



Title	トンネルダイオードを含む伝送線路の直流解析
Author(s)	吉田, 則信; 深井, 一郎; 福岡, 醇一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 67, 47-54
Issue Date	1973-06-30
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/41130">http://hdl.handle.net/2115/41130</a>
Type	bulletin (article)
File Information	67_47-54.pdf



[Instructions for use](#)

# トンネルダイオードを含む伝送線路の直流解析

吉田 則信 深井 一郎 福岡 醇一

(昭和47年11月30日受理)

## D. C. Analysis of Transmission Line Containing Tunnel Diode

Norinobu YOSHIDA, Ichiro FUKAI, Jun-ichi FUKUOKA

(Received November 30, 1972)

### Abstract

A tunnel diode connected to a distributed line is useful for a high speed pulses circuit. The estimation of voltage level is important in pulse circuit design before analysis of transient response. But the nonlinearity of the tunnel diode, containing negative conductance, renders the solving of a D. C. network equation very difficult. A study of this problem revealed that the introduction of the concept of quasi static state and state variables, to the mathematical method, the method of Newton-Raphson, is highly effective leading to a physically reasonable solution of such a nonlinear equation. Thus from this point of view, by the use of only D. C. conditions, we can develop a general algorithm for computing the D. C. level of the tunnel diode involved in a distributed circuit. With a digital computer we can simulate time domain characteristics of a self-oscillating circuit consisting of a tunnel diode and a distributed no-loss, nondispersive line.

### 1. ま え が き

トンネルダイオードはよく知られているように、外より加えられる電圧によって正抵抗特性、負抵抗特性、再び正抵抗特性と状態が変わる。その為、電圧電流特性に山と谷を持つので、負荷線と複数個の点で交わり、直流回路方程式を解く場合、一般的に多値解問題となり、解を求むるのに直流場の条件だけでは困難を伴うことが多い。しかし高周波技術の進歩に伴い盛んになっているトンネルダイオードと分布線路を結び合わせた増幅器や発振器の設計、製作に当っては、まずトンネルダイオードのバイアス条件、ON、OFF時の電圧等の直流レベルの解析が容易に正確に行われることが必要と考えられる。

本論文は素子の特性曲線を折線近似表現した時有効である修正された NEWTON-RAPHSON 法に基づき、素子に付随する寄生容量及びリード線インダクタンス等のエネルギー蓄積素子及び分布線路の伝送特性等を考慮したアルゴリズムを加えることによって、分布線路と結合したトンネルダイオードの直流レベル解析、準定常状態近似によるレベル変動の解析を行えることを示すものである。

第2章に解析手法の基本的な考え方と、それを用いたプログラムの説明を行い、第3章にそのプログラムを用いて自励発振回路の発振状態を計算機によってシミュレーションを行った結果を報告する。

## 2. 解析手法

### 2.1 分布定数線路の取り扱い

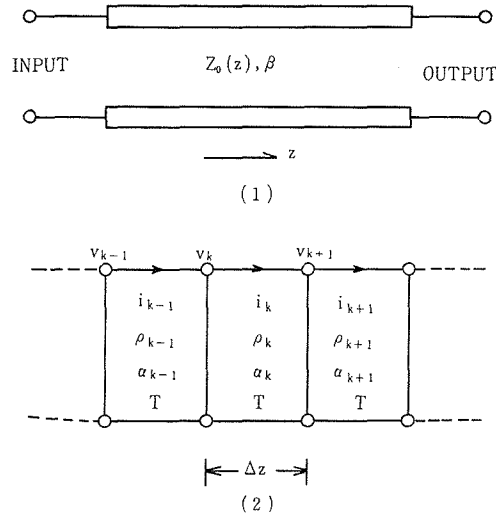


図1 (1) 無歪分布線路の一般形と (2) その区分化表示

始めに分布定数線路の定式化について述べる。扱う変数は電圧及び電流のスカラー量とし、 $z$  を座標とする一次元線路を考える。線路特性は  $R(z)/L(z)=G(z)/C(z)$  なる条件を満たす無歪線路とする。この時線路の伝送方程式は  $v$  を電圧、 $i$  を電流、 $t$  を時間とすると次式で表わされる。

$$-\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = R(z)i(z, t) + L(z)\frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = G(z)v(z, t) + C(z)\frac{\partial v(z, t)}{\partial t}$$

負荷の集中定数素子を含めて直流レベル解析を行う立場から次の3つの考慮を払う。

(1) ある直流レベルが決まるためには初期状態よりのレベルの変動が伝送線路を伝播する過程が存在するので、線路のインピーダンス、及び伝播定数はそれぞれ  $Z_0 = \sqrt{L/C}$ ,  $r = \sqrt{RG} + s\sqrt{LC}$  で表わされる。

(2) 負荷集中定数素子の独立及び従属変数は、電圧 (V) 及び電流 (I) というスカラー量に対応しているのが解析的に便利である。故に電圧及び電流を入射波、反射波、透過波等に分けることをしない方法を用いる。

(3) 直流レベル解析を基本的解析方法としてさらにレベル変動の解析を行うためには電圧、電流の時間的変動はある単位時間内で一定であると考える準定常状態近似が必要である。その近似を任意の正確さで行う方法として、準定常状態を保つ単位時間量  $T$  に対応した波の伝播距離で線路を区分化し、それより導かれる差分方程式を用いることが望ましい。

上記のことを満足し、デジタル計算機による数値計算にも適した方程式としてよく知られた次の差分方程式<sup>1)</sup>を用いることとする。

$$v_k(t) + \rho_{k-1}i_k(t) = \alpha_{k-1}v_{k-1}(t-T) + \alpha_{k-1}\rho_{k-1}i_{k-1}(t-T) \quad (2 \leq k \leq n+1)$$

$$v_k(t) - \rho_k i_k(t) = \alpha_k v_{k+1}(t-T) - \alpha_k \rho_k i_{k+1}(t-T) \quad (1 \leq k \leq n)$$

ここで  $n$  を線路の区分数、 $k$  を  $k$  番目の区分点、 $\Delta z$  を区分距離とすると、 $z_k = (k-1)\Delta z$  なる区分点で

$$\rho_k = \sqrt{\frac{L(z_k)}{C(z_k)}}$$

$$T = \sqrt{L(z_k)C(z_k)} dz$$

$$\alpha_k = (1.0 - \sqrt{R(z_k)G(z_k)}) dz$$

となる。図1に区分化された線路表示を示す。

## 2.2 トンネルダイオードの取り扱い

次にトンネルダイオードの直流レベル解析の手法について述べる。トンネルダイオード（以下素子と呼ぶ）の電圧電流特性曲線は図2に示すように山と谷を持つ為、一般に負荷線と複数個の交点を持つ。しかし実際の回路では、素子に並列する接合容量、形状より生ずる寄生容量、リード線の直列インダクタンス等のエネルギー蓄積素子の為、系の安定条件を満たしている限り、ただ一つの有意の解は一義的に定まる。直流レベル解析ではそれらのエネルギー蓄積素子を全て取り除いて得られた非線形代数方程式を解くので、真の解を求めることは式の上だけでは不可能である。それを補う為に数値計算に当って種々の物理的に意味のある手続きを加えることで有意な解を容量及びインダクタンス素子を含む複雑な偏微分方程式を解くことなしに、容易に直流レベル条件のみから求めようとするものである。数値計算の為の解析手法を求めるに当って、次の考慮を払うものとする。

(1) 素子の次の状態を決定するものは素子に隣接する分布線路区分に保持されている電圧 ( $v(t-T)$ )、及び電流 ( $i(t-T)$ ) である。このことは系が安定である限り、定常解は過渡解に無関係に外部からの電圧電流条件と回路の直流的条件のみから定まることで確められる。すなわち素子そのものが不安定でない限り、方程式の差分時間を素子時定数より十分小さく取ることにより任意の精度で、レベル変動の解析が行えるという意味で、素子のリアクタンス分を無視することが可

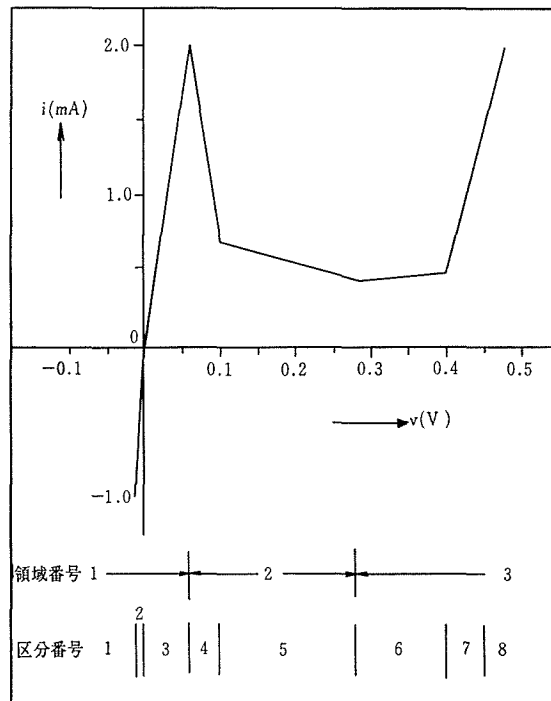


図2 折線近似されたトンネルダイオード特性

能である。

(2)<sup>2)</sup> 素子と分布線路よりなる系は次の安定条件を満たすように解が決まる。すなわち素子の負性抵抗領域が存在する時は素子より線路を見込んだインピーダンスを  $Z$  とすると、 $g(<0)$  を負性抵抗領域の一つの区間の勾配とする時、 $Z < |g|^{-1}$  を満たすことが必要である。直流条件のみよりまず求めた解が不安定領域にある時は、負性抵抗によって生ずる内部エネルギーによって安定領域まで解が移動するが、その移動の方向は前の値から仮の不安定解に移動した方向となる。このことは数値計算の上で無視した素子のエネルギー蓄積素子の電荷及び磁束の変化の方向は与えられた差分時間間隔の間では一定であるとの仮定によるものである。

(3) 素子特性は電圧を独立変数にする。これは図2からも明らかのように電圧に対して電流は一義的に定まるからである。また特性は折線近似で与えるこれによって素子の特性を多項式近似した時のように各係数の計算する手間なしに、容易に、任意の精度で元の実験データを計算の際の入力データとして用いることができ、さらに次に述べるように NEWTON-RAPHSON 法の収束が速くなり能率的である。

(4) 非線形方程式を解く方法として、非線形特性が今回のように折線で表わされている場合に有効な修正された NEWTON-RAPHSON 法<sup>3),4)</sup>を用いる。本方法は連続関数の NEWTON-RAPHSON 法の公式、 $n$  を繰返し数として

$$x^{n+1} = x^n - \frac{f(x^n)}{f'(x^n)}$$

において一次導函数  $f'(x^n)$  を  $n$  回目の近似解  $x^n$  点の導函数でなく、 $x^n$  を含む区間を表わす直線の勾配とする。各区間の勾配は与えられた素子特性のサンプル点から機械的に求められる。又収束は今回の繰返し計算の出発値と結果の値が同じ折線区間内にある時は結果的に線形方程式を解いたことになり、許容誤差との比較の必要なく、真の解が求めたことになる。誤差の問題は計算機により生ずる誤差を除けば、実験により求めた素子特性を折線近似した時のサンプル点の位置及び個数によって決まり、容易に精度の問題を検討することができる。

(5) 解析に用いたトンネルダイオードの折線近似された特性を図2に示す。電圧のサンプル点は  $-10 \text{ mV}$  から  $+480 \text{ mV}$  まで7点を取っている。非線形特性解析プログラム中での判断の基準とする為、特性の正抵抗領域、負抵抗領域、正抵抗領域に対してそれぞれ領域番号を付ける。又折線の各区分について1から8までの区分番号を付ける。サンプル点以外の電流値はその区分の両側のサンプル点より線形内挿で求めるが、区分1と8の区分の電流値はそれぞれ区分2、7の直線で外挿した値を用いる。

### 2.3 解析プログラムについて

前節で述べた基本的な考え方に基づいて求められた、トンネルダイオードと分布線路よりなる系の一般的解析プログラムの非線形方程式を解く部分の流れ図を図3に示し、図中の番号に従って説明を加えていく。

(1) 出発値として何を用いるかが NEWTON-RAPHSON 法の場合収束の早さと関連して重要であるが、特にこの問題のように多値解を持つ可能性のある場合、真の解が求まるかどうかも出発値で決まるとも言える。素子に付随するリアクタンス分は無視しているので、素子には前の状態を保持する作用はなく、新しい状態は伝送線路より素子に供給される電力で決まると考えられる。しかし用いる非線形方程式は電圧を独立変数としているので、出発値としては電力そのものでなく、素子装荷点の両隣の線路区分に保持されている電圧、電流で、非線形方程式に外力として効果を及ぼす量、すなわち入力側では、

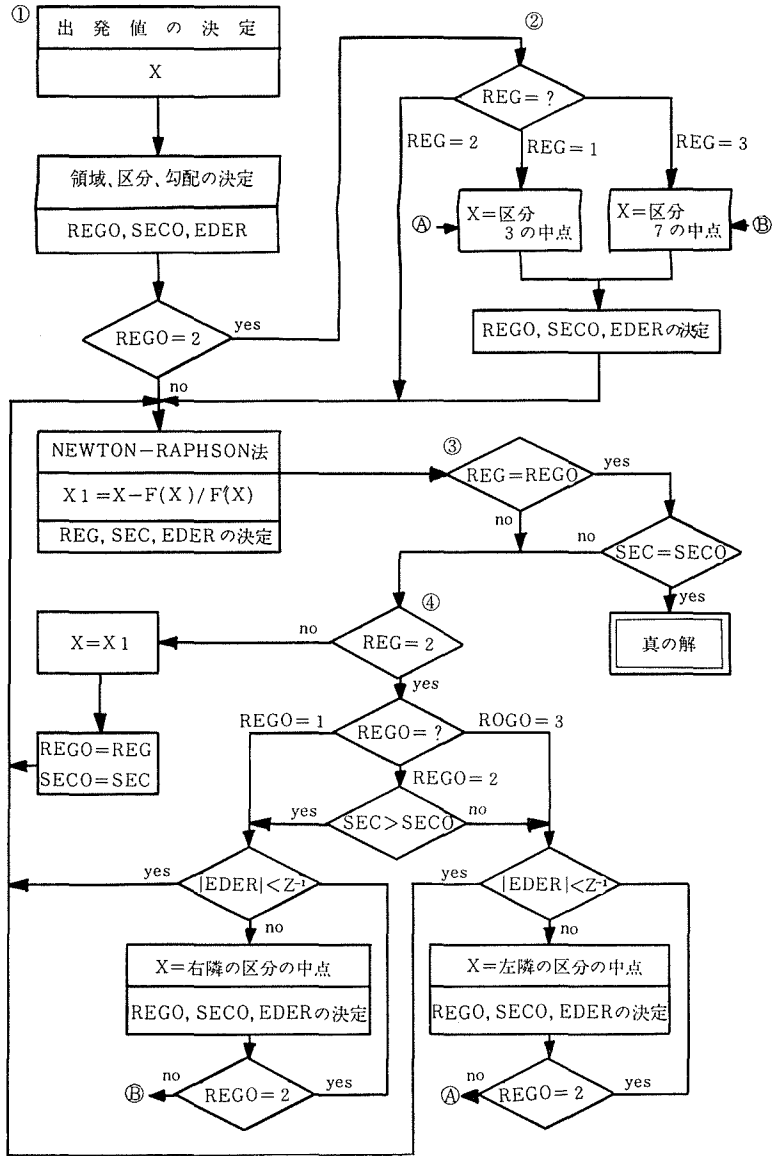


図3 非線形方程式を解くプログラム主要部

$$v_{k-1}(t-T) + \rho_{k-1} i_{k-1}(t-T)$$

終端側では

$$v_{k+1}(t-T) - \rho_k i_{k+1}(t-T)$$

を用い、それらを平均した値を出発値として用いた。次にその出発値の領域及び区分を求める。領域が1と3にある時は次の近似解を求める。

(2) 領域が2である時は素子の現在の端子電圧を調べる。その領域も2である時はそのまま次の近似解を求める。領域1, 3の時は、それぞれ区分3, 7の中点を出発値として次の近似解を求める。これは(4)に述べる繰返しをさせて収束を早くする為の操作である。

(3) 求まった次の近似解の領域、区分を求め、領域が1, 3で、区分が出発値と同じなら真の

解である。領域が2の時は区分が同じでかつ、安定条件を満たしているならば真の解となる。領域が1, 3で区分が出発値とちがう時は、今、求まった近似値を出発値として次の近似解を求める。

(4) 領域が2で真の解でない時は次の操作を行う。すなわち、出発値の区分と比較して今求まった近似解の区分がずれている方向に一つ区分をずらし、その勾配が安定条件を満たしているかどうか調べ、満足している特はその区分の midpoint を新しい出発値とする。そうでない時はさらに同じ方向にひとつづらして見る。山又は谷を越えた時は(2)と同じく区分3, 7の midpoint を出発値とする。これは前節の(2)の仮定によるものである。

### 3. 解析結果

解析に用いた回路は図4に示す一端短絡分布定数線路と、バイアス電圧のかけられたトンネルダイオードより構成されている。この回路は適当なバイアス電圧のもとで、スイッチを入れると発振し階段状の電圧波形が得られる。この波形はバイアス値の他、ダイオード特性、線路インピーダンス等によってその周期、形を変える。本解析では他の解析手法との比較の為、特性インピーダンスは線路中一定、無損失無歪線路として、図に示す線路終端の電圧  $v$  を線路の伝播時間  $t_0$  で規格化した時間軸上で観測する。

図5、図6、図7は線路インピーダンスを固定し、バイアス電圧を変化させた時の  $v$  の時間変動を示し、バイアス値により、単調減衰、減衰振動、連続発振する結果が出ている。又図8、図9はバイアス値一定で線路インピーダンスを変えた時の計算結果で、周期が変化している。なお以上の結果は BERGERON<sup>3)</sup> の図式解法で求めた結果とよく一致した。

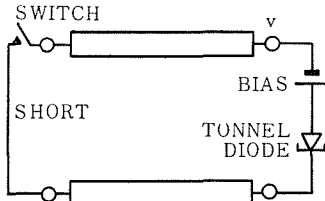


図4 解析回路

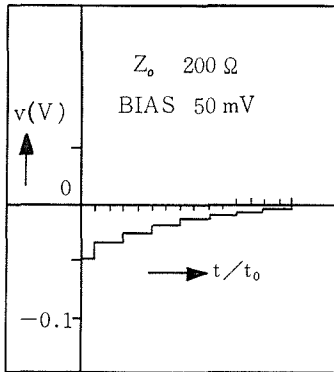


図5 解析結果

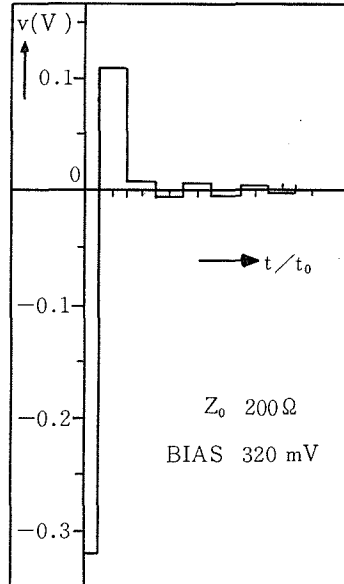


図6 解析結果

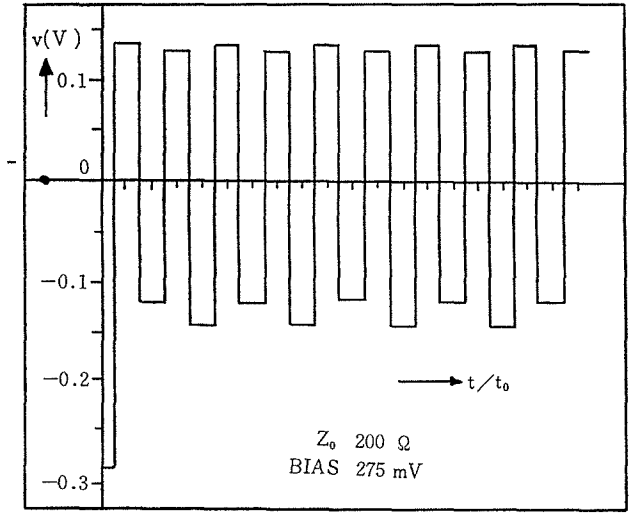


図 7 解析結果

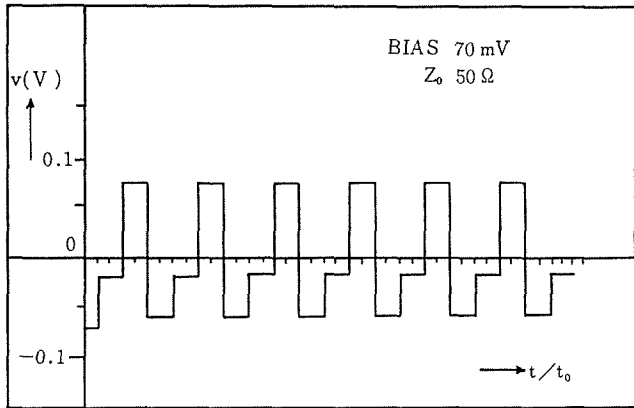


図 8 解析結果

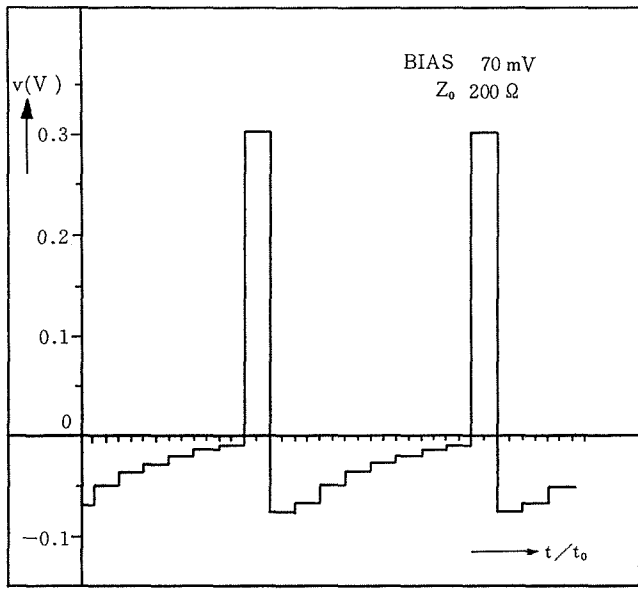


図 9 解析結果



#### 4. あとがき

本解析手法は、直流レベル解析という限られた問題についての考察から出発しているので、その拡張としての時間軸上のレベル変動解析も、準定常状態近似ができる条件を満たした問題に限定される側面を持っている。

しかし、現実の素子では非線形コンダクタンスに並列、直列に加わる、容量、インダクタンス等は等価的に、定電圧源、定電流と純抵抗で直流回路表示されることが知られており、本方法と結び合わせることによって、基本的に直流解析の手法で、トンネルダイオードを含む回路の、より正確な過渡応答を求めることができる。最後に査読頂きました本学科加地教授に感謝致します。

#### 参 考 文 献

- 1) V. Dvorak, : Proc. of IEEE, (1970), 9, p. 844-845.
- 2) 福井初昭: エサキ・ダイオード (昭38), p. 66, オーム社。
- 3) 大附辰夫, 渡部 和: 非線形相互結合回路網の DC 解析, 信学会研究会資料 CT-67-31, (1967).
- 4) 大附辰夫, 吉田則信: 非線形回路の直流解析プログラムについて, 信学会研究会資料 CT-69-19, (1969).
- 5) G. Metzger, J. P. Vobre: Transmission Line with Pulse Excitation, (1969), Academic Press.