



Title	二重拡散トランジスタの輸送効率の周波数特性：不純物濃度に対する移動度の変化を考慮して
Author(s)	小川, 吉彦
Citation	北海道大學工學部研究報告, 59, 45-53
Issue Date	1971-03-10
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/41033
Type	bulletin (article)
File Information	59_45-54.pdf



[Instructions for use](#)

二重拡散トランジスタの輸送効率の周波数特性

——不純物濃度に対する移動度の変化を考慮して——

小川 吉彦*

(昭和45年9月30日受理)

Frequency Response of the Transport Factor in Double-diffused Transistors

——In Consideration of Variable Mobility——

Yoshihiko OGAWA

(Received September 30, 1970)

Abstract

The excess minority-carrier distribution in the base region and the frequency response of the transport factor in double-diffused transistors are calculated in consideration to the fact that the mobility is dependent of the density of impurity in the base region. As a result, it is shown that the denominator of the transport factor can be expanded in a series of the frequency and the terms higher than the fourth order of the series can be approximately omitted. The phase characteristics shows an excess shift which is nearly forty-five degrees. If an effective mobility, which is constant, is used approximately instead the variable mobility, the amplitude characteristics in this case is almost consistent with the above result, but on the phase characteristics it makes a difference between both results.

1. ま え が き

トランジスタのベース領域における不純物分布によって発生する内部電界の効果を考慮した解析は、これまでにいくつか発表されている。

ドリフト型, すなわち不純物分布が指数関数型(一定内部電界)については, 例えば文献の(1)~(3)がある。このなかで, 移動度の不純物濃度依存性を考慮しているのは, 菅野等²⁾の論文である。この論文では, Prince⁵⁾の実験結果による移動度の近似を利用している。

二重拡散型のトランジスタでは, ベースおよびエミッタ内の不純物濃度分布は, 補誤差関数あるいはガウス関数で表わされる。Das等³⁾は, 補誤差関数を考え, 一定移動度で物理パラメータの計算をしている。Boothroyd等⁴⁾は, 一定移動度ではあるが, 減速および加速両電界領域を, 適当な近似を使って考察している。Prince型の移動度変化を, はじめて考慮に入れたのは, Thomas等⁶⁾であるが, これはガウス関数型分布を2つの指数関数で巧妙に近似し, 数値解析を行なったものである。厳密な数値解析は, Kennedy等^{7)~9)}によって行なわれたが, 最近Yang¹⁰⁾によって, ガウス関数型分布に対し, はじめて解析的解が得られた。しかし, この解析には, 2つの問題とすべき近似がある。それは, (1)減速電界の効果を無視, (2)一定実効移動度の採用, の2つである。このうち, (1)は, 不純物の分布状態によっては無視することもできようが, (2)につ

* 電子工学科 電子回路工学講座

いては、一考の余地がある。筆者は、移動度の変化を考慮して解析を行ない、特に輸送効率の周波数特性に重点を置いて解析したので報告する。

2. 方程式の導出

二重拡散トランジスタの不純物分布は、図1に示すような二重ガウス関数型分布をする。以後、一次元のN-P-Nトランジスタを考える。また、エミッタよりの少数キャリアの注入は、低水準注入とする。

ベース領域内で、内部電界の発生に寄与する実効不純物濃度 N_{AF} は

$$N_{AF}(x) = -N_D(x) + N_A(x) - N_{Db} \quad (1)$$

であり、移動度 μ_n に影響を与える不純物濃度 $N_{A\mu}$ は

$$N_{A\mu}(x) = N_D(x) + N_A(x) + N_{Db} \quad (2)$$

である。ここに

$$\left. \begin{aligned} N_D(x) &= N_{D0} \exp(-x^2/4L_D^2) \\ N_A(x) &= N_{A0} \exp(-x^2/4L_A^2) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

で、 L_D と L_A は、各々ドナーとアクセプタ不純物の拡散長である。(1)式と(2)式の差が特に重要となるのは、エミッタとベースの境界の狭い減速電界領域であり、この領域を適当に近似して考察した論文^{4),5)}もある。しかし、ここでは $L_D \ll L_A$ と仮定し、減速電界領域は非常に狭く無視できるとし、さらに N_{Db} も無視できる程度に小さいとする。すると

$$N_{AF}(x) = N_{A\mu}(x) = N_A(x) \quad (4)$$

となり、これは Yang¹⁰⁾ の仮定と同じになる。

ベース内の電流密度を J_n 、電子濃度を n とすると

$$\left. \begin{aligned} J_n(x,t) &= q\mu_n(x)n(x,t)E(x) + qD_n(x)\frac{\partial n(x,t)}{\partial x} \\ \frac{\partial J_n(x,t)}{\partial x} - \frac{q\{n(x,t) - n_0(x)\}}{\tau_n(x)} &= q\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} \\ D_n(x) &= V_T\mu_n(x), \quad V_T = kT/q \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 q は電子電荷、 $n_0(x)$ は熱平衡時電子濃度 (x の関数)、 $\mu_n(x)$ は電子移動度、 $D_n(x)$ は電子拡散定数、 $\tau_n(x)$ は電子寿命および $E(x)$ はベース内部電界である。

仮定により、注入キャリアにより生ずる電界は無視するから、(4)式を考慮すると

$$\left. \begin{aligned} n_0(x) &= \frac{n_i^2}{N_A(x)} \\ E(x) &= \frac{V_T}{N_A(x)} \cdot \frac{dN_A(x)}{dx} = -\frac{V_T x}{2L_A^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

内部電界は、座標に比例することに注意する。

Δn を過剰少数キャリアとすると

$$\Delta n(x,t) = n(x,t) - n_0(x) \quad (7)$$

である。また、 x の代りに

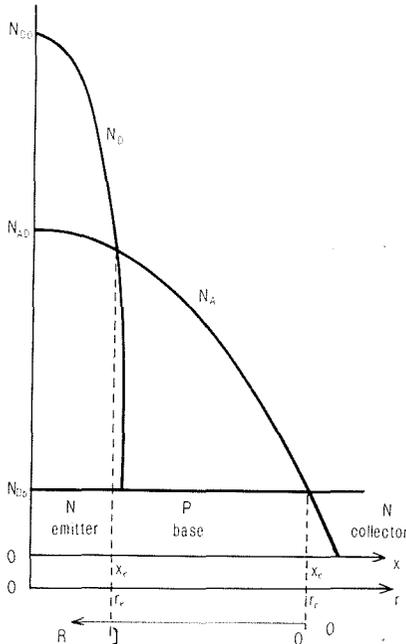


図1 二重拡散トランジスタの不純物分布状態

$$r \equiv x/\sqrt{2}L_A \quad (8)$$

なる規格化座標 r を使うと, (5)~(8) より

$$\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial r^2} - \left(r - \frac{1}{\mu_n} \frac{d\mu_n}{dr} \right) \frac{\partial \Delta n}{\partial r} - \left(1 + \frac{2L_A^2}{L_n^2} + \frac{r}{\mu_n} \frac{d\mu_n}{dr} \right) \Delta n = \frac{2L_A^2}{D_n} \frac{\partial \Delta n}{\partial t} \quad (9)$$

が得られる。ここに $L_n \equiv \sqrt{D_n \tau_n}$ は, 電子拡散長である。 L_n は r の関数であるが

$$2L_A^2/L_n^2 \ll 1 \quad (10)$$

が一般に充分良く成立するので, (9) 式中のこの項は無視して良い。このことは, ベース内の再結合効果は無視することであるので, 二重拡散トランジスタでは, かなりの良い近似で, 直流状態での輸送効率が 1 となる。

Appendix 1 を参照すると, 比較的良好な近似で (9) 式は

$$\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial r^2} - 0.6r \frac{\partial \Delta n}{\partial r} - (1 + 0.4r^2) \Delta n = \frac{2L_A^2}{\mu_s V_T} \left(1 + \sum_{i=1}^3 \kappa_i r^{2i} \right) \frac{\partial \Delta n}{\partial t} \quad (11)$$

となる。これを, Yang の結果

$$\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial r^2} - r \frac{\partial \Delta n}{\partial r} - \Delta n = \frac{2L_A^2}{D_n} \frac{\partial \Delta n}{\partial t} \quad (12)$$

と比較すると, 移動度の変化を初めから無視するわけにはいかないようである (注: ただし Yang は実効移動度を考慮している)。

なお, 次節以降では, 数値例については

$$N_{A0} = 10^{19} \text{ cm}^{-3}, \quad r_i^2 = 2.8, \quad r_c^2 = 18.2 \quad (13)$$

を使うことにする。

3. 直 流 解

Δn を r のべき級数に展開しよう。

$$\Delta n(r) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i r^i \quad (14)$$

(14) 式を, (11) 式の右辺を零とした式に代入し, r の各べき項の係数を零とおくと, 次の回帰形式を係数 a_i についてうる

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= a_0/2 \\ a_3 &= 0.8a_1/3 \\ (m+1)(m+2)a_{m+2} &= (1+0.6m)a_m + 0.4a_{m-2}, \quad m > 2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

これより

$$\left. \begin{aligned} a_{2l} &= \frac{a_0}{2^l \cdot l!} \\ a_{2l+1} &= \frac{2^l \cdot l! \cdot a_1}{(2l+1)!} \cdot \left[1 + \sum_{k=1}^l \frac{(2k-1)! \cdot (-0.2)^k}{2^{(k-1)} \cdot (k-1)! \cdot k!} \right] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

上式中, 大括弧内の第 2 項目が, 移動度の変化によって生ずるものである。

(14), (16) 式より

$$\Delta n(r) = a_0 \exp(r^2/2) + a_1 \left[1 + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2^l \cdot l!}{(2l+1)!} \cdot 1 + \sum_{k=1}^l \frac{(2k-1)! \cdot (-0.2)^k}{2^{(k-1)} \cdot (k-1)! \cdot k!} \right] \quad (17)$$

ここに, a_0, a_1 は, ベース両端の境界条件より求まる。

ベース内の電流密度 J_n は, (5), (17) 式より

$$J_n = \frac{qD_n(r)}{\sqrt{2}L_A} \left(\frac{d\Delta n}{dr} - r\Delta n \right) = \frac{q\mu_n(r)V_T}{\sqrt{2}L_A} a_1 \left[1 + \sum_{l=0}^{\infty} \frac{r^{2l+2} \cdot (-0.2)^{l+1}}{(l+1)!} \right] \quad (18)$$

となり、前述のごとく、ベース内再結合を無視したから、これは一定となる。実際、(A 6) 式の μ_n を使うと (注: (A 8) 式を使うと誤りとなる)、 $dJ_n/dr = 0$ が容易に得られる。

4. 輸送効率の周波数特性

交流解を得るために、 $\Delta n(r, t)$ を

$$\Delta n(r, t) = \Delta n(r) + n_1(r, t) \quad (19)$$

とする。ここに、 $\Delta n(r)$ は(14)式と同一であり、 $n_1(r, t)$ は交流量である。次の座標変換をする (図1参照)

$$R = \frac{r - r_c}{r_e - r_c} \quad (20)$$

すると、 n_1 についての境界条件は

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= 0 & \text{at } R &= 0 \quad (r = r_c) \\ n_1 &= n_{1e} & \text{at } R &= 1 \quad (r = r_e) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

となる。ここに n_{1e} はエミッタ注入量。(19), (20) 式を使い、さらに $\partial/\partial t \equiv j\omega$ として、(11) 式を変形すると

$$\frac{d^2 n_1}{dR^2} + 0.6r_0^2 \left(\frac{r_c}{r_0} - R \right) \frac{dn_1}{dR} - r_0^2 \left[1 + 0.4r_0^2 \left(\frac{r_e}{r_0} - R \right)^2 + s \left\{ 1 + \sum_{i=1}^3 \kappa_i r_0^{2i} \left(\frac{r_c}{r_0} - R \right)^{2i} \right\} \right] n_1 = 0 \quad (22)$$

ここに

$$r_0 \equiv r_e - r_c, \quad s \equiv j\omega\tau, \quad \tau \equiv 2L_A^2 / \mu_s V_T \quad (23)$$

である。(21) 式を考慮すると、 n_1 は R に対し、

$$n_1 = \sum_{i=1}^{\infty} A_i R^i \quad (24)$$

と展開できることがわかる。これより、交流電流密度 $j_n(R)$ は、次のようになる。

$$\begin{aligned} j_n(R) &= \frac{-qV_T \mu_n(R)}{\sqrt{2} L_A r_0} \left[\frac{dn_1}{dR} + r_0^2 \left(\frac{r_c}{r_0} - R \right) n_1 \right] \\ &= \frac{-qV_T \mu_n(R)}{\sqrt{2} L_A r_0} \sum_{i=1}^{\infty} \left[i + r_0^2 \left(\frac{r_c}{r_0} - R \right) R \right] A_i R^{i-1} \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、 μ_n は (A 7) 式を使うのが正しく

$$\mu_n(R) = \mu_s \exp \left[0.2r_0^2 \left(\frac{r_c}{r_0} - R \right)^2 \right] \quad (26)$$

である。(21), (25) と (26) 式より、 j_c をコレクタ流出電流密度、 j_e をエミッタ注入電流密度とすると

$$\left. \begin{aligned} j_e &= j_n(0) = \frac{-qV_T \mu_n(0)}{\sqrt{2} L_A r_0} \cdot A_1 \\ j_e &= j_n(1) = \frac{-qV_T \mu_n(1)}{\sqrt{2} L_A r_0} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (i + r_e r_0) A_i \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

となる。これより、輸送効率 $\beta(s)$ は

$$\beta(s) = \frac{j_c}{j_e} = \frac{\{\mu_n(0)/\mu_n(1)\} A_1}{\sum_{i=1}^{\infty} (i + r_e r_c) A_i} \quad (28)$$

A_i を求めよう。 A_i は s のべき級数に展開できて (Appendix 2参照)

$$A_i = \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor} A_{ij} s^j \quad (29)$$

ここに [] はガウスの記号である。 A_{ij} は、次の回帰形式より求まる (Appendix 2 参照)。

$$\begin{aligned}
i(i-1)A_{ij} &= -(i-1)b_0\delta\left[\left[\frac{i-2}{2}\right]-j\right]A_{(i-1)j} \\
&\quad -(i-2)b_1\delta\left[\left[\frac{i-3}{2}\right]-j\right]A_{(i-2)j} \\
&\quad + \sum_{l=0}^2 c_l \delta(i-3-l)\delta\left[\left[\frac{i-3-l}{2}\right]-j\right]A_{(i-2-l)j} \\
&\quad + \sum_{l=0}^6 d_l \delta(i-3-l)\delta\left[\left[\frac{i-3-l}{2}\right]-j+1\right]\delta(j-1)A_{(i-2-l)(j-1)}
\end{aligned} \tag{30}$$

$s \rightarrow 0$ では、前節の結果と一致し $\beta(s \rightarrow 0) \rightarrow 1$ となる。これより

$$\frac{\mu_n(0)}{\mu_n(1)} \cdot A_{10} = \sum_{i=1}^{\infty} (i + r_e r_0) A_{i0} \tag{31}$$

となり、(28)式は

$$\beta(s) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{\infty} \nu_j s^j} \tag{32}$$

となる。ここに ν_j は

$$\nu_j = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \delta\left[\left[\frac{i-1}{2}\right]-j\right] (i + r_e r_0) A_{i0}}{\{\mu_n(0)/\mu_n(1)\} A_{10}} \tag{33}$$

(13)式の数値例を使用すると、 $j = 8$ までで

$$\left. \begin{aligned}
\nu_1 &= 1.508 \times 10^{-1}, & \nu_5 &= 4.248 \times 10^{-3} \\
\nu_2 &= 7.951 \times 10^{-3}, & \nu_6 &= 1.100 \times 10^{-9} \\
\nu_3 &= 2.156 \times 10^{-4}, & \nu_7 &= 3.296 \times 10^{-11} \\
\nu_4 &= 3.568 \times 10^{-6}, & \nu_8 &= -7.237 \times 10^{-12}
\end{aligned} \right\} \tag{34}$$

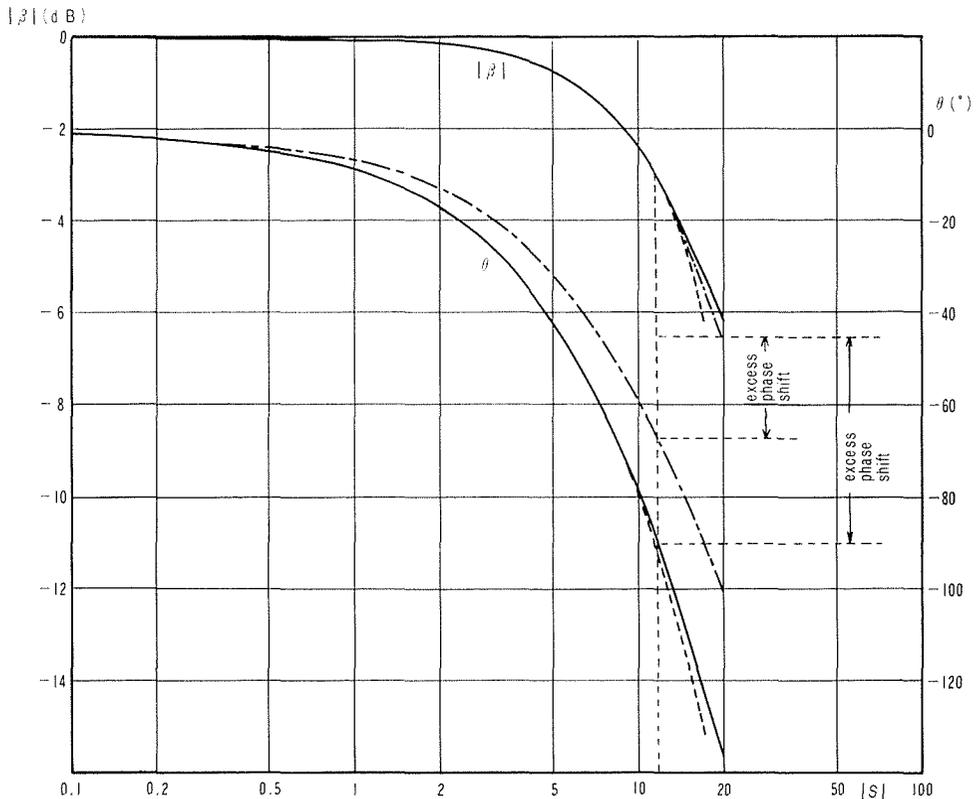


図 2 輸送効率の振巾特性 $|\beta|$ と位相特性 θ

しゃ断周波数迄では、 $j = 3$ 迄で充分で

$$\left. \begin{aligned} \beta(s) &= \frac{1}{a(|s|) + j|s|b(|s|)} \\ a(|s|) &= 1 - 7.951 \times 10^{-3} \times |s|^2 \\ b(|s|) &= 1.508 \times 10^{-1} - 2.156 \times 10^{-4} \times |s|^2 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

となる。図2にて、実線は正しい $|\beta|$ と $\arg(\beta)$ を示し、点線は(35)式の近似である。これより規格化しゃ断周波数 $|s|_{\text{cut-off}}$ と、過剰位相推移量 $\Delta\theta$ は

$$\left. \begin{aligned} |s|_{\text{cut-off}} &= 11.5 \\ \Delta\theta &= 44.6^\circ \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

となる。しゃ断周波数のところで、位相推移量が、ほぼ 90° となることは、負帰還増巾器などで問題となろう。

移動度一定での計算もしておく。上述と同様な方法により、 A_{tj} につき

$$\begin{aligned} iA_{tj} &= -b\delta\left[\left[\frac{t-1}{2}\right] - j\right)A_{(t-1)j} + c\delta\left[\left[\frac{t-2}{2}\right] - j\right)A_{(t-2)j} \\ &\quad + \frac{c}{i-2}\delta\left[\left[\frac{t}{2}\right] - j\right)A_{(t-2)(j-1)} \end{aligned} \quad (37)$$

なる回帰形式をうる。ここに

$$b = r_c r_0, \quad c = r_0^2 \quad (38)$$

実効移動度として、次式の点での値を採ろう。

$$\bar{r}^2 = (r_c^2 + r_0^2)/2 = 10.5 \quad (39)$$

すると、(32)式の ν_j は、 $j = 8$ までで

$$\left. \begin{aligned} \nu_1 &= 1.135 \times 10^{-1}, & \nu_5 &= -3.412 \times 10^{-8} \\ \nu_2 &= 3.105 \times 10^{-3}, & \nu_6 &= -4.548 \times 10^{-10} \\ \nu_3 &= 1.398 \times 10^{-6}, & \nu_7 &= -4.208 \times 10^{-12} \\ \nu_4 &= -1.424 \times 10^{-6}, & \nu_8 &= -2.945 \times 10^{-14} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

このときの $\beta(s)$ を、図2に鎖線で示す。図より、 $|s|_{\text{cut-off}}$ は(36)式と殆ど一致するが、 $\Delta\theta$ は

$$\Delta\theta = 22^\circ \quad (41)$$

で差が大きい。なお、しゃ断周波数迄では

$$\left. \begin{aligned} \beta(s) &= \frac{1}{a(|s|) + j|s|b} \\ a(|s|) &= 1 - 3.105 \times 10^{-3} \times |s|^2 \\ b &= 1.135 \times 10^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

で充分近似できる。

5. 結 論

移動度の変化を考慮して、二重拡散トランジスタの、直流状態での過剰少数キャリア密度分布と電流密度、および輸送効率 $\beta(s)$ の周波数特性を求めた。その結果、 $\beta(s)$ はしゃ断周波数迄では、周波数の3次のベキ頂迄で十分に近似されることがわかった。これは、もちろん、単純なCRの組合せの等価回路では表わせないものである。特に、過剰位相推移量がほぼ 45° にもおよぶことは、負帰還増巾回路の安定性などにも問題を生ずる。

(39)式に示されるような、ベース両端の座標の自乗平均値の点での移動度を、一定実効値として採用をすると、 $\beta(s)$ の振巾特性は、移動度変化のばあいの特性と充分良く一致する。しかし過剰位相推移量については、かなりの誤差を生ずるので、一定実効移動度での計算は、位相変化が

問題となるような回路に適用するのは良くないことになる。

不純物による内部発生加速電界により、少数キャリアは確かに加速され、ベース走行時間は短縮される。そのため、均一ベース型トランジスタのように、単純な CR 回路の組合せで等価的に表示される素子と比べて、 $\beta(s)$ の振巾特性は確かに充分改善されている。しかし、内部加速電界は、(6)式で示されるように、エミッタ寄りのベース領域では弱い。これに反し、その領域では、大きな不純物濃度のために、移動度が著るしく減少している。他方、コレクタ寄りのベース領域では、強い加速電界と大きな移動度が相乗して、少数キャリアの運動は著るしく速い。これらの理由により、エミッタ注入口近傍では、少数キャリアの沈滞利果が強調され、そのために大きな、しかし複雑な容量性が現われて、大きな過剰位相推移を生ずるものと思われる。

文 献

- 1) H. Kroemer, "Transistor I", RCA Labs., p. 208, 1956.
- 2) T. Sugano and F. Koshiga, Proc. IRE, Vol. 49, p. 1218, July, 1961.
- 3) M. B. Das and A. R. Boothroyd, IRE Trans. Electron Devices, Vol. 8, p. 15, Jan., 1961.
- 4) A. R. Boothroyd and F. T. Trofimenkoff, IEEE Trans. Electron Devices, Vol. 10, p. 140, May, 1963.
- 5) M. B. Prince, Phys. Rev., Vol. 92, No. 6, March, 1954.
- 6) R. E. Thomas and A. R. Boothroyd, Solid-state Elec., Vol. 11, p. 365, 1968.
- 7) D. P. Kennedy and P. C. Murley, J. A. P., Vol. 33, p. 120, 1962.
- 8) D. P. Kennedy and P. C. Murley, IRE Trans. Electron Devices, ED-9, p. 136, 1962.
- 9) D. P. Kennedy and R. R. O'Brien, J. Electron Control, 11, 303, 1961.
- 10) E. S. Yang, Solid-state Elec., Vol. 12, p. 399, 1969.
- 11) E. Conwell and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. Vol. 77, p. 388, 1950.

Appendix 1

μ_{In} を格子熱散乱による移動度、 μ_{In} を不純物散乱による移動度とすると

$$1/\mu_n = 1/\mu_{In} + 1/\mu_{In} \quad (A 1)$$

μ_{In} として、Conwell 等¹¹⁾による理論式を使うと

$$\left. \begin{aligned} \mu_{In} &= \frac{\mu_0}{n_A \ln(1 + n_A^{-2/3})} \\ n_A &\equiv \lambda N_A, \quad \lambda \equiv (3\epsilon kT/q)^{-3} \\ \mu_0 &\equiv \frac{8}{\pi} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\epsilon^2 (kT)^{3/2}}{q^3 m_n^{*1/2}} \cdot \lambda \end{aligned} \right\} (A 2)$$

である。室温ではシリコンについて

$$\left. \begin{aligned} \mu_{In} &= 1350 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec} \quad (\text{実験値}) \\ \lambda &= 7.924 \times 10^{-18} \text{ cm}^3 \\ \mu_0 &= 112 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec} \end{aligned} \right\} (A 3)$$

(3), (8) および (A 1) 式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\mu_n} \frac{d\mu_n}{dr} &= -rf(r^2) \\ f(r^2) &= \frac{(2/3)n_A/(1+n_A^{2/3}) - n_A \ln(1+n_A^{-2/3})}{\mu_0/\mu_{In} + n_A \ln(1+n_A^{-2/3})} \end{aligned} \right\} (A 4)$$

$f(r^2)$ を、 N_A の $10^{15} \sim 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ の範囲で図示すると、図 A 1 となる。同図で鎖線は

$$f(r^2) = -0.4 \quad (A 5)$$

なる近似であり、本文では (A 5) 式を使ってある。すると μ_n は、(A 4) 式より

$$\left. \begin{aligned} \mu_n &= \mu_s \exp(0.2r^2) \\ \mu_s &= 25 \times (10^{-19} N_A)^{-0.4} \end{aligned} \right\} (A 6)$$

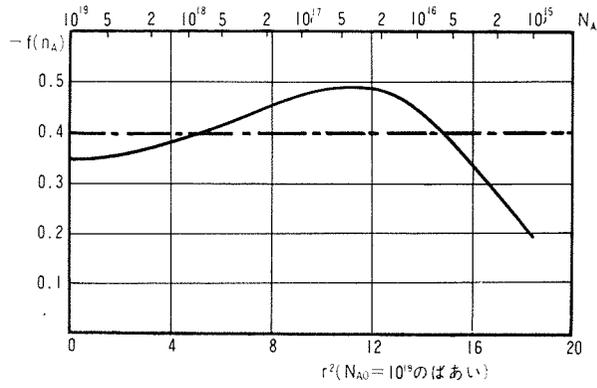


図 A1 r と $f(n_A)$ の関係

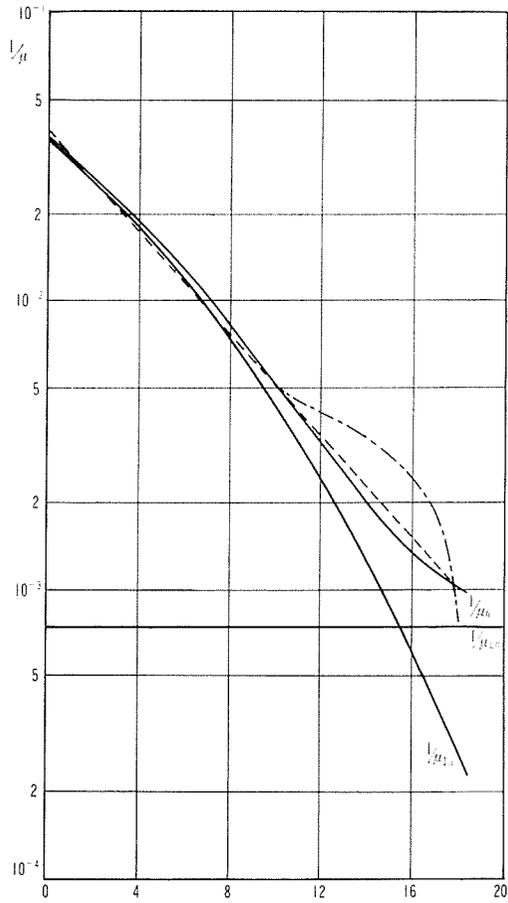


図 A2 r と \ln の関係

(A 6) 式の値は、Prince⁵⁾ の結果とは少し異っている。図 A 2 に、(A 1) 式の μ_n (実線)、(A 6) 式の近似 (点線) とさらに次式による近似 (鋒線) を示す

$$\left. \begin{aligned} 1/\mu_n &= (1/\mu_s)(1 + \sum_{l=1}^3 \kappa_l r^{2l}) \\ \kappa_1 &= -1.886 \times 10^{-1}, \quad \kappa_2 = 1.350 \times 10^{-2}, \quad \kappa_3 = 3.360 \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A } 7)$$

(A 7) 式の近似は、コレクタ寄りの不純物濃度の小さいところで多少誤差があるが、この近傍は輸送効率の周波数特性への影響は僅かであるので、近似としては妥当である。

Appendix 2

(24) 式を (22) 式に代入し

$$\begin{aligned} i(i-1)A_i &= -(i-1)b_0A_{i-1} - (i-2)b_1A_{i-2} \\ &+ \sum_{l=0}^2 \delta(i-3-l)c_lA_{i-2-l} + \sum_{l=0}^6 \delta(i-3-l)d_lA_{i-2-l} \cdot s \end{aligned} \quad (\text{A } 8)$$

ここに

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{A } 9)$$

であり、また

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= 0.6r_c r_0 \\ b_1 &= -0.6r_0^2 \\ c_0 &= r_0^2(1 + 0.4r_c^2) \\ c_1 &= -0.8r_c r_0^3 \\ c_2 &= 0.4r_0^4 \\ d_0 &= r_0^2(1 + \kappa_1 r_c^2 + \kappa_2 r_c^4 + \kappa_3 r_c^6) \\ d_1 &= -r_c r_0^3(2\kappa_1 + 4\kappa_2 r_c^2 + 6\kappa_3 r_c^4) \\ d_2 &= r_0^4(\kappa_1 + 6\kappa_2 r_c^2 + 15\kappa_3 r_c^4) \\ d_3 &= -r_c r_0^5(4\kappa_2 + 20\kappa_3 r_c^2) \\ d_4 &= r_0^6(\kappa_2 + 15\kappa_3 r_c^2) \\ d_5 &= -6\kappa_3 r_c r_0^7 \\ d_6 &= \kappa_3 r_0^8 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A } 10)$$

(A 8) 式より、 A_i は s のべき級数となることがわかる。