



Title	増幅，吸収二媒質光導波系の解析（第1報）
Author(s)	田中, 捷樹; 鈴木, 道雄
Citation	北海道大學工學部研究報告, 62, 47-56
Issue Date	1971-09-30
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/41060">http://hdl.handle.net/2115/41060</a>
Type	bulletin (article)
File Information	62_47-56.pdf



[Instructions for use](#)

# 増幅，吸収二媒質光導波系の解析（第1報）

田中捷樹\* 鈴木道雄\*

(昭和46年4月30日受理)

## Analysis on An Active Optical Waveguide (I)

Toshiki TANAKA Michio SUZUKI

Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering,  
Hokkaido University, Sapporo, 060, Japan

(Received April 30, 1971)

### Abstract

For the study on interactions between laser light and matters and optical PCM communication, it becomes important to generate ultra short optical pulses with high energy density. To obtain such pulses, the use of an active optical surface waveguide has been proposed. This optical guide is constructed by active and absorptive media, and in these two media systems, the saturation of the absorption occurs at a smaller energy of the optical field than that of the amplification. In this manner, a part with the smaller energy of a light pulse is attenuated and only the main part of the pulse is amplified, thus an ultra short pulse with a high energy density can be obtained.

We have been studying on this system and in this paper, our first report, we have considered an active surface waveguide formed by a sheet of active medium surrounded by absorptive media. We have analyzed it theoretically from a view point of the network formulation of the electromagnetic field and have obtained the propagation constant of the system.

### 1. ま え が き

時間幅  $10^{-10}$  sec 以下，エネルギー密度  $10^{10}$  w/cm<sup>2</sup> 以上の短い，高エネルギー密度の光パルスを得ることは，物質と光との相互作用を調べるためばかりでなく，超多重光 PCM 通信等にも特に重要となって来た。このような光パルスを得る一方法として，増幅および吸収イオンをドーブした二種のガラス・ファイバより構成される二媒質光導波系を用いることが提案されている<sup>1)</sup>。最近では，レーザ発振器から直接，非常に時間幅の短い光パルス列を得ることも行なわれつつあるが，エネルギー密度，安定性および構成の簡単さ等の点において前者の方が優れている。ここで考える光導波系は，光伝送に用いられる従来のクラッド形ファイバのシェルに吸収イオンを，コアに増幅イオンをドーブしたもので，これらのイオンの混入比を適当にして，吸収の飽和が増幅の飽和より先に起こるようにし，光パルスのエネルギー密度がある臨界値より小さい領域では，減衰させ，それより大きい領域では増幅して，より時間幅が短く，かつエネルギー密度の大きな光パルスを得るものである。このような伝送系は外部からポンピングで与えられる静的エネルギーを通過するパルスの動的エネルギーに変換する能動素子が空間的に分布している能動線路であって，増幅

\* 電子工学科 電波応用工学講座

の飽和をも考慮に入れるとパルスのエネルギー密度は伝送距離に対して図1のように変化することになり、臨界値以下のエネルギー密度しか持たないパルスは消滅し、臨界値以上の値を持つパルスは増幅されてある漸近値へ近づく。この漸近値を越えるエネルギー密度のパルスは逆に減衰を受け、やはり漸近値へ近づき、従ってある距離以上の点で観測されるパルスのエネルギー密度は一定である。この一種の波形整形作用は動物の神経繊維の特性と良く類似しており、その分野では各種のシミュレーションや理論的解析がなされている<sup>2,3)</sup>。しかし、光導波系としての解析は、エネルギーを主体とした取り扱いによるものが二、三あるだけで<sup>4,5)</sup>、パルス波形の変化等についての理論的解析はあまりみあたらない。時間領域で、パルス波形がイオン系との相互作用により、どう変わるかは、まず系を単一周波数で取り扱い、得られた結果を入力パルスのフーリエ成分にそれぞれ適用して、これをフーリエ逆変換することにより求められる。筆者等は、この問題について電磁界の回路網表示の立場から解析を行なっているが、本報告はその第一報として、系の伝搬定数を求め、その増幅および減衰特性等を検討したものである。

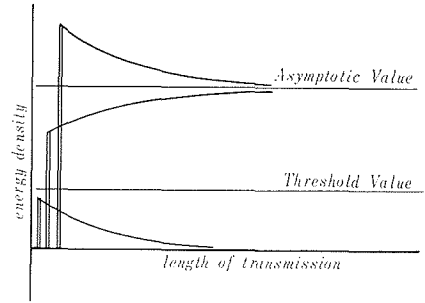


図1 エネルギー密度の変化

図1 エネルギー密度の変化

## 2. 解析のモデルおよび複素誘電率

二媒質系の構成には、図2のようなものが考えられるが、シェルの屈折率をコアのそれよりわずかに低くしておけば、光波は表面波として伝搬して行き、両者の系の動作は本質的に同じであ

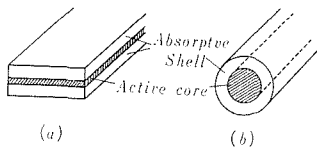


図2 二媒質系の構成

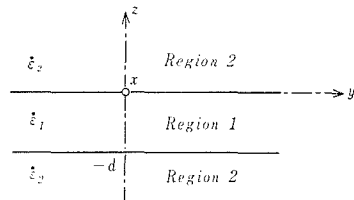


図3 解析のモデル

る。ここでは (a) で示される形のものと考え、簡単のため、図3のように、厚さ  $d$  の増幅媒質の  $x$  方向に一様な平板が  $z$  および  $-z$  方向に半無限の吸収媒質ではさまれた系について解析する。(以後、増幅媒質中を領域1、吸収媒質中を領域2として各量に1, 2の添字をつけて区別する。)

各領域における複素誘電率  $\hat{\epsilon}_1, \hat{\epsilon}_2$  は

$$\hat{\epsilon}_1 = \epsilon_0(\epsilon'_{1s} - j\epsilon''_{1s}) = \epsilon'_1 + j\epsilon''_1 \quad \hat{\epsilon}_2 = \epsilon_0(\epsilon'_{2s} - j\epsilon''_{2s}) = \epsilon'_2 - j\epsilon''_2 \quad (1)$$

と書かれる。系が表面波線路となるためには  $\epsilon'_1 > \epsilon'_2$  でなければならず、

$$\epsilon'_{1s} = \epsilon_{0s} + \Delta\epsilon_s \quad \epsilon'_{2s} = \epsilon_{0s} - \Delta\epsilon_s \quad (2)$$

とすれば、各領域における複素誘電率の実数部の分布は図4のようになる。

増幅および吸収媒質は理想的なエネルギー二準位構造を持つものとし、増幅イオンはエネルギー  $E_{1L}, E_{1H}$ 、吸収イオンは  $E_{2L}, E_{2H}$  のそれぞれ二つの状態を取り得るものとする。エネルギー差  $E_{1H} - E_{1L}$  は相互作用する光の量子エネルギー  $h\nu_0$  ( $h$  はプランクの定数、 $\nu_0$  は光の周波数) に等しいとしておく。図5に示されるように、

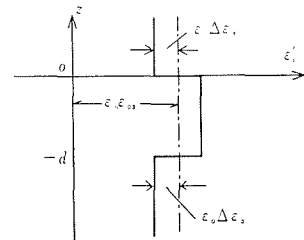


図4  $\epsilon'_i$  の分布

エネルギーの低い状態  $E_{1L}$  および高い状態  $E_{1U}$  にある単位体積あたりのイオン数をそれぞれ  $n_{1L}$ ,  $n_{1U}$  とし

$$N_1 = n_{1U} - n_{1L} \quad (\text{増幅媒質}) \quad N_2 = n_{2L} - n_{2U} \quad (\text{吸収媒質}) \quad (3)$$

とすれば、増幅あるいは吸収イオンレベルにあるイオンのポピュレーション密度  $N_i$  の時間的変化は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_i(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= -\frac{\varepsilon'_i \sigma_i}{h' k_0} \mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}_i^*(\mathbf{r}, t) N_i(\mathbf{r}, t) \quad (i=1,2) \\ k_0 &= \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad h' = \frac{h}{2\pi} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

と与えられる。ただし、 $\sigma_i$  はそれぞれの媒質の注目するイオンレベルへの遷移断面積  $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t)$  は光波フィールドの強さであり、\* は複素共役をあらわす。また式 (4) においては通過する光パルスは十分短いとして、パルスの通過中に生ずるエネルギーの自然放出過程の割り合いは省略してある。

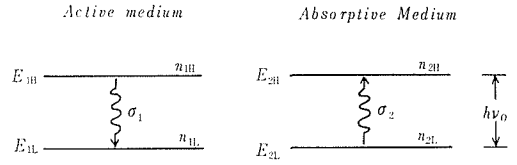


図5 媒質のエネルギー状態のモデル

系の減衰および増幅特性を決定する媒質の複素誘電率の虚数部は  $N_i(\mathbf{r}, t)$  を用いて次のように与えられる。

$$\varepsilon''_{1s} = \frac{1}{k_0} (\gamma - \sigma_1 N_1), \quad \varepsilon''_{2s} = \frac{1}{k_0} (\gamma + \sigma_2 N_2) \quad (5)$$

ここで  $\gamma$  はイオン効果を考えない媒質そのものの損失である。式 (4) を  $t=0$  で  $N_i = N_{0i}$  の初期条件のもとに解いた解を式 (3) に代入すれば

$$\begin{aligned} \varepsilon''_{1s} &= -\frac{\sigma_1}{k_0} N_{01} \exp\left(-\frac{\varepsilon'_1 \sigma_1}{h' k_0} \int_0^t |\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2 dt\right) + \frac{\gamma}{k_0} \\ \varepsilon''_{2s} &= \frac{\sigma_2}{k_0} N_{02} \exp\left(-\frac{\varepsilon'_2 \sigma_2}{h' k_0} \int_0^t |\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2 dt\right) + \frac{\gamma}{k_0} \end{aligned} \quad (6)$$

を得る。式 (6) から明らかのように  $\varepsilon''_{is}$  は  $y, z$  および  $t$  の関数であってフィールドの強さによって一種の飽和現象を起こす。

### 3. 伝送方程式

以下、パルスのフーリエ・スペクトルの  $\omega$  成分に注目し解析を進める。光波は表面波として  $y$  方向に伝搬して行くが、その伝搬定数等を求めるには、これに垂直な方向（この場合、 $x$  方向には一様であるから、 $z$  方向）を線路とみなして伝送方程式をたて、境界面における境界条件を導入する横共振法が有効である。 $y$  方向への波の複素伝搬定数を

$$\hat{\beta} = \beta + j\alpha \quad (7)$$

とすれば、各領域における  $z$  方向を伝送線路とみたときの伝送方程式は

$$-\frac{\partial}{\partial z} V_i(y, z) = j\hat{\alpha}_i I_i(y, z), \quad -\frac{\partial}{\partial z} I_i(y, z) = j\hat{\alpha}_i V_i(y, z) \quad (i=1,2) \quad (8)$$

で与えられる。ただし

$$\hat{\alpha}_i = \frac{k_i^2 - \beta^2}{\omega \varepsilon_i}, \quad \hat{\alpha}_i = \omega \hat{\varepsilon}_i, \quad k_i^2 = \omega^2 \varepsilon_i \mu_0 \quad (9)$$

である。式 (9) に (7) を代入し  $\beta \gg \alpha$ ,  $\varepsilon'_i \gg \varepsilon''_i$  の近似を用いると

$$\dot{a}_i \simeq \frac{\omega^2 \varepsilon'_i \mu_0 - \beta^2}{\omega \varepsilon'_i} - j \frac{\varepsilon'_i \beta^2 + 2\alpha\beta}{\omega \varepsilon'_i} = X_i + jR_i, \quad \dot{c}_i = \omega \varepsilon'_i - j\omega \varepsilon'_i = B_i + jG_i \quad (10)$$

となる。これを式 (8) に代入し  $R_i$  および  $G_i$  が  $z$  の関数であることに留意し、かつ  $\left| \frac{\partial R_i}{\partial z} I_i \right| \ll \left| R_i \frac{\partial I_i}{\partial z} \right|$  を用いて  $I_i$  を消去すると  $V_i$  を決定する微分方程式として

$$\frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2} + \kappa_i^2 V_i = -F_i(z) V_i \quad (11)$$

を得る。ただし

$$\kappa_i^2 = X_i B_i - R_i G_i \simeq \omega^2 \varepsilon'_i \mu_0 - \beta^2 \quad (12)$$

$$F_i(z) = j(R_i B_i + G_i X_i) \simeq -j(\omega^2 \varepsilon'_i \mu_0 + 2\alpha\beta) \quad (13)$$

である。

系は  $z = -d/2$  の面に対称であり、解析を簡単にするためこの面が電氣的壁であると考えたと

$$V_1\left(-\frac{d}{2}\right) = 0 \quad (14)$$

が成立し、式 (11) の解は  $-d/2 < z$  の領域においてだけ考えればよい。式 (11) は  $-F_i V_i$  を強制項として解くことが出来、その第 1 次近似解は領域 1 に対して

$$\begin{aligned} V_1(z) = & A_1 e^{-j\kappa_1 z} \left\{ 1 + \frac{1}{2j\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') dz' - \frac{e^{2j\kappa_1 z}}{2j\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') e^{-2j\kappa_1 z'} dz' \right\} \\ & + A_2 e^{j\kappa_1 z} \left\{ 1 - \frac{1}{2j\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') dz' + \frac{e^{-2j\kappa_1 z}}{2j\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') e^{2j\kappa_1 z'} dz' \right\} \quad \left(-\frac{d}{2} < z < 0\right) \end{aligned} \quad (15)$$

領域 2 に対して

$$V_2(z) = B_1 e^{-j\kappa_2 z} \left\{ 1 + \frac{1}{2j\kappa_2} \int_0^z F_2(z') dz' - \frac{e^{2j\kappa_2 z}}{2j\kappa_2} \int_0^z F_2(z') e^{-2j\kappa_2 z'} dz' \right\} \quad (0 < z) \quad (16)$$

となる。式 (15) および (16) に対応する電流は式 (8) により、それぞれ

$$\begin{aligned} I_1(z) = & \frac{-j\kappa_1}{R_1 - jX_1} \left[ A_1 e^{-j\kappa_1 z} \left\{ 1 + \frac{1}{2j\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') dz' + \frac{e^{2j\kappa_1 z}}{2j\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') e^{-2j\kappa_1 z'} dz' \right\} \right. \\ & \left. - A_2 e^{j\kappa_1 z} \left\{ 1 - \frac{1}{2j\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') dz' - \frac{e^{-2j\kappa_1 z}}{2j\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') e^{2j\kappa_1 z'} dz' \right\} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$I_2(z) = \frac{-j\kappa_2}{R_2 - jX_2} B_1 e^{-j\kappa_2 z} \left\{ 1 + \frac{1}{2j\kappa_2} \int_0^z F_2(z') dz' + \frac{e^{2j\kappa_2 z}}{2j\kappa_2} \int_0^z F_2(z') e^{-2j\kappa_2 z'} dz' \right\} \quad (18)$$

となる。式 (15) に  $z = -d/2$  における条件 (14) を代入すると

$$A_2 = -A_1 e^{j\kappa_1 d} \quad (19)$$

が得られ、式 (15), (17) は結局

$$\begin{aligned} V_1(z) = & -2jA_1 e^{j\kappa_1 \frac{1}{2}d} \left\{ \sin \kappa_1 \left( z + \frac{d}{2} \right) + \frac{1}{2\kappa_1} \cos \kappa_1 \left( z + \frac{d}{2} \right) \int_{-d/2}^z F_1(z') dz' \right. \\ & \left. - \frac{1}{2\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') \cos \kappa_1 \left( 2z' - 2z + \frac{d}{2} \right) dz' \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} I_1(z) = & \frac{-2j\kappa_1}{R_1 - jX_1} A_1 e^{j\kappa_1 \frac{1}{2}d} \left\{ \cos \kappa_1 \left( z + \frac{d}{2} \right) - \frac{1}{2\kappa_1} \sin \kappa_1 \left( z + \frac{d}{2} \right) \int_{-d/2}^z F_1(z') dz' \right. \\ & \left. + \frac{1}{2j\kappa_1} \int_{-d/2}^z F_1(z') \cos \kappa_1 \left( 2z' - 2z + \frac{d}{2} \right) dz' \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

となる。

#### 4. 横共振式および伝搬定数

さて、この導波系において、 $y$  方向に伝搬する波は両媒質の境界面  $z=0$  において、つぎの横共振式を満足しなければならない。

$$\overleftarrow{Z}(0) = \overleftarrow{Z}(0) + \overrightarrow{Z}(0) = 0 \quad (22)$$

ただし、 $\overleftarrow{Z}(0)$  および  $\overrightarrow{Z}(0)$  は  $z=0$  の面から  $z$  の負および正方向をみたインピーダンスである。 $\overleftarrow{Z}(0)$  は式 (20), (21) より

$$\overleftarrow{Z}(0) = -\frac{V_1(0)}{I_1(0)} = \frac{jX_1 - R_1}{\kappa_1} \frac{2\kappa_1 \sin \kappa_1 \frac{d}{2} + \cos \kappa_1 \frac{d}{2} \int_{-d/2}^0 F_1(z') dz' - \int_{-d/2}^0 F_1(z') \cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + 2z' \right) dz'}{2\kappa_1 \cos \kappa_1 \frac{d}{2} - \sin \kappa_1 \frac{d}{2} \int_{-d/2}^0 F_1(z') dz' - j \int_{-d/2}^0 F_1(z') \cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + 2z' \right) dz'} \quad (23)$$

となり、同様にして  $\overrightarrow{Z}(0)$  は

$$\overrightarrow{Z}(0) = \frac{V_2(0)}{I_2(0)} = \frac{X_2 + jR_2}{\kappa_2} \quad (21)$$

と求まる。これらを (22) に代入し、 $|\kappa_1 \cdot d/2| \ll 1$  を考慮して第 0 次近似の横共振式を導くと

$$\left( j \frac{\kappa_1}{\omega \varepsilon_1'} + \frac{\varepsilon_1''}{\varepsilon_1'} \beta^2 + 2\alpha \beta \right) \kappa_1 \frac{d}{2} + \frac{\kappa_2}{\omega \varepsilon_2'} - j \frac{\varepsilon_2''}{\varepsilon_2'} \beta^2 + 2\alpha \beta = 0 \quad (22)$$

を得る。

さて、波が  $y$  方向に表面波として伝搬するとき  $z$  方向には界はリアクティブに指数関数的に減衰する。従って領域 2 における  $z$  方向への伝搬定数は純虚数となり式 (12) より

$$\kappa_2 = -\sqrt{\omega^2 \varepsilon_2' \mu_0 - \beta^2} = -j \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_2' \mu_0} = -j \kappa_{20} \quad (23)$$

となる。式 (22) に (12) および (23) で与えられる  $\kappa_1, \kappa_2$  を代入し、実数部および虚数部を 0 とおいて減衰 (増幅) 定数  $\alpha$  および位相定数  $\beta$  を決定することができる。実数部からは

$$-\frac{\varepsilon_1''}{\varepsilon_1'} \beta + 2\alpha \frac{d}{2} + \frac{\varepsilon_2''}{\varepsilon_2'} \beta + 2\alpha = 0 \quad (24)$$

また虚数部から

$$\frac{\sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_2' \mu_0}}{\omega \varepsilon_2'} + \frac{\omega^2 \varepsilon_1' \mu_0 - \beta^2}{\omega \varepsilon_1'} \frac{d}{2} = 0 \quad (25)$$

を得る。式 (25) を  $\beta$  について解くと

$$\beta \simeq \omega \sqrt{\varepsilon_2' \mu_0} + \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_2''}{\varepsilon_1''} \right)^2 \frac{d \varepsilon_2''}{\varepsilon_2''} \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 d^2 \omega \sqrt{\varepsilon_2' \mu_0} \quad (26)$$

となり、式 (24) より  $\alpha$  が

$$\alpha = \frac{1}{2 \left( \frac{1}{\kappa_{20} \cdot d/2} - \frac{\varepsilon_2''}{\varepsilon_1''} \right)} \left\{ -\frac{\varepsilon_2''}{\varepsilon_1''} \beta'' - \frac{1}{\varepsilon_2'' \kappa_{20} \cdot d/2} \varepsilon_2'' \right\} \beta \quad (27)$$

と求まる。式 (27) において  $\varepsilon_1'', \varepsilon_2''$  は式 (6) で示されるように、波源の位置および強度によって変化する量であり、従って  $\alpha$  も波源の影響を受けることになる。

#### 5. 波源の影響

ここでは波源の影響を考えるために、 $z = -d/2$  の面が電氣的壁となるように  $x$  軸に平行にお

かれた線磁流源を仮定する。

a) 領域 1 に波源がある場合

図 6 に示されるように、

$$M(r') = M_0(t) \delta(y-y') \{ \delta(z+z_0) - \delta(z+z_0+d/2) \} \delta(x); \text{ delta function} \quad (28)$$

で与えられる線磁流源を仮定したとき、 $z = -d/2$  は電氣的壁となり、領域 1 における磁界  $\mathbf{H}_1(\mathbf{r})$  は

$$\mathbf{H}_1(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{x}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\mathbf{v}} M(r') \frac{e^{-j\beta(y-y')}}{\overleftrightarrow{Z}(0)} \frac{\cos \kappa_1 \left( z + \frac{d}{2} \right) \cos \kappa_1 \left( z_0 - \frac{d}{2} \right)}{\cos^2 \kappa_1 \frac{d}{2}} dv d\beta \quad (dv = dy' dz') \quad (29)$$

で与えられる。ただし  $\mathbf{x}$  は  $x$  方向の単位ベクトルである。これに式 (22) を代入し周回積分に変形する。以下、表面波だけに注目することにすれば、 $\kappa_2 = 0$  にある分岐点は無視して留数計算することにより

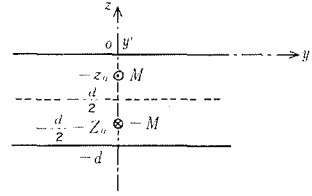


図 6 領域 1 におかれた線磁流 2

$$H_{1x} = \frac{\omega \varepsilon_1'}{\beta d} \frac{\cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + z \right) \cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} - z_0 \right)}{\cos^2 \kappa_1 \frac{d}{2} \left( \frac{\varepsilon_1'}{\varepsilon_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)} M_0 e^{-j\beta y} \quad (30)$$

を得る。ゆえに

$$E_{1y} = \frac{1}{j\omega \varepsilon_1} \frac{\partial H_{1x}}{\partial z} \simeq j \frac{\kappa_1}{\beta d} \frac{\sin \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + z \right) \cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} - z_0 \right)}{\cos^2 \kappa_1 \frac{d}{2} \left( \frac{\varepsilon_1'}{\varepsilon_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)} M_0 e^{-j\beta y} \quad (31)$$

$$E_{1z} = -\frac{1}{j\omega \varepsilon_1} \frac{\partial H_{2x}}{\partial y} \simeq \frac{1}{d} \frac{\cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + z \right) \cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} - z_0 \right)}{\cos \kappa_1 \frac{d}{2} \left( \frac{\varepsilon_1'}{\varepsilon_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)} M_0 e^{-j\beta y} \quad (32)$$

となる。式 (7) を代入し  $|\kappa_1 \cdot d/2| \ll 1$  を考慮すれば式 (6) における  $|\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2$  として

$$|E_1(0-)|^2 = (|E_{1y}|^2 + |E_{1z}|^2)_{z=0-} \simeq \frac{\cos^2 \kappa_1 \left( \frac{d}{2} - z_0 \right)}{d^2 \left( \frac{\varepsilon_1'}{\varepsilon_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)^2} |M_0|^2 e^{2dy} \left\{ \left( \frac{\kappa_1^2 d}{2\beta} \right)^2 + 1 \right\} \quad (33)$$

を得る。領域 2 における磁界は

$$\mathbf{H}_2(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{x}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\mathbf{v}} M(r') \frac{e^{-j\kappa_2 z - j\beta(y-y')}}{\overleftrightarrow{Z}(0)} \frac{\cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} - z_0 \right)}{\cos \kappa_1 \frac{d}{2}} dv d\beta \quad (34)$$

で与えられ、同様の計算により

$$H_{2x} = \frac{\omega \varepsilon_1'}{\beta d} \frac{\cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} - z_0 \right)}{\cos \kappa_1 \frac{d}{2} \left( \frac{\varepsilon_1'}{\varepsilon_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)} M_0 e^{-\kappa_{20} z - j\beta y} \quad (35)$$

$$E_{2y} \simeq j \frac{\varepsilon'_1 \kappa_{20}}{\beta d \varepsilon'_2} \frac{\cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} - z_0 \right)}{\cos \kappa_1 \frac{d}{2} \left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)} M_0 e^{-\kappa_{20} z - j \beta y} \quad (36)$$

$$E_{2z} \simeq \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2 d} \frac{\cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} - z_0 \right)}{\cos \kappa_1 \frac{d}{2} \left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)} M_0 e^{-\kappa_{20} z - j \beta y} \quad (37)$$

が得られ

$$|\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2 = |E_2(0_+)|^2 \simeq \left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \right)^2 \frac{\cos^2 \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + z_0 \right)}{d^2 \left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)^2} |M_0|^2 e^{2\alpha y} \left\{ \left( \frac{\kappa_{20}}{\beta} \right)^2 + 1 \right\} \quad (38)$$

と求められる。

### b) 領域 2 に波源がある場合

次に図 7 で示されるように領域 2 に線磁流源

$$M(r') = M_0(t) \delta(y - y') \{ \delta(z - z_0) - \delta(z + z_0 + d) \} \quad (39)$$

が存在するときの  $|\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2$  および  $|\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)|^2$  を求めよう。この場合も a) のときと同様にして計算することができる。各領域における磁界は

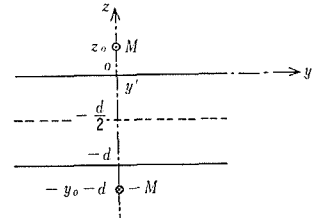


図 7 領域 2 におかれた線磁流源

$$\mathbf{H}_1(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{x}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\nu} M(r') \frac{e^{-j\kappa_2 z_0 - j\beta(y-y')}}{\tilde{Z}(0)} \frac{\cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + z \right)}{\cos \kappa_1 \frac{d}{2}} d\nu d\beta \quad (40)$$

$$\mathbf{H}_2(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{x}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\nu} M(r') \frac{e^{-j\kappa_2(z+z_0) - j\beta(y-y')}}{\tilde{Z}(0)} d\nu d\beta \quad (41)$$

で与えられ、これらより

$$H_{1x} = \frac{\omega \varepsilon'_1}{\beta d} \frac{\cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + z \right)}{\left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right) \cos \kappa_1 \frac{d}{2}} M_0 e^{-\kappa_{20} z_0 - j \beta y} \quad (42)$$

$$E_{1y} \simeq j \frac{\kappa_1}{\beta d} \frac{\sin \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + z \right)}{\cos \kappa_1 \frac{d}{2} \left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)} M_0 e^{-\kappa_{20} z_0 - j \beta y} \quad (43)$$

$$E_{1z} \simeq \frac{1}{d} \frac{\cos \kappa_1 \left( \frac{d}{2} + z \right)}{\cos \kappa_1 \frac{d}{2} \left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)} M_0 e^{-\kappa_{20} z_0 - j \beta y} \quad (44)$$

$$H_{2x} = \frac{\omega \varepsilon'_1}{\beta d} \frac{1}{\varepsilon'_2 \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1} M_0 e^{\kappa_{20}(z-z_0) - j \beta y} \quad (45)$$



$$E_{2y} \simeq j \frac{\varepsilon'_1 \kappa_{20}}{\varepsilon'_2 \beta d \varepsilon'_1} \frac{1}{\frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1} M_0 e^{-\kappa_{20}(z+z_0) - j\beta y} \quad (46)$$

$$E_{2z} \simeq \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2 d \varepsilon'_1} \frac{1}{\frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1} M_0 e^{-\kappa_{20}(z+z_0) - j\beta y} \quad (47)$$

を得る。ただし  $H_{2x}$ ,  $E_{2y}$ ,  $E_{2z}$  については  $z < z_0$  である。従って

$$|E(\mathbf{r}, t)|_1^2 = |E_1(0_-)|^2 \simeq \frac{e^{-2\kappa_{20}z_0}}{d^2 \left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)^2} |M_0|^2 e^{2\beta y} \left\{ \left( \frac{\kappa_{20} d}{2\beta} \right)^2 + 1 \right\} \quad (48)$$

$$|E(\mathbf{r}, t)|_2^2 = |E_2(0_+)|^2 \simeq \left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \right)^2 \frac{e^{-2\kappa_{20}z_0}}{d^2 \left( \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon'_2} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)^2} |M_0|^2 e^{2\beta y} \left\{ \left( \frac{\kappa_{20} d}{2\beta} \right)^2 + 1 \right\} \quad (49)$$

となる。

式 (33), (38) および (48), (49) を式 (6) に代入することにより, 各領域に波源が存在するときの  $\varepsilon''_{1s}$ ,  $\varepsilon''_{2s}$  を決定することができる。式 (6) に含まれる時間積分に関しては, 波源の時間的変化が正弦的であるとして

$$M_0(t) = M_0 \sin \omega t \quad \omega = 2\pi/T \quad (50)$$

とする。考えているフーリエ・スペクトルの  $\omega$  成分の持つエネルギーは,

$$\int_0^T |M_0(t)|^2 dt = M_0^2 \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi}{T} t dt = M_0^2 \frac{T}{2} \quad (51)$$

で与えられる。式 (51) を考慮して以上の結果をまとめると次のようになる。

領域 1 に波源がある場合

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon''_{1s} &= -A_1 \exp\{-B_1 \cos^2 \kappa_1 (d/2 - z_0) M_0^2 e^{2\beta y}\} + C \\ \varepsilon''_{2s} &= A_2 \exp\{-B_2 \cos^2 \kappa_1 (d/2 - z_0) M_0^2 e^{2\beta y}\} + C \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

領域 2 に波源がある場合

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon''_{1s} &= -A_1 \exp\{-B_1 e^{-2\kappa_{20}z_0} M_0^2 e^{2\beta y}\} + C \\ \varepsilon''_{2s} &= A_2 \exp\{-B_2 e^{-2\kappa_{20}z_0} M_0^2 e^{2\beta y}\} + C \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\sigma_1}{k_0} N_{01}, & A_2 &= \frac{\sigma_2}{k_0} N_{02} \\ B_1 &= \frac{\varepsilon_1^0 \sigma_1 T}{2h' k_0} \frac{\left( \frac{\kappa_{20} d}{2\beta} \right)^2 + 1}{d^2 \left( \frac{\varepsilon'_{1s}}{\varepsilon'_{2s}} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)^2}, & B_2 &= \frac{\varepsilon_2^0 \sigma_2 T}{2h' k_0} \frac{\left( \frac{\varepsilon'_{1s}}{\varepsilon'_{2s}} \right)^2 \left\{ \left( \frac{\kappa_{20} d}{2\beta} \right)^2 + 1 \right\}}{d^2 \left( \frac{\varepsilon'_{3s}}{\varepsilon'_{2s}} \frac{1}{\kappa_{20} d} + 1 \right)^2} \\ C &= \frac{\gamma}{k_0} \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

である。これらを式 (27) に代入すると  $\alpha$  を決定する方程式が得られ, それは次の様な形の超越方程式となる。

$$\alpha = K \{ P_1 \exp(-B_1 M^2 e^{2\beta y}) - P_2 \exp(-B_2 M^2 e^{2\beta y}) - L \} \quad (55)$$

ただし

$$K = \frac{\beta}{2 \left( \frac{1}{\kappa_{20} d/2} - \frac{\varepsilon'_{2s}}{\varepsilon'_{1s}} \right)} \quad \left| \right.$$

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{\epsilon'_{2s}}{\epsilon'_{1s}} A_1, & P_2 &= \frac{1}{\epsilon'_{2s}} \frac{1}{\kappa_{20} d/2} A_2 \\ L &= \left( \frac{\epsilon'_{2s}}{\epsilon'_{1s}} + \frac{1}{\epsilon'_{2s}} \frac{1}{\kappa_{20} d/2} \right) C \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

$$M^2 = \begin{cases} M_0^2 \cos^2 \kappa_1 (d/2 - z_0) & (\text{波源が領域 1 にあるとき}) \\ M_0^2 e^{-2\kappa_{20} z_0} & (\text{波源が領域 2 にあるとき}) \end{cases} \quad (57)$$

である。考えている波は  $y$  方向に伝搬するものであり、式 (7) より

$$e^{-j\hat{\beta}y} = e^{i\alpha y - \beta y} \quad (58)$$

であるから光波は  $\alpha$  が正であれば増幅され、負であれば減衰を受けるが、式 (55) において右辺の第一項は増幅媒質による増幅の効果を、また第二、第三項はそれぞれ、吸収媒質による減衰および、媒質自体の線形損失に基づく減衰をあらわしていると考えられる。減衰-増幅定数  $\alpha$  は媒質定数の他に波源の位置、強度によっても変化し式 (55) は解析的に解くことはできない。

今、波源の強さ、および伝送距離に対する  $\alpha$  の様子を調べてみよう。式 (55) を  $y$  あるいは  $M^2$  について微分し、結果を 0 とおいた式より

$$\exp \{ (B_2 - B_1) M^2 e^{2\alpha y} \} = \frac{P_2 B_2}{P_1 B_1} \quad (59)$$

を得る。 $\partial^2 \alpha / \partial (M^2)^2$  あるいは  $\partial^2 \alpha / \partial y^2$  を計算すると式 (59) が満足されるとき

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial (M^2)^2} = K e^{6\alpha y} P_1 B_1 e^{-B_1 M^2 e^{2\alpha y}} (B_1 - B_2) \quad (60)$$

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial y^2} = 4 K M^2 e^{4\alpha y} P_1 B_1 e^{-B_1 M^2 e^{2\alpha y}} (B_1 - B_2) \quad (61)$$

となり、従って、系の各定数を

$$B_2 > B_1, \quad P_2 B_2 > P_1 B_1 \quad (62)$$

となるように選ばば式 (59) で与えられる  $M^2$  あるいは  $y$  の値で  $\alpha$  は極大となる。この時の  $\alpha$  の値は

$$\alpha = K \{ P_1 e^{-B_1 / (B_2 - B_1) \ln(P_2 B_2) / (P_1 B_1)} - P_2 e^{-B_2 / (B_2 - B_1) \ln(P_2 B_2) / (P_1 B_1)} - L \} \quad (63)$$

で与えられる。また式 (57) から明らかかなように領域 2 に波源があるときは等価的に  $M^2$  が小さくなり外部からのじょう乱を受けず安定な増幅が期待できる。図 8 に領域 1 に波源がある場合について、 $M^2$  をパラメータとした  $y$  に対する  $\alpha$  の変化の数例を示した。

## 6. あとがき

以上、増幅および吸収媒質より構成される二媒質光導波系について、その

伝搬定数を求めた。この解析は、先にも述べたように、入力パルスのフーリエ・スペクトルの  $\omega$  成分について行なったものであり、厳密な波形変化については、さらに解析を進めなければならないばかりでなく、非常にエネルギー密度の高い光パルスが通過した後に生ずる増幅および吸収効果の消滅した、クエンチング状態<sup>5)</sup>についても考察する必要がある。クエンチング効果は、この場合、増幅および吸収イオンがパルスエネルギーのためにすべて飽和してしまうために生ずるので

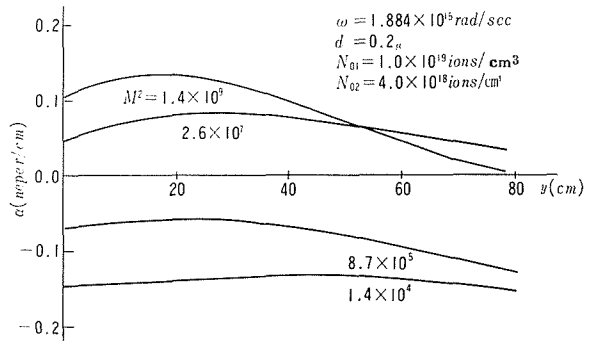


図 8  $y$  に対する  $\alpha$  の変化 ( $M^2$  パラメータ)

あって、もとの状態になるにはある一定の回復時間を要する。従って入力する光パルスの繰り返し周波数には上限がある。増幅効果の消滅したクエンチング領域はパルスの後方につきしたがって進むため、媒質定数を適当に選ぶことにより、伝送路の両方向から光パルスを入力し、互いに衝突させて、両者のクエンチング領域によりパルスを消滅させることもできる。このような考えにより、アクティブ・ファイバを用いて、論理素子を構成する全光型デジタル計算機<sup>6,7)</sup>の概念も生まれ、この領域でも実験、解析がなされている<sup>5,8,9)</sup>。本報告で述べられたような、高エネルギー密度、短時間幅のパルスを得るためには、伝送系は、かなり大きなエネルギー密度のパルスにも耐えられるように設計しなければならず、光フィールドによるファイバの破壊を防ぐためには強制冷却等の方法も必要となろう。実際に導波系を構成する場合には増幅イオンおよび吸収イオンの適当な組み合わせをさがさなければならず、ファイバにドープしやすいイオンの組み合わせとしては増幅イオンとして  $\text{Nd}^{3+}$ 、吸収イオンとして  $\text{UO}_2^{2+}$  が<sup>10)</sup>、また  $\text{Nd}^{3+}$  と  $\text{Yb}^{3+}$  等も提案されている。本報告では吸収および増幅イオンが異なる領域に存在する二媒質系を扱ったが、同一領域にドープした場合にも、ほぼ同様への効果が期待でき、筆者等は  $\text{Nd}^{3+}$  をドープしたファイバについて基礎的な実験を行なうことを計画している。

#### 謝 辞

おわりに、本報告の発表の機会を与えて下さった電子工学科の諸先生に感謝の意を表わすとともに、原稿をお読み下さった桜庭教授に心からお礼申し上げます。

#### 文 献

- 1) Letokhov, V. S. and B. D. Pavlik: "Nonlinear amplification of optical surface waves in an active optical waveguide," Soviet Phys.-Tech. Phys., vol. 11, No. 12, June 1967.
- 2) Nagumo, J., S. Arimoto, and S. Yoshizawa: "An active pulse transmission line simulating nerve axon," Proc. of the IRE, vol. 50, October. 1662.
- 3) 南雲仁一: 「バイクニクス」, 情報科学講座 B. 9. 1, 共立出版, pp. 3-52, 1962.
- 4) Kapany, N. S., G. M. Burgwald and J. J. Burke Jr.: "Light amplification and switching using fiberoptics and laser," Optical and Electro-Optical Information Processing, M.I.T. Press, pp. 305-320, 1965.
- 5) Koester, C. J. and E. Snitzer: "Amplification in a fiber laser," Appl. Opt. vol. 3, 1964.
- 6) Smith, W. V.: "Computer applications of lasers," Appl. Opt. vol. 5, 1966.
- 7) Reiman, O. A.: "On all-optical computer techniques," Optical and Electro-Optical Information Processing, M.I.T. Press, pp. 247-252, 1965.
- 8) Koester, C. J. and C. H. Swope: "Some laser effects potentially useful in optical logic functions," Optical and Electro Optical Information Processing, M.I.T. Press, pp. 253-267, 1965.
- 9) Kapany, N. S., J. J. Burke, K. L. Frame and R. E. Wilcox: "Coherent interactions between optical waveguides and lasers," J. Opt. Soc. Am., vol. 58, 1968.
- 10) Meland, N. T., C. Hirayama and P. W. French: "Laser action in uranyl-sensitized Nd-doped glass," Appl. Phys. Lett., vol. 6, February 1965.