



Title	中間に橋脚を有しないS字形曲線桁橋の構造特性について
Author(s)	渡辺, 昇; 佐藤, 浩一; 薄木, 征三
Citation	北海道大學工學部研究報告, 49, 1-22
Issue Date	1968-09-25
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/40896">http://hdl.handle.net/2115/40896</a>
Type	bulletin (article)
File Information	49_1-22.pdf



[Instructions for use](#)

# 中間に橋脚を有しないS字形曲線桁橋の 構造特性について

渡 辺 昇\*

佐 藤 浩 一\*

薄 木 征 三\*

(昭和43年4月30日受理)

## On the Characteristics of an S-shaped Beam Bridge without Intermediate Support

Noboru WATANABE

Kôichi SATÔ

Seizo USUKI

(Received April 30, 1968)

### Abstract

An attempt was made in this paper to illustrate the various characteristics of an S-shaped plane beam bridge structure supported by only two free bending and torsion-resistant abutments.

Firstly, the authors have solved the static equations involved in this bridge in order to calculate the bending moment, shearing force, torsional moment, deflection and torsional deformation.

Thus, using a digital computer, the various static diagrams for this bridge design were obtained.

Lastly, a model experiment was performed in order to prove the validity of the theoretical treatment. From the above treatment, the following characteristics were obtained.

1. The maximum value of the bending moment diagram due to a concentrated load depends on the central angle  $\phi$ .

When  $\phi \leq 110^\circ$ , the maximum value decreases inversely with  $\phi$ .

Generally the bending moment of the S-shaped beam is smaller than that of the straight beam.

2. When  $\phi \geq 110^\circ$ , negative bending moment occurs, and the absolute value increases proportionally with  $\phi$ .

3. The maximum value of the torsional moment diagram increases proportionally

---

\* 土木工学科 橋梁学研究室

with  $\phi$ . Particularly when  $\phi \geq 110^\circ$ , the value increases rapidly.

The above mentioned characteristics are also well illustrated in the case of a fully and uniformly distributed load.

## 1. ま え が き

平面内において S 字形をなす曲線桁橋，すなわち，S 字の両端の橋台位置では曲げに対して単純支持で捩りに対して抵抗をもち，S 字の間には何ら橋脚をもたないような曲線桁橋について，その断面力の影響線および等分布荷重満載の場合の断面力図を求める理論式を導き，一例として正方形箱断面桁の断面定数を用いて，電子計算機によって，数値計算を行ない，この種の断面を有する S 字形曲線桁橋の構造特性を明らかにした。

なお，この S 字形曲線桁の理論解析では，まず S 字形曲線静定単純桁の解析を行ない，次いでこれを基本系として，一次の不静定力を挿入して S 字形曲線一次不静定単純桁の解析を行なった。

## 2. S 字形曲線静定単純桁

S 字形曲線静定単純桁とは，水平面内に二つの円弧から成る S 字形曲線を有し，両端が曲げに対して単純支持であり，同時に一端だけがねじりに対して抵抗し，他端がねじりに対して自由な桁をいう。構造力学的には，曲げ及びねじりに対して静定な構造である。ここでは曲げねじりは考えない。

### (1) 集中荷重 $P$ による断面力

座標及び断面力の符号は，図-1 (a), (b) を参照。静定単純桁の解析は図-1 のように変曲点  $C$  で桁を切断し，切断面に，ねじりモーメント  $T_C$ ，曲げモーメント  $M_C$ ，せん断力  $Q_C$  を挿入する。支点  $A$  の垂直反力を  $V_A$ ，支点  $B$  の垂直反力を  $V_B$ ，同じ支点におけるねじりモーメントを  $T_B$  とし，円弧  $O_1$  について，軸  $O_1-A$ ，及びそれに直角な方向の軸のまわりのモーメントの平衡条件と，垂直方向の力の平衡条件より三つの平衡条件式を得る。円弧  $O_2$  についても同様に三つの平衡条件式が得られる。これら， $V_A$ ， $V_B$ ， $T_B$ ， $T_C$ ， $M_C$ ， $Q_C$  に関する六元連立方程式を解けば，以上の六つの反力及び断面力が求まる。

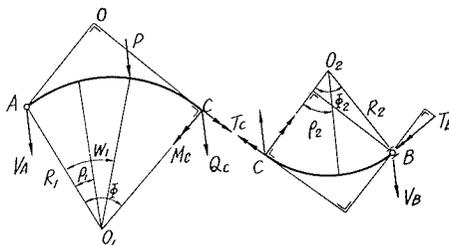


図-1 (a)

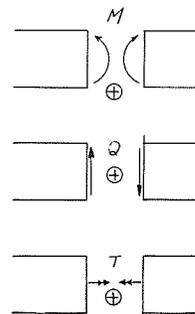


図-1 (b) 断面力の符号 (円の中心  $O_1$  の側から見て)

a) 集中荷重  $P$  が円弧  $O_1$  上にある場合 ( $0 \leq \omega_1 \leq \phi_1$ )

図-1 (a) から円弧  $O_1$  に関する, 三つの平衡条件式は, 次のようになる。

$$\begin{aligned} M_C + P \cdot R_1 \sin(\phi_1 - \omega_1) + V_A R_1 \sin \phi_1 &= 0 \\ T_C + P R_1 (1 - \cos \overline{\phi_1 - \omega_1}) + V_A R_1 (1 - \cos \phi_1) &= 0 \\ P + V_A + O_C &= 0 \end{aligned}$$

円弧  $O_2$  に関する平衡条件式は

$$\begin{aligned} M_C + V_B R_2 \sin \phi_2 - T_B \sin \phi_2 &= 0 \\ T_C + V_B R_2 (1 - \cos \phi_2) + T_B \cos \phi_2 &= 0 \\ V_B + Q_C &= 0 \end{aligned}$$

となる。

以上の六元連立方程式を解けば

$$\left. \begin{aligned} V_A &= -P \cdot \frac{R_1 \sin(\phi_1 - \phi_2 - \omega_1) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2}{R_1 \sin(\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2}, \\ V_B &= P \cdot \frac{R_1 [\sin(\phi_1 - \phi_2 - \omega_1) - \sin(\phi_1 - \phi_2)]}{R_1 \sin(\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2}, \\ T_B &= -\frac{PR}{\sin \phi_2} \left[ \frac{[\sin(\phi_1 - \phi_2 - \omega_1) - \sin(\phi_1 - \phi_2)] (R_1 \sin \phi_1 + R_2 \sin \phi_2)}{R_1 \sin(\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2} \right. \\ &\quad \left. + \sin \phi_1 - \sin(\phi_1 - \omega_1) \right], \\ Q_C &= V_B, \\ M_C &= PR_1 \left[ \frac{R_1 \sin(\phi_1 - \phi_2 - \omega_1) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2}{R_1 \sin(\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2} \times \sin \phi_1 - \sin(\phi_1 - \omega_1) \right], \\ T_C &= PR_1 \left[ \frac{R_1 \sin(\phi_1 - \phi_2 - \omega_1) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2}{R_1 \sin(\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2} \times (1 - \cos \phi_1) \right. \\ &\quad \left. + \cos(\phi_1 - \omega_1) - 1 \right]. \end{aligned} \right\} (1)$$

式 (1) の  $V_A$  を用いて, 断面力を表わすと次のようになる。ただし, 断面力のサフィックス  $P_1$ ,  $P_2$  は, それぞれ  $P$  による円弧  $O_1$ , 円弧  $O_2$  の断面力を表わし,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  は, 図-1 (a) のようにそれぞれ円弧  $O_1$ ,  $O_2$  断面の位置を表わす座標である。又  $P$  が円弧  $O_1$  上にあるという意味で  $V_A = V_{A1}$  とする。

i)  $0 \leq \rho_1 \leq \omega_1$  では

$$\left. \begin{aligned} T_{P1} &= -V_{A1} R_1 (1 - \cos \rho_1), \\ M_{P1} &= -V_{A1} R_1 \sin \rho_1, \\ Q_{P1} &= -V_{A1}. \end{aligned} \right\} (2)$$

ii)  $w_1 < \rho_1 < \Phi_1$  では

$$\left. \begin{aligned} T_{P1} &= -V_{A1}R_1(1 - \cos \rho_1) - PR_1(1 - \cos \overline{\rho_1 - w_1}), \\ M_{P1} &= -V_{A1}R_1 \sin \rho_1 - PR_1 \sin (\rho_1 - w_1), \\ Q_{P1} &= -V_{A1} - P. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

iii)  $0 \leq \rho_2 \leq \Phi_2$  では

$$\left. \begin{aligned} T_{P2} &= V_{A1} \left[ R_2(1 - \cos \rho_2) + R_1(\cos \overline{\Phi_1 - \rho_2} - \cos \rho_2) \right] \\ &\quad + P \left[ R_2(1 - \cos \rho_2) + R_1(\cos \overline{\Phi_1 - w_1 - \rho_2} - \cos \rho_2) \right], \\ M_{P2} &= V_{A1} \left[ R_2 \sin \rho_2 + R_1(\sin \overline{\Phi_1 - \rho_2} + \sin \rho_2) \right] \\ &\quad - P \left[ R_2 \sin \rho_2 + R_1(\sin \overline{\Phi_1 - w_1 - \rho_2} + \sin \rho_2) \right], \\ Q_{P2} &= -V_{A1} - P. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

b)  $P$  が円弧  $O_2$  上にある場合

この場合も a) と同様に解くことができる。この場合の支点  $A$  における反力を  $V_{A2}$  とすると

$$V_{A2} = -P \cdot \frac{R_2 \sin(\Phi_2 - w_2)}{R_1 \sin(\Phi_1 - \Phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \Phi_2}. \quad (5)$$

となる。 $V_{A2}$  によって断面力を表わすと

i)  $0 \leq \rho_1 \leq \Phi_1$  では

$$\left. \begin{aligned} T_{P1} &= -V_{A2}R_1(1 - \cos \rho_1), \\ M_{P1} &= -V_{A2}R_1 \sin \rho_1, \\ Q_{P1} &= -V_{A2}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ii)  $0 \leq \rho_2 \leq w_2$  では

$$\left. \begin{aligned} T_{P2} &= V_{A2} \left[ R_2(1 - \cos \rho_2) + R_1(\cos \overline{\Phi_1 - \rho_2} - \cos \rho_2) \right], \\ M_{P2} &= -V_{A2} \left[ R_2 \sin \rho_2 + R_1(\sin \overline{\Phi_1 - \rho_2} + \sin \rho_2) \right], \\ Q_{P2} &= -V_{A2}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

iii)  $w_2 \leq \rho_2 \leq \Phi_2$  では

$$\left. \begin{aligned} T_{P2} &= V_{A2} \left[ R_2(1 - \cos \rho_2) + R_1(\cos \overline{\Phi_1 - \rho_2} - \cos \rho_2) \right] \\ &\quad + PR_2(1 - \cos \overline{\rho_2 - w_2}), \\ M_{P2} &= -V_{A2} \left[ R_2 \sin \rho_2 + R_1(\sin \overline{\Phi_1 - \rho_2} + \sin \rho_2) \right] - PR_2 \sin(\rho_2 - w_2), \\ Q_{P2} &= -V_{A2} - P. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。

(2) ねじりモーメント  $T$  による断面力

支点  $A$  にねじりモーメント  $T$  が作用する場合も、(1) と同様に以下の六元連立方程式が得られる (図-2 参照)。

円弧  $O_1$  についての平衡条件式は

$$\begin{aligned} M_{CT} - T \sin \phi_1 + V_{AT} R_1 \sin \phi_1 &= 0, \\ T_{CT} + T \cos \phi_1 + V_{AT} R_1 (1 - \cos \phi_1) &= 0, \\ Q_{CT} + V_{AT} &= 0, \end{aligned}$$

円弧  $O_2$  についての平衡条件式は

$$\begin{aligned} M_{CT} + V_{BT} R_2 \sin \phi_2 - T_{BT} \sin \phi_2 &= 0, \\ T_{CT} + V_{BT} R_2 (1 - \cos \phi_2) + T_{BT} \cos \phi_2 &= 0, \\ V_{BT} - Q_{CT} &= 0. \end{aligned}$$

となる。

これら六元連立方程式を解けば

$$\left. \begin{aligned} V_{AT} &= T \cdot \frac{\sin (\phi_1 - \phi_2)}{R_1 \sin (\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2}, \\ V_{BT} &= -T \cdot \frac{\sin (\phi_1 - \phi_2)}{R_1 \sin (\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2}, \\ T_{BT} &= \frac{T}{\sin \phi_2} \left[ \sin \phi_1 - \frac{(R_1 \sin \phi_1 + R_2 \sin \phi_2) \sin (\phi_1 - \phi_2)}{R_1 \sin (\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2} \right], \\ M_{CT} &= T \left[ \sin \phi_1 - \frac{R_1 \sin \phi_1 \sin (\phi_1 - \phi_2)}{R_1 \sin (\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2} \right], \\ T_{CT} &= -T \left[ \cos \phi_1 + \frac{R_1 (1 - \cos \phi_1) \sin (\phi_1 - \phi_2)}{R_1 \sin (\phi_1 - \phi_2) + (R_1 + R_2) \sin \phi_2} \right], \\ Q_{CT} &= -V_{AT}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となる。

$V_{AT}$  によって断面力を表わすと次のようになる。

i)  $0 \leq \rho_1 \leq \phi_1$  では

$$\left. \begin{aligned} T_{T1} &= -T \cos \rho_1 - V_{AT} R_1 (1 - \cos \rho_1), \\ M_{T1} &= T \sin \rho_1 - V_{AT} R_1 \sin \rho_1, \\ Q_{T1} &= -V_{AT}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ii)  $0 \leq \rho_2 \leq \phi_2$  では

$$\left. \begin{aligned} T_{T2} &= -T \cos (\phi_1 - \rho_2) + V_{AT} \left[ R_2 (1 - \cos \rho_2) + R_1 (\cos \overline{\phi_1 - \rho_2} - \cos \rho_2) \right], \\ M_{T2} &= T \sin (\phi_1 - \rho_2) - V_{AT} \left[ R_2 \sin \rho_2 + R_1 (\sin \overline{\phi_1 - \rho_2} + \sin \rho_2) \right], \\ Q_{T2} &= -V_{AT}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

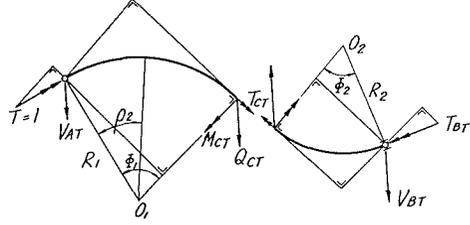


図-2

(3) 支点ねじりモーメント  $T=1$  によるたわみ曲線

$T=1$  によるねじりモーメント, 曲げモーメントをそれぞれ  $T_T$ ,  $M_T$  とし,  $P=1$  によるそれらを  $T_P$ ,  $M_P$  とすると  $T=1$  によるたわみ曲線  $f_T$  は

$$f_T = \int_0^{\phi_1} \left( \frac{M_P M_T}{EI} + \frac{T_P T_T}{GI_T} \right) R_1 d\phi_1 + \int_0^{\phi_2} \left( \frac{M_P M_T}{EI} + \frac{T_P T_T}{GI_T} \right) R_2 d\phi_2 \quad (12)$$

となる。ただしせん断力による影響は無視する。(1), (2) で求めた断面力を代入して計算すれば次のようになる。

i) 円弧  $O_1$  のたわみ曲線  $f_{T1}$ 

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\phi_1} \frac{M_P M_T}{EI} R_1 d\phi_1 &= f_{TM1}, \\ \int_0^{\phi_1} \frac{T_P T_T}{GI_T} R_1 d\phi_1 &= f_{TT1}, \\ \int_0^{\phi_2} \frac{M_P M_T}{EI} R_2 d\phi_2 &= f_{TM2}, \\ \int_0^{\phi_2} \frac{T_P T_T}{GI_T} R_2 d\phi_2 &= f_{TT2}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

とおく。 $f_{TM}$  は  $T=1$  によるたわみの内, 式 (12) で円弧  $O_1$  の部分の曲げモーメント  $M$  による仕事を表わし,  $f_{TT}$  は  $T=1$  によるたわみの内, 式 (12) で円弧  $O_1$  の部分のねじりモーメント  $T$  による仕事を表わす。他についても同様。

$$\frac{R_2}{R_1} = \lambda, \quad \frac{EI}{GI_T} = k$$

とおくと

$$\left. \begin{aligned} f_{TM1} \cdot \left( \frac{EI}{R_1^2} \right) &= (V_{AT} R_1 - 1) (V_{A1} c_1 + c_2), \\ f_{TT1} \cdot \left( \frac{EI}{R_1^2} \right) &= k \left[ (V_{AT} R_1 - 1) (V_{A1} c_3 + c_4) + V_{AT} R_1 (V_{A1} \phi_1 - c_5) \right. \\ &\quad \left. - V_{A1} (2 \cdot V_{AT} R_1 - 1) c_6 - \left\{ (V_{A1} + 1) (V_{AT} R_1 - 1) + V_{A1} V_{AT} R_1 \right\} c_7 \right], \\ f_{TM2} \cdot \frac{EI}{R_1^2} &= \lambda \left[ (1 + \lambda) \cdot \left\{ (V_{A1} + 1) (V_{AT} R_1 - 1) + V_{A1} V_{AT} R_1 \right\} c_8 \right. \\ &\quad \left. + (V_{AT} R_1 - 1) (V_{A1} c_9 + c_{10}) + (1 + \lambda) V_{AT} R_1 \right. \\ &\quad \left. \times V_{AT} R_1 \left\{ (V_{A1} + 1) (1 + \lambda) c_{11} + c_{12} \right\} \right], \\ f_{TT2} \cdot \frac{EI}{R_1^2} &= \lambda k \left[ (V_{AT} R_1 - 1) (V_{A1} c_{13} + c_{14}) + \left\{ (V_{A1} + 1) (V_{AT} R_1 - 1) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + V_{A1} V_{AT} R_1 \right\} \left\{ \lambda c_{15} - (1 + \lambda) c_{16} \right\} + (1 + \lambda) (V_{A1} + 1) \right. \\ &\quad \left. \times V_{AT} R_1 \left\{ (1 + \lambda) c_{17} - 2\lambda c_{18} \right\} + V_{AT} R_1 \left\{ \lambda c_{19} - (1 + \lambda) c_{20} \right\} \right. \\ &\quad \left. + (V_{A1} + 1) V_{AT} R_1 \lambda^2 \phi_2 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となる。

故に円弧  $O_1$  のたわみ曲線  $f_{T1}$  は式 (12), (14) より

$$f_{T1} = (f_{TM1} + f_{TM2} + f_{TR1} + f_{TR2}) \left( \frac{R_1^2}{EI} \right). \quad (15)$$

で与えられる。ただし式 (14) で

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{(\Phi_1 - \sin \Phi_1 \cos \Phi_1)}{2}, \\ c_2 &= \frac{[(\Phi_1 - \omega_1) \cos \omega_1 - \cos \Phi_1 \sin (\Phi_1 - \omega_1)]}{2}, \\ c_3 &= \frac{(\Phi_1 + \sin \Phi_1 \sin \Phi_1)}{2}, \\ c_4 &= \frac{[(\Phi_1 - \omega_1) \cos \omega_1 + \cos \Phi_1 \sin (\Phi_1 - \omega_1)]}{2}, \\ c_5 &= \omega_1 - \Phi_1 + \sin (\Phi_1 - \omega_1), \\ c_6 &= \sin \omega_1, \\ c_7 &= \sin \Phi_1 - \sin \omega_1, \\ c_8 &= \frac{-[\Phi_2 \cos \Phi_1 - \cos (\Phi_1 - \Phi_2) \sin \Phi_2]}{2}, \\ c_9 &= \frac{[\Phi_2 - \sin \Phi_2 \cos (2\Phi_1 - \Phi_2)]}{2}, \\ c_{10} &= \frac{[\Phi_2 \cos \omega_1 - \sin \Phi_2 \cos (2\Phi_1 - \Phi_2 - \omega_1)]}{2}, \\ c_{11} &= \frac{(\Phi_2 - \sin \Phi_2 \cos \Phi_2)}{2}, \\ c_{12} &= \frac{-[\Phi_2 \cos (\Phi_1 - \omega_1) - \cos (\Phi_1 - \Phi_2 - \omega_1) \sin \Phi_2]}{2}, \\ c_{13} &= \frac{[\Phi_2 + \sin \Phi_2 \cos (2\Phi_1 - \Phi_2)]}{2}, \\ c_{14} &= \frac{[\Phi_2 \cos \omega_1 + \sin \Phi_2 \cos (2\Phi_1 - \Phi_2 - \omega_1)]}{2}, \\ c_{15} &= \sin \Phi_1 - \sin (\Phi_1 - \Phi_2), \\ c_{16} &= \frac{[\Phi_2 \cos \Phi_1 + \sin \Phi_2 \cos (\Phi_2 - \Phi_1)]}{2}, \\ c_{17} &= \frac{(\Phi_2 + \sin \Phi_2 \cos \Phi_2)}{2}, \\ c_{18} &= \sin \Phi_2, \\ c_{19} &= \sin (\Phi_1 - \omega_1) - \sin (\Phi_1 - \Phi_2 - \omega_1), \\ c_{20} &= \frac{[\Phi_2 \cos (\Phi_1 - \omega_1) + \sin \Phi_2 \cos (\Phi_1 - \Phi_2 - \omega_1)]}{2}. \end{aligned} \quad (16)$$

である。

ii) 円弧  $O_2$  の部分のたわみ曲線  $f_{T2}$

これも同様に, (1) 及び (2) の結果を, 式 (13) に代入して計算すれば次のようになる。

$$\begin{aligned}
f_{TM1} \cdot \frac{EI}{R_1^2} &= V_{A2}(V_{AT}R_1 - 1) c_1, \\
f_{TT1} \cdot \left(\frac{EI}{R_1^2}\right) &= k \left\{ V_{A2}(V_{AT}R_1 - 1) c_3 - (2V_{AT}R_1 - 1)(c_6 + c_7) + V_{AT}R_1 \Phi_1 \right\}, \\
f_{TM2} \cdot \left(\frac{EI}{R_1^2}\right) &= \lambda \left\{ V_{A2}(V_{AT}R_1 - 1) c_9 + V_{A2}(1 + \lambda)(2V_{AT}R_1 - 1) c_8 \right. \\
&\quad + V_{A2}V_{AT}R_1(1 + \lambda)^2 c_{11} + \lambda(V_{AT}R_1 - 1) c_{21} \\
&\quad \left. + V_{AT}R_1 \lambda(1 + \lambda) c_{22} \right\}, \\
f_{TT2} \cdot \left(\frac{EI}{R_1^2}\right) &= \lambda k \left\{ V_{A2}(V_{AT}R_1 - 1) c_{13} - V_{A2}(2V_{AT}R_1 - 1)(1 + \lambda) c_{16} \right. \\
&\quad + V_{A2}(2V_{AT}R_1 - 1) \lambda c_{15} + V_{A2}V_{AT}R_1(1 + \lambda)^2 c_{16} \\
&\quad - V_{AT}R_1 \lambda(1 + \lambda)(2V_{A2}c_{19} + c_{23} - c_{24}) - (V_{AT}R_1 - 1) \lambda c_{15} \\
&\quad \left. + (V_{AT}R_1 - 1) \lambda c_{26} + V_{AT}R_1 \lambda^2 (V_{A2}\Phi_2 - c_{27}) \right\}. \tag{17}
\end{aligned}$$

故に  $T=1$  による円弧  $O_2$  の部分のたわみ曲線は

$$f_{T2} = (f_{TM1} + f_{TT1} + f_{TM2} + f_{TT2}) \cdot \left(\frac{R_1^2}{EI}\right). \tag{18}$$

で与えられる。ただし式 (17) で

$$\begin{aligned}
c_{21} &= \frac{[-(\Phi_2 - w_2) \cos(\Phi_1 - w_2) + \sin(\Phi_2 - w_2) \cos(\Phi_1 - \Phi_2)]}{2}, \\
c_{22} &= \frac{[(\Phi_2 - w_2) \cos w_2 - \cos \Phi_2 \sin(\Phi_2 - w_2)]}{2}, \\
c_{23} &= \sin \Phi_2 - \sin w_2, \\
c_{24} &= \frac{[(\Phi_2 - w_2) \cos w_2 + \cos \Phi_2 \sin(\Phi_2 - w_2)]}{2}, \\
c_{25} &= \frac{[(\Phi_2 - w_2) \cos(\Phi_1 - w_2) + \cos(\Phi_1 - \Phi_2) \sin(\Phi_2 - w_2)]}{2}, \\
c_{26} &= \sin(\Phi_1 - w_2) - \sin(\Phi_1 - \Phi_2), \\
c_{27} &= -\Phi_2 + w_2 + \sin(\Phi_2 - w_2) \tag{19}
\end{aligned}$$

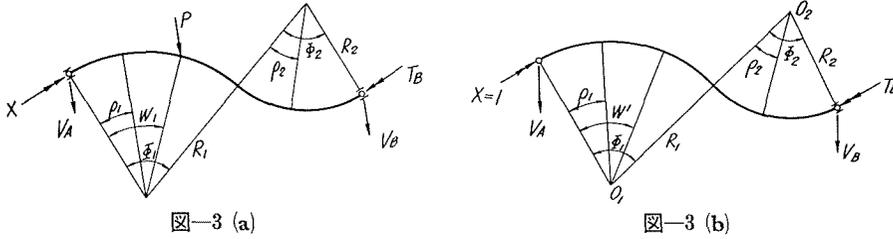
である。 $c_1 \sim c_{20}$  は既に式 (16) で与えられている。

### 3. S 字形曲線一次不静定単純桁

S 字形曲線一次不静定単純桁とは, 両端が曲げに対して単純支持であり, 同時に両端がねじりに対して抵抗する桁をいう。構造力学的には曲げに対して静定ねじりに対して一次不静定である。ここでは 2. と同様に曲げねじりは考えない。

## (1) 不静定力の影響線

いま 図-3 (a) のような S 字形曲線一次不静定桁を考える。それには 図-3 (b) のように一端におけるねじりの抵抗を解放したもの、即ち 2. の S 字形曲線静定単純桁を基本系にえらびその代り不静定ねじりモーメント  $X=1$  を挿入する。



いま外力として、 $P=1$  のみが作用する場合を考えると仕事方程式は

$$\delta_{11}X + \delta_{10} = 0,$$

ここで  $\delta_{11}$  は基本系に  $X=1$  が作用している状態で、 $X=1$  がなす仕事、 $\delta_{10}$  は同じ状態における基本系の垂直変位図である。 $\delta_{10}$  は式 (15), (18) で求まっている。

$\delta_{11}$  は

$$\delta_{11} = \int_0^{\phi_1} \left( \frac{M_T^2}{EI} + \frac{T_T^2}{GI_T} \right) R_1 d\phi_1 + \int_0^{\phi_2} \left( \frac{M_T^2}{EI} + \frac{T_T^2}{GI_T} \right) R_2 d\phi_2,$$

で与えられる。 $M_T$ ,  $T_T$  は既に 2) で与えられているからそれらを代入して計算すると結局、次のようになる。

$$\begin{aligned} \delta_{11} \cdot \left( \frac{EI}{R} \right) = & (V_{AT}R - 1)^2 c_1 + k \left[ (V_{AT}R_1 - 1)^2 c_3 - 2 V_{AT}R_1 (V_{AT}R_1 - 1) \right. \\ & \times (c_6 + c_7) + V_{AT}^2 R_1^2 \phi_1 \left. \right] + \lambda \left[ (V_{AT}R_1 - 1)^2 c_9 + 2 V_{AT} \right. \\ & \times R_1 (1 + \lambda) (V_{AT}R_1 - 1) c_8 + V_{AT}^2 R_1^2 (1 + \lambda)^2 c_{11} \left. \right] \\ & + \lambda k \left[ (V_{AT}R_1 - 1)^2 c_{13} + V_{AT}^2 R_1^2 (1 + \lambda)^2 c_{17} - 2 V_{AT}R_1 \right. \\ & \times (V_{AT}R_1 - 1) (1 + \lambda) c_{16} - 2 V_{AT}^2 R_1^2 \lambda (1 + \lambda) c_{18} \\ & \left. + 2 V_{AT}R_1 (V_{AT}R_1 - 1) \lambda c_{15} + V_{AT}^2 R_1^2 \lambda^2 \phi_2 \right], \end{aligned} \quad (20)$$

ここで  $c_1, c_2, \dots$  などとは、式 (16) で与えられている。故に不静定力影響線 „X” は  $P=1$  が円弧  $O_1$  にある場合

$$„X”(w_1) = - \frac{R_1 f_{r1}}{\delta_{11}},$$

$P=1$  が円弧  $O_2$  上にある場合

$$„X”(w_2) = - \frac{R_1 f_{r2}}{\delta_{11}}.$$

となる。

## (2) 断面力影響線

(1) と同様に断面力を支点反力  $V_A$  を用いて表わすと

i) 円弧  $O_1$  上の  $\rho = \rho_1$  点の影響線

以下で, „ $V_{A1}$ ”, „ $V_{A2}$ ” はそれぞれ式 (1), (5) と同じものである。

a)  $0 < \omega_1 < \rho_1$  では

$$\begin{aligned} \text{„}T_{P1}\text{”} &= -\text{„}V_{A1}\text{”}R_1(1 - \cos \rho_1) - R_1(1 - \cos \overline{\rho_1 - \omega_1}) \\ &\quad - \left[ \cos \rho_1 + V_{AT}R_1(1 - \cos \rho_1) \right] \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_1), \\ \text{„}M_{P1}\text{”} &= -\text{„}V_{A1}\text{”}R_1 \sin \rho_1 - R_1 \sin(\rho_1 - \omega_1) - (V_{AT}R_1 - 1) \sin \rho_1 \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_1), \\ \text{„}Q_{P1}\text{”} &= -\text{„}V_{A1}\text{”} - 1 - V_{AT} \cdot \text{„}X\text{”}(-\omega_1). \end{aligned}$$

b)  $\rho_1 \leq \omega_1 \leq \phi_1$  では

$$\begin{aligned} \text{„}T_{P1}\text{”} &= -\text{„}V_{A1}\text{”}R_1(1 - \cos \rho_1) - \left[ V_{AT}R_1(1 - \cos \rho_1) + \cos \rho_1 \right] \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_1), \\ \text{„}M_{P1}\text{”} &= -\text{„}V_{A1}\text{”}R_1 \sin \rho_1 - (V_{AT}R_1 - 1) \sin \rho_1 \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_1), \\ \text{„}Q_{P1}\text{”} &= -\text{„}V_{A1}\text{”} - V_{AT} \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_1). \end{aligned}$$

c)  $0 \leq \omega_2 \leq \phi_2$  では

$$\begin{aligned} \text{„}T_{P2}\text{”} &= -\text{„}V_{A2}\text{”}R_1(1 - \cos \rho_1) - \left[ V_{AT}R_1(1 - \cos \rho_1) + \cos \rho_1 \right] \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_2), \\ \text{„}M_{P2}\text{”} &= -\text{„}V_{A2}\text{”}R_1 \sin \rho_1 - (V_{AT}R_1 - 1) \sin \rho_1 \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_2), \\ \text{„}Q_{P2}\text{”} &= -\text{„}V_{A2}\text{”} - V_{AT} \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_2). \end{aligned}$$

ii) 円弧  $O_2$  上の  $\rho = \rho_2$  点の影響線

これも a) と同様に表わされるので省略する。

(3) 等分布荷重  $q$  を満載した場合の断面力

これは, (2) の影響線の面積を求め  $q$  を乗じればよい。

i) ねじりモーメント  $T_q$

$$\begin{aligned} \frac{T_q}{q} &= \int_0^{\rho_1} \left[ -\text{„}V_{A1}\text{”}R_1(1 - \cos \rho_1) - R_1(1 - \cos \overline{\rho_1 - \omega_1}) \right] R_1 d\omega_1 \\ &\quad + \int_{\rho_1}^{\phi_1} \left[ -\text{„}V_{A1}\text{”}R_1(1 - \cos \rho_1) \right] R_1 d\omega_1 + \int_0^{\phi_2} \left[ -\text{„}V_{A2}\text{”}R_1(1 - \cos \rho_1) \right] R_2 d\omega_2 \\ &\quad + \int_0^{\phi_1} \left[ -\left[ V_{AT}R_1(1 - \cos \rho_1) + \cos \rho_1 \right] \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_1) \right] R_1 d\omega_1 \\ &\quad + \int_0^{\phi_2} \left[ -\left[ V_{AT}R_1(1 - \cos \rho_1) + \cos \rho_1 \right] \cdot \text{„}X\text{”}(\omega_2) \right] R_2 d\omega_2, \end{aligned} \quad (21)$$

式 (21) の第一項から第三項までの和は次のようになる。

$$\int_0^{\rho_1} \left[ -\text{„}V_{A1}\text{”}R_1(1 - \cos \rho_1) - R_1(1 - \cos \overline{\rho_1 - \omega_1}) \right] R_1 d\omega_1$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\rho_1}^{\phi_1} \left[ -\cdot, V_{A1} \cdot R_1 (1 - \cos \rho_1) \right] R_1 d\omega_1 + \int_0^{\phi_2} \left[ -\cdot, V_{A2} \cdot R_1 (1 - \cos \rho_1) \right] R_2 d\omega_2 \\
& = -R_1^2 (\rho_1 - \sin \rho_1) + \frac{R_1 (1 - \cos \rho_1)}{\sin (\phi_1 - \phi_2) + (1 + \lambda) \sin \phi_2} \\
& \times \left[ R_1 \left\{ \cos \phi_2 - \cos (\phi_1 - \phi_2) + (1 + \lambda) \phi_1 \sin \phi_2 \right\} + \lambda R_2 (1 - \cos \phi_2) \right], \quad (22)
\end{aligned}$$

第四項は

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\phi_1} \left[ - \left[ V_{AT} R_1 (1 - \cos \rho_1) + \cos \rho_1 \right] \cdot, X''(\omega_1) \right] R_1 d\omega_1 \\
& = -R_1 \left[ V_{AT} R_1 (1 - \cos \rho_1) + \cos \rho_1 \right] \int_0^{\phi_1} \cdot, X''(\omega_1) d\omega_1 \\
& = -\frac{R_1^2 [V_{AT} R_1 (1 - \cos \rho_1) + \cos \rho_1]}{\delta_{11}} \int_0^{\phi_1} f_{T1} d\omega_1, \quad (23)
\end{aligned}$$

ここで  $f_{T1}$  は式 (15) で与えられているからこれを計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{EI}{R_1^2} \int_0^{\phi_1} f_{T1} d\omega_1 & = (V_{AT} R_1 - 1) (K_1 c_1 + d_1) + k \left[ (V_{AT} R_1 - 1) (K_1 c_3 + d_2) \right. \\
& \quad + V_{AT} R_1 (K_1 c_2 - d_3) + 2 (V_{AT} R_1 - 1) K_2 - (2 V_{AT} R_1 - 1) \\
& \quad \times \left\{ K_1 \cdot (c_6 + c_7) + K_2 \right\} - (V_{AT} R_1 - 1) d_4 \left. \right] \\
& \quad + \lambda \left[ (1 + \lambda) c_8 \left\{ (2 V_{AT} R_1 - 1) K_1 + (V_{AT} R_1 - 1) \cdot \phi_1 \right\} \right. \\
& \quad + (V_{AT} R_1 - 1) \times (K_1 c_9 + d_5) + (1 + \lambda) V_{AT} R_1 \left\{ (1 + \lambda) \right. \\
& \quad \times c_{11} (K_1 + \phi_1) + d_6 \left. \right\} \left. \right] + \lambda k \left[ (V_{AT} R_1 - 1) (K_1 c_{13} + d_7) \right. \\
& \quad + \left\{ (2 V_{AT} R_1 - 1) K_1 + (V_{AT} R_1 - 1) \phi_1 \right\} \cdot \left\{ \lambda c_{15} - (1 + \lambda) c_{16} \right\} \\
& \quad + (1 + \lambda) \cdot V_{AT} R_1 \left\{ (1 + \lambda) \cdot c_{17} - 2 \lambda c_{18} \right\} (K_1 + \phi_1) \\
& \quad \left. + V_{AT} R_1 \left\{ \lambda \cdot d_8 - (1 + \lambda) d_9 \right\} + V_{AT} R_1 \lambda^2 \phi_2 (K_1 + \phi_1) \right], \quad (24)
\end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned}
K_1 & = \frac{\cos \phi_2 - \cos (\phi_1 - \phi_2) + \phi_1 (1 + \lambda) \sin \phi_2}{\sin (\phi_1 - \phi_2) + (1 + \lambda) \sin \phi_2}, \\
K_2 & = \frac{\frac{1}{2} \left[ \sin \phi_1 \cos \phi - \phi_1 \cos (\phi_1 - \phi_2) \right] + (1 + \lambda) \cdot (1 - \cos \phi_1) \sin \phi_2}{\sin (\phi_1 - \phi_2) + (1 + \lambda) \cdot \sin \phi_2}, \\
d_1 & = \frac{(1 - \cos \phi_1)^2}{2}, \\
d_2 & = \frac{(1 - \cos^2 \phi_1)}{2}, \\
d_3 & = \frac{1 - \cos \phi_1 - \phi_1^2}{2}, \\
d_4 & = \phi_1 \sin \phi_1 + \cos \phi_1 - 1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_5 &= \frac{[\Phi_2 \sin \Phi_1 - \sin \Phi_2 \sin (\Phi_1 - \Phi_2) - \sin \Phi_2 \sin (2\Phi_1 - \Phi_2)]}{2}, \\
d_6 &= \frac{[\sin^2 \Phi_2 - \Phi_2 \sin \Phi_1 + \sin \Phi_2 \sin (\Phi_1 - \Phi_2)]}{2}, \\
d_7 &= \frac{[\Phi_2 \sin \Phi_1 - \sin \Phi_2 \sin (\Phi_1 - \Phi_2) + \sin \Phi_2 \sin (2\Phi_1 - \Phi_2)]}{2}, \\
d_8 &= 1 - \cos \Phi_1 - \cos \Phi_2 + \cos (\Phi_1 - \Phi_2), \\
d_9 &= \frac{[\sin^2 \Phi_2 + \Phi_2 \sin \Phi_1 + \sin \Phi_2 \sin (\Phi_1 - \Phi_2)]}{2}.
\end{aligned} \tag{25}$$

である。\$c\_{11}\$ などの係数は、式 (16) に示してあるものである。

第五項は、第四項と同じく、\$\int\_0^{\Phi\_2} f\_{T2} d\omega\_2\$ の計算になる。

(3) より計算の結果

$$\begin{aligned}
\frac{EI}{R_1^2} \int_0^{\Phi_2} f_{T2} d\omega &= (V_{AT}R_1 - 1) \cdot \dot{c}_1 \cdot K_3 + k \cdot K_3 \left\{ (V_{AT}R_1 - 1) c_3 \right. \\
&\quad - (2V_{AT}R_1 - 1) c_{21} + V_{AT}R_1 \Phi_1 \left. \right\} + \lambda \cdot K_3 \left\{ (V_{AT}R_1 - 1) c_9 \right. \\
&\quad + (1 + \lambda) (2V_{AT}R_1 - 1) c_8 + V_{AT}R_1 (1 + \lambda)^2 c_{11} \left. \right\} \\
&\quad + \lambda^2 (V_{AT}R_1 - 1) e_1 + \lambda^2 (1 + \lambda) V_{AT}R_1 e_2 \\
&\quad + \lambda \cdot k K_3 \left\{ (V_{AT}R_1 - 1) c_{13} - (2V_{AT}R_1 - 1) (1 + \lambda) c_{16} \right. \\
&\quad + (2V_{AT}R_1 - 1) \lambda c_{15} + V_{AT}R_1 (1 + \lambda)^2 c_{17} \left. \right\} \\
&\quad + \lambda \cdot k \left\{ -V_{AT}R_1 (1 + \lambda) (2K_3 c_8 + e_3 - e_4) - (V_{AT}R_1 - 1) \lambda e_5 \right. \\
&\quad \left. + (V_{AT}R_1 - 1) \lambda e_6 + V_{AT}R_1 \lambda^2 (k_3 \Phi_2 - e_7) \right\},
\end{aligned} \tag{26}$$

ここに

$$\begin{aligned}
K_3 &= -\frac{\lambda (1 - \cos \Phi_2)}{\sin (\Phi_1 - \Phi_2) + (1 + \lambda) \sin \Phi_2}, \\
e_1 &= \frac{-[\cos \Phi_1 + \Phi_2 \sin \Phi_1 - 2 \cos (\Phi_1 - \Phi_2) + \cos \Phi_2 \cos (\Phi_1 - \Phi_2)]}{2}, \\
e_2 &= \frac{(1 - \cos \Phi_2)^2}{2}, \\
e_3 &= \Phi_2 \sin \Phi_2 + \cos \Phi_2 - 1, \\
e_4 &= \frac{(1 - \cos^2 \Phi_2)}{2}, \\
e_5 &= \frac{[\cos \Phi_1 + \Phi_2 \sin \Phi_1 - \cos (\Phi_1 - \Phi_2)]}{2}, \\
e_6 &= \cos (\Phi_1 - \Phi_2) - \Phi_2 \sin (\Phi_1 - \Phi_2) - \cos \Phi_1, \\
e_7 &= \frac{1 - \cos \Phi_2 - \Phi_2^2}{2}.
\end{aligned} \tag{27}$$

である。よって式 (22), (24), (26) を (21) に代入すれば  $T_q$  は求まる。

ii) 曲げモーメント  $M_q$

$$\begin{aligned} \frac{M_q}{q} &= \int_0^{\rho_1} \left[ -\text{,,}V_{A1}'' R_1 \sin \rho_1 - R_1 \sin(\rho_1 - \tau w_1) \right] R_1 d\tau w_1 \\ &\quad + \int_{\rho_1}^{\phi_1} \left[ -\text{,,}V_{A1}'' R_1 \sin \rho_1 \right] R_1 d\tau w_1 + \int_0^{\phi_2} \left[ -\text{,,}V_{A2}'' R_1 \sin \rho_1 \right] R_2 d\tau w_2 \\ &\quad + \int_0^{\phi_1} \left[ -(V_{AT} R_1 - 1) \sin \rho_1 \cdot \text{,,}X''(\tau w_1) \right] R_1 d\tau w_1 \\ &\quad + \int_0^{\phi_2} \left[ -(V_{AT} R_1 - 1) \sin \rho_1 \cdot \text{,,}X''(\tau w_2) \right] R_2 d\tau w_2, \end{aligned} \quad (28)$$

ここで第一項より第三項までの和は、次のようになる。

$$\begin{aligned} &\int_0^{\rho_1} \left[ -\text{,,}V_{A1}'' R_1 \sin \rho_1 - R_1 \sin(\rho_1 - \tau w_1) \right] R_1 d\tau w_1 + \int_{\rho_1}^{\phi_1} \left[ -\text{,,}V_{A1}'' R_1 \sin \rho_1 \right] R_1 d\tau w_1 \\ &\quad + \int_0^{\phi_2} \left[ -\text{,,}V_{A2}'' R_1 \sin \rho_1 \right] R_2 d\tau w_2 \\ &= -R_1^2 (1 - \cos \rho_1 + \frac{R_1 \sin \rho_1}{\sin(\phi_1 - \phi_2) + (1 + \lambda) \sin \phi_2}) \\ &\quad \times \left[ R_1 \left\{ \cos \phi_2 - \cos(\phi_1 - \phi_2) + (1 + \lambda) \phi_1 \sin \phi_2 \right\} + \lambda R_2 (1 - \cos \phi_2) \right], \end{aligned} \quad (29)$$

第四項は

$$\begin{aligned} \int_0^{\phi_1} \left[ -(V_{AT} R_1 - 1) \sin \rho_1 \cdot \text{,,}X''(\tau w_1) \right] R_1 d\tau w_1 &= -R_1 (V_{AT} R_1 - 1) \sin \rho_1 \int_0^{\phi_1} \text{,,}X''(\tau w_1) d\tau w_1 \\ &= -\frac{R_1^2 (V_{AT} R_1 - 1) \sin \rho_1}{\delta_{11}} \int_0^{\phi_1} f_{T1} d\tau w_1, \end{aligned} \quad (30)$$

第五項は

$$\begin{aligned} \int_0^{\phi_2} \left[ -(V_{AT} R_1 - 1) \sin \rho_1 \cdot \text{,,}X''(\tau w_2) \right] R_2 d\tau w_2 &= -R_2 (V_{AT} R_1 - 1) \sin \rho_1 \int_0^{\phi_2} \text{,,}X''(\tau w_2) d\tau w_2 \\ &= -\frac{R_1 R_2 (V_{AT} R_1 - 1) \sin \rho_1}{\delta_{11}} \int_0^{\phi_2} f_{T2} d\tau w_2. \end{aligned} \quad (31)$$

式 (30), (31) で、積分の項は、既に、前節 i) で与えられているから、式 (28) は求まる。

iii) せん断力  $Q_q$

$$\begin{aligned} \frac{Q_q}{q} &= \int_0^{\rho_1} (-\text{,,}V_{A1}'' - 1) R_1 d\tau w_1 + \int_{\rho_1}^{\phi_1} (-\text{,,}V_{A1}'' ) R_1 d\tau w_1 + \int_0^{\phi_2} (-\text{,,}V_{A2}'' ) R_2 d\tau w_2 \\ &\quad + \int_0^{\phi_1} \left[ -V_{AT} \text{,,}X''(\tau w_1) \right] R_1 d\tau w_1 + \int_0^{\phi_2} \left[ -V_{AT} \text{,,}X''(\tau w_2) \right] R_2 d\tau w_2, \end{aligned} \quad (32)$$

上式で第一項から第三項までの和は

$$\int_0^{\rho_1} (-\text{,,}V_{A1}'' - 1) R_1 d\tau w_1 + \int_{\rho_1}^{\phi_1} (-\text{,,}V_{A1}'' ) R_1 d\tau w_1 + \int_0^{\phi_2} (-\text{,,}V_{A2}'' ) R_2 d\tau w_2$$

$$= \frac{1}{\sin(\Phi_1 - \Phi_2) + (1 + \lambda) \sin \Phi_2} \times \left[ R_1 \left\{ \cos \Phi_2 - \cos(\Phi_1 - \Phi_2) \right. \right. \\ \left. \left. + (1 + \lambda) \Phi_1 \sin \Phi_2 \right\} + \lambda R_2 (1 - \cos \Phi_2) \right] - R_1 \rho_1, \quad (33)$$

第四項は

$$\int_0^{\Phi_1} \left[ -V_{AT}, X''(w_1) \right] R_1 dw_1 = -R_1 V_{AT} \int_0^{\Phi_1} X''(w_1) dw_1 \\ = -\frac{R_1^2 V_{AT}}{\delta_{11}} \int_0^{\Phi_1} f_{T1} dw_1, \quad (34)$$

第五項は

$$\int_0^{\Phi_2} \left[ -V_{AT}, X''(w_2) \right] R_2 dw_2 = -R_2 V_{AT} \int_0^{\Phi_2} X''(w_2) dw_2 \\ = -\frac{R_1 R_2 V_{AT}}{\delta_{11}} \int_0^{\Phi_2} f_{T2} dw_2, \quad (35)$$

式(34), (35)の積分は、既に前節 i) で与えられているから、式(32)は求まる。

以上 i), ii), iii) より  $\rho = \rho_1$  点 (円弧  $O_1$  の部分) の断面力が求まったが、 $\rho_1 = \rho_2$  (円弧  $O_2$  の部分) の断面力は、単に座標を変換すればよい。すなわち

$$\begin{aligned} \Phi_1 &\rightarrow \Phi_2 \\ \Phi_2 &\rightarrow \Phi_1 \\ \rho_1 &\rightarrow \Phi_2 - \rho_2 \\ R_1 &\rightarrow R_2 \\ R_2 &\rightarrow R_1 \end{aligned}$$

と書きかえればよい。

#### 4. S 字曲線一次不静定桁の断面力特性

次の様な構造、断面諸元を有する、一箱桁の計算を行なった。

$$\begin{aligned} R_1 = R_2 = R \quad \therefore \quad \lambda = 1 \\ k = \frac{EI}{GI_T} = 1.728 \\ \Phi_1 = \Phi_2 = \Phi, \text{ かつ各々に対して, } R \sin \frac{\Phi}{2} = \text{一定.} \end{aligned}$$

即ち、変曲点  $c$  に関して、逆対称である。 $k=1.728$  は正方形断面を有する一箱桁の値である。

円弧  $O_1$ ,  $O_2$  をそれぞれ 8 等分し、支点  $A$  より分割点に番号  $I=1, 2, \dots, 17$  (= 支点  $B$ ) をつける。

図-4 は  $I=5$  ( $\Phi/2$ ) 点の曲げモーメント影響線を示したものであり、概括的に見れば円弧  $O_1$  の部分 ( $I=1, 2, \dots, 9$ ) の部分は常に正の曲げモーメントを生じているが、円弧  $O_2$  の部

分 ( $I=9, 10, \dots, 17$ ) では、中心角  $\phi$  が、およそ  $100^\circ$  以上になると負の曲げモーメントが発生している。なお、この図では示していないが、 $\phi < 60^\circ$  では、ほとんど直線桁の曲げモーメント影響線とかわりない。

図-5 は同じく  $I=9$  (変曲点) の曲げモーメント影響線を示したものである。やはり  $\phi > 100^\circ$  付近では、円弧  $O_1, O_2$  に、部分的に負の曲げモーメントが発生し、 $\phi > 150^\circ$  付近ではほとんど負になる。 $\phi = 0^\circ$  は直線桁の同じ点の影響線である。

図-6, 図-7 は、前 2 図を横軸に中心角  $\phi$  をとって見方をかえたものである。図-6 から  $\phi = 110^\circ$  付近で、 $I=9 \sim 13$  の点での曲げモーメントはほとんど 0 である。図-7 では、 $I=9$  (変曲点) に  $P$  が作用した場合には、いずれの

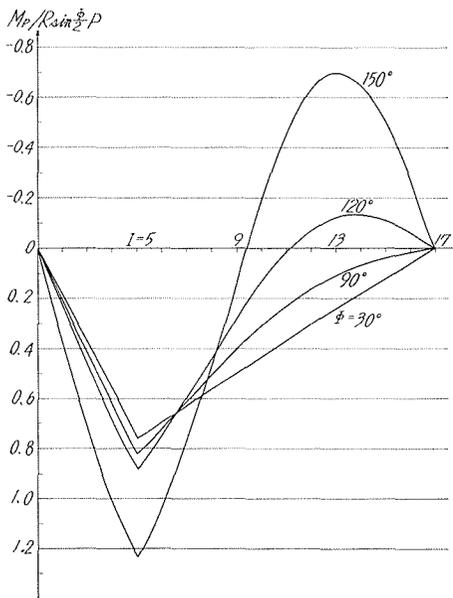


図-4  $I=5$  の点の曲げモーメント影響線

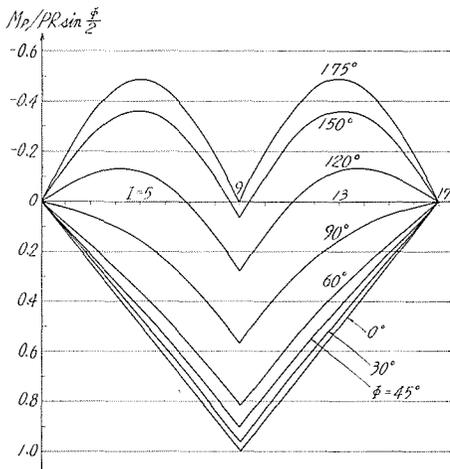


図-5  $I=9$  の点の曲げモーメント影響線

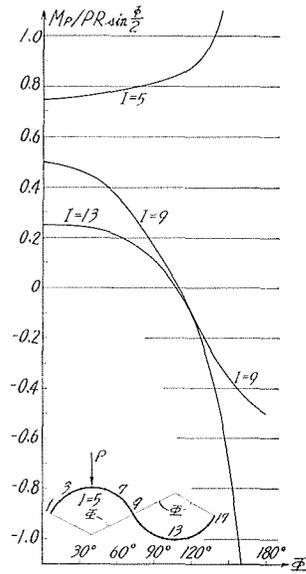


図-6 図の荷重状態における各点曲げモーメントと中心角  $\phi$  の関係

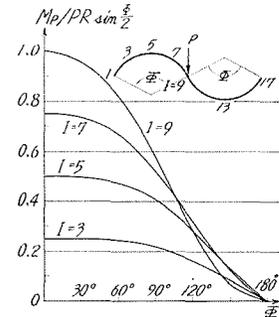


図-7 図の荷重状態における各点曲げモーメントと中心角  $\phi$  の関係

分割点も、 $\Phi$  の増大に伴って、曲げモーメントは減少している。

図-8は支点Aのねじりモーメント影響線で、 $\Phi$  の増大に伴ってねじりモーメントの絶対値も増大している。又  $I=8\sim 9$  を境に符号が逆になる。

図-9は  $I=9$  (変曲点)のねじりモーメント影響線で  $\Phi=150^\circ$  付近までは  $\Phi$  の増大と共にねじりモーメントは増大するが、 $\Phi=150^\circ$  付近以上では、逆にねじりモーメントは減少している。

図-10は、 $I=5$  に  $P$  が作用した時の、各点ねじりモーメントを中心角  $\Phi$  を横軸にとったものである。 $\Phi=110^\circ$  付近で  $I=9$  (変曲点) の点では、ねじりモーメントは最大になり、この

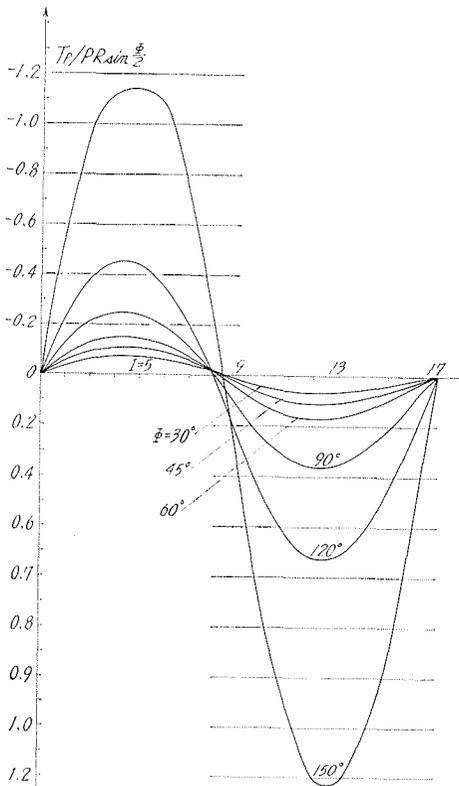


図-8 支点のねじりモーメント影響線

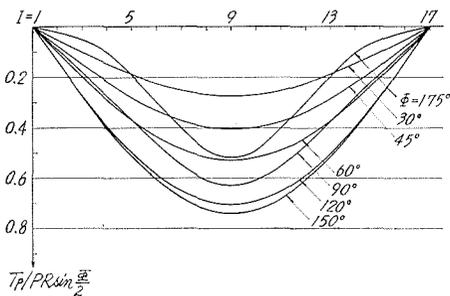


図-9  $I=9$  の点のねじりモーメント影響線

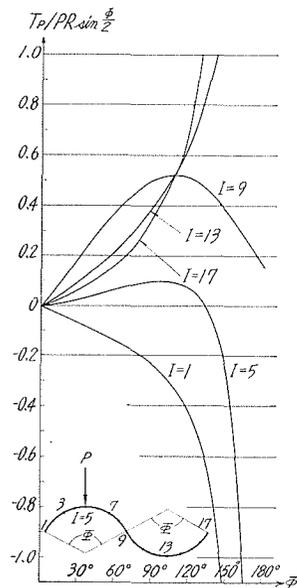


図-10 図の荷重状態における各点ねじりモーメントと中心角  $\Phi$  の関係

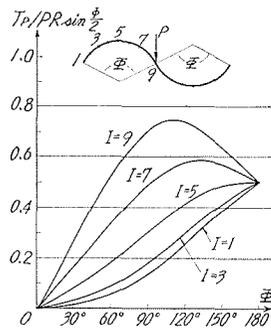


図-11 図の荷重状態における各点ねじりモーメントと中心角  $\Phi$  の関係

付近の  $\Phi$  を越えると他のねじりモーメントは絶対値が急激に増大する。

図-11は、 $I=9$  (変曲点) に  $P$  が作用した時の、各点ねじりモーメントと中心角  $\Phi$  の関係を見たものである。 $\Phi=110^\circ$  付近までは、 $\Phi$  の増大と共に、各点ともねじりモーメントは増大している。

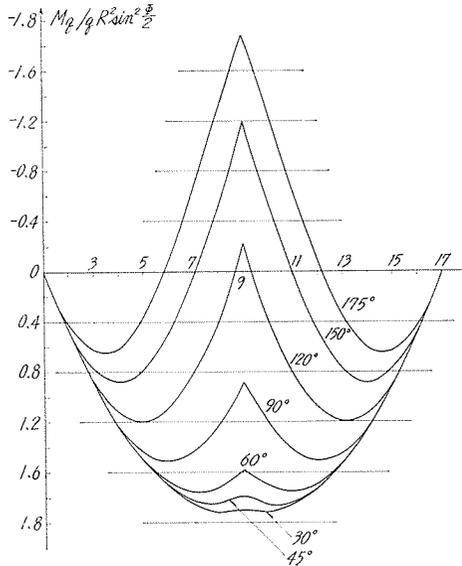


図-12 等分布荷重  $q$  による曲げモーメント図

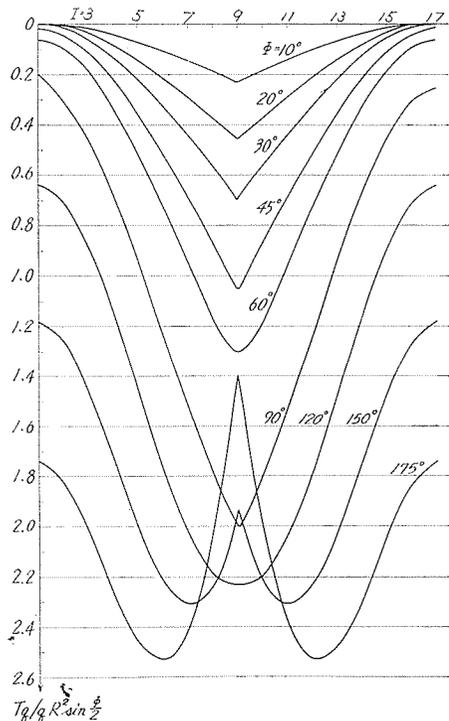


図-13 等分布荷重  $q$  によるねじりモーメント図

$I=9$  の点では、 $\Phi=110^\circ$  付近で最大値をとり、 $I=7$  の点では、 $\Phi=130^\circ$  付近で最大値となっている。 $I=5\sim 1$  の点では、最大値は表われない。 $I=10\sim 17$  の点は、その点と逆対称の点のねじりモーメントと同じ値である。

図-12は等分布荷重  $q$  による曲げモーメント図である。影響線(図-5)と同様に、 $\Phi$  の増大と共に曲げモーメントの減少傾向が見られるが、 $\Phi > 110^\circ$  付近では、支間中央部に負の曲げモーメントが生じている。 $\Phi < 110^\circ$  付近では、支間中央付近では  $I=5, 13$  (円弧中央点) より曲げモーメントが小さい。

図-13は、同じく等分布荷重  $q$  によるねじりモーメント図である。 $\Phi > 120^\circ$  付近までは、中心角  $\Phi$  の増大と共に、ねじりモーメントは増大するが、 $\Phi > 120^\circ$  付近では、支間中央部のそれは、

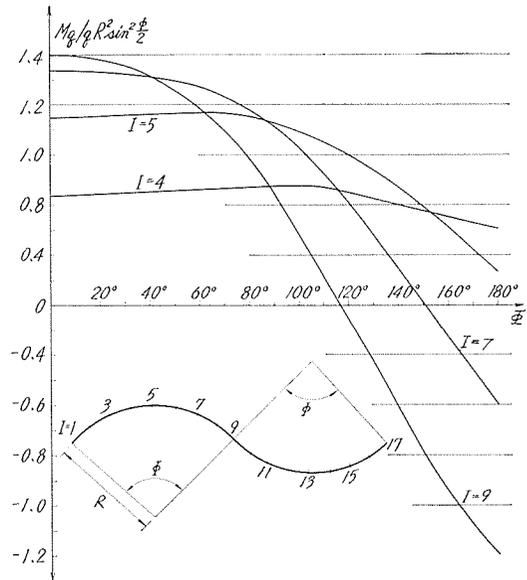


図-14 各点曲げモーメントと中心角  $\Phi$  の関係 (等分布荷重  $q$  による)

減少する傾向にある。

図-14 は、各点曲げモーメントと中心角  $\phi$  の関係を示したものである。I=4, 5 点では、緩やかに増大して、緩やかに減少しているが (図示していないが I=1, 3 でも同様の傾向)、I=6~9 点では、 $\phi$  の増大と共に、かなり急に曲げモーメントは減少する。I=10~16 点はその点と逆対称の点の曲げモーメントに等しい。

図-15 は、各点ねじりモーメントと中心角  $\phi$  の関係を示したものである。I=1~8 点では

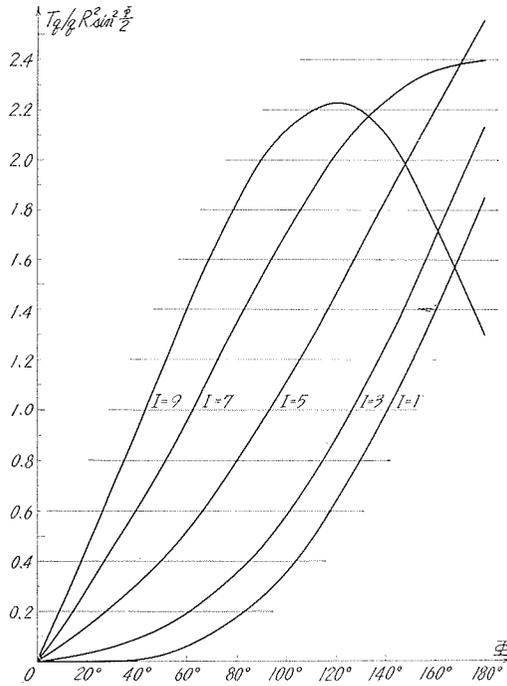


図-15 各点ねじりモーメントと中心角  $\phi$  の関係 (等分布荷重  $q$  による)

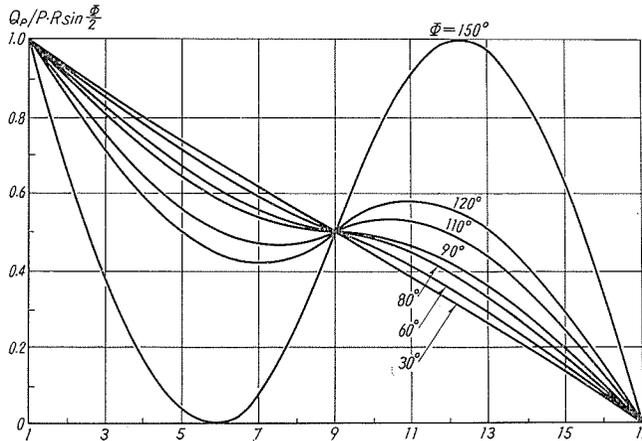


図-16 I=1 (支点) のせん断力影響線

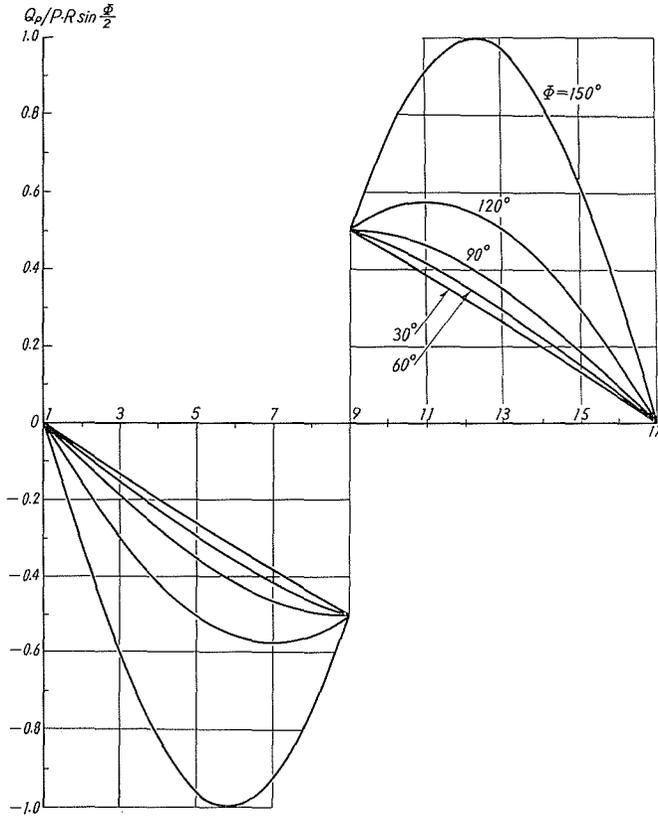


図-17  $I=9$  (変曲点) のせん断力影響線

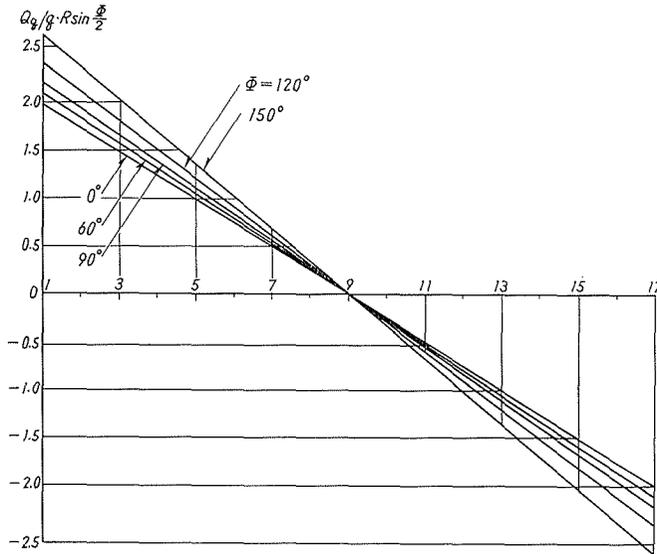


図-18 等分布荷重  $q$  によるせん断力図

$\phi$  の増大と共に、ねじりモーメントも増大しているが、 $I=9$  点では、 $110^\circ$  付近で最大値となっている。

図-16, 17 は、支点と支間中央 ( $I=9$ ) 点のせん断力影響線である。

図-18 は、等分布荷重  $q$  が満載せるときの、せん断力図であり、中心角  $\phi$  の増加と共に、各点のせん断力は増加している。

## 5. 要 約

以上の結果を概括的にまとめると、二つの曲率半径が等しい、即ち逆対称の S 字形曲線桁では、支間一定のもとで、中心角  $\phi$  を変化させた時、曲げモーメントに関しては、影響線及び等分布荷重満載の場合共、 $\phi < 110^\circ$  付近までは、 $\phi$  の増加と共にその値は減少し、かつその絶対値は、同断面両端単純支持直線桁のそれより小さい。 $\phi > 110^\circ$  付近の範囲では、 $\phi$  の増加と共に、負の曲げモーメントが生じ、その絶対値も大きくなり、かつ負の曲げモーメントが生ずる範囲も広がる。

ねじりモーメントに関しては、中心角  $\phi$  の増加と共に、ねじりモーメントは増加するが、図-10 は、 $\phi < 110^\circ$  付近までは、各点のねじりモーメントは、漸増するが、これを起えたと変曲点 (支間中央) を除いては、その値は急増する事を示している。

せん断力に関しては、著しい特徴はないが、等分布荷重満載の場合には、 $\phi$  の増加と共にその値は、桁の各点で微増する。又その値は、同断面両端単純支持直線桁の値より大きくなる。

## 6. 実 験

以下の様な断面寸法を有する S 字形曲線桁の模型を製作し、北大工学部橋梁学実験室において実験を行なった。

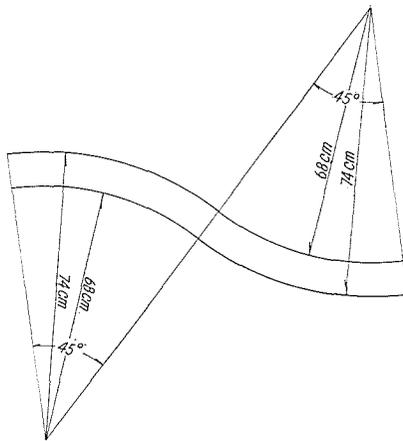
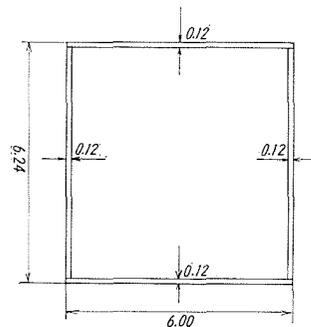


図-19 模型桁平面図



単位 ; cm

図-20 模型桁断面図

断面定数は次の様である。

i) 断面二次モーメントと曲げ剛性

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{12} (6.00 \times 6.24^3 - 5.76 \times 6.00^3) \\ &= 178,053 \quad [\text{cm}^4] \\ EI &= 2.1 \times 10^6 \times 178,053 \\ &= 3,739,113 \times 10^6 \quad [\text{kg/cm}^2] \end{aligned}$$

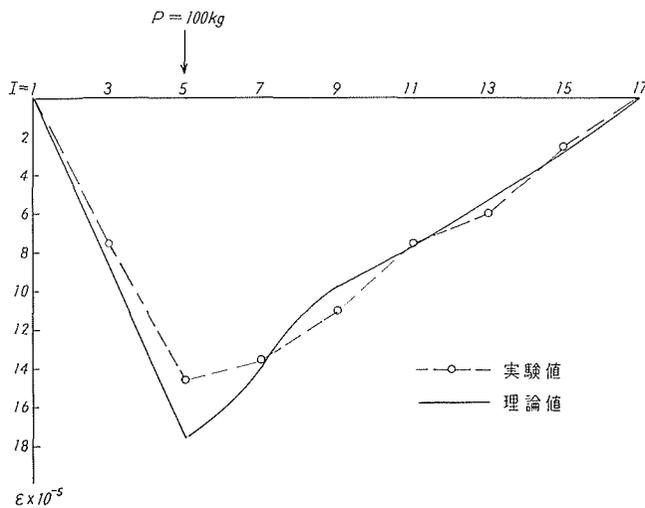
ii) ねじり抵抗とねじり剛性

$$\begin{aligned} I_r &= \frac{1}{3} \sum h t^3 + \frac{4F^2}{\sum \frac{h}{t}} \\ &= \frac{1}{3} (2 \times 5.88 \times 0.12^3 + 2 \times 6.12 \times 0.12^3) \\ &\quad + \frac{4 \times (6.12 \times 5.88)^2}{2 \times \frac{5.88}{0.12} + 2 \times \frac{6.12}{0.12}} \\ &= 2,591,309 \quad [\text{cm}^4] \\ GI_r &= 0.81 \times 10^6 \times 2,591,309 \\ &= 2,098,960 \times 10^6 \quad [\text{kg/cm}^2] \end{aligned}$$

iii)  $k$

$$k = \frac{EI}{GI_r} = 1.7814$$

実験結果と実験状況を示す図を以下に添付する。



図—21 支間の  $\frac{1}{4}$  点に  $P=100 \text{ kg}$  が作用せる時の軸方向歪

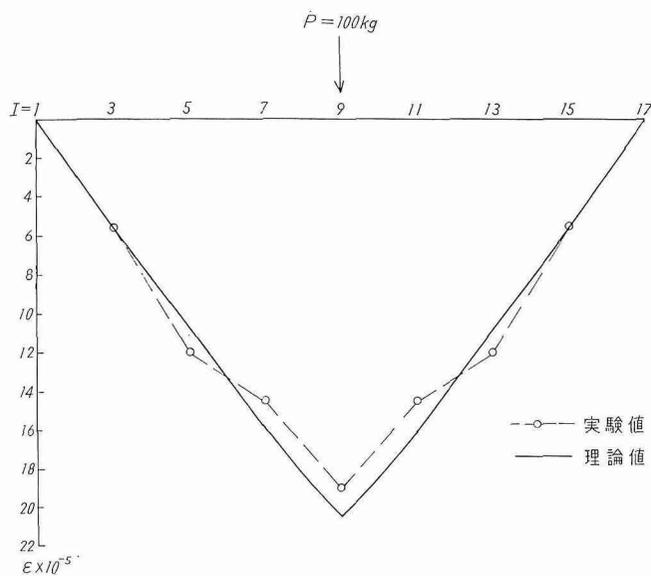


図-22 支間中央に  $P=100 \text{ kg}$  が作用せる時の軸方向歪

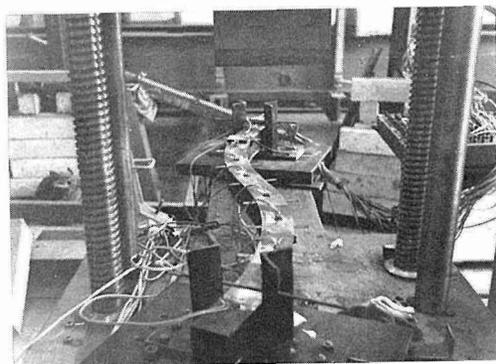


写真-1

図に見るように理論値と実験値はほぼ一致を見た。载荷点付近では若干相違が大きいですが、これは、複雑な応力集中などによるものと思われる。