



Title	平歯車の最悪荷重点歯形係数と等曲げ強度設計法への応用
Author(s)	土肥, 修; 鶴飼, 隆好; 浅野, 直輝
Citation	北海道大學工學部研究報告, 64, 7-18
Issue Date	1972-03-30
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/41083">http://hdl.handle.net/2115/41083</a>
Type	bulletin (article)
File Information	64_7-18.pdf



[Instructions for use](#)

# 平歯車の最悪荷重点歯形係数と等曲げ強度設計法への応用

土 肥 修\* 鷓 飼 隆 好\* 浅 野 直 輝\*

(昭和46年11月30日受理)

## Tooth Form Factor of Spur Gear at the Worst Loading Point and its Application for Design Method of Equi-Bending Strength Gears

Osamu DOI, Takayoshi UKAI, Naoki ASANO

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,

Hokkaido University, Sapporo, 060, Japan

(Received November 30, 1971)

### Abstract

In calculating bending strength of gear tooth, the Lewis' Tooth Form Factor is generally used, but in general spur gear meshing the maximum bending moment appears at the worst loading point instead of the top point. The Tooth Form Factor at the worst loading point is described in the B.S. for their own addendum modification coefficient, but the calculation is complicated in general case.

The authors obtain the equations and the results of the factor at the worst loading point when contact ratio falls between 1 and 2, addendum modification coefficient is from  $-1$  to  $1$  and fillet profile makes trochoid curve.

In consideration of stress concentration on tooth fillet, the authors propose the "Geometry Factor  $Y^*$ " instead of the Tooth Form Factor  $y$ . The value of Geometry Factor at the worst loading point is about  $10\sim 30\%$  larger than that of Tooth Form Factor at the top point and is more useful and convenient in gear design.

By introducing Geometry Factor, it is possible to make the Equi-Bending Strength Diagrams and to propose the gear design method of equi-bending strength by using these diagrams.

### 目 次

1. はしがき.....	8	2.4 計算結果.....	14
2. 最悪荷重点歯形係数の計算.....	8	3. 等曲げ強度歯車設計への応用.....	15
2.1 1車, 2車とも切下ゲのない歯車の カミアイ状態.....	9	3.1 歯形形状係数.....	15
2.2 1車は切下ゲあり, 2車は切下ゲなしの 歯車のカミアイ状態.....	11	3.2 荷重分担率について.....	16
2.3 1車, 2車とも切下ゲのある歯車の カミアイ状態.....	13	3.3 等曲げ強度歯車の設計法.....	16
		4. むすび.....	18
		文 献.....	18

\* 北海道大学工学部機械設計学講座

## 1. は し が き

動力伝達用歯車の設計において、一般に歯面硬度の低い歯車はピッチングを考慮した歯面強度を計算し、逆に歯面硬度の高い歯車では折損に対して曲げ強度を検討する。曲げ強度の計算にはルイスの式が古くから採用されているが、この式によると安全すぎる設計が行われることや、歯形係数の計算が面倒であることから、多少修正した式や、図、数表などが発表されている。

平歯車でカムアイ率  $\varepsilon$  が  $1 < \varepsilon < 2$  の場合、歯元の曲げモーメントはカムアイとともに変化し、その最大値は一般に歯先に負荷される時ではなくて、一枚カムアイ区間の、駆動車については終点、被動車については始点、すなわち作用線上のカムアイ始点または終点から一法線ピッチ離れた点（最悪荷重点）に負荷される時に生ずる。

ルイスは荷重点として歯先点を採用しているが、BS（英国規格）およびAGMA（米国歯車規格）では最悪荷重点における歯形係数を採用している。高精度、大負荷の歯車設計においては最悪荷重点負荷時について考えるのが最も適切であり、歯形係数は歯先点負荷時より大きくなる。しかし最悪荷重点に対する歯形係数は自己の諸元のみではきまらず、かみあう相手の諸元に大きく左右される。BSのように転位方式がきまっている場合には数値の表示も比較的簡単であるが、任意の転位量に対しては計算も複雑であり、数値の表示もむづかしい。

筆者等はカムアイ率  $\varepsilon$  を  $1 < \varepsilon < 2$ 、転位係数  $x$  を  $-1 \leq x \leq 1$  とした場合の最悪荷重点を考え、スミ肉歯形を正規のトロコイド曲線とする、ラックで歯切りされた歯車について切下ゲを考慮して歯形係数を求め<sup>1)</sup>、従来の歯先点歯形係数と比較する。さらに、歯元の応力集中係数を考慮した最悪荷重点歯形係数を歯形形状係数と名づけ、かみあう一対の歯車について歯形形状係数と材料強度（許容曲げ応力）との積が互いに等しくなる条件から等曲げ強度線図をつくり、これを応用した等曲げ強度歯車の設計法を提唱する。

## 2. 最悪荷重点歯形係数の計算

ルイスは歯形を等強度の梁とみなして曲げ強度を求めた。すなわち歯形中心線と荷重作用線との交点を頂点とし、円弧に近似したスミ肉歯形に内接する放物線の片持梁を考え、

$$P = \sigma_0 t b y \quad (1)$$

ここで  $P$  = ピッチ円周力 (kg)、 $\sigma_0$  = 材料の許容曲げ応力 (kg/mm<sup>2</sup>)、 $t$  = 円ピッチ (mm)、 $b$  = 歯幅 (mm)、 $y$  = ルイスの歯形係数

筆者らは基本的にはルイスの考え方に従い、以下に述べる場合について解析する。

- 1) ラックカッタにより歯切りされた並歯、平歯車とする。
- 2) バックラッシは0とする。
- 3) 転位係数  $x$  は  $-1 \leq x \leq 1$  の間の任意の値とする。
- 4) 転位にともなう歯先円直径の決定は DIN 870<sup>2)</sup> による。
- 5) カムアイ率  $\varepsilon$  は  $1 < \varepsilon < 2$  にとる。
- 6) スミ肉歯形は実際に即したトロコイド曲線とする。
- 7) 荷重の作用点を歯先点から最悪荷重点に移し、危険断面の位置は荷重作用線と歯形中心線の交点を頂点とする放物線がスミ肉歯形に内接する点をとる。
- 8) 上記の放物線の頂点に基準ピッチ円接線力が作用した場合の危険断面の最大引張応力についてのみ考える。半径方向成分を無視することにより、いくぶん苛酷な条件となる。

図1よりモジュールを  $m$  として  $\overline{FE} = (k + \eta)m$ 、 $\overline{CC}' = 2\zeta m$  となるから最悪荷重点歯形係数

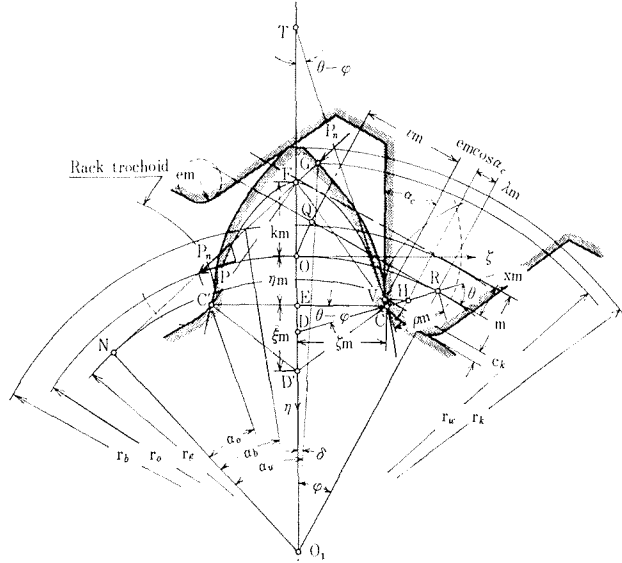


図1 ラックカッタによる転位歯切

$y_i^*$  は

$$y_i^* = \frac{2\zeta^2}{3\pi(k+\eta)} \quad (2)$$

添字  $i=1, 2$  はかみあう歯車の1車, 2車の区別を表わす。

### 2.1 1車, 2車とも切下ゲのない歯車のカミアイ状態

条件【A】: 切下ゲ条件

ラック歯切の場合, 基準圧力角はラック工具圧力角  $\alpha_c$  に等しく

$$x_i \geq 1 - \frac{z_i \sin^2 \alpha_c}{2} \quad (3)$$

ただし  $x_i$  = 転位係数,  $z_i$  = 歯数

条件【B】: 尖り安全条件<sup>3)</sup>

$$\frac{\pi}{2z_i} + \frac{2x_i}{z_i} \tan \alpha_c + \text{inv } \alpha_c \geq \text{inv } \alpha_{ki}, \quad \cos \alpha_{ki} = \{z_i / (z_i + 2 + x_i)\} \cos \alpha_c \quad (4)$$

ただし  $\alpha_{ki}$  = 歯先圧力角

条件【C】: カミアイ条件

カミアイ率  $\varepsilon$  が  $1 < \varepsilon < 2$  の場合

$$2t_e > \{ \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} + \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} - (r_{g1} + r_{g2}) \tan \alpha_b \} > t_e \quad (5)$$

ただし  $r_{ki} = (z_i/2 + 1 + x_i)m$

$r_{gi} = (z_i/2)m \cos \alpha_c$

$t_e = \pi m \cos \alpha_c$

式 (5) におけるカミアイ圧力角  $\alpha_b$  はカミアイ方程式から

$$\text{inv } \alpha_b = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \tan \alpha_c + \text{inv } \alpha_c \quad (7)$$

図2のカミアイピッチ円上の点Pから最悪荷重点C<sub>3</sub>, C<sub>4</sub>までの長さ  $l_1, l_2$ <sup>4)</sup>は

$$l_1 = t_e + r_{g2} \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2}, \quad l_2 = t_e + r_{g1} \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} \quad (8)$$

歯車中心から最悪荷重点までの距離(最悪荷重点半径)  $r_{wi}$ , 最悪荷重点圧力角  $\alpha_{wi}$  は

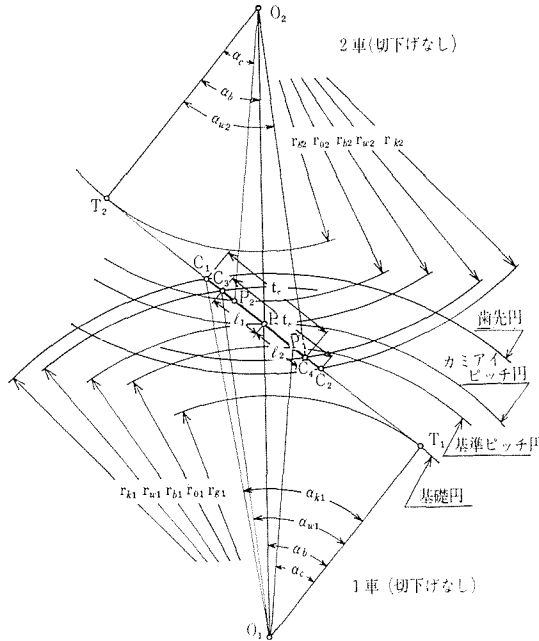


図2 1車, 2車とも切下がない場合のカミアイ状態図

$$r_{wi} = \sqrt{r_{gi}^2 + (r_{gi} \tan \alpha_b + l_i)^2}, \quad \cos \alpha_{wi} = r_{gi} / r_{wi} \tag{9}$$

歯形の危険断面は一般にスミ肉部分に存在する<sup>5)</sup>。図1から基準ピッチ円と歯形中心線との交点 O を原点とする  $\zeta, \eta$  座標を採用する。歯形曲線に内接する放物線とスミ肉のトロコイド曲線との接点 C において接線 CT を描き、C から  $\zeta$  軸に平行線を引き、歯形中心線との交点を E とする。基準ピッチ円とラックカッタのピッチ線との接点を R とすると、ラックカッタの刃先丸ミの中心点 H と C は直線 RD 上にあるので、次の関係が成立つ。

$$k = \frac{\zeta}{2} \cot(\theta - \varphi) - \eta \tag{10}$$

一方  $k$  は荷重点によって決定される。すなわち最悪荷重点半径  $r_{wi}$  上の点 G に荷重が作用し、G と歯形中心線との夾角  $\delta$ 、G を通る作用線が基礎円に接する点を N とすれば、

$$\angle GO_1N = \alpha_{wi}$$

から

$$k = \frac{\zeta_i}{2} \cos \alpha_c \cdot \{\sec(\alpha_{wi} - \delta) - \sec \alpha_c\}, \quad \delta = \frac{\pi}{2z_i} + \frac{2x_i}{z_i} \tan \alpha_c + \text{inv } \alpha_c - \text{inv } \alpha_{wi} \tag{11}$$

歯車のスミ肉歯形はラックカッタ刃先の円弧歯形と接するから、スミ肉歯形または円弧歯形の曲率半径  $em$ 、接触点軌跡の曲率半径  $\rho_m$  は

$$e = c_k / \{m(1 - \sin \alpha_c)\}, \quad \rho = (1 - e \sin \alpha_c - x_i) / \sin \theta + e \tag{12}$$

ただし  $c_k$  = ラック工具の頂隙

式 (12) の接触点軌跡に対する接触弧の長さ  $\lambda m$  は一般に

$$\lambda = \int_{r_0}^{r'} \frac{d\rho}{\cos \theta} = \int_{\theta_0}^{\theta} \rho' \frac{d\theta}{\cos \theta} \tag{13}$$

から求められ、 $\theta = \pi/2$  とすれば

$$\lambda = (1 - e \sin \alpha_c - x_i) \cot \theta \tag{14}$$

ラックカッタにおいて頂隙を考えないときの刃先点 V と谷の中心線との距離を  $vm$  とすると、

$v$  はラックの寸法によってきまる。

$\widehat{OQ}$  はラックの歯切りピッチ線上の点  $Q$  が描くインボリュート曲線であるから

$$\varphi = \frac{2}{z_i}(v + e \cos \alpha_c + \lambda) \quad (15)$$

標準ラックにおいては基準ピッチ線上歯厚  $= \pi m/2$  であるから

$$v = \pi/4 + \tan \alpha_c \quad (16)$$

スミ肉歯形のトロコイド曲線を  $\zeta, \eta$  座標で表わせば

$$\eta = \frac{z_i}{2}(1 - \cos \varphi) + \rho \sin(\theta - \varphi), \quad \zeta = \frac{z_i}{2} \sin \varphi - \rho \cos(\theta - \varphi) \quad (17)$$

となって  $\eta, \zeta$  の値を式 (2) へ代入すると最悪荷重点歯形係数  $y_i^*$  が求められる。

一方歯先点歯形係数  $y$  については式 (6), (9) から歯先点圧力角  $\alpha_k$  を求め、 $\alpha_k = \alpha_w$  とおきかえて  $k, \eta, \zeta$  を決定し、それらを式 (2) に代入し、 $y_i^*$  を  $y$  と書きかえることによって求められる。

### 2.2 1車は切下ゲあり, 2車は切下ゲなしの歯車のカミアイ状態

この考え方は2車が切下ゲを起し, 1車が切下ゲなしの場合にも成立つ。

条件【D】: 切下ゲ条件

$$x_1 < 1 - \frac{z_1}{2} \sin^2 \alpha_c, \quad x_2 \geq 1 - \frac{z_2}{2} \sin^2 \alpha_c \quad (18)$$

条件【E】: 尖り安全条件

条件【B】における式 (4) を適用する。

条件【F-1】: カミアイ条件 (I) (切下ゲがカミアイ長さに影響する場合)

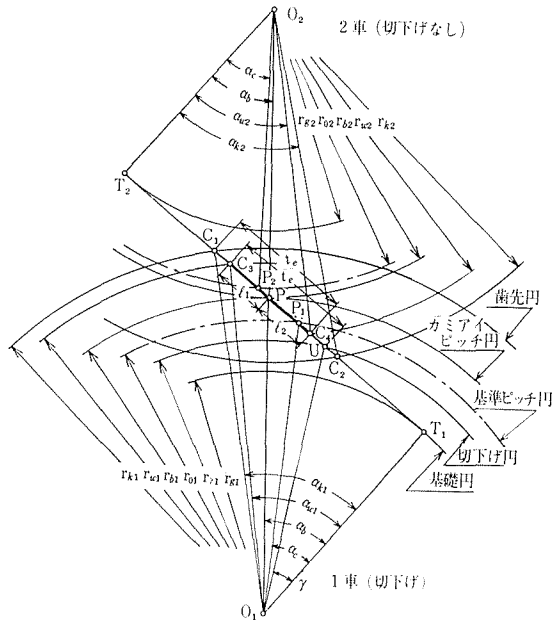


図3 1車切下ゲ, 2車切下ゲなしの場合のカミアイ状態図

図3から切下ゲ点  $U$  が  $\overline{C_2C_4}$  上にあるとき, 切下ゲがカミアイ長さに影響を及ぼす。切下ゲ角を  $\gamma$  とすると

$$r_{g1} \tan \gamma > (r_{g1} + r_{g2}) \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} \quad (19)$$

またカムアイ率  $\varepsilon$  から

$$2t_e > (\sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} - r_{g1} \tan \gamma) > t_e \quad (20)$$

式 (19), (20) を満足する場合がカムアイ条件 (I) となり, 最悪荷重点の位置は

$$l_1 = t_e + r_{g1} (\tan \gamma - \tan \alpha_b), \quad l_2 = t_e + r_{g1} \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} \quad (21)$$

〔切下ゲ角  $\gamma$  の計算〕

図 4 から切下ゲを起す場合のラック刃先の直線部分終点から干渉点 I までの高さを  $u^{(6)}$  とすれば  $\overline{IK} = \sigma r_g$  は

$$\sigma r_g = \frac{u}{\sin \alpha_c} \quad (22)$$

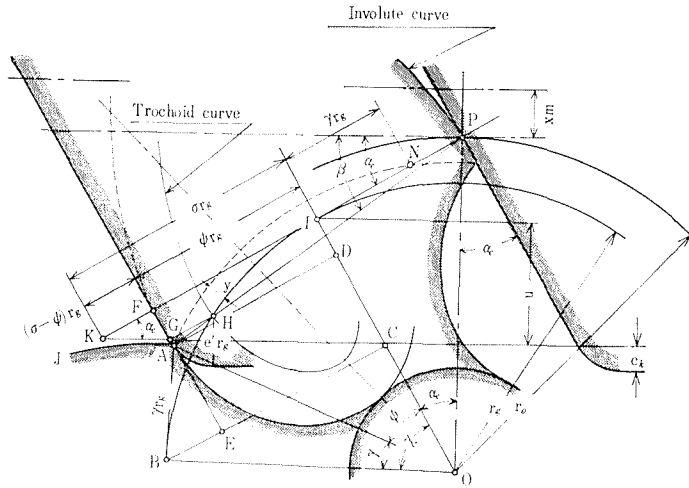


図 4 ラックカッタによる切下ゲ角

カッタが切下ゲを起す範囲にあって刃先丸ミ半径  $e'r_g$  が  $5.5292r_0 \sin \alpha_c$  以下であれば切下ゲに影響しないと考えられており<sup>7)</sup>, さらに実際には丸ミ半径を考慮しなくてもその誤差はきわめて小さいといわれている。丸ミ半径  $e'r_g$  は

$$e'r_g = c_k / (1 - \sin \alpha_c) \quad (23)$$

また切下ゲはカッタの点 G によるのではなくて, 基準ピッチ点 P と刃先丸ミの中心点 H を通る直線が円弧と交わる点 A によって生ずるもので, 図 4 から丸ミを考慮した基本式は

$$\cos(\phi + \gamma) + \gamma \sin(\phi + \gamma) = 1 - (\sigma - \phi) \tan \alpha_c - e' \sin(\beta - \alpha_c) \quad (24)$$

$$\sin(\phi + \gamma) - \gamma \cos(\phi + \gamma) = \phi - e' + e' \cos(\beta - \alpha_c) \quad (25)$$

$$\tan(\beta - \alpha_c) = \frac{1 - \cos(\phi + \gamma) - \gamma \sin(\phi + \gamma)}{\sin(\phi + \gamma) - \gamma \cos(\phi + \gamma) + \tan \alpha_c} \quad (26)$$

いま  $\phi + \gamma = \chi$  において  $\beta$  を消去すると

$$A\chi^2 - B\chi + C = 0 \quad (27)$$

ただし  $A = \sin \chi + \tan \alpha_c \cos \chi$

$$B = \sec^2 \alpha_c + \tan \alpha_c \{2 \sin \chi + (\chi - \sigma) \cos \chi\} - \{\cos \chi - (\chi - e') \sin \chi\}$$

$$C = (1 - \cos \chi) (\tan \alpha_c - e' + \chi) + (\chi - \alpha) \tan \alpha_c (\tan \alpha_c + \sin \chi)$$

式 (27) から  $\chi$  をパラメータとして  $\phi$  と  $\gamma$  の関係を知れば, 式 (24), (25) の等号を満たす  $\gamma$  が求める切下ゲ角となる。なお近似解として種々な式が提唱されている<sup>8)</sup>。

条件 【F-2】: カムアイ条件 (II) (1 車の切下ゲがカムアイ長さに影響しない場合)

図3における切下ゲ点  $U$  が  $\overline{C_2T_1}$  上にあるとき、式 (19) の不等号は逆になって

$$r_{g1} \tan \gamma \leq (r_{g1} + r_{g2}) \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} \quad (28)$$

さらにカムアイ率は式 (5) と同じになり、式 (5)、(28) を満足する場合は切下ゲがカムアイ長さに影響しない。そのとき  $l_1$ 、 $l_2$  は式 (8) と一致する。

なおカムアイ条件 (I)、(II) における歯形係数  $y_i^*$  は式 (9)～(17) にしたがって切下ゲの有無にかかわらず全く同様に求めることができる。

### 2.3 1車、2車とも切下ゲのある歯車のカムアイ状態

条件【G】：切下ゲ条件

式 (3) における不等号が逆になって

$$x_i < 1 - \frac{z_i}{2} \sin^2 \alpha_c \quad (29)$$

条件【H】：尖り安全条件

式 (5) を用いる。

条件【I-1】：カムアイ条件 (III) (1車、2車の切下ゲがカムアイ長さに影響する場合)

図5から切下ゲ点  $U_1$ 、 $U_2$  がそれぞれ  $\overline{C_2C_4}$  と  $\overline{C_1C_3}$  上にあるとき

$$\left. \begin{aligned} r_{g1} \tan \gamma_1 &> (r_{g1} + r_{g2}) \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} \\ r_{g2} \tan \gamma_2 &> (r_{g1} + r_{g2}) \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

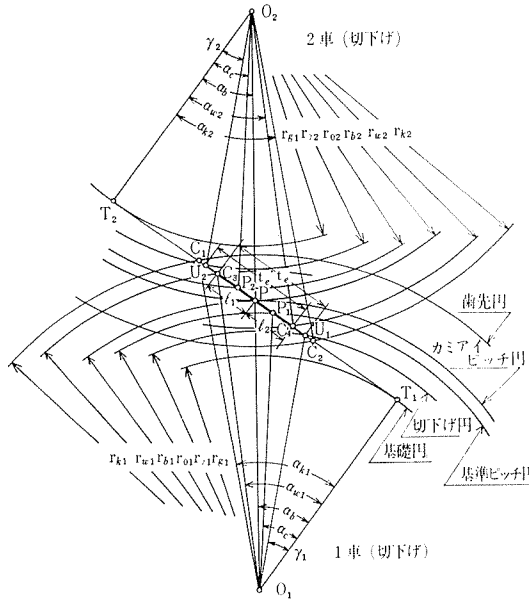


図5 1車、2車とも切下ゲのある場合のカムアイ状態図

まかカムアイ率は  $1 < \varepsilon < 2$  から

$$2t_e > r_{g1} (\tan \alpha_b - \tan \gamma_1) + r_{g2} (\tan \alpha_b - \tan \gamma_2) > t_e \quad (31)$$

式 (30)、(31) を満足する場合のみ、切下ゲがカムアイ長さに影響し、

$$l_1 = t_e + r_{g1} (\tan \gamma_1 - \tan \alpha_b), \quad l_2 = t_e + r_{g2} (\tan \gamma_2 - \tan \alpha_b) \quad (32)$$

歯形係数  $y_i^*$  は式 (9)～(17) にしたがって求めることができる。

なお切下ゲ角  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  はそれぞれ (22)～(27) によって求める。



条件【I-2】: カミアイ条件 (IV) (1車の切下ゲがカミアイ長さに影響し, 2車の切下ゲがカミアイ長さに影響しない場合)

図5において1車の切下ゲ点  $U_1$  が  $\overline{C_2C_4}$  上にあり, 2車の切下ゲ点  $U_2$  が  $\overline{C_1T_2}$  上にあるとき

$$\left. \begin{aligned} r_{g1} \tan \gamma_1 &> (r_{g1} + r_{g2}) \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} \\ r_{g2} \tan \gamma_2 &\leq (r_{g1} + r_{g2}) \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

また  $1 < \varepsilon < 2$  を考慮すると

$$2t_e > \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} - r_{g1} \tan \gamma_1 > t_e \quad (34)$$

式 (33), (34) を満足する場合にのみ, このカミアイ条件 (IV) が存在する。

$$l_1 = t_e + r_{g1} (\tan \gamma_1 - \tan \alpha_b), \quad l_2 = t_e + r_{g1} \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} \quad (35)$$

となり, 以下同様にして式 (9)~(17) から最悪荷重点歯形係数  $y_i^*$  を求める。

条件【I-3】: カミアイ条件 (V) (1車, 2車の切下ゲがともにカミアイ長さに影響しない場合)

図5において, 1車, 2車の切下ゲ点  $U_1, U_2$  がそれぞれ  $\overline{C_2T_1}, \overline{C_1T_2}$  上にあるとき

$$\left. \begin{aligned} r_{g1} \tan \gamma_1 &\leq (r_{g1} + r_{g2}) \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} \\ r_{g2} \tan \gamma_2 &\leq (r_{g1} + r_{g2}) \tan \alpha_b - \sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

カミアイ率を考慮すると, 式 (5) と一致する。したがって式 (5), (36) を満足する場合がカミアイ条件 (V) となる。そのとき  $l_1, l_2$  も式 (8) と一致する。以下同様に式 (9)~(17) を用いて最悪荷重点歯形係数  $y_i^*$  を求める。

### 2.4 計算結果

最悪荷重点歯形係数  $y_i^*$  および歯先点歯形係数  $y$  の計算結果の1例として標準歯車がかみあ

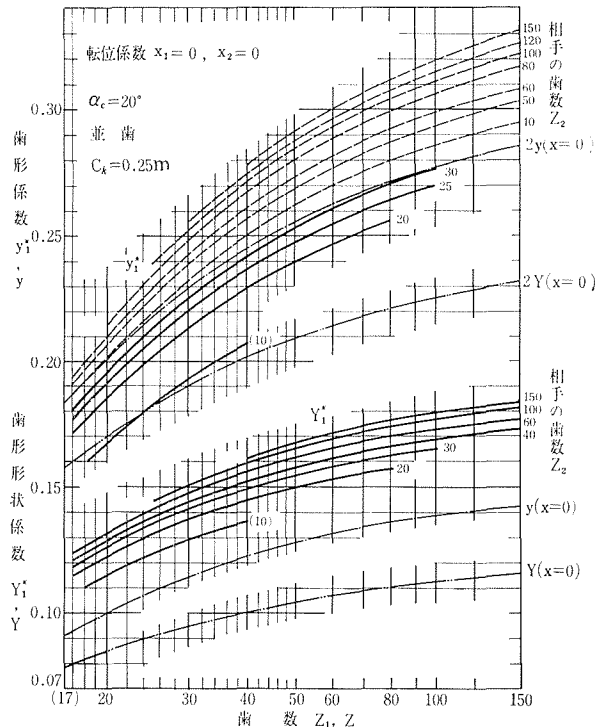


図6 標準歯車がかみあう場合の歯形係数, 歯形状係数

う場合を図6に示す。

図6の上部曲線群が最悪荷重点歯形係数  $y_i^*$  で、スミ肉をトロコイド曲線とする歯先点歯形係数  $y$  の1.5~2.5倍の値となっている。

なお図中、カッコ内の数値は切下ゲを起している歯車を示す。

### 3. 等曲げ強度歯車設計への応用

#### 3.1 歯形形状係数

筆者等は最悪荷重点歯形係数  $y_i^*$  に危険断面の応力集中係数  $f_c$  を考慮するために

$$Y_i^* = y_i^* / f_c \quad (37)$$

なる歯形形状係数  $Y_i^*$  を導入する。

歯形係数に応力集中を考慮しておけば強度計算に際し、その都度応力集中係数を求めて個々に考慮する場合に比べて著しく簡便となり、実用的である。

歯元の応力集中係数については多くの研究が報告されているが、会田・寺内<sup>9)</sup>を除いては全て実験的に求めている。

Bookmiller<sup>10)</sup> はAGMA規格でDolan<sup>11)</sup>の式を採用して応力集中係数を求め、歯形係数と共に強度計算式に適用しており、Buckingham<sup>12)</sup>も同様に扱っている。

Heywood<sup>13)</sup> はネジを対象にした光弾性実験から応力集中係数を求め、それを歯車に適用させているが、実際の歯形に即した多くの実験例から導びいたDolanの式の方が現在最も信頼できると考えられる。Dolanによれば歯車の引張側応力集中係数  $f_c$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_c = 20^\circ \text{ のとき} \\ f_c = 0.18 + \left(\frac{2\zeta}{\rho}\right)^{0.15} \left(\frac{2\zeta}{\eta+k}\right)^{0.45} \\ \alpha_c = 14.5^\circ \text{ のとき} \\ f_c = 0.22 + \left(\frac{2\zeta}{\rho}\right)^{0.20} \left(\frac{2\zeta}{\eta+k}\right)^{0.40} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

さらにDolanの式(38)を用いることにより、歯形係数に対して半径方向分力による圧縮応力が考慮されることになる。

なお会田・寺内の式はスミ肉付近の形状が一致しておれば、スミ肉から離れた部分(突起)の形状は実際の歯形と異ってもよいと仮定して、いろいろな写像図形についてスミ肉部の応力および応力集中係数を、 $s/\rho = 5.95 \sim 31.39$  ( $s$  = 危険断面上の歯厚、 $\rho$  = スミ肉曲線の曲率半径)、の範囲について計算している。また応力集中係数  $f_c$  は  $l$  を荷重点から危険断面までの垂直距離として次式で与えられている。

$$f_c = f_M \{c_1 + c_2 \sqrt{1 + (s/l)^2}\}, \quad f_M = 1 + c_3 \frac{s}{\rho} \quad (39)$$

ここで  $c_1, c_2, c_3$  は係数である。さらに  $s/\rho \leq 10$  のとき、 $f_M$  の値は突起の形状の影響を受けている。これに対し筆者等の計算は  $s/\rho = 0.85 \sim 2.5$ 、 $l/s = 0.3 \sim 0.5$  の範囲であるから、突起形状の影響をうけることが大きい。会田・寺内の結果はDolanの結果と比較すると  $l/s = 0.3 \sim 0.5$  の範囲で大きな差異がある。

最悪荷重点を考えた歯形形状係数の計算結果の1例を図6の下方に示すが、歯先点歯形係数  $y$  より10~30%大きい値となっている。

なお式(37)で  $y_i^*$  を歯先点歯形係数  $y$  におきかえれば、歯先点歯形係数に応力集中を考慮した歯先点歯形形状係数  $Y$  が求められる。すなわち

$$Y=y/f_c \tag{40}$$

3.2 荷重分担率について

歯を完全剛体と仮定すれば、カミアイ率  $1 < \epsilon < 2$  の場合、カミアイ始めと終りの2枚カミアイ区間で歯の荷重分担率は理論的に1/2となるが、歯の弾性を考えると一般に荷重分担率は歯先で約0.4、最悪荷重点で約0.6前後の値になる<sup>14)</sup>。さらに歯形の修正、摩耗などの影響が大きい。

筆者等の一人<sup>15)</sup>も荷重分担率を理論的に計算したが、複雑な計算となり、簡単な数式表示を行って歯形形状係数と共に設計式に導入することは困難である。ここでは簡単に1/2と仮定する。荷重分担率を1/2とすれば、最悪荷重点負荷時の許容ピッチ円周力は歯先点負荷時の許容ピッチ円周力の2倍を越えることができない。すなわち

$$y_i^* \leq 2y \tag{41}$$

$$y_i^* > 2y \text{ の場合 } y_i^* = 2y \tag{42}$$

荷重分担率を1/2とした場合の計算結果の1例を図6に示す。

3.3 等曲げ強度歯車の設計法

かみあう一對の歯車の曲げ強度を等しく設計できれば極めて合理的である。等曲げ強度歯車の設計法について種々な報告がなされているが<sup>16)</sup>、いずれも最悪荷重点における等曲げ強度の設計条件が非常に複雑なので、歯先点負荷における等強度設計法を提唱している。

筆者等は最悪荷重点に対する等曲げ強度の設計条件を歯形形状係数  $Y_i^*$  を用いて考察する。かみあう両車の歯数が大きく異なる場合、歯の等曲げ強度の条件は両車の材質、熱処理等を考えて  $\sigma_1 Y_1^* = \sigma_2 Y_2^*$  すなわち

$$\frac{Y_1^*}{Y_2^*} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = n \tag{43}$$

で表される。ここで  $\sigma_1, \sigma_2$  は材料の許容曲げ応力、 $n$  はその比を表わす。

両車の歯数比が1に近い場合には同一材料、同一熱処理のものが採用される。この場合には従って等曲げ強度は式(43)で  $n=1$  とおいて、歯形形状係数が互いに等しいという条件になる。以下  $n=1$  の場合について考察する。

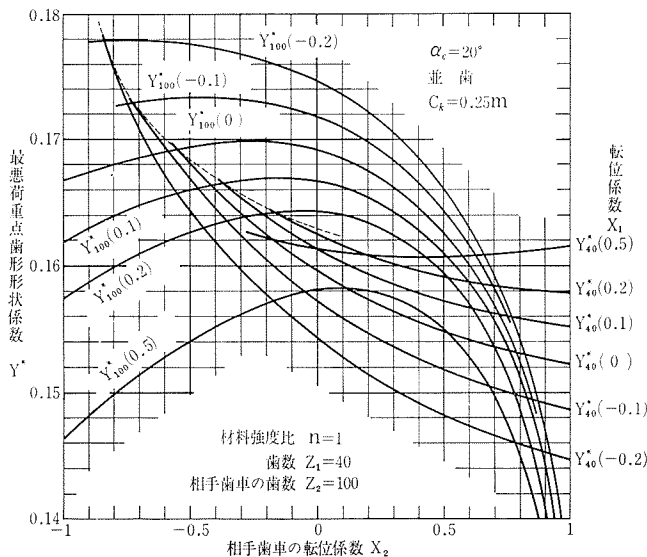


図7 一對の歯車の最悪荷重点歯形形状係数

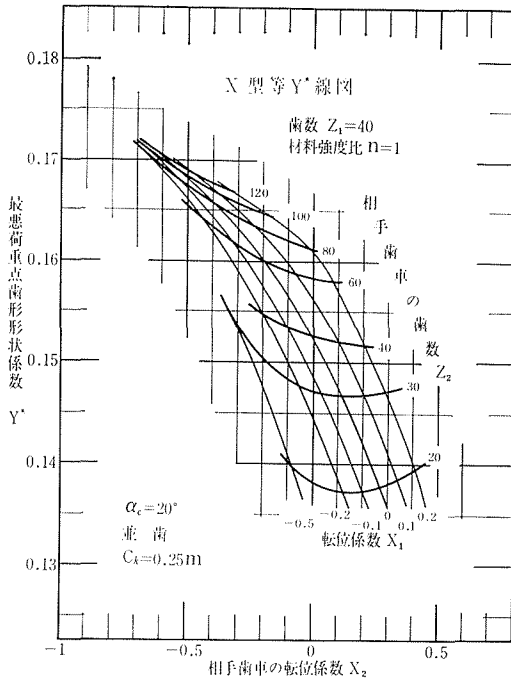


図8 X型等曲げ強度線図

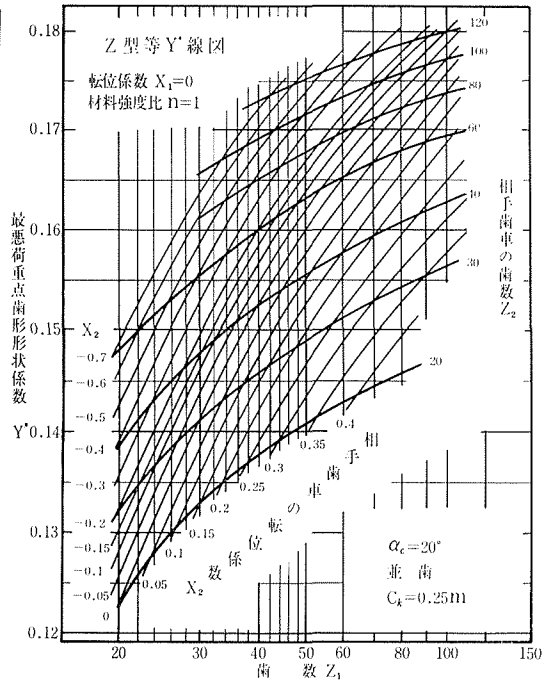


図9 Z型等曲げ強度線図

一對の歯車がかみあう場合の最悪荷重点歯形形状係数  $Y_i^*$  の1例を図7に示す。両車の歯形形状係数曲線が1点または2点で交れば、その交点では両者の歯形形状係数  $Y_1^*, Y_2^*$  が等しくなる。交点が2個ある場合には歯形形状係数の大きい方を選び、それを図中に破線で示した。 $Y_1^* = Y_2^*$  なる交点を歯数  $z_1 = 40$  とかみあう種々の歯数  $z_2$  について整理すると図8を得る。これは横軸に相手歯車の転位係数  $x_2$  をとっているのでX型等曲げ強度線図と名づける。

同様に図9は転位係数  $x_1$  についてまとめたものであるが、横軸に自己の歯数  $z_1$  をとっているのでZ型等曲げ強度線図と名づける。このようなX型およびZ型曲げ強度線図から、かみあう一對の歯車の最悪荷重点に対する等曲げ強度設計を比較的容易に行うことができる。

表1 1対の歯車の歯形係数、歯形形状係数およびピッチ円周力の計算例  
(条件  $m=5, \sigma_b=25 \text{ kg/mm}^2, b=20 \text{ mm}$ )

荷重点		等曲げ強度を考慮しない設計		等曲げ強度設計 ( $n=1$ )	
		歯先	最悪荷重点	組合せ I 最悪荷重点	組合せ II 最悪荷重点
1車 $z_1=30$	$x_1$	0	0	0	0.265
	$y_1^*, y_b, Y_1^*$	$y_1=0.1147$	※ $y_1^*=0.2427$ → $2y_1=0.2294$	$Y_1^*=0.1560$	$Y_1^*=0.1520$
	$P_1$ (kg)	900	※ 1801	1225	1193
2車 $z_2=60$	$x_2$	0	0	-0.39	0
	$y_2^*, y_b, Y_2^*$	$y_2=0.1315$	$y_2^*=0.2610$	$Y_2^*=0.1560$	$Y_2^*=0.1520$
	$P_2$ (kg)	1032	2049	1225	1193

※印は式(40)を適用した。

設計の1例として  $m=5$ ,  $\sigma_b=25 \text{ kg/mm}^2$ ,  $b=20 \text{ mm}$ ,  $z_1=30$ ,  $z_2=60$  の標準歯車がかみあう場合、図6から両車の歯形係数  $y_i$ ,  $y_i^*$ , 歯形形状係数  $Y_i^*$  を求め、ピッチ円周力  $P$  を計算してそれぞれ表1に示した。ただし  $z_1=30$  の歯形係数  $y_i^*$  は式(42)によって  $2y_1$  を採用した。

次に  $n=1$  の場合の等曲げ強度の条件を図9から求め、表1にまとめた。なお組合せ I に比べて II の方は歯形形状係数  $Y^*$  が小さくなっている。このように小歯車を正転位して歯形形状係数が小さくなるのは図7からもわかるように危険断面の曲率半径が小さくなり、応力集中係数  $f_c$  が大きくなることによる。

#### 4. む す び

(1) ラックカッタによって転位歯切りした平歯車のカムアイ率が2未満の場合について、切下げを考慮し、最悪荷重点に対応する歯形係数の計算式を求め、計算結果の一部を紹介した。

(2) かみあう一對の歯車の最悪荷重点における歯形形状係数を導入した。これによって歯元の応力集中が考慮された許容ピッチ円周力の計算が可能となる。

(3) 最悪荷重点歯形形状係数  $Y_i^*$  は歯先点歯形係数  $y$  より 10~30%大きい。

(4) 最悪荷重点に対する歯形形状係数を用いた等曲げ強度歯車の設計法を示し、 $n=1$  における X 型および Z 型等曲げ強度線図を作成した。

(5) これらの等曲げ強度線図を用いて  $z_1/z_2=30/60$  の平歯車の設計例を示した。

最後に終始適切な御助言を賜った仙波正荘博士に謝意を表します。

#### 文 献

- 1) 土肥・鶴飼・浅野, 第10回機械学会北海道支部講演会前刷集, (昭40), 103; 第11回機械学会北海道支部講演会前刷集, (昭41), 177; 機械学会創立70周年記念北海道地区講演会講演論文集, 173 (昭42), 123.
- 2) 歯車便覧, (昭37), 163, 日刊工業新聞社.
- 3) 中田 孝, 転位歯車, (昭38), 75, 誠文堂新光社.
- 4) 仙波正荘, 歯車, 3, (昭34), 662, 日刊工業新聞社.
- 5) 太田章博, 機械学会論文集, 10-40-IV, (昭19), 127.
- 6) 太田章博, 機械学会論文集, 10-40-IV, (昭19), 131.
- 7) 王 銘勳, 機械学会論文集, 7-29-IV, (昭16), 6.
- 8) 両角宗晴, 機械の研究, 14, 1, (昭37), 121.
- 9) 会田・寺内, 機械学会論文集, 27, 178, (昭36), 853, 862, 868.
- 10) W. H. Bookmiller, Prod. Engng. 18 (1948), 161, 167.
- 11) T. J. Dolan, J. App. Phys., 12, (1941), 384. T. J. Dolan & E. L. Broghammer, Univ. Illinois. Expt. Sta. Bull., 335, (1942), 5.
- 12) 仙波正荘, 歯車, 3 (昭41), 715, 日刊工業新聞社.
- 13) 仙波正荘, 歯車, 3 (昭41), 684, 日刊工業新聞社.
- 14) R. V. Baud & R. E. Peterson, Mech. Engng., 51-9 (1929), 653. 石川, 機械学会論文集, 17, 59 (昭26), 103.
- 15) 土肥, 機械学会論文集, 15-50-IV, (昭24), 62; 北大工策報, 1. (昭23), 35.
- 16) 石川, 機械学会誌, 59, 452 (昭31-9), 694. 歯車便覧, (昭37), 173, 日刊工業新聞社. 藤井, 機械と工具, (1967-5), 103. 浅野, 設計製図学会道支部講習会資料 (昭44).