



Title	河川の乱れと流量測定の精度に関する研究（第1報）
Author(s)	岸, 力; 森, 明巨; 平山, 健一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 57, 63-71
Issue Date	1970-10-31
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/41004
Type	bulletin (article)
File Information	57_63-72.pdf



[Instructions for use](#)

河川の乱れと流量測定の精度に関する研究 (第1報)

岸 力* 森 明巨** 平山 健一***

(昭和45年4月30日受理)

Study on the Mechanics of Turbulence in Relation to the Analysis of the Accuracy of Velocity Measurements in natural Rivers (First Report)

Tsutomu KISHI Akio MORI Ken-ichi HIRAYAMA

(received April 30, 1970)

Abstract

Accuracy of velocity measurements in rivers depends on the duration of observation time. Considerations are made, in the present paper, to the theoretical relationship between them.

Mean velocity, \bar{U} , observed in any duration of time, T_* , is considered as a stochastic quantity of which distribution is a function of T_* .

The variance of \bar{U} , named as the variance-length curve, is related to the auto-correlation function of flow velocity, $R(\tau)$, by the following expression.

$$C(T_*) = 2 \frac{u^2}{T_*^2} \int_0^{T_*} (T_* - \tau) R(\tau) d\tau$$

where u^2 is the variance of velocity fluctuations.

On the one hand, $R(\tau)$ is expressed in terms of the power spectral function $E(f)$ as shown by the following equation.

$$R(\tau) = \frac{1}{u^2} \int_0^\infty E(f) \cos 2\pi f\tau df$$

Consequently, characteristics of $C(T_*)$ curve could be investigated by finding general functional form for $R(\tau)$ or $E(f)$.

The authors give the following expression for the function $C(T_*)$ by analyzing the field data obtained in several rivers in Hokkaido.

$$\frac{C(T_*)}{u^2} = 2 \frac{\tan^{-1} \omega}{\omega} - \frac{\log(\omega^2 + 1)}{\omega^2}$$

where $\omega = \frac{\pi}{2} \frac{T_*}{T_E}$

T_E : Eulerian integral time scale

1. 要 旨

河川において平均流速を測定する場合、観測値の精度は観測時間に依存する。本文は乱流理

* 土木工学科 河川工学研究室

** 土木工学科 土質工学研究室

論に立脚して、平均流速の観測時間と精度との関係を考察したものである。

観測時間 T_* 内の平均流速 \bar{U} は確率変量で分布は T_* の関数である。 \bar{U} の分散は試長変動曲線 $C(T_*)$ であらわされ、流速変動の相関関数 $R(\tau)$ との間に次の関係がある。

$$C(T_*) = \frac{2u^2}{T_*^2} \int_0^{T_*} (T_* - \tau) R(\tau) d\tau$$

ただし u^2 は流速変動の分散であり、 $u^2 = C(0)$ である

また一方、 $R(\tau)$ とパワースペクトラム $E(f)$ の間には次の関係がある。

$$R(\tau) = \frac{1}{u^2} \int_0^{\infty} E(f) \cos 2\pi f\tau df$$

したがって、若し、種々の河川について得られる $R(\tau)$ または $E(f)$ の間に相似性を見出すことができれば、case study ではなく一般論として平均流速の精度を論ずることが可能になる。

筆者らは、石狩川、新川および千歳川で得られた流速のパワースペクトラムを解析し、乱れのマクロスケールが流れの水深 H に近似的に比例することを見出した。さらに、河川の乱れを考える時間単位として H/\bar{U} をとれば、河川の幾何学的な規模のちがいが消去できて、 $R(\tau)$ および $E(f)$ に相似性が見出された。

流量測定に関する実用的な結論として、観測時間 T_* を $50 H/\bar{U}$ 程度にとると $C(T_*)/u^2$ が $0.1 \sim 0.2$ となることが示めされた。

2. 観 測

昭和 43 年と 44 年に、石狩川、千歳川 (2 地点)、および新川の 4 地点で流速の測定を行なった。観測地点の河川横断面図および観測点の位置を図-1 に、また観測の概況を表-1 に示した。石狩川橋本町の観測地点は水面幅 100 m 以上、水深約 3 m で大規模流路の例として、千歳川 A、B 両地点は川幅約 30 m、水深約 1 m で中規模流路の例として、新川は川幅約 10 m、水深約 0.5 m

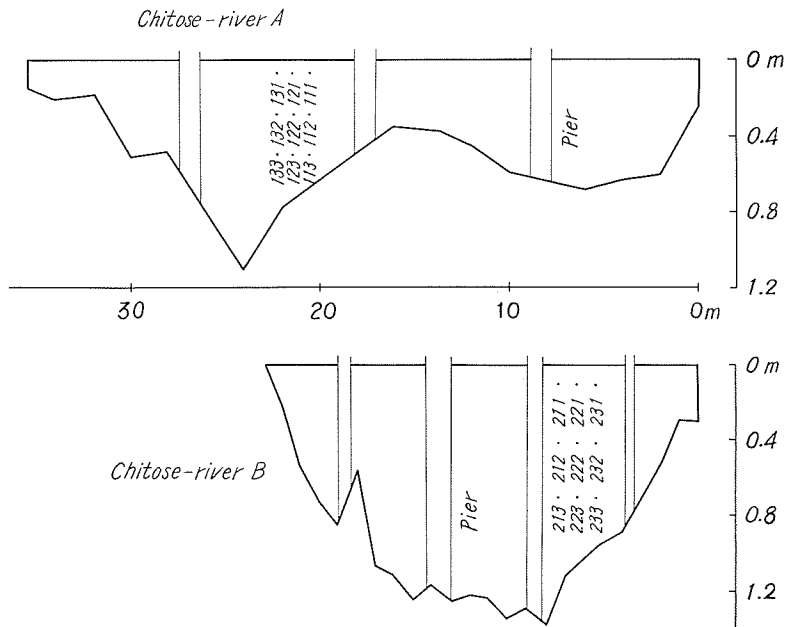


図-1 A

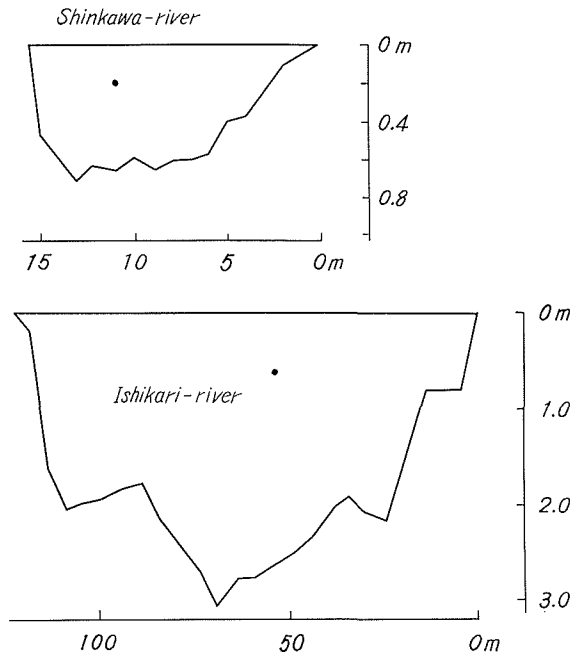


図-1 B

表-1

	流速計	記録	観測時間 (分)	データ読み 取り間隔 (秒)	流量 (m ³ /sec)	水面勾配	河床の 状態
千歳川 A	CM-2	EPR 2T型 ポリレコーダー	60	1.6667	16.479	1/342	砂利
千歳川 B			30		13.22	1/800	砂
新川			60	1.0	3.56	1/2500	泥
石狩川	プライス		10	10.0	64.11		

で小規模流路の例として選ばれた。

流速の測定には、千歳川、新川では CM-2 型 (東邦電探) 流速計を用い連続記録をとった。石狩川ではプライス流速計を用い流速の離散値を測定した。

3. 観測結果の解析

3.1 流速の試長変動曲線と乱れのマクロスケール

河川の流れの中の 1 点で観測される流速の時間的な変動を定常確率過程と考えると、観測時間 T_* とその間の平均流速 \bar{U} の分散 $C(T_*)$ との間には (1) 式が成立つ。

$$C(T_*) = \frac{2C(0)}{T_*^2} \int_0^{T_*} (T_* - \tau) R(\tau) d\tau \quad (1)$$

ここに

$C(0)$: $T_*=0$ のときの流速の分散、すなわち乱れの強度の 2 乗である

$R(\tau)$: 自己相関関数

$C(T_*)$ のグラフを試長変動曲線 (variance-length curve) と呼ぶ

(1) 式において $R(\tau)$ が 0 に収束する時間より T_* が大であれば

$$C(T_*) T_* \cong 2C(0) \int_0^\infty R(\tau) d\tau \quad (2)$$

(2) 式の右辺の積分 $\int_0^\infty R(\tau) d\tau$ はテイラーの Integral time scale と呼ばれ T_E であらわされる。渦の平均径 L_x と T_E の間には (3) 式の関係が仮定される (テイラーの仮定)。

$$L_x = \bar{U} T_E \quad (3)$$

ここに

L_x : 乱れのマクロケルール

\bar{U} : 平均流速

(3) 式を用いれば (2) 式から (4) 式が導かれる。

$$C(T_*)/C(0) \cong 2L_x/\bar{U} \cdot T_* \quad (4)$$

(4) 式によれば、少なくとも $T_* \gg T_E$ の範囲では、 L_x/\bar{U} を時間単位にとれば、 $C(T_*)$ 関数には他の幾何学的スケールが含くまれないことがわかる。これは河川の乱れを一般化する上に重要な関係である。

乱れのマクロスケール L_x は水深 H に規制され、また一つの観測断面内では測定点の相対深さ Z/H (ここに Z : 河床から計った測点の高さ) によっても変化すると考えられる。 L_x/H と Z/H の関係をしらべ図-2 に示した。図における千歳川の観測点を見ると L_x/H は Z/H が増すにつれて、すなわち水底から水面に近づくにしながら緩やかに増加する傾向がみられ、千歳川の観測例では L_x/H はほぼ 2.5~4.5 の範囲で変化している。石狩川および新川における L_x/H の値は千歳川より幾分小さく 2~3 である。

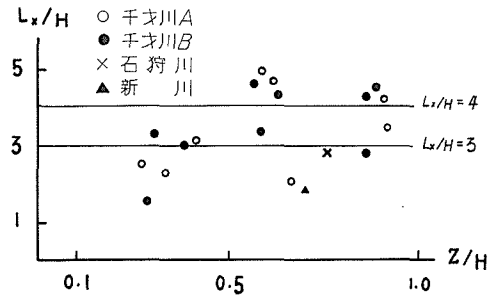


図-2 マクロスケール

L_x/H の値は観測点の相対深さ Z/H によっても、また河川によっても変化する。この事は L_x が水深の他に、川幅、河床の粗度、流れの Froude 数に依存することを示唆していると思われる。しかし L_x/H の値は、前述のように、比較的狭い範囲で変化し、しかもこの研究では L_x に代る簡単な水理量を見出し、河川の乱れを統一的に論ずることを目的としているから、第一段階としては H/\bar{U} を T_E に代る時間単位に採用してみる。

3.2 相関関数と乱れのパワースペクトラム

(1) 式に示したように平均流速の試長変動曲線は相関関数 $R(\tau)$ の関数形が与えられれば容易に計算することができる。

相関関数と乱れのパワースペクトラムの間には、周知のように、(5) 式および (6) 式の関係がある。

$$R(\tau) = \frac{1}{u^2} \int_0^\infty E(f) \cos 2\pi f\tau df \quad (5)$$

ここに

$E(f)$: 周波数 f と $f+df$ の間に含まれる乱れのエネルギー密度

u : 変動流速の r.m.s.

u^2 : 乱れのエネルギー

$$E(f) = 4u^2 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos 2\pi f\tau \, d\tau \quad (6)$$

(6) 式で $f \rightarrow 0$ の極限值を考えると

$$E(0) = 4u^2 \int_0^{\infty} R(\tau) \, d\tau = 4u^2 T_E \quad (7)$$

したがって $E(f)/u^2 T_E$ と $f T_E$ との関係がパワースペクトラムの無次元表示を与えることがわかる。

$E(f)$ の関数形をしらべるため、先ず、 $R(\tau)$ に指数関数を仮定してみる。これは乱流理論で最もよく用いられる近似である。前節で述べたように時間単位として H/\bar{U} を用い、相関関数を (8) 式のように置く

$$R(\tau) = e^{-\alpha \tau H/\bar{U}} \quad (8)$$

ここに

α : 無次元パラメーター

(8) 式によれば T_E は (9) 式であらわされる。

$$\int_0^{\infty} R(\tau) \, d\tau = \frac{H}{\bar{U}\alpha} = \frac{L_x}{\bar{U}} \left(\equiv T_E \right) \quad (9)$$

すなわちパラメーター α は (10) 式に示すように L_x/H の値をあらわしている

$$\frac{1}{\alpha} = L_x/H \quad (10)$$

(8) 式を (6) 式に代入すれば (11) 式が得られる。

$$\frac{E(f)}{4u^2} \frac{\bar{U}}{H} = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \left(2\pi f \frac{H}{\bar{U}} \right)^2} \quad (11)$$

(11) 式によれば $f \rightarrow 0$ の極限では無次元スペクトラム $E(f) \bar{U}/u^2 H$ の値は $4/\alpha$ を与えることがわかる。

図-3は千歳川、石狩川および新川で観測した流速の無次元パワースペクトラムである。(6) および (7) 式で示めされたように $E(f)/u^2 T_E$ と $f T_E$ との関係は、若し河川の乱れに相似性が存

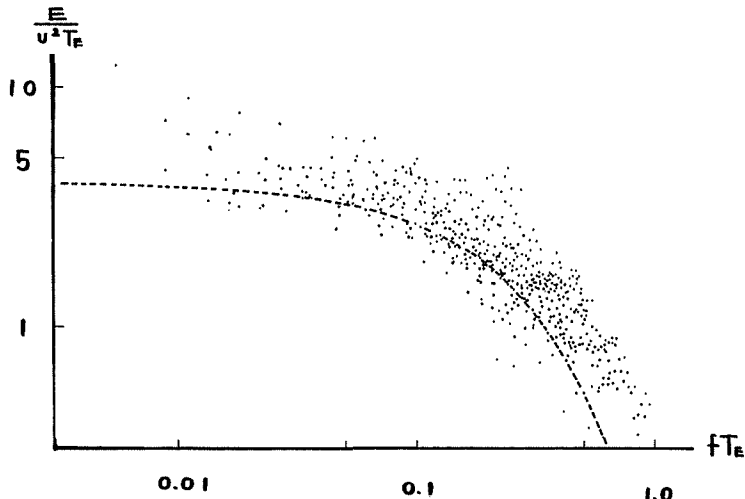


図-3 パワースペクトラ 千歳川、新川、石狩川

在するならば、河川毎の特性を含くまない普遍的なものとなるはずである。また (6) および (7) 式で明らかのように $f \rightarrow 0$ のときの $E(f)/u^2 T_E$ の値は 4 に収束する。図-3 によれば時間単位に T_E を用いれば、河川の乱れのパワースペクトラムは次式であらわされ、流速、水深、川幅など河川毎の特性に依存しないと結論できる。

$$\frac{E(f)}{u^2 T_E} = 4 \exp \left\{ -4 T_E \cdot f \right\} \quad (12)$$

図中の点線は (12) 式を示している。

次に図-4 は T_E の代りに H/\bar{U} を用いた結果である。図-2 に示したように L_x/H は一定値ではなく、河川によっても、また測点の相対深さにあっても変化する。そのため図-4 の測定値は図-3 の場合にくらべ散らばりが大きく、また河川毎のちがいを無視することはできない。

自己相関関数 $R(\tau)$ の関数形を定めるため、先ず (8) 式を想定し、したがってスペクトラムに (11) 式を適用してみる。図中の点線はそれぞれの計算曲線である。石狩川および新川の観測

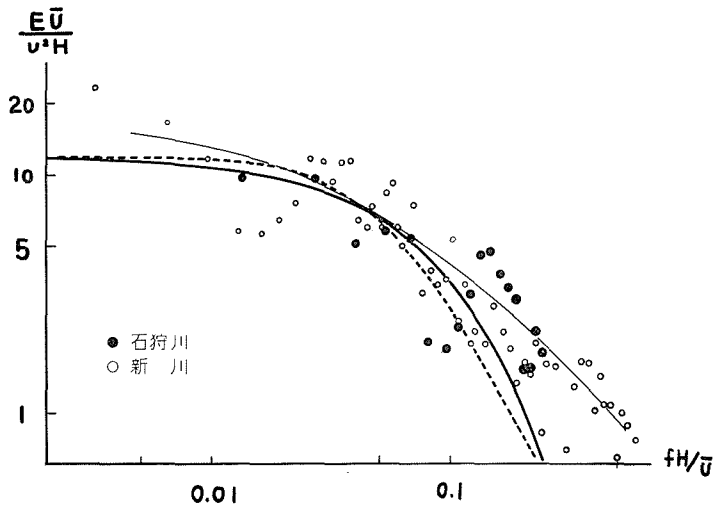


図-4 A パワースペクトラ

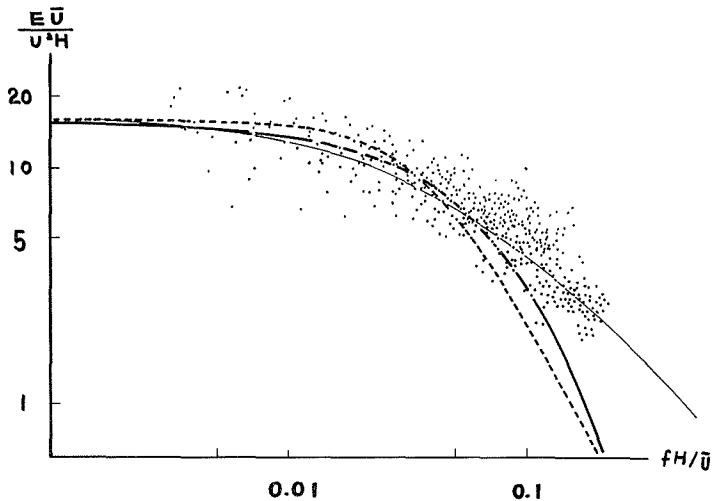


図-4 B パワースペクトラ 千歳川

値に対しては $1/\alpha (=L_w/H)=3$ 、千歳川の観測値に対しては $1/\alpha (=L_w/H)=4$ とした。図で明らかのように (11) 式はスペクトラムの低周波部分には適合するが、高周波部分では適合しない。計算曲線は実測値にくらべ急激なエネルギー低下を示す。

次に (12) 式を参照して、スペクトラムを指数関数であらわしてみた。図中の細い実線がそれぞれの観測値に対する実験曲線である。

スペクトラムを (13) 式で与える。

$$\frac{E(f)\bar{U}}{u^2H} = A \exp\left\{-\beta f \frac{H}{U}\right\} \quad (13)$$

ここに

A, f は実験曲線のパラメーター

パラメーター A と f との関係を求めるため (13) 式を (5) 式に代入すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \frac{H}{U} A \int_0^\infty \exp\left\{-\beta f \frac{H}{U}\right\} \cos 2\pi f \tau \, df \\ &= \frac{A\beta\left(\frac{H}{U}\right)^2}{\left(\beta \frac{H}{U}\right)^2 + (2\pi\tau)^2} \end{aligned}$$

$\tau=0$ のとき $R(0)=1$ でなければならないから $A=\beta$ でなければならない。さらにパラメーター β の物理的意味をしらべるため Integral time scale を計算すれば

$$T_E = \int_0^\infty R(\tau) \, d\tau = \int_0^\infty \frac{d\tau}{1 + \left(2\pi\tau/\beta \frac{H}{U}\right)^2} = \frac{\beta}{4} \frac{H}{U}$$

すなわち $\beta=4L_w/H$ であることがわかる。結局スペクトラムを (13) 式の指数曲線で近似すれば (14)、(15) 式となることがわかる。

$$\frac{E(f)\bar{U}}{u^2H} = \beta \exp\left\{-\beta f \frac{H}{U}\right\} \quad (14)$$

$$\beta = 4 \frac{L_w}{H} \left(\equiv 4T_E \frac{\bar{U}}{H} \right) \quad (15)$$

(15) 式の関係を考えて (14) 式は (16) 式の形にも書くことができる。

$$\frac{E(f)}{u^2 T_E} = 4 \exp\left\{-4 T_E f\right\} \quad (16)$$

(16) 式は前に求めた実験式 (12) と一致している。したがって、 L_w/H の Z/H による変化を無視し、一つの観測地点に一定値を与えることにすれば、スペクトラムは (11) 式ではなく (14) 式であらわすのが合理的であるといえる。

図-4 の太い実線はそれぞれ石狩川、新川および千歳川の観測値に対する計算曲線である。石狩川、新川の観測値に対しては $\beta=12$ 、千歳川の観測値に対しては $\beta=16$ を与えた。

(14) 式によるスペクトラム曲線は、(11) 式による近似曲線 (破線) より幾分適合性がよい。しかし、実測平均線と比較すると、高周波部分のエネルギー低下はかなり急激である。この原因は (15) 式において β を一定値に仮定した事によると考えられるが、今後さらに検討すべき点である。スペクトラムを (14) 式であらわせば (5) 式から計算される自己相関関数 $R(\tau)$ は (17) 式になる。

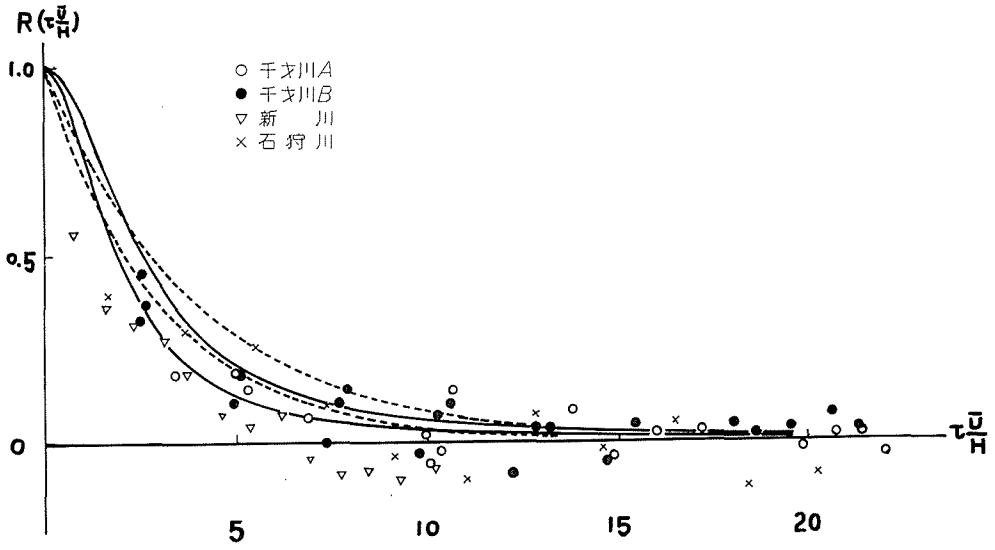


図-5 コレログラム

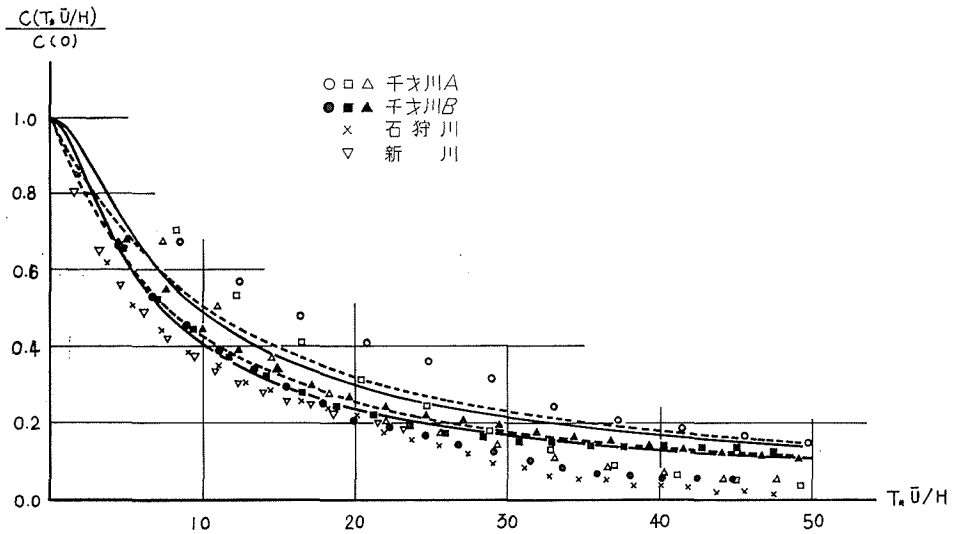


図-6 試長変動曲線

$$R(\tau) = \frac{1}{1 + (2\pi\bar{U}\tau/\beta H)^2} \quad (17)$$

図-5はコレログラムの実測値と近似式とを比較したもので、図中の点線は(8)式を実線は(17)式をあらわす。(8)式による場合は、前述のように石狩川、新川に対しては $\alpha=1/3$ 、また千歳川に対しては $\alpha=1/4$ とした。(17)式による場合は、石狩川、新川に対しては $\beta=12$ 、千歳川に対しては $\beta=16$ とした。図-5においても、(17)式が(8)式より適合性がよい事が認められる。

4. 試長変動曲線と流量測定の精度

コレログラムを(17)式で近似すれば、(1)式により流速の試長変動曲線は(19)式であらわされる。

$$\frac{C(T_*)}{C(0)} = 2 \frac{\tan^{-1} \omega}{\omega} - \frac{\log(\omega^2+1)}{\omega^2} \quad (19)$$

ただし

$$\omega = \frac{2\pi}{\beta} \frac{\bar{U}}{H} T_* \left(\equiv \frac{\pi}{2} \frac{T_*}{T_E} \right) \quad (20)$$

図-6 は $C(T_*)$ の実測値と近似式による計算結果を比較したもので、図中の実線は (19) 式をあらわしている。図にはまた、比較のために、(8) 式による $C(T_*)$ 曲線を点線で記入してある。 $R(\tau)$ に (8) 式を用いた場合の $C(T_*)$ は (21) 式になる。

$$\frac{C(T_*)}{C(0)} = \frac{2}{K^2} (K + e^{-K} - 1) \quad (21)$$

ただし

$$K = \alpha \frac{\bar{U}}{H} T_* \quad (22)$$

$C(T_*)$ 曲線は $R(\tau)$ の関数形にかかわらず、(2) 式あるいは (4) 式の性質をもち、 T_* が大きければ双曲線的に一定値に収束するから、図-6 では (19) 式と (20) 式の差は顕著ではない。(4) 式によれば、本文に用いた観測値では $L_x/H=3\sim 4$ の程度であるから、 $T_* \bar{U}/H=60\sim 80$ で、 $C(T_*)/C(0)=0.1$ となるはずであるが、図に示した実測値をほぼそれに一致している。

図-6 は流量観測の精度を論ずる場合の基礎となる重要な関係である。仮りに $T_* \bar{U}/H=50$ となる測定時間を考えると、図-6 の実測値では $C(T_*)/C(0)<0.2$ である。 $C(T_*)$ は平均流速の分散であるから、標準偏差はほぼ半減すると考えてよい。乱れの強度 $\sqrt{C(0)}/\bar{U} (\equiv u/\bar{U})$ は水理条件によって異なるが 10% 程度の値である。したがって、流量観測において、1 点の測定時間を $T_* \bar{U}/H=50$ にとれば、平均流量の測定程度はほぼ 5% 以内と期待できるのである。