960	20.49
4	450	8.94	10	630	14.14	16	810	17.89	22	990	20.98
5	480	10.00	11	660	14.83	17	840	18.44	23	1020	21.45
6	510	10.95	12	690	15.49	18	870	18.97			

Table 3. Operation pattern A & B (A is optimal pattern).

pattern	load level	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	total operation cost (10 ³ yen)
A	unit No.	4	0	0	5	0	0	0	0	6	0	0	7	0	8	0	0	11	12	10	0	9	0	19648.5
B	unit No.	4	0	0	5	0	0	0	0	6	0	0	7	0	8	0	0	11	10	0	9	0	12	19664.8

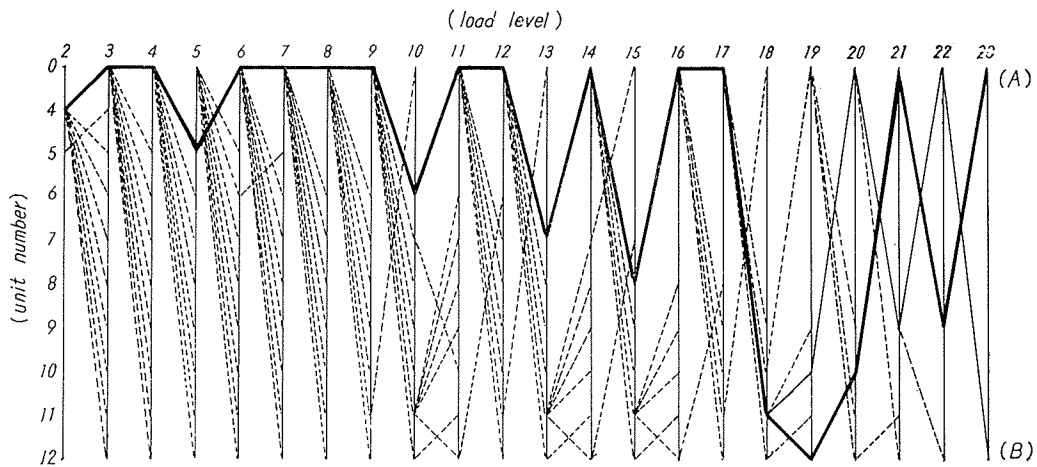


Fig. 5. The optimal pattern of units in daily dispatch.

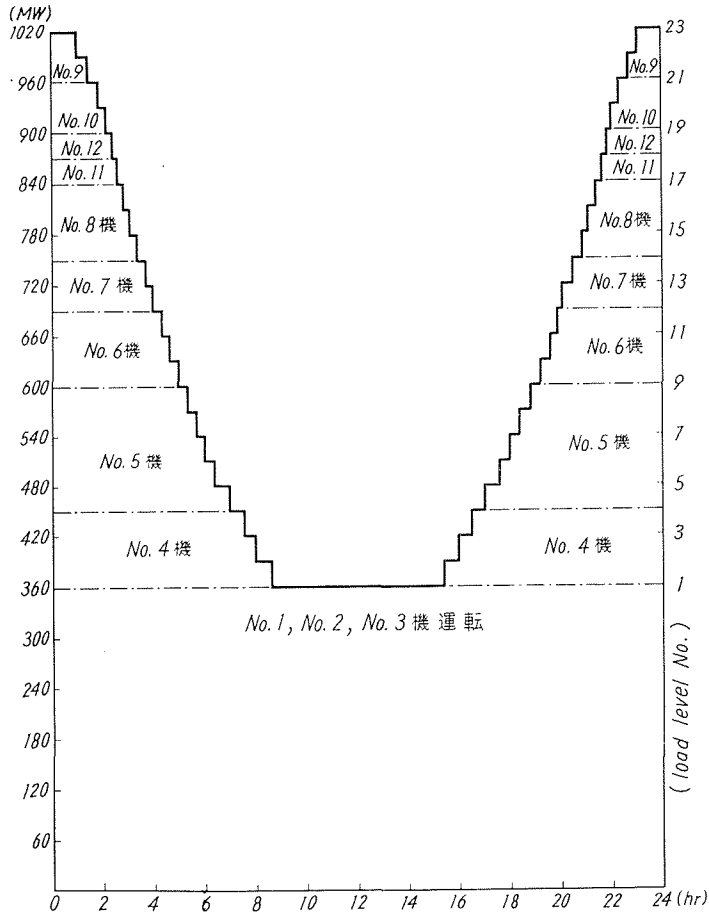


Fig. 7. Load pattern and optimal combination of generating units.

Fig. 5 で示されるように、ほぼ、ユニット容量の大きい順に起動している。また、最適パターン A とパターン B とでは、総運転費の間に、 $19664.8 - 19648.5 = 16.3$ (千円) の差が生じ、これを年間に換算すれば、 $16.3 \times 360 = 5868$ (千円) になり、最適運転ユニット組合せの問題は、おろそかにできない問題である。

結 言

火力系の日間運用において、dynamic programming を用いることにより、最適な起動停止ユニットと、その停止時間を決定する手法を求め、モデル系統に適用してみた。試算例では、燃料費特性の良い大容量機から、ほぼ順番に起動する結果となった。また、最適運用とそうでない運用とを比較すると、両者の運転費に相当な差が生じ、系統容量の増大、ユニット数の増加にともない、最適な運転ユニットの組合せの決定は、今後ますます重要な問題になることと考えられる。この手法を実系統に適用するには、系統負荷をコンベックスと仮定した点にまだ検討すべき余地があるが、これは考察期間を週間とした場合の問題と合わせて、別の機会に論じたいと思う。

参 考 文 献

- 1) 豊田淳一：火力発電機群の起動停止理論，電学誌，121 (昭39).
- 2) C. J. Boldwin: A Study of the Economic Shutdown of Generating Units in Daily Dispatch, AIEE Transaction, December 1959, pp. 1272-1282.
- 3) P. G. Lowery: Generating Unit Commitment by Dynamic Programming, IEEE Transaction, May 1966, pp. 422-426.