



Title	逐次積分法による室温および負荷変動の解析
Author(s)	荒谷, 登; 佐々木, 紀一; 絵内, 正道
Citation	北海道大學工學部研究報告, 51, 185-200
Issue Date	1968-12-25
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/40905
Type	bulletin (article)
File Information	51_185-200.pdf



[Instructions for use](#)

逐次積分法による室温および負荷変動の解析

荒谷 登*

佐々木 紀一*

絵内 正道*

(昭和 43 年 9 月 10 日受理)

A Successive Integration Method for the Analysis of Room Air Temperature or Thermal Load Variations

Noboru ARATANI

Norikazu SASAKI

Masamichi ENAI

(Received September 10, 1968)

Abstract

The authors have proposed a successive calculation method of transient room air temperature or heating load variations, by utilizing the nature of an exponential function and the fact the thermal responses of the structure to a thermal input of unit step function are approximate to the sum of the exponential series.

The distinctive features of this method compared with existing methods are,

- 1) easiness in treating the problem of multiple rooms.
- 2) simpler and more accurate in calculations.
- 3) easiness in treating the problem in systems having columns, beams or walls at corners, which have to be treated as two dimensional heat flow problems.
- 4) it is possible to treat problems in systems having non-linear factors such as ventilation, surface heat transfer coefficient or radiation.
- 5) it is possible to calculate the influences of temperatures over a long period by changing Δt accordingly, when the daily changes of temperature are not periodic or when the thermal time constant of the systems is quite large.

It is also applicable to the analysis of integrated thermal characteristics of heating or cooling systems in its enclosure.

1. はじめに

建築物の熱環境は外気温、日射、風速などの外的変動因子と、間けつ暖冷房、換気、内部発生熱などの内的変動因子の影響を受けると同時に、建物自体が多数の温度条件の異なる部屋、

* 建築工学科

多層壁，隅角部よりなるため，その変動解析はきわめて複雑で，従来論じられてきた重み関数法，伝達関数法などによる場合には相当思いきった単純化あるいはモデル化を必要とし，実用計算までには多くの困難があった。

加えて熱受授に関係する室の換気量，熱伝達率，ふく射などは時間，温度によって変化しこれらの非線形因子が熱負荷の大きさや室温形成に無視し得ない影響を及ぼすが，線形理論よりなる前記の方法ではほとんど取り扱い得ない欠点がある。

一方，壁体を数層に分割して階差法によって解く方法も試みられているが，これを建物全体に応用する場合には膨大な計算手間を必要とし，隅角部，柱，梁などの2次元問題や多層壁を含む解析はほとんど不可能に近くなる。

ここにあげる方法は建物を構成する各部の温度あるいは熱流に関する過渡応答が指数関数の級数和であらわされることを利用して，単純な常数積和の繰返しによって室温の逐次解析を行なうもので，上記の諸法の欠点を補うほか実用計算法として応用性の広い特徴を持っている。

2. 記号および単位

$\Theta(t)$	[°C]	: 室 温
$\theta(t)$	[°C]	: 壁体表面温度
$W(t)$	[kcal/h]	: 室内発生熱の強さ
$V(t)$	[m ³ /h]	: 換 気 量
$\alpha(t, \theta)$	[kcal/°C·h·m ²]	: 熱伝達率
$J(t, \theta)$	[kcal/m ² ·h]	: ふく射熱伝達の強さ
$A(t)$	[°C/h]	: 室温変化の勾配
$a(t)$	[°C/h]	: 壁面温変化の勾配
$h(t)$	[kcal/h·°C]	: 室温による壁面熱流の過渡応答
$g(t)$	[kcal/m ² ·h·°C]	: 壁面温による壁面熱流の過渡応答
$H(t)$	[kcal/h]	: 壁面熱流の強さ
$G(t)$	[kcal/m ² ·h]	: 単位面積当り壁面熱流の強さ
S	[m ²]	: 壁体の面積
Q	[kcal/°C]	: 室の熱容量
C_p	[kcal/m ³ ·°C]	: 空気の定圧比熱
k		: 自室をあらわすインデックス
K		: 隣室をあらわすインデックス
l		: 壁体種別をあらわすインデックス
n		: 時間区分の順序のインデックス
m		: 指数関数の項数を示すインデックス

3. 換気のみを非線形要素とする場合の逐次計算法

3.1 室の熱平衡式

各壁面の熱伝達率がそれぞれ一定で、流体との熱交換が温度差に比例し、ふく射による熱移動がないものとする、壁体の表面熱流の強さは両側流体の温度経過が解るならば求めることができ、図-1の如き室温(又は相当外気温度)の異なる室に接する k 室について次の熱平衡式が成立する。

$$Q_k \cdot \frac{d}{dt} \left\{ \theta_k(t) \right\} = W_k(t) + H_k(t) + \sum_K \left[H_K(t) + C_p \cdot V_K(t) \cdot \left\{ \theta_K(t) - \theta_k(t) \right\} \right] \quad (1)$$

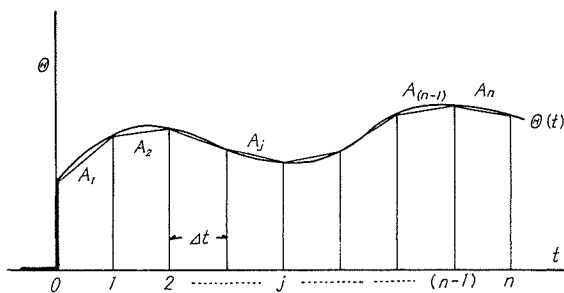
但し $W_k(t)$: k 室空気に与えられる室内発生熱(ふく射で直接壁面には伝わらないものとする)

$H_k(t)$: k 室温の変動によって壁体の k 室側表面から k 室に流入する熱流の強さ(k 室 $\theta_k(t)$, K 室 0°C)。

$H_K(t)$: 隣接する K 室温の変動によって壁体の k 室側表面から k 室に流入する熱流の強さ(k 室 0°C , K 室 $\theta_K(t)$)

$V_K(t)$: K 室より k 室に流入する空気量(流出空気は無関係)

本論文では時間を図-2に示すように分割し、 $(n-1)\Delta t$ までの室温、隣室温が求められたものとして n 番目区間の室温変動を求める方法について述べる。



【図-2】

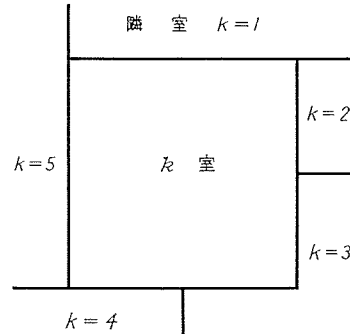
この場合、適当な時間間隔 Δt をえらべば $W_k(t)$, $V_K(t)$ はこの間一定と考えても多くの場合ほとんど問題を生じないが、壁面熱流 $H(t)$ の中には Δt 時間中の室温変動を未知量として含み、これを一定とする場合には Δt を充分小さくとらない限り無視できない誤差を生ずる。ここでは図-2に示

すように各区間の室温を直線式で近似し、逐次計算の精度を落さずに計算時間 Δt を大きくする方法をとった。

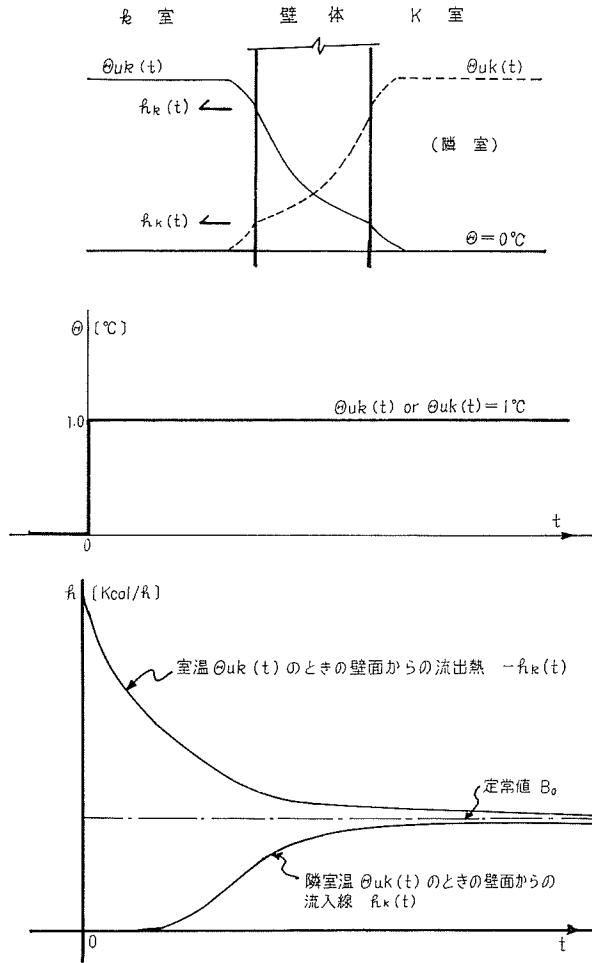
3.2 室温と壁面熱流の関係

最初室温、壁温共すべて 0°C に保たれた熱的な系で、図-3の如く $t=0$ 以降 k 室の室温を 1°C 、他室を 0°C に保った時の k 室室内空気に接する壁面の熱流を $h_k(t)$,

同じく $t=0$ 以降、隣接する 1 室(K 室)を 1°C 、他室および k 室を 0°C としたとき k 室



【図-1】



[図-3]

に流入する熱流を $h_k(t)$ とする (それぞれ k 室への流入を正とし k 又は K 室温による k 室側壁面熱流の過渡応答 (Initial response) と呼ぶ)。

$h_k(t)$, $h_K(t)$ が得られれば任意の室温変動 $\theta_k(t)$, $\theta_K(t)$ を与えた場合の k 室への流入熱量 $H(t)$ は

$$H(t) = H_k(t) + \sum_K H_K(t) \tag{2}$$

$$H_k(t) = \int_0^t \theta'_k(\tau) \cdot h_k(t-\tau) d\tau + \theta_{k(t=0)} \cdot h_k(t) \tag{3}$$

$$H_K(t) = \int_0^t \theta'_K(\tau) \cdot h_K(t-\tau) d\tau + \theta_{K(t=0)} \cdot h_K(t) \tag{4}$$

但し $\theta'(t)$ は室温の時間微分で $t < 0$ で $\theta(t) = 0$ とする。

で与えられる (Duhamel の積分)。

$h(t)$ は壁体種別, 柱, 梁, 隅角部, 室内器物などについて室温のステップ入力を与えたときの表面熱流を求め, k 室全面あるいは K 室との境界全面について合計して得られるが, 一般に指数函数数項の和としてあらわすことができ

$$h(t) = B_0 + \sum_{m=1}^m B_m \cdot e^{-\beta_m \cdot t} + q \cdot \delta(t) \quad (5)$$

となる^{1),2)}。

ここに $q \cdot \delta(t)$ は無限級数を有限項で近似するための補正項で q は近似上, 室内空気と同一の温度変動をすると考えられる壁体の見かけ上の熱容量に相当する。なお

$$\left. \begin{aligned} \int_0^t \delta(\tau) d\tau = u(t) = 1 & \quad t > 0 \\ = 0 & \quad t \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

の性質を持つ。

今, 図-2 の如く時間を n 等分し, 各区間の室温を直線式で近似し, その勾配を A_{kj} とすると, (3) 式の積分は

$$(n-1) \cdot \Delta t < t < n \cdot \Delta t \quad \text{として}$$

$$\begin{aligned} H_k(t) = & \sum_{j=1}^{n-1} A_{kj} \int_{(j-1) \cdot \Delta t}^{j \cdot \Delta t} h_k(t-\tau) d\tau + A_{kn} \int_{(n-1) \cdot \Delta t}^t h_k(t-\tau) d\tau \\ & + \Theta_{(t=0)} \cdot h_k(t) \end{aligned} \quad (7)$$

(5) 式を代入して

$$\begin{aligned} H_k(t) = & \sum_{j=1}^{n-1} A_{kj} \int_{(j-1) \cdot \Delta t}^{j \cdot \Delta t} \left\{ B_{k0} + \sum_m B_{km} \cdot e^{-\beta_{km}(t-\tau)} + q_k \cdot \delta(t-\tau) \right\} d\tau \\ & + A_{kn} \int_{(n-1) \cdot \Delta t}^t \left\{ B_{k0} + \sum_m B_{km} \cdot e^{-\beta_{km}(t-\tau)} + q_k \cdot \delta(t-\tau) \right\} d\tau \\ & + \Theta_{(t=0)} \cdot \left\{ B_{k0} + \sum_m B_{km} \cdot e^{-\beta_{km}t} + q_k \cdot \delta(t) \right\} \\ = & \sum_{j=1}^{n-1} A_{kj} \left[B_{k0} \cdot \Delta t + \sum_m \frac{B_{km}}{\beta_{km}} \left(1 - e^{-\beta_{km} \cdot \Delta t} \right) \cdot e^{-\beta_{km}(t-j \cdot \Delta t)} \right] \\ & + A_{kn} \left[B_{k0} \left\{ t - (n-1) \Delta t \right\} + \sum_m \frac{B_{km}}{\beta_{km}} \left(1 - e^{-\beta_{km} \{ t - (n-1) \Delta t \}} \right) \right] + q_k \\ & + \Theta_{(t=0)} \cdot \left[B_{k0} + \sum_m B_{km} \cdot e^{-\beta_{km} \cdot t} + q_k \cdot \delta(t) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

$H_k(t)$ について n 区間の積分値を求めると

$$\begin{aligned} \Delta H_{kn} = & \int_{(n-1) \cdot \Delta t}^{n \cdot \Delta t} H_k(t) \cdot dt \\ = & \sum_{j=1}^{n-1} A_{kj} \left[B_{k0} \cdot \Delta t^2 + \sum_m \frac{B_{km}}{\beta_{km}^2} \left(1 - e^{-\beta_{km} \cdot \Delta t} \right)^2 \cdot e^{-\beta_{km}(n-j-1) \Delta t} \right] \\ & + A_{kn} \left[\frac{B_{k0} \cdot \Delta t^2}{2} + \sum_m \frac{B_{km}}{\beta_{km}} \left\{ \Delta t - \frac{1}{\beta_{km}} \left(1 - e^{-\beta_{km} \cdot \Delta t} \right) \right\} + q_k \cdot \Delta t \right] \\ & + \Theta_{(t=0)} \left[B_{k0} \cdot \Delta t + \sum_m \frac{B_{km}}{\beta_{km}} \left(1 - e^{-\beta_{km} \cdot \Delta t} \right) \cdot e^{-\beta_{km}(n-1) \Delta t} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

ここで

$$X_{k0} = \left[\frac{B_{k0} \cdot \Delta t^2}{2} + \sum_m \frac{B_{km}}{\beta_{km}} \left\{ \Delta t - \frac{1}{\beta_{km}} \left(1 - e^{-\beta_{km} \cdot \Delta t} \right) \right\} + q_k \cdot \Delta t \right] \quad (10)$$

$$X_{km} = \frac{B_{km}}{\beta_{km}^2} \cdot \left(1 - e^{-\beta_{km} \cdot \Delta t} \right)^2 \quad (11)$$

$$E_{km} = e^{-\beta_{km} \cdot \Delta t} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Z_{kmn} &= \Theta_{k(t=0)} \cdot \frac{B_{km}}{\beta_{km}} \left(1 - e^{-\beta_{km} \cdot \Delta t} \right) \cdot E_{km}^{(n-1)} + \sum_{j=1}^{(n-1)} A_{kj} \cdot X_{km} \cdot E_{km}^{(n-j-1)} \\ &= \left\{ \Theta_{k(t=0)} \cdot \frac{B_{km}}{\beta_{km}} \left(1 - e^{-\beta_{km} \cdot \Delta t} \right) \cdot E_{km}^{(n-2)} + \sum_{j=1}^{(n-2)} A_{kj} \cdot X_{km} \cdot E_{km}^{(n-j-2)} \right\} \cdot E_{km} \\ &\quad + A_{k(n-1)} \cdot X_{km} \\ &= Z_{k \cdot m \cdot (n-1)} \cdot E_{km} + A_{k(n-1)} \cdot X_{km} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Y_{kn} &= \Theta_{k(t=0)} \cdot B_{k0} \cdot \Delta t + \sum_{j=1}^{n-1} A_{kj} \cdot B_{k0} \cdot \Delta t^2 \\ &= \Theta_{k(t=0)} \cdot B_{k0} \cdot \Delta t + \sum_{j=1}^{n-1} A_{kj} \cdot B_{k0} \cdot \Delta t^2 + A_{k(n-1)} \cdot B_{k0} \cdot \Delta t^2 \\ &= Y_{k(n-1)} + A_{k(n-1)} \cdot B_{k0} \cdot \Delta t^2 \end{aligned} \quad (14)$$

とおくと、(10), (11), (12) 式は Δt が定まればきまる常数で、(13), (14) 式は逐次計算によって容易に求めることができるから、 n 番目区間の表面熱流積算値は

$$\Delta H_{k,n} = Y_{k,n} + \sum_m Z_{k,m,n} + A_{k,n} \cdot X_{k0} \quad (15)$$

となり、 n 番目区間の室温変化の勾配 $A_{k,n}$ を未知数としてあらわされる。

隣室温度変動による k 室への流入熱 $\Delta H_{K,n}$ は以上の式で k を K とおきかえて求められる。

3.3 換気のみを非線形要素とする場合の計算法

(1) 式を n 番目区間について積分し (区間内で室内供給熱および換気は一定)、(15) 式を代入すると

$$\begin{aligned} Q_k \cdot A_{k,n} \cdot \Delta t &= \int_{(n-1)\Delta t}^{n \cdot \Delta t} \left[W_k(t) + H_k(t) + \sum_K \left[H_K(t) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + C_p \cdot V_K(t) \left\{ \Theta_{K(n-1)} + A_{Kn}(t - (n-1) \Delta t) - \Theta_{K(n-1)} - A_{Kn}(t - (n-1) \Delta t) \right\} \right] \right] dt \\ &= W_{kn} \cdot \Delta t + Y_{kn} + \sum_m Z_{kmn} + A_{kn} \cdot X_{k0} + \sum_K \left[Y_{Kn} + \sum_m Z_{Kmn} \right. \\ &\quad \left. + A_{Kn} \cdot X_{K0} + C_p V_{Kn} \cdot \Delta t \left\{ \Theta_{K(n-1)} - \Theta_{K(n-1)} + \frac{\Delta t}{2} (A_{Kn} - A_{Kn}) \right\} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} A_{kn} &= \left[W_{kn} \cdot \Delta t + Y_{kn} + \sum_m Z_{kmn} + \sum_K \left\{ Y_{Kn} + \sum_m Z_{Kmn} + A_{Kn} X_{K0} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + C_p \cdot \Delta t \cdot \left(\Theta_{K(n-1)} - \Theta_{K(n-1)} + \frac{\Delta t}{2} A_{Kn} \right) \right\} \cdot V_{Kn} \right] \\ &\quad \div \left[\Delta t \cdot Q_k - X_{k0} + \frac{C_p \cdot \Delta t^2}{2} \sum_K V_{Kn} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

[表-1] 換気のみを非線形因子とする室温変動の逐次計算表

k	m	常数值		初期値	(n-1)番目		(n番目)		(n+1)番目
		X _{k1} X _{k2} X _{k3} ...	E _{k1} E _{k2} E _{k3} ...		Z _{k1(n-1)} Z _{k2(n-1)} Z _{k3(n-1)} ...	Z _{k1(n-1)} · E_{k1} + A_{k(n-1)} · X_{k1} Z_{k2(n-1)} · E_{k2} + A_{k(n-1)} · X_{k2} Z_{k3(n-1)} · E_{k3} + A_{k(n-1)} · X_{k3} ...}}}}}}			
非定常項	k	1	X ₁₁ X ₁₂ ...	E ₁₁ E ₁₂ ...	Z _{110}} Z _{120}} ...	Z _{11(n-1)}} Z _{12(n-1)}} ...	Z _{11(n-1)} · E₁₁ + A_{1(n-1)} · X₁₁ Z_{12(n-1)} · E₁₂ + A_{1(n-1)} · X₁₂ ...}}}}	Z _{11n}} Z _{12n}} ...	
		2	X ₂₁ X ₂₂ ...	E ₂₁ E ₂₂ ...	Z _{210}} Z _{220}} ...	Z _{21(n-1)}} Z _{22(n-1)}} ...	Z _{21(n-1)} · E₂₁ + A_{2(n-1)} · X₂₁ Z_{22(n-1)} · E₂₂ + A_{2(n-1)} · X₂₂ ...}}}}	Z _{21n}} Z _{22n}} ...	
定常項	k	1	B _{10} · dt² B_{10} · dt² B_{20} · dt² ...}}}	Y _{10}} Y _{10}} Y _{20}} ...	Y _{k(n-1)}} Y _{1(n-1)}} Y _{2(n-1)}} ...	Y _{k(n-1)} + A_{k(n-1)} · B_{k0} · dt² Y_{1(n-1)} + A_{1(n-1)} · B_{10} · dt² Y_{2(n-1)} + A_{2(n-1)} · B_{20} · dt² ...}}}}}}}}}	Y _{k,n}} Y _{1,n}} Y _{2,n}} ...		
		2	dt C _{p} · dt " " "}	W _{kn} · dt = 0 C_{p} · dt · Θ_{k(n-1)}} · (Σ V_{kn}) = 0 C_{p} · dt · Θ_{1(n-1)}} · V_{1n} = 0 C_{p} · dt · Θ_{2(n-1)}} · V_{2n} = 0 ...}}}}}}}	W _{kn} · dt = 0 C_{p} · dt · Θ_{k(n-1)}} · (Σ V_{kn}) = 0 C_{p} · dt · Θ_{1(n-1)}} · V_{1n} = 0 C_{p} · dt · Θ_{2(n-1)}} · V_{2n} = 0 ...}}}}}}}				
分子の合計					N _{(n-1)}}	上記の合計 = N _{n}}	N _{n}}		
分母の計算		(dt · Θ _{k} - X_{k0}) · C_{p} · dt / z}}}			D _{(n-1)}}	dt · Θ _{k} - X_{k0} + $\frac{C_p \cdot dt^2}{z}$ · (Σ V_{kn}) = D_{n}}}}}	D _{n}}		
データ	k	1	A _{k0} = 0 Θ_{k0}}}		A _{k(n-1)}} Θ _{k(n-1)}}	A _{k(n-1)}} Θ _{k(n-1)}}	N _{n} / D_{n} = A_{k,n}} Θ_{k(n-1)} + A_{kn} · dt = Θ_{k,n}}}}}}	A _{k,n}} Θ _{k,n}}	
		2	Θ _{10}} Θ _{20}}		A _{1(n-1)}} A _{2(n-1)}} Θ _{1(n-1)}} Θ _{2(n-1)}} ...	多変数の計算より Θ _{1,n}} Θ _{2,n}} ...	Θ _{1,n}} Θ _{2,n}} ...		

となり n 番目区間の室温変化の勾配が求められる。なお (17) 式は隣室温の A_{Kn} を含むが外気温のように既知量として与えられる場合は別として多数室の繰り返し計算の場合には計算の順序によっては未知量となる。

しかし、隣室温変動が自室に与える影響からすると、過渡応答の性質上 (図-3) A_{Kn} はガラス窓のような薄壁以外では無視しうる (但し $A_{K(n-1)}$, $A_{K(n-2)}$ …… は既知量として計算に加えるが、この場合 $h_K(t)$ にはディラックを含まない形の近似が望ましい)。

又、換気や薄壁についても隣室が外気の場合には (17) 式をそのまま用いてもよいが精度を高めるには 5 章の方法で計算途中で Δt を小さくすることも可能であるから一般には $A_{Kn}=0$ とする方が解きやすい。

$A_{Kn}=0$ とした場合の (17) 式の逐次計算表を表-1 に示す。

なお、換気量 $V_{K(t)}$ が時間に無関係に一定の場合には K 室からの定常熱流項 B_{K0} に換気による温度差当り流入熱 $\{C_p \cdot V_K\}$ を加えることによって (17) 式の換気の項がなくなり簡易化される (換気を線形因子とみる場合)。

4. 熱伝達率が変化し、ふく射のある場合の逐次解法

一般室内では人体、照明器具、放熱器からの発熱、床、壁面への日射など室内空気を暖めずに直接ふく射で伝わる熱が相当部分をしめ、しかも壁面の熱伝達率は温度差や風速、あるいは室温上昇時と下降時によって明らかな差を示すから間けつ暖、冷房時の室温形成にはこれら非線形因子の影響は無視できない。

4.1 壁面温と壁面熱流の関係

今、壁体内については線形要素が満足されているものとすれば、壁体の両表面温の経過と壁面温による表面熱流の過渡応答を知れば表面熱流を求めることができる。

壁温がすべて 0°C に保たれた定常状態にある l 壁体を $t=0$ 以降 k 室側壁面温を 1°C 、他面を 0°C としたときの k 室側単位面積当り表面熱流の強さを $g_{kl}(t)$ [$\text{kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$]

同じく $t=0$ 以降 K 室側表面温を 1°C 、 k 室側を 0°C としたときの k 室側表面熱流の強さを $g_{Kl}(t)$ (いづれも l 壁 k 室側表面への流入を負とする) とすると、 l 壁体の k および K 室側表面温度が $\theta_{kl}(t)$, $\theta_{Kl}(t)$ のときの k 室側表面熱流 $G_l(t)$ は

$$\begin{aligned} G_l(t) &= G_{kl}(t) + G_{Kl}(t) \quad [\text{kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{h}] \\ &= \int_0^t \theta'_{kl}(\tau) \cdot g_{kl}(t-\tau) d\tau + \theta_{kl}(t=0) \cdot g_{kl}(t) \\ &\quad + \int_0^t \theta'_{Kl}(\tau) \cdot g_{Kl}(t-\tau) d\tau + \theta_{Kl}(t=0) \cdot g_{Kl}(t) \end{aligned} \quad (18)$$

表面熱流の過渡応答を次の如く近似し

$$g_{kl}(t) = C_{kl0} + \sum_m C_{klm} e^{-r_{klm} \cdot t} + p_{kl} \cdot \delta(t) \quad (19)$$

3.2の場合と同様に時間を n 区間に等分割し、それぞれの区間で壁面温が直線式であらわされるとすると、 k 室側表面熱流の $(n-1) \cdot \Delta t \sim n \cdot \Delta t$ 区間の積算値 ΔG_{kln} は

$$\begin{aligned} \Delta G_{kln} &= \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} G_{kln}(t) \cdot dt \\ &= Y_{kln} + \sum_m Z_{kltmn} + a_{kln} \cdot X_{klt0} \end{aligned} \quad (20)$$

但し

$$X_{klt0} = \frac{C_{klt0} \cdot \Delta t^2}{2} + \sum \frac{C_{kltm}}{\gamma_{kltm}} \left\{ \Delta t - \frac{1}{\gamma_{kltm}} (1 - e^{-\gamma_{kltm} \cdot \Delta t}) + p_{klt} \cdot \Delta t \right\} \quad (21)$$

$$X_{kltm} = \frac{C_{kltm}}{(\gamma_{kltm})^2} \cdot (1 - e^{-\gamma_{kltm} \cdot \Delta t})^2 \quad (22)$$

$$E_{kltm} = e^{-\gamma_{kltm} \cdot \Delta t} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} Z_{kltmn} &= \theta_{kl(t=0)} \cdot \frac{C_{kltm}}{\gamma_{kltm}} (1 - e^{-\gamma_{kltm} \cdot \Delta t}) \cdot E_{kltm}^{(n-1)} + \sum_{j=1}^{(n-1)} a_{kltj} \cdot X_{kltm} \cdot E_{kltm}^{(n-j-1)} \\ &= Z_{kltm(n-1)} \cdot E_{kltm} + a_{klt(n-1)} \cdot X_{kltm} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} Y_{kln} &= \theta_{kl(t=0)} \cdot C_{klt0} \Delta t + \sum_{j=1}^{n-1} a_{kltj} \cdot C_{klt0} \cdot \Delta t^2 \\ &= Y_{klt(n-1)} + a_{klt(n-1)} \cdot C_{klt0} \cdot \Delta t^2 \end{aligned} \quad (25)$$

隣室側表面温度変動による熱流 ΔG_{Kln} は (20)~(25) 式の k を K とおきかえて求められる。

4.2 壁面温による熱流の過渡応答を用いる場合の熱平衡式および計算表

熱伝達率、ふく射を変数と考えた場合には壁体表面と室内空気とで2種類の熱平衡式が成立し、それぞれが Δt 時間中の室温および各壁面温の勾配を未知数とする連立方程式となるが、 Δt を適当にえらべば次の逐次解が可能となる。

Step 1. 壁面での熱平衡式

k 室側壁体表面での熱平衡式を求めると (面への流入を負として)

$$\begin{aligned} \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} \alpha_{k \cdot l}(t) \cdot \left\{ \theta_{kl}(t) - \Theta_k(t) \right\} dt + \Delta G_{kln} + \Delta G_{Kln} \\ + J_{kln} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

となる。ここで対流熱伝達率 α およびふく射 J を $(n-1) \Delta t \sim n \cdot \Delta t$ の区間は一定として

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{kl}(t) &= \alpha_{kln} \\ J_{kl}(t) &= J_{kln} \\ \Theta_k(t) &= \Theta_{k(n-1)} + A_{kn} \{t - (n-1) \Delta t\} \\ \theta_{kl}(t) &= \theta_{kl(n-1)} + a_{kln} \{t - (n-1) \Delta t\} \\ \theta_{Kl}(t) &= \theta_{Kl(n-1)} + a_{Kln} \{t - (n-1) \Delta t\} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

(20), (27) 式を (26) 式に代入すると

$$\alpha_{kln} \left[\left\{ \theta_{kl(n-1)} - \Theta_{k(n-1)} \right\} \Delta t + (a_{kln} - A_{kn}) \frac{\Delta t^2}{2} \right]$$

[表一2] 換気・熱伝達率・ふく射が変動する場合の室温変動の逐次計算表

Step 1	m	常数値	初期値	(n-1) 番目	(n 番目)	(n+1) 番目
非定常項 l 室についての計算 (l 室と壁の数だけ計算)	1	X_{k11}	Z_{k110}	$Z_{k11(n-1)}$	$Z_{k11(n-1)} \cdot E_{k11} + Q_{k11(n-1)} \cdot X_{k11} =$	$Z_{k11,n}$
	2	X_{k12}	Z_{k120}	$Z_{k12(n-1)}$	$Z_{k12(n-1)} \cdot E_{k12} + Q_{k12(n-1)} \cdot X_{k12} =$	$Z_{k12,n}$
	3	X_{k13}	Z_{k130}	$Z_{k13(n-1)}$	$Z_{k13(n-1)} \cdot E_{k13} + Q_{k13(n-1)} \cdot X_{k13} =$	$Z_{k13,n}$
	1	X_{k21}	Z_{k210}	$Z_{k21(n-1)}$	$Z_{k21(n-1)} \cdot E_{k21} + Q_{k21(n-1)} \cdot X_{k21} =$	$Z_{k21,n}$
	2	X_{k22}	Z_{k220}	$Z_{k22(n-1)}$	$Z_{k22(n-1)} \cdot E_{k22} + Q_{k22(n-1)} \cdot X_{k22} =$	$Z_{k22,n}$
	1	$C_{k10} \cdot \Delta t^2$	Y_{k10}	$Y_{k1(n-1)}$	$Y_{k1(n-1)} + Q_{k1(n-1)} \cdot C_{k10} \cdot \Delta t^2 =$	$Y_{k1,n}$
	2	$C_{k20} \cdot \Delta t^2$	Y_{k20}	$Y_{k2(n-1)}$	$Y_{k2(n-1)} + Q_{k2(n-1)} \cdot C_{k20} \cdot \Delta t^2 =$	$Y_{k2,n}$
	かく射	(別途計算)				$J_{k1,n}$
	対流	Δt				$J_{k2,n}$
	分子の合計					$\Delta t \cdot \sum_k \alpha_{k1n} \{ \Theta_{k1(n-1)} - \Theta_{k(n-1)} \} =$
分母の計算	$X_{k10}, 0.5 \cdot \Delta t^2$				上記の合計 =	N_{1n}
l 室の T		$\alpha_{k10} = 0$			$X_{k10} + 0.5 \cdot \alpha_{k1n} \cdot \Delta t^2 =$	D_{1n}
		Θ_{k10}			$-N_{1n} / D_{1n} =$	α_{k1n}
				$\alpha_{k1(n-1)}, \Theta_{k1(n-1)}$	$\Theta_{k1(n-1)} + \alpha_{k1n} \cdot \Delta t =$	$\Theta_{k1,n}$

Step 2	l 室	分子の合計	分母の計算	分子の合計	分母の計算
l 室についての熱平衡式	l 室			$-\Theta_{k(n-1)} \{ \sum_k S_k \alpha_{k1n} + C_p \sum_k V_{kn} \} + W_{kn} =$	Θ
	l 室	$l=1$		$\sum_k S_k \cdot \alpha_{k1n} \{ \Theta_{k1(n-1)} + \frac{\Delta t}{2} \cdot \alpha_{k1n} =$	Θ
	2 室	2		$\sum_k C_p \cdot V_{kn} \cdot \Theta_{k(n-1)} =$	Θ
	3 室	3		上記の合計 =	N_n
	1 室	1		$Q_k + \frac{\Delta t}{2} \{ \sum_k S_k \cdot \alpha_{k1n} + C_p \sum_k V_{kn} =$	D_n
	2 室	2		$A_{k(n-1)} =$	A_{k1n}
	3 室	3		$\Theta_{k(n-1)} =$	Θ_{k1n}
	1 室	1		$\Theta_{k(n-1)} + A_{k1n} \cdot \Delta t =$	Θ_{k1n}
	2 室	2		多数量の計算より	Θ_{k1n}
	3 室	3			Θ_{k1n}

$$\begin{aligned}
& + J_{kln} + Y_{kln} + \sum_m Z_{klmn} + a_{kln} \cdot X_{klt0} \\
& + Y_{Kln} + \sum_m Z_{Klmn} + a_{Kln} \cdot X_{Klt0} = 0.
\end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}
a_{kln} = & \left[\alpha_{kln} \cdot \Delta t \cdot (\Theta_{k(n-1)} - \theta_{kl(n-1)} + 0.5 \cdot A_{kn} \cdot \Delta t) - J_{kln} \right. \\
& \left. - Y_{kln} - \sum_m Z_{klmn} - Y_{Kln} - \sum_m Z_{Klmn} - a_{Kln} \cdot X_{Klt0} \right] \\
& \div \left[X_{klt0} + 0.5 \cdot \alpha_{kln} \cdot \Delta t^2 \right]
\end{aligned} \tag{29}$$

となる。 A_{kn} は外気以外では未知数、 a_{kln} も計算順序によっては未知であるから Step 1 ではこれらを 0 と仮定して a_{kln} の近似値を求める。

Step 2 室内空気での熱平衡式

a_{kln} が求められると室内空気についての熱平衡式は

$$\begin{aligned}
Q_k \cdot A_{kn} \cdot \Delta t & = \sum_l S_l \cdot \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} \alpha_{kl}(t) \cdot \left\{ \theta_{kl}(t) - \Theta_k(t) \right\} dt \\
& + \sum_K \int_{(n-1)\Delta t}^{n\Delta t} C_p \cdot V_K(t) \cdot \left\{ \Theta_K(t) - \Theta_k(t) \right\} dt + W_{k \cdot n} \Delta t \\
& = \sum_l S_l \cdot \alpha_{kln} \cdot \Delta t \left\{ \theta_{kl(n-1)} - \Theta_{k(n-1)} + \frac{\Delta t}{2} (a_{kln} - A_{kn}) \right\} \\
& + \sum_K \left[C_p \cdot V_{Kn} \cdot \Delta t \left\{ \Theta_{K(n-1)} - \Theta_{k(n-1)} + \frac{\Delta t}{2} (A_{Kn} - A_{kn}) \right\} \right] \\
& + W_{kn} \cdot \Delta t
\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
A_{kn} & = \left[\sum_l S_l \cdot \alpha_{kln} \cdot \left\{ \theta_{kl(n-1)} - \Theta_{k(n-1)} + \frac{\Delta t}{2} \cdot a_{kln} \right\} + W_{kn} \right. \\
& \left. + \sum_K C_p \cdot V_{Kn} \cdot \left\{ \Theta_{K(n-1)} - \Theta_{k(n-1)} + \frac{\Delta t}{2} \cdot A_{Kn} \right\} \right] \\
& \div \left[Q_k + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \sum_l S_l \cdot \alpha_{kln} + C_p \cdot \sum_K V_{Kn} \right\} \right]
\end{aligned} \tag{31}$$

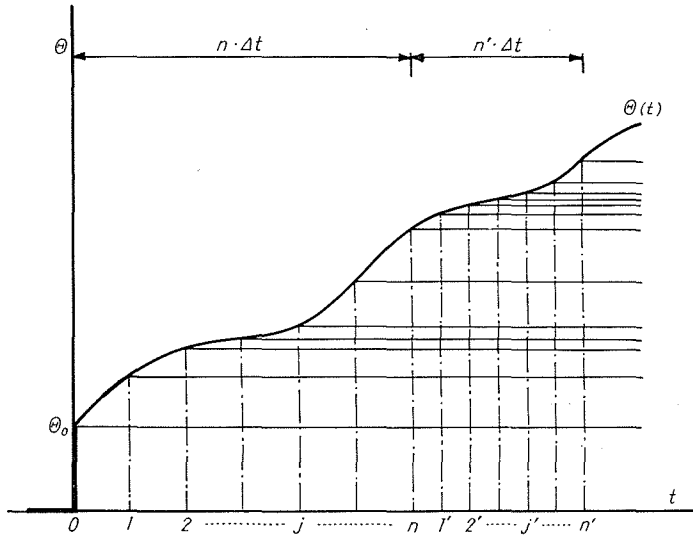
但し、 n 区間の隣室温度未知の場合は $A_{Kn} = 0$ とおく。

表-1 の場合と同様に隣室の n 番目区間の温度変動 a_{Kln} 、 A_{Kn} を零とした場合の逐次計算表を表-2 に示す。

5. 時間間隔 Δt を途中で変える場合の計算法

次章の図-5 に示すように一般のコンクリート建物の熱容量は極めて大きく、精度の高い計算をするには数日あるいは拾数日前からの逐次計算を行なう必要がある。この場合、 Δt の大きさは計算の精度や手間に大きな影響を与えるが、途中で Δt を変えることができると便利なが多い。

今、(7)~(14) 式の壁面熱流式を例にとりて図-4 のように途中で時間間隔が $\Delta t \rightarrow \Delta t'$ になったものとして最終区間



【図-4】 Δt が途中で変る場合

$$\left\{ n \cdot \Delta t + (n' - 1) \cdot \Delta t' \right\} < t < \left\{ n \cdot \Delta t + n' \cdot \Delta t' \right\}$$

の熱流 $H(t)$ を求めると、(7) 式を参照して

$$\begin{aligned} H(t) &= \Theta_0 \cdot h(t) + \sum_{j=1}^n A_j \cdot \int_{(j-1) \cdot \Delta t}^{j \cdot \Delta t} h(t-\tau) \cdot d\tau \\ &\quad + \sum_{j'=1}^{(n'-1)} A_{j'} \cdot \int_{n \cdot \Delta t + (j'-1) \cdot \Delta t'}^{n \cdot \Delta t + j' \cdot \Delta t'} h(t-\tau) \cdot d\tau + A_{n'} \cdot \int_{n \cdot \Delta t + (n'-1) \cdot \Delta t'}^t h(t-\tau) \cdot d\tau \\ &= \Theta_0 \left\{ B_0 + \sum_m B_m \cdot e^{-\beta_m \cdot t} \right\} \\ &\quad + \sum_{j=1}^n A_j \left[B_0 \cdot \Delta t + \sum_m \frac{B_m}{\beta_m} (1 - e^{-\beta_m \Delta t}) \cdot e^{-\beta_m (t - j \cdot \Delta t)} \right] \\ &\quad + \sum_{j'=1}^{(n'-1)} A_{j'} \left[B_0 \cdot \Delta t' + \sum_m \frac{B_m}{\beta_m} (1 - e^{-\beta_m \Delta t'}) \cdot e^{-\beta_m \{ t - n \cdot \Delta t - j' \cdot \Delta t' \}} \right] \\ &\quad + A_{n'} \left[B_0 \left\{ t - n \cdot \Delta t - (n' - 1) \Delta t' \right\} + \sum_m \frac{B_m}{\beta_m} (1 - e^{-\beta_m \{ t - n \cdot \Delta t - (n' - 1) \Delta t' \}}) + q \right] \end{aligned} \tag{32}$$

(32) 式を区間積分して

$$\begin{aligned} \Delta H_{n'} &= \int_{n \cdot \Delta t + (n'-1) \Delta t'}^{n \cdot \Delta t + n' \cdot \Delta t'} H(t) \cdot dt \\ &= \Theta_0 \left[B_0 \cdot \Delta t' + \sum_m \frac{B_m}{\beta_m} (1 - e^{-\beta_m \Delta t'}) \cdot e^{-\beta_m \{ n \cdot \Delta t + (n'-1) \Delta t' \}} \right] \\ &\quad + \sum_{j=1}^n A_j \left[B_0 \cdot \Delta t \cdot \Delta t' + \sum_m \frac{B_m}{\beta_m^2} (1 - e^{-\beta_m \Delta t}) (1 - e^{-\beta_m \Delta t'}) \cdot e^{-\beta_m \{ (n-j) \Delta t + (n'-1) \Delta t' \}} \right] \\ &\quad + \sum_{j'=1}^{(n'-1)} A_{j'} \left[B_0 \cdot \Delta t'^2 + \sum_m \frac{B_m}{\beta_m^2} (1 - e^{-\beta_m \Delta t'})^2 \cdot e^{-\beta_m (n' - j' - 1) \Delta t'} \right] \end{aligned}$$

$$+ A_{n'} \left[B_0 \cdot \frac{\Delta t'^2}{2} + q \cdot \Delta t' + \sum \frac{B_m}{\beta_m} \left\{ \Delta t' - \frac{1}{\beta_m} (1 - e^{-\beta_m \cdot \Delta t'}) \right\} \right] \quad (33)$$

(33) 式で $n'=1$ とおくと

$$\begin{aligned} \Delta H_{(n'=1)} &= \Theta_0 \left[B_0 \cdot \Delta t' + \sum_m \frac{B_m}{\beta_m} (1 - e^{-\beta_m \cdot \Delta t'}) \cdot e^{-\beta_m \cdot n \cdot \Delta t} \right] \\ &+ \sum_{j=1}^n A_j \left[B_0 \cdot \Delta t \cdot \Delta t' + \sum_m \frac{B_m}{\beta_m^2} (1 - e^{-\beta_m \cdot \Delta t}) (1 - e^{-\beta_m \cdot \Delta t'}) \cdot e^{-\beta_m (n-j) \Delta t} \right] \\ &+ A_{(n'=1)} \left[B_0 \cdot \frac{(\Delta t')^2}{2} + q \cdot \Delta t' + \sum_m \frac{B_m}{\beta_m} \left\{ \Delta t' - \frac{1}{\beta_m} (1 - e^{-\beta_m \cdot \Delta t'}) \right\} \right] \end{aligned} \quad (34)$$

(13)~(15) 式の逐次計算と同じ形に変形すると

$$\begin{aligned} \Delta H_{(n'=1)} &= \bar{Y}_n + A_n \cdot B_0 \cdot (\Delta t')^2 + \sum_m \left[\bar{Z}_{m,n} \cdot E'_m + A_n \cdot X'_m \right] + A_{(n'=1)} \cdot X'_0 \\ &= Y_{(n'=1)} + \sum_m Z_{m(n'=1)} + A_{(n'=1)} \cdot X'_0 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\text{但し} \quad \bar{Y}_n = Y_n \cdot \frac{\Delta t'}{\Delta t} + A_n \cdot B_0 \cdot \Delta t' (\Delta t - \Delta t') \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{m,n} &= \left[Z_{m,n} \times \frac{(1 - e^{-\beta_m \cdot \Delta t'})}{(1 - e^{-\beta_m \cdot \Delta t})} \times \frac{E_m}{E'_m} \right. \\ &\quad \left. + A_n \left\{ X_m \times \frac{(1 - e^{-\beta_m \cdot \Delta t'})}{(1 - e^{-\beta_m \cdot \Delta t})} - X'_m \right\} \times \frac{1}{E'_m} \right] \end{aligned} \quad (37)$$

ここに X'_0 , X'_m , E'_m は (10), (11), (12) 式で Δt を $\Delta t'$ とおきかえたもの。

となり $n'=2$ 以降については

$$\begin{aligned} \Delta H_{(n'=2)} &= Y_{(n'=1)} + A_{(n'=1)} \cdot B_0 (\Delta t')^2 + \sum_m \left[Z_{m(n'=1)} \times E'_m + A_{(n'=1)} \cdot X'_m \right] \\ &\quad + A_{(n'=2)} \cdot X'_0 \\ &= Y_{(n'=2)} + \sum_m Z_{m(n'=2)} + A_{(n'=2)} \cdot X'_0 \end{aligned} \quad (38)$$

となる。

つまり、 Δt が変わる場合には新しい係数 X'_0 , X'_m , E'_m を計算し、(36), (37) 式のおきかえを行えば、それ以前の Δt には全く無関係に計算が続行できる。

6. 逐次計算法についての問題

逐次計算を行なう場合には計算の時間間隔 Δt 、初期条件の取り扱いと計算精度の関係が問題になる。

壁体の過渡応答自体の近似化については、重み函数理論などで取り上げられており、本法の場合には他の方法に比較し近似項数を増しても式そのもののむずかしさには関係がないだけ高い近似をすることが可能であるので、ここでは過渡応答が与えられた後の精度検討を既報³⁾のコンクリートアパート(中間階, 端部住戸)の例を用いて検討を行なう。

$t=0$ で室温を 1°C としたときの過渡応答として

断熱なしの場合

$$h_k(t) = -238.6 - 719 e^{-0.1478t} - 698 e^{-2.91t} - 118 \cdot \delta(t)$$

外側断熱の場合 (グラスウール 50 mm)

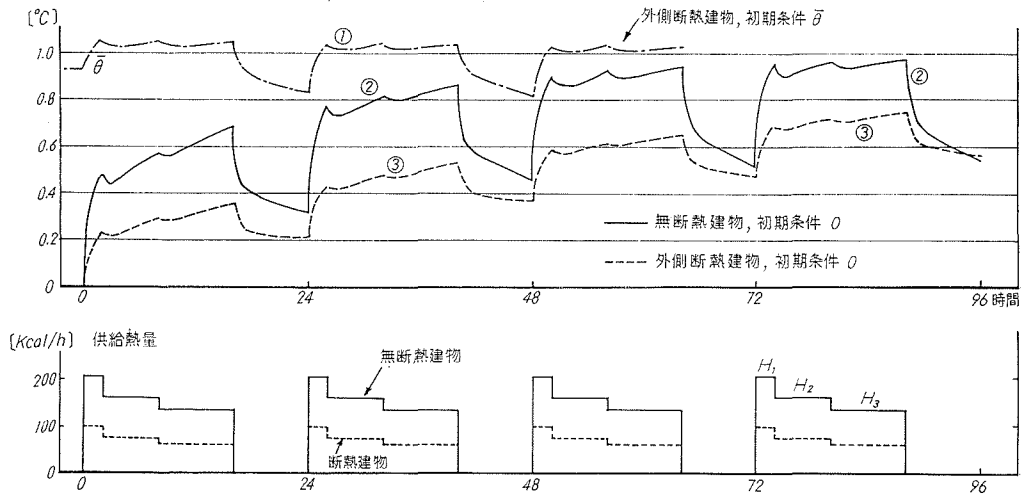
$$h_k(t) = -107.0 - 839 e^{-0.1187t} - 578 e^{-1.99t} - 118 \cdot \delta(t)$$

の2種類を用いる。

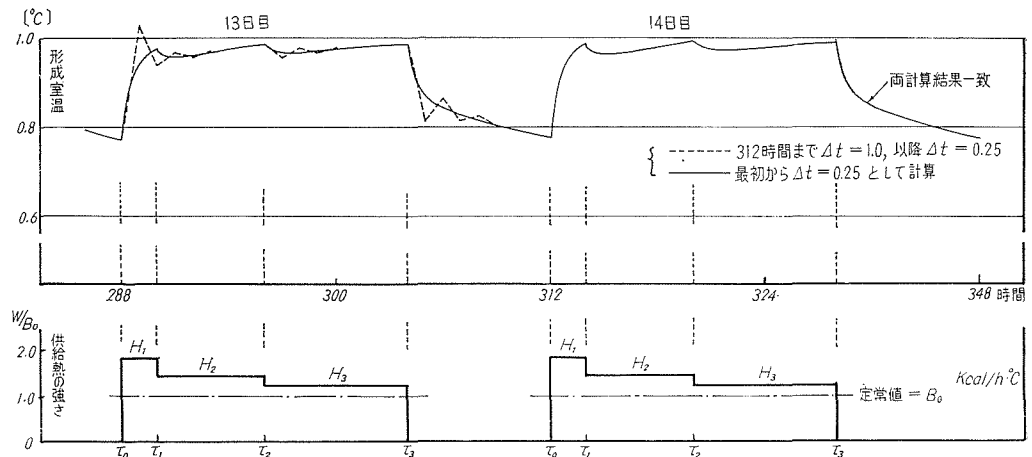
6.1 初期条件の取り扱いについて

図-5は既求めて求めた周期的定常時の熱負荷を初期条件の室温 0°C として与えた場合の室温経過を示す。

断熱なしのアパートでは暖房開始後5日目ではほぼ周期的定常に達する (98.5%) が、外側断



【図-5】 鉄筋コンクリートアパートの間けつ暖房計算例 (周期的定常状態ではH₁, H₂, H₃の各区間終刻に室温は設定値1°Cとなる)



【図-6】 Δt を途中で変えた場合の計算例

熱では1週間で約10%、2週間で1.5%程度の未収斂部分を残す。

外側断熱は異例であるが、より規模の大きな建物では周期的定常に達するまでに極めて長時間を要することが知られる。

計算回数を少なくして逐次計算の精度を上げるには

- i) 最終的な日平均室温に近い値を初期条件として入れる方法。
- ii) Δt を大きくとる方法。
- iii) Δt を途中で変える方法。

がある。図-5の曲線①は外側断熱建物で初期条件として周期的定常時の平均室温を与えたもので、3日目で約2%の精度が得られ、室温0から始まった曲線③よりはるかに近似度が高い。

図-6は同じく外側断熱の例で13日目(312時間)までは $\Delta t=1.0$ 、14日目より $\Delta t=0.25$ としたもの(点線)と、最初から $\Delta t=0.25$ としたもの(実線)との比較を示す。

6.2 Δt について

$\Delta t=1.0$ の場合、入力に急激な変動があった直後には図にみられるように正確値からやや離れるが、入力が一定すると数回の計算で正確値に収斂する。

図のような暖房入力変動で、 $\Delta t=0.25$ として計算値を1時間おきにタイプアウトさせた結果は $\Delta t=0.1$ 以下とした場合と1/1000以下の精度で一値し正確解に対する近似度は極めて高い。

又、図のように13日目まで $\Delta t=1.0$ 、それ以降 $\Delta t=0.25$ とした場合と、最初から $\Delta t=0.25$ とした場合とでは Δt を変えた直後の14日目から有効数字3桁の範囲(1/1000)で全く一致している。

本法は区間を直線近似化していることと、熱流の区間積分値によって熱平衡式をたてていることによって

- 一般の階差法よりはるかに Δt を大きくとることができる。
- 誤差が逐次積分過程で補正されて積分値が正しくなるような計算がなされる。

などの特徴がある。後者の特徴は特に Δt を大きくとる場合に有利であって前後数週間の日射、外気温変動を考慮した暖冷房最大負荷の検討や、さらには地下室などのように影響が数年に及ぶような場合の検討も可能となる。

6.3 隅角部問題などについて

隅角部の過渡応答を求めるには今のところ階差法による以外にないが、本法の実用計算法としての大きな特徴は壁体、隅角部などについて個々別々に過渡応答を求め、資料として蓄積しておくことが出来る点にある。

但し、隅角部を取り扱う場合は壁面温による熱流の過渡応答は求めても意味がなく、ふく射は熱伝達率の中に含めて3章の方法によらなければならない。

ふく射，熱伝達を変数とする4章の方法を多数室解析全体に応用することは相当面倒な問題になるが，このような場合には，3章と4章の方法を組み合わせ，注目する室に対してのみ厳密な検討をすることも可能である。

本法は又，放熱器，ボイラーなどを多数室の一部と考えるならば，装置を含めた動特性の解析に応用することができ，更には多層壁などの過渡応答自体を求める問題にも応用が可能である。

参 考 文 献

- 1) 前田敏男：日本建築学会研究報告 No. 27 (昭29) p. 259.
- 2) 長谷川房雄：日本建築学会論文報告集 No. 69 (昭36) p. 20.
- 3) 堀江・荒谷・中島：日本建築学会北海道支部研究報告 No. 24 (昭40) p. 109.