HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	コンクリート合成桁の遅れ変形による応力変化
Author(s)	角田, 与史雄; 奈良, 久
Citation	北海道大學工學部研究報告, 68(1), 79-90
Issue Date	1973-09-25
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/41151
Type	bulletin (article)
File Information	68(1)_79-90.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

コンクリート合成桁の遅れ変形による応力変化

角田与史雄* 奈良 久*

(昭和48年3月23日受理)

Stress Redistribution in Concrete Composite Beams due to Delayed Deformation of Concrete

Yoshio KAKUTA Hisashi NARA

Abstract

To fill the requirement for the shortening construction time the use of composite types of concrete members is increasing. However in the composite members stress redistribution occurs due to the restriction of delayed deformation of concrete by steel and also due to the reciprocal restriction of deformations of two different concretes.

In this paper an exact solution of delayed stresses in reinforced concrete composite beams is given. The solution for a simply supported beam with composite section, as shown in Fig. 1, is obtained by numerical integration of eq. (20), in which the effect of change of Young's moduli of concretes with time is also considered. Some numerical examples are shown in Fig. 6 to 8, from which it is found that the neglecting of the effect of steels or the effect of change of Young's modulus of concretes, commonly used for the simplicity, is not necessarily valid. In continuous beams a solution is obtained from eq. (20) by adding the effect of changes of the magnitude of indeterminate moments, given in eq. (29), caused by incompatible delayed deflections.

1. 序　　言

最近，橋梁設計施工技術のめざましい進歩がみられ，コンクリート橋の施工に際しては品質管理の効率化，施工期間の短縮等の条件から，プレキャストRC，あるいは，PC桁と場所打ちコンクリートスラブを一体化したコンクリート合成桁の使用が増加している。

この場合，新旧コンクリートの材令が異なるため，コンクリートのクリープ，収縮による内部応力の分布がどのように変化するかをあらかじめ各断面でチェックしておくのがその安全性の点から必要である。

また，最初各径間毎に単純桁として架設し，その上にスラブを打って2径間連続桁を完成型式とするような場合には，クリープおよび収縮によって不静定モーメントが発生するので，その影響も考慮しなければならない。

コンクリート構造物におけるクリープおよび収縮による応力の計算に関しては，Dischinger[1]の数学的解析法などの報告があるほか，コンクリート合成桁に関しては，鉄筋の拘束作用を無視したBusemann[2]の図解法，鉄筋の拘束作用は考慮するが，コンクリートの弾性係数の時間的変

* 土木工学科　コンクリート工学講座

化は無視した，角田，北村の計算法[3] などがあり，また，鉄筋の拘束作用を無視し，かつコンクリートのクリープの影響を弾性係数値に換算する近似解[4~6] も与えられている。

ここでは，材令の異なる新旧コンクリートからなる単純桁と，2径間連続桁の場合について，厳密応力計算式を導き，単純桁の場合の数値計算結果を示す。

2. 合成単純桁のクリープおよび収縮による応力の計算法

2.1 計算式誘導上の仮定

a) コンクリートのクリープ係数 φ，および収縮率 ω の時間変化は相似であり，かつ新コンクリート (C_1) と旧コンクリート (C_2) との間にも相似関係が成り立つ。

すなわち

$$\left.\begin{array}{ll} \text{新コンクリート：} & \varphi_1=\varphi \\ & \omega_1=\gamma_1\varphi \\ \text{旧コンクリート：} & \varphi_2=\alpha\varphi \\ & \omega_2=\gamma_2\varphi \end{array}\right\} \qquad (1)$$

ここに，$\gamma_1=\omega_{1\infty}/\varphi_{1\infty}$，$\alpha=\varphi_{2\infty}/\varphi_{1\infty}$，$\gamma_2=\omega_{2\infty}/\varphi_{1\infty}$

b) コンクリートの弾性応力一弾性歪は比例関係にある。

c) コンクリートには常にひびわれが生じていない。

d) クリープおよび収縮の開始後には，鉄筋とコンクリートの間には，平面保持の法則が成り立つ。

e) コンクリートのクリープ開始時 $t=0$ の時の弾性係数 E_{C0} とある時刻 $t=t$ における弾性係数 E_{Ct} との間は次式のような関係がある。

$$E_{Ct}=E_{C0}(1+\lambda a)$$

ここで，$\lambda=\varphi_t/\varphi_\infty$，$a=E_{C\infty}/E_{C0}-1$

2.2 厳密解法

Fig. 1 のごとく，合成断面 (i) を新コンクリート (C_1)，旧コンクトート (C_2)，および鉄筋 (S) の3個のエレメントに分割して考える。

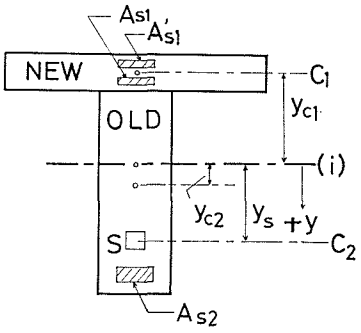

Fig. 1.

$t=t$ における合成断面および各エレメントの断面積，断面2次モーメント，および合成断面の重心から各エレメントの重心までの距離を，それぞれ $A_{i\varphi}$，A_{C1}，A_{C2}，A_S；$I_{i\varphi}$，I_{C1}，I_{C2}，I_S；$y_{C1\varphi}$，$y_{C2\varphi}$，$y_{S\varphi}$ とすれば

$$\left.\begin{array}{l} A_{i\varphi}=A_{C1}+n_{C2\varphi}A_{C2}+n_{S\varphi}A_S \\ I_{i\varphi}=I_{C1}+A_{C1}y_{C1\varphi}^2+n_{C2\varphi}(I_{C2}+A_{C2}y_{C2\varphi}^2)+n_{S\varphi}(I_S+A_Sy_{S\varphi}^2) \end{array}\right\} \qquad (2)$$

ここに

$$n_{C2\varphi}=\frac{E_{C2}(1+\lambda a_2)}{E_{C1}(1+\lambda a_1)},\qquad n_{S\varphi}=\frac{E_S}{E_{C1}(1+\lambda a_1)}$$

ただし，E_{C1}，E_{C2}，E_S は $t=0$ における新，旧コンクリートおよび鉄筋の弾性係数である。

なお，y は A_i 断面の重心より下向きを正とし，また A_S，I_S はすべての鉄筋 (Fig. 1 では A_{S1}，A_{S1}，A_{S2}) を含めたものである。

初期応力をFig. 2のごとく各エレメントの重心に働く軸力 N_{C10} など，およびモーメント M_{C10} などに分割して考える。ここに N は圧縮を正，M は下側引張の場合を正とする。

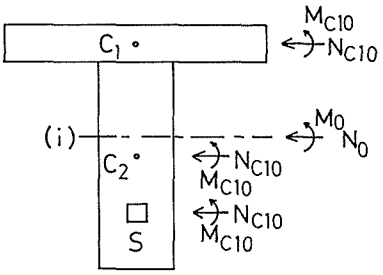

Fig. 2.

クリープおよび収縮によって各エレメントに附加される力を $N_{C1\varphi}$, $N_{C2\varphi}$, $N_{S\varphi}$；$M_{C1\varphi}$, $M_{C2\varphi}$, $M_{S\varphi}$ とすれば，次式が成立する。

$$\left.\begin{aligned} &N_{C1\varphi}+N_{C2\varphi}+N_{S\varphi}=0 \\ &M_{C1\varphi}+M_{C2\varphi}+M_{S\varphi} \\ &\quad -(N_{C1\varphi}y_{C1\varphi}+N_{C2\varphi}y_{C2\varphi}+N_{S\varphi}y_{S\varphi})=0 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

そのとき，各エレメントに作用する合計の力は

$$\left.\begin{aligned} N_{C1} &= N_{C10}+N_{C1\varphi} \\ N_{C2} &= N_{C20}+N_{C2\varphi} \\ N_S &= N_{S0}+N_{S\varphi} \\ M_{C1} &= M_{C10}+M_{C1\varphi} \\ M_{C2} &= M_{C20}+M_{C2\varphi} \\ M_S &= M_{S0}+M_{S\varphi} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

内力と外力との釣合い式は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} &N_{C1}+N_{C2}+N_S=N_0 \\ &M_{C1}+M_{C2}+M_S-(N_{C1}y_{C1}+N_{C2}y_{C2}+N_Sy_S)=M_0 \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

ただし，M_0, N_0 は新コンクリート合成前に作用した力もすべて A_i 断面に働く力に換算したもので，実際には合成前および合成後に働く力に対し，各エレメントの力の分担率を求めて，それによって別々に内力を求め，その合成したものとして，N_{C10}, N_{C20}, N_{S0}；M_{C10}, M_{C20}, M_{S0} を求めなければならない。

すなわち，最初モーメントのみが作用する場合

(イ)　合成前の断面における分担率

仮定より Fig. 3 から

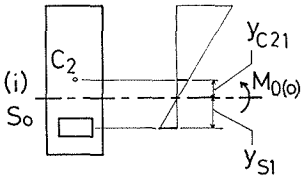

Fig. 3.

$$\left.\begin{aligned} \frac{N_{C20(0)}}{E_{C2}A_{C2}} &= \frac{-M_{0(0)}}{E_iI_{i(0)}}y_{C21} \\ \frac{M_{C2(0)}}{E_{C2}I_{C2}} &= \frac{M_{0(0)}}{E_iI_{i(0)}} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

いま，旧断面で E_{C2} を基準にとれば(6)式より (C_2), (S_0) の分担力はそれぞれ次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} N_{C20(0)} &= \frac{-M_{0(0)}}{I_{i(0)}}A_{C2}y_{C21} \\ M_{C2(0)} &= M_{0(0)}\frac{I_{C2}}{I_{i(0)}} \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

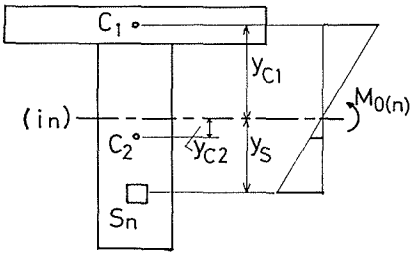

Fig. 4.

(ロ)　合成後の断面における分担率

Fig. 4 より E_{C1} を基準にとって(イ)の場合と同様に求める。

(C_1), (C_2), (S_n) の分担力にそれぞれ次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} N_{C10(n)} &= \frac{-M_{0(n)}}{I_{i(n)}} A_{C1} y_{C1} \\ N_{C20(n)} &= \frac{-M_{0(n)}}{I_{i(n)}} A_{C2} y_{C2} n_{C2(\varphi=0)} \\ M_{C10(n)} &= \frac{I_{C1}}{I_{i(n)}} M_{0(n)} \\ M_{C20(n)} &= \frac{I_{C2}}{I_{i(n)}} M_{0(n)} n_{C2(\varphi=0)} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

(イ), (ロ) より

$$\left.\begin{aligned} N_{C10} &= N_{C10(n)} \\ N_{C20} &= N_{C20(0)} + N_{C20(n)} \\ M_{C10} &= M_{C10(n)} \\ M_{C20} &= M_{C20(0)} + M_{C20(n)} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

いま，各エレメントが相互に拘束されない状態にあるとすれば，任意時刻 t から $t+dt$ までの間に C_1 および C_2 は次の塑性変形をする。(このときの C_1, C_2 の弾性係数および断面2次モーメントは，$E_{C1\varphi}$, $E_{C2\varphi}$, $I_{C1\varphi}$, $I_{C2\varphi}$ とする)

$$\left.\begin{aligned} &C_1 \text{ の縮み} \\ &\quad d\bar{\varepsilon}_{C1\varphi} = \frac{N_{C1}}{E_{C1\varphi} A_{C1}} d\varphi + \gamma_1 d\varphi \\ &C_1 \text{ の曲率変化} \\ &\quad d\bar{\rho}_{C1\varphi} = \frac{M_{C1}}{E_{C1\varphi} I_{C1\varphi}} d\varphi \\ &C_2 \text{ の縮み} \\ &\quad d\bar{\varepsilon}_{C2\varphi} = \frac{N_{C2}}{E_{C2\varphi} A_{C2}} \alpha d\varphi + \gamma_2 d\varphi \\ &C_2 \text{ の曲率変化} \\ &\quad d\bar{\rho}_{C2\varphi} = \frac{M_{C2}}{E_{C2\varphi} I_{C2\varphi}} \alpha d\varphi \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

これらの変形は各エレメントに

$$\left.\begin{aligned} &C_1 \text{ に対して} \\ &\quad d\bar{N}_{C1\varphi} = -E_{C1\varphi} A_{C1} d\bar{\varepsilon}_{C1\varphi} = -(N_{C1} + E_{C1\varphi}\gamma_1 A_{C1}) d\varphi \\ &\quad d\bar{M}_{C1\varphi} = -E_{C1\varphi} I_{C1\varphi} d\bar{\rho}_{C1\varphi} = -M_{C1} d\varphi \\ &C_2 \text{ に対して} \\ &\quad d\bar{N}_{C2\varphi} = -(\alpha N_{C2} + E_{C2\varphi}\gamma_2 A_{C2}) d\varphi \\ &\quad d\bar{M}_{C2\varphi} = -\alpha M_{C2} d\varphi \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

の力が作用したときの弾性変形と等値である。従って，平面保持の仮定よりその合力

$$\left.\begin{aligned} d\bar{N}_{i\varphi} &= -d\bar{N}_{C1\varphi} - d\bar{N}_{C2\varphi} \\ &= (N_{C1} + \alpha N_{C2} + E_{C1\varphi} A_{C1}\gamma_1 + E_{C2\varphi} A_{C2}\gamma_2) d\varphi \\ d\bar{M}_{i\varphi} &= -d\bar{M}_{C1\varphi} - d\bar{M}_{C2\varphi} + d\bar{N}_{C1\varphi} y_{C1\varphi} + d\bar{N}_{C2\varphi} y_{C2\varphi} \\ &= (M_{C1} + \alpha M_{C2}) d\varphi - (N_{C1} + E_{C1\varphi} A_{C1}\gamma_1) y_{C1\varphi} d\varphi \\ &\quad - (\alpha N_{C2} + E_{C2\varphi} A_{C2}\gamma_2) y_{C2\varphi} d\varphi \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

を A_i 断面にかければ各エレメントに次の力が生ずる。

$$\left.\begin{aligned}
d\bar{N}'_{C1\varphi} &= \frac{A_{C1}}{A_{i\varphi}}d\bar{N}_{i\varphi}-\frac{A_{C1}y_{C1\varphi}}{I_{i\varphi}}d\bar{M}_{i\varphi}\\
d\bar{N}'_{C2\varphi} &= \frac{n_{C2\varphi}A_{C2}}{A_{i\varphi}}d\bar{N}_{i\varphi}-\frac{n_{C2\varphi}A_{C2}y_{C2\varphi}}{I_{i\varphi}}d\bar{M}_{i\varphi}\\
d\bar{N}'_{S\varphi} &= \frac{n_{S\varphi}A_S}{A_i}d\bar{N}_{i\varphi}\\
d\bar{M}'_{C1\varphi} &= \frac{I_{C1}}{I_{i\varphi}}d\bar{M}_{i\varphi}\\
d\bar{M}'_{C2\varphi} &= \frac{n_{C2\varphi}I_{C2}}{I_{i\varphi}}d\bar{M}_{i\varphi}\\
d\bar{M}'_{S\varphi} &= \frac{n_{S\varphi}I_S}{I_{i\varphi}}d\bar{M}_{i\varphi}
\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

結局，実際に生ずる2次応力に対する微分方程式は次のようになる。

$$dN_{C1}=d\bar{N}_{C1\varphi}+d\bar{N}'_{C1\varphi}\tag{14}$$

$$dN_{C2}=d\bar{N}_{C2\varphi}+d\bar{N}'_{C2\varphi}\tag{15}$$

$$dN_S=d\bar{N}_{S\varphi}+d\bar{N}'_{S\varphi}\tag{16}$$

$$dM_{C1}=d\bar{M}_{C1\varphi}+d\bar{M}'_{C1\varphi}\tag{17}$$

$$dM_{C2}=d\bar{M}_{C2\varphi}+d\bar{M}'_{C2\varphi}\tag{18}$$

$$dM_S=d\bar{M}_{S\varphi}+d\bar{M}'_{S\varphi}\tag{19}$$

ただし，$d\bar{N}_{S\varphi}=d\bar{M}_{S\varphi}=0$

(14～19) 式の6本の式において未知数は6個であるが，(3) 式を利用できるので，(14), (15), (17), (18) の4式を解けば十分である。

従って，初期条件

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi=0\text{ のとき}\\
&\quad N_{C1}=N_{C10},\qquad N_{C2}=N_{C20}\\
&\quad M_{C1}=M_{C10},\qquad M_{C2}=M_{C20}
\end{aligned}\right\}\tag{20'}$$

のもとで次の連立四元微分方程式を解けばよい。

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dN_{C1}}{d\varphi}+(1-S_{11})N_{C1}+\alpha S_{21}N_{C2}+t_1M_{C1}+\alpha t_1M_{C2}=-(1-S_{11})R_1+S_{21}R_2\\
&\frac{dN_{C2}}{d\varphi}-S_{12}N_{C1}+\alpha(1-S_{22})N_{C2}+t_2M_{C1}+\alpha t_2M_{C2}=S_{12}R_1-(1-S_{22})R_2\\
&\frac{dM_{C1}}{d\varphi}+U_{11}N_{C1}+\alpha U_{21}N_{C2}+(1-Z_1)M_{C1}-\alpha Z_1M_{C2}=-U_{11}R_1-U_{21}R_2\\
&\frac{dM_{C2}}{d\varphi}+U_{12}N_{C1}+\alpha U_{22}N_{C2}-Z_2M_{C1}+\alpha(1-Z_2)M_{C2}=-U_{12}R_1-U_{22}R_2
\end{aligned}\right\}\tag{20}$$

ここに

$$R_1=\gamma_1A_{C1}E_{C1\varphi},\qquad R_2=\gamma_2A_{C2}E_{C2\varphi}\tag{21}$$

$$t_1=\frac{A_{C1}y_{C1\varphi}}{I_{i\varphi}},\qquad t_2=\frac{n_{C2\varphi}A_{C2}y_{C2\varphi}}{I_{i\varphi}}\tag{22}$$

$$\left.\begin{aligned} U_{11} &= \frac{I_{C1}y_{C1\varphi}}{I_{i\varphi}}, & U_{21} &= \frac{I_{C1}y_{C2\varphi}}{I_{i\varphi}} \\ U_{12} &= \frac{n_{C2\varphi}I_{C2}y_{C1\varphi}}{I_{i\varphi}}, & U_{22} &= \frac{n_{C2\varphi}I_{C2}y_{C2\varphi}}{I_{i\varphi}} \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

$$Z_1 = \frac{I_{C1}}{I_{i\varphi}}, \qquad Z_2 = \frac{n_{C2\varphi}I_{C2}}{I_{i\varphi}} \tag{24}$$

および影響係数は

$$\left.\begin{aligned} S_{11} &= A_{C1}\left(\frac{1}{A_{i\varphi}} + \frac{y_{C1\varphi}^2}{I_{i\varphi}}\right) \\ S_{21} &= A_{C1}\left(\frac{1}{A_{i\varphi}} + \frac{y_{C1\varphi}y_{C2\varphi}}{I_{i\varphi}}\right) \\ S_{22} &= n_{C2\varphi}A_{C2}\left(\frac{1}{A_{i\varphi}} + \frac{y_{C2\varphi}^2}{I_{i\varphi}}\right) \\ S_{12} &= n_{C2\varphi}A_{C2}\left(\frac{1}{A_{i\varphi}} + \frac{y_{C1\varphi}y_{C2\varphi}}{I_{i\varphi}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

2.3 数値計算および考察

Fig. 5 および Tab. 1 に示す断面について，北海道大学大型計算機センターの FACOM 230/60 を使用し，(20) 式による数値計算を行なった。その際，材料の諸元は，Tab. 2 に示す 4 つの場合を考えた。

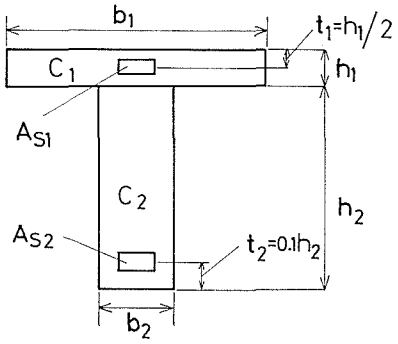

Fig. 5.

Table 1.

Section	b_1 (m)	h_1 (m)	b_2 (m)	h_2 (m)
1	2.0	0.2	0.4	1.0
2	2.0	0.2	0.4	1.5
3	2.0	0.2	0.4	2.0
4	1.0	0.2	0.4	1.5
5	3.0	0.2	0.4	1.5

Table 2.

CONDITION	NEW		OLD	
	E_{C1} (*10^5 kg/cm^2)	a_1	E_{C2} (*10^5 kg/cm^2)	a_2
1	1.25	0.0	2.50	0.0
2	1.25	0.5	2.50	0.1
3	2.00	0.0	3.00	0.0
4	2.00	0.5	3.00	0.1

When $t=\infty$: $E'_{C1}=E_{C1}(1+a_1)$, $E'_{C2}=E_{C2}(1+a_2)$

また，$\varphi_1=3.0$ (数値計算の際の分割数は 20)，$\varphi_2/\varphi_1=\omega_2/\omega_1=0.5$，$E_S=21\times10^5$ kg/cm^2 とし，鉄筋量は各断面について $p_2=A_{S2}/A_{C2}=(0\sim5)\%$，$\eta=A_{S1}/A_{S2}=(0,\ 0.5,\ 1.0)$ に変化させ，その位置は $t_1=0.5\,h_1$，$t_2=0.1\,h_2$ とした。

なお，新旧コンクリートの上縁および下縁のクリープ，および収縮による応力度（圧縮を正にとる）をそれぞれ，$\sigma_{C1u\varphi}$，$\sigma_{C1l\varphi}$，$\sigma_{C2u\varphi}$，$\sigma_{C2l\varphi}$；$\sigma_{C1u\omega}$，$\sigma_{C1l\omega}$，$\sigma_{C2u\omega}$，$\sigma_{C2l\omega}$ とする。

(i) 収縮による応力度

Tab. 2 の CONDITION 1，2 の計算結果を Fig. 6-(1)～(5) に示してある。図中，実線は CONDITION 1 すなわち弾性係数の時間的変化を無視した場合，波線は CONDITION 2 すなわち弾性係数の時間的変化を考慮した場合の結果である。断面 1 の $\sigma_{C1u\omega}(\eta=0)$ を除き，すべて弾

性係数の変化を考えた場合の方が大きい値を示している。また，鉄筋量が少ない場合にはその差も少ないが，鉄筋量が多い場合には1～2.5 kg/cm² の差を示す。CONDITION 3, 4 の場合にも全く同様な傾向を示したので，図は省略したが，CONDITION 1, 2 の場合よりも約30% 大きい値となった。従って初期弾性係数が大きい場合（実際の構造物ではこの場合が多いと考えられる）には，とくに新旧コンクリートの弾性係数の差，およびその初期値が問題となる。これらの結果より設計において収縮による応力度を計算する場合に，弾性係数の変化を無視することは，一般に危険側の近似であることがわかる。

断面別にみると，一般に，1) h_2 が大きくなると [σ_{C1}→大，σ_{C2}→小] となり，b_1 が大きくなると [σ_{C1}→小，σ_{C2}→大] となること，2) 旧コンクリートの鉄筋量 (A_{S2}) が増すに従って [σ_{C1}→小，σ_{C2}→大] となること，3) 新コンクリートの鉄筋量 (A_{S1}) が増すに従って [σ_{C1}→大，σ_{C2}→小] となるが，σ_{C2l} を除いては A_{S1} の影響は上述 2) の効果を打消す

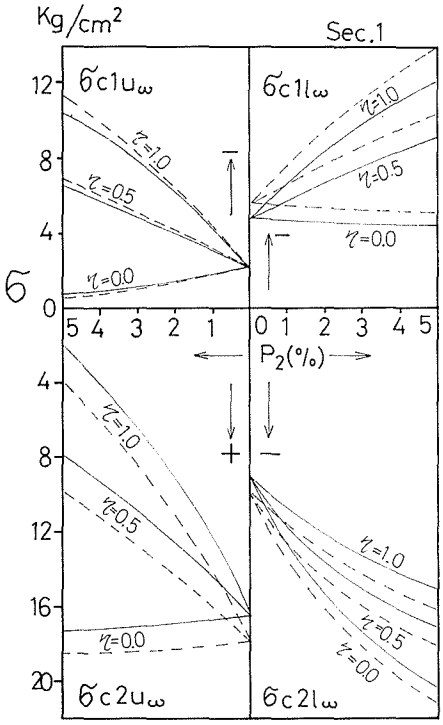

Fig. 6-1.

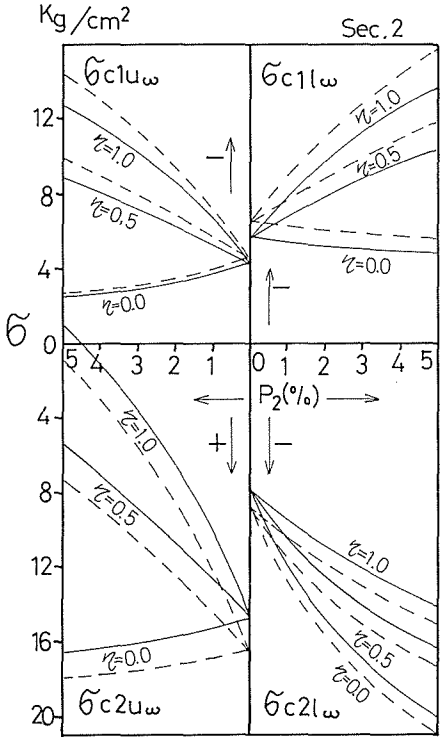

Fig. 6-2.

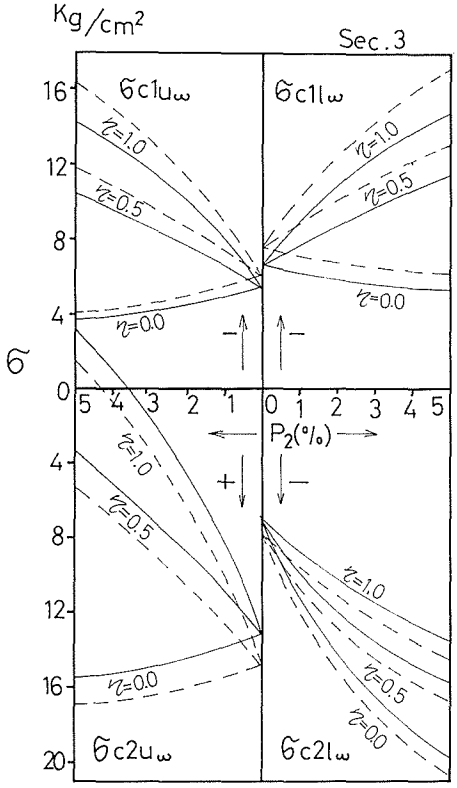

Fig. 6-3.

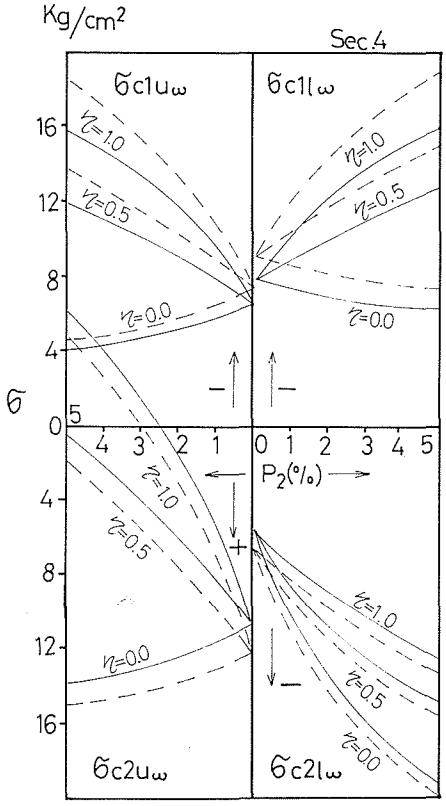

Fig. 6-4.

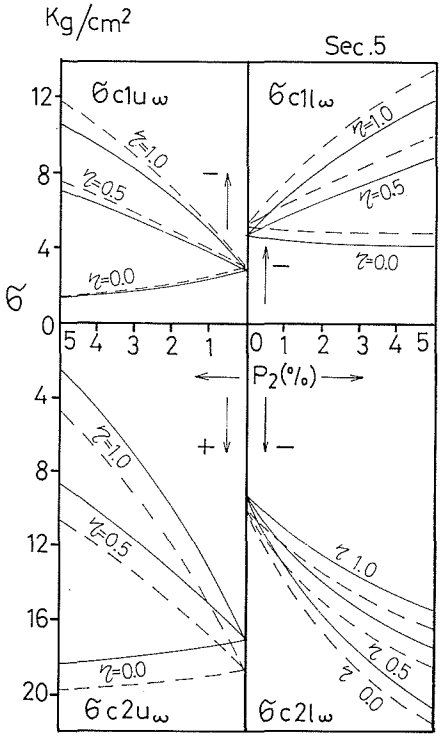

Fig. 6-5.

ほど大きいことなどがわかる。

また，収縮による応力度の計算に対しては Birkeland の近似解などがあるが，これらの方法によって応力度の計算を行なって得られる値と，厳密解より得られる値とを比較すると，近似解は厳密解の $\sigma_{C1u\omega}$ に対して 56～82%，$\sigma_{C1l\omega}$ に対して 51～57%，$\sigma_{C2u\omega}$ に対して 53～63%，$\sigma_{C2l\omega}$ に対して 53～63% の値を示し，一般に過小な値を示している。

(ii) クリープによる応力度

Fig. 7 は，クリープによる応力度，$\sigma_{C1u\varphi}$, $\sigma_{C1l\varphi}$, $\sigma_{C2u\varphi}$, $\sigma_{C2l\varphi}$ について，Tab. 2, CONDITION 1 の計算結果を太線，CONDITION 2 の場合を細線で示してある。

これらの図を見ると次のようなことがわかる。1) 弾性係数の時間的変化を考慮した場合，$\sigma_{C1u\varphi}$, $\sigma_{C1l\varphi}$, $\sigma_{C2u\varphi}$, $\sigma_{C2l\varphi}$ いずれの値も (i) の場合と同様に弾性係数の変化を無視した場合よりも大きい値を示す。収縮による応力の場合にはその絶対値が小さいので，実際上はあまり問題とならないが，クリープによる応力度は初期応力に比例するので，初期力が大きい場合には，弾性係数の変化を考えなければクリープによる有利な影響に対して過少な値を得ることになる。2) また，その差は $\sigma_{C1u\varphi}$, $\sigma_{C1l\varphi}$ で大きく，$\sigma_{C2u\varphi}$, $\sigma_{C2l\varphi}$ では小さい。3) A_{S1} の量が多く，A_{S2} 量が多い場合ほど C_1 断面のクリープによる応力度の変化は大きい。4) いずれの場合も応力は最終的に全断面で均等となる方向に再分配される。

次に，Fig. 8-1～5 に，クリープによる応力度の計算結果を，Tab. 2, CONDITION 2 の場合を実線，CONDITION 4 の場合 $\eta=0$ のとき ×，$\eta=0.5$ のとき △，および $\eta=1.0$ のときの値を○でそれぞれ示している。

これらの図の示すところを要約すれば，次のようになる

(a)　C_2 断面の応力変化分が C_1 断面に伝達されるので C_1 断面の方が変化量が大きい。

(b)　C_2 断面において

(イ)　A_{S2} が大きいとき一般に $\sigma_{C2u\varphi}$ は小さく，$\sigma_{C2l\varphi}$ は大きくなるが $\sigma_{C2u\varphi}$ において $\eta=0.5$, 1.0 の時は A_{S1} の拘束を受けるため，$P_2=0\sim3\%$ までは $\sigma_{C2u\varphi}$ は増加する。

(ロ)　$\sigma_{C2l\varphi}$ も $\eta=1.0$ のとき，A_{S1} の影響がでてくるが，η による変化量の差は少ない。これは $\sigma_{C2l\varphi}$ の変化に対する A_{S1} の拘束作用の影響が無視できることを示している。

(c)　C_1 断面において

(イ)　計算例の場合，C_1 断面と C_2 断面の初期応力の差が大きいが，このような場合には $\sigma_{C1l\varphi}$ の変化量は初期応力の2倍に達することもあるので

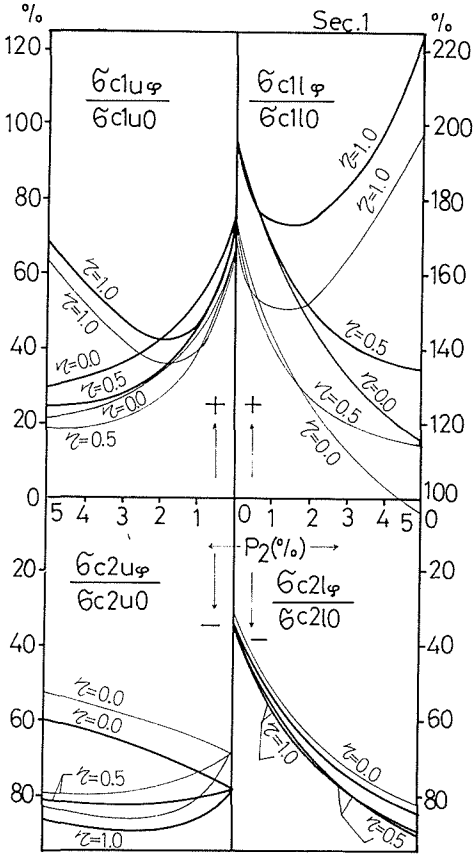

Fig. 7.

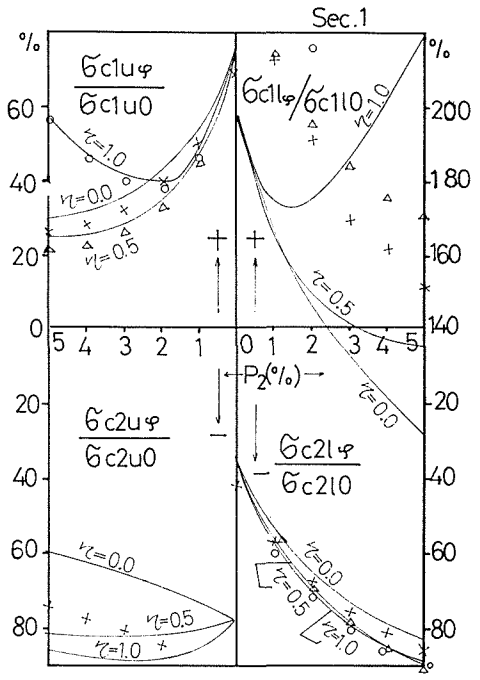

Fig. 8-1.

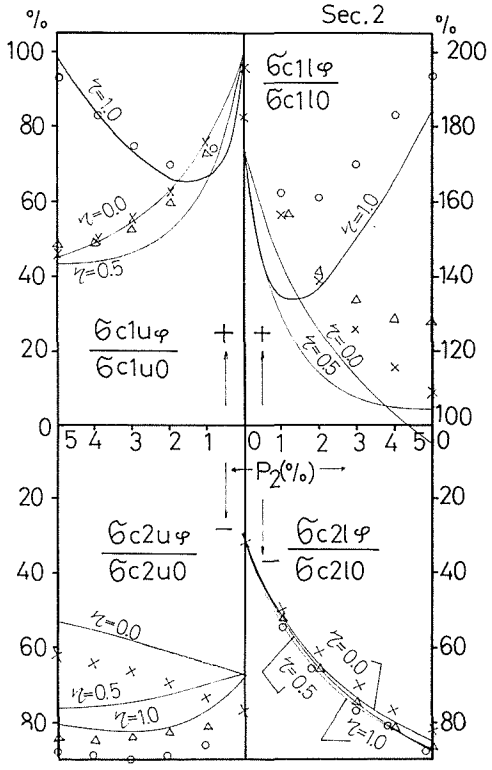

Fig. 8-2.

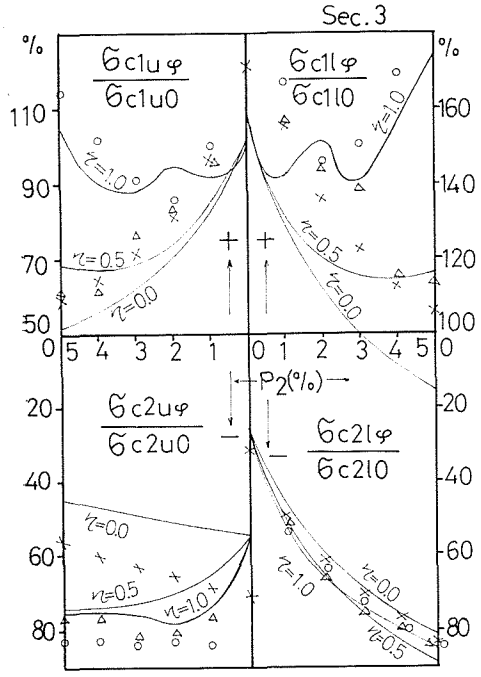

Fig. 8-3.

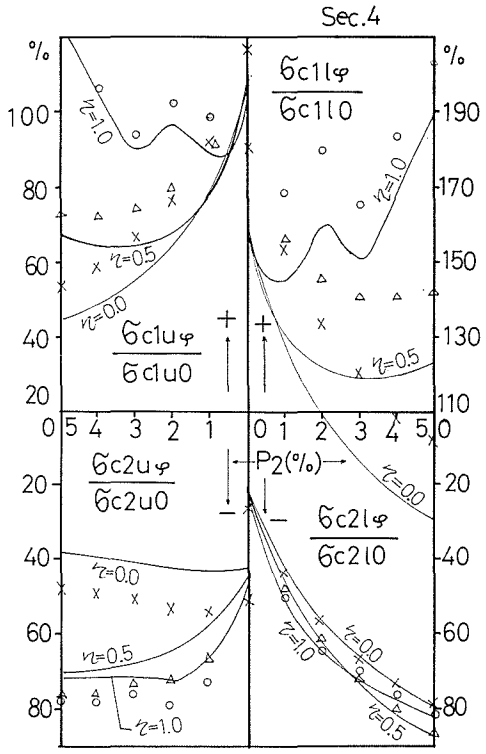

Fig. 8-4.

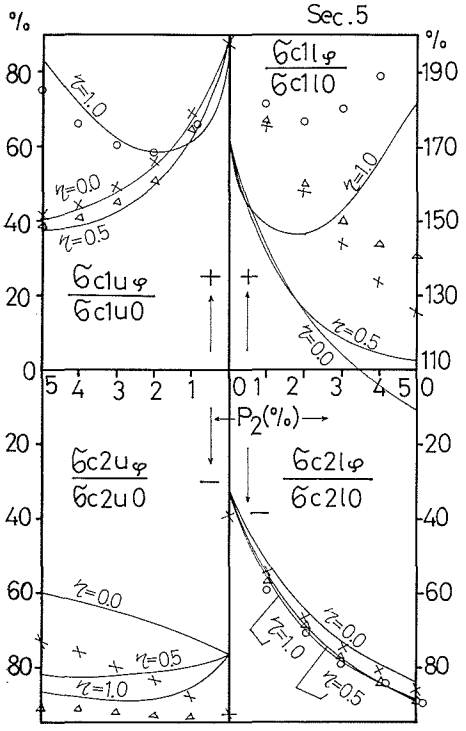

Fig. 8-5.

注意が必要である。

(ロ) A_{S1} が大きいとき ($\eta=1.0$ のとき), p_2 が小さい場合には C_2 断面は自由に変化できるので C_1 断面の分担応力は少ないが, p_2 が大きくなると C_2 の変形が拘束され応力の増分が大きくなり, C_1 断面への伝達量が大きくなる。

(ハ) しかし, この場合, A_{S1} と A_{S2} のコンクリート断面に対する割合, 初期応力比 (初期弾性係数値, およびその比) によってその変化のし方が違う (Fig. 8-3, 4)。

3. 材令の異なる新旧コンクリートよりなる合成連続桁のクリープおよび収縮による応力の計算法

前章においては, 材令の異なる新, 旧コンクリートからなる単純桁の場合のクリープおよび収縮による応力度の計算法を示したが, 連続桁の場合にはクリープおよび収縮により中間支点上に二次不静定モーメントが発生するので, これらの

モーメントによる応力度の変化を考えなければならない。

いま，Fig. 9 に示す 2 径間連続桁を考える。スパン l の合成単純桁の場合，$t=t$ における断面の曲率変化は，クリープによって鉄筋に作用するモーメントの増分を $dM_{S\varphi}$，収縮によって作用するモーメントの増分を $dM_{S\omega}$ とすれば，

$$\left.\begin{array}{ll}\text{クリープによって} & \dfrac{dM_{S\varphi}}{E_S I_S} \\ \text{収縮によって} & \dfrac{dM_{S\omega}}{E_S I_S}\end{array}\right\} \qquad (26)$$

である。

Fig. 10 のように中間支点上で，単位モーメント $X=1$ を作用させ弾性係数の変化による A_i，I_i 等の変化を計算し，$t=t$ の中間支点上の $X=1$ によるたわみ角 θ_{11} を計算する。

一方，中間支点上の拘束がないとすれば，クリープおよび収縮により，中間支点上では径間に沿って各断面の曲率変化を積分した次の角変化をきたす。

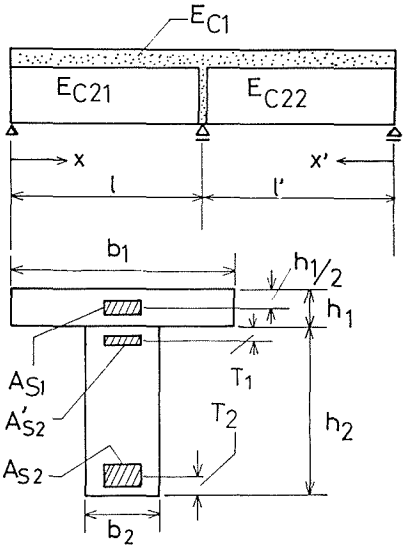

Fig. 9.

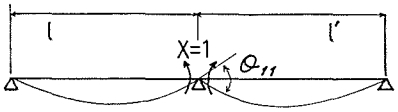

Fig. 10.

$$\left.\begin{array}{l}\text{クリープによって} \\ \dfrac{d\theta_\varphi}{d\varphi}=\displaystyle\int_0^l \frac{(dM_{S\varphi}/d\varphi)}{E_S I_S}\cdot\frac{x}{l}\,dx+\int_0^{l'}\frac{(dM_{S\varphi}/d\varphi)}{E_S I_S}\cdot\frac{x'}{l'}\,dx' \\ \text{収縮によって} \\ \dfrac{d\theta_\omega}{d\varphi}=\displaystyle\int_0^l \frac{(dM_{S\omega}/d\varphi)}{E_S I_S}\cdot\frac{x}{l}\,dx+\int_0^{l'}\frac{(dM_{S\omega}/d\varphi)}{E_S I_S}\cdot\frac{x'}{l'}\,dx'\end{array}\right\} \qquad (27)$$

したがって中間支点上の $t=t$ における不静定モーメント附加率は，それぞれ

$$\left.\begin{array}{ll}\text{クリープにより} & \dfrac{dX_\varphi}{d\varphi}=-\dfrac{(d\theta_\varphi/d\varphi)}{\theta_{11}} \\ \text{収縮により} & \dfrac{dX_\omega}{d\varphi}=-\dfrac{(d\theta_\omega/d\varphi)}{\theta_{11}}\end{array}\right\} \qquad (28)$$

となる。

これらの附加不静定モーメントにより，端支点から x の距離の断面のエレメント N には，式 (8) による $t=t$ における分担係数をかけて次のような軸力およびモーメントが附加される。

$$\left.\begin{array}{l}dN_{CN\varphi}=\dfrac{x}{l}\,dX_{\varphi(x=x)}\cdot\text{分担率}_{(N)(x=x)} \\ dM_{CN\varphi}=\dfrac{x}{l}\,dX_{\varphi(x=x)}\cdot\text{分担率}_{(N)(x=x)} \\ dN_{CN\omega}=\dfrac{x}{l}\,dX_{\omega(x=x)}\cdot\text{分担率}_{(N)(x=x)} \\ dM_{CN\omega}=\dfrac{x}{l}\,dX_{\omega(x=x)}\cdot\text{分担率}_{(N)(x=x)}\end{array}\right\} \qquad (29)$$

これらの軸力およびモーメントを式(20)の dN_{C1}, dN_{C2}, dM_{C1}, dM_{C2} に加えた四元連立微分方程式を解けば，材令の異なる新旧コンクリートからなる合成2径間連続桁の遅れ応力を求めることができる。

4. 結　　論

以上において，従来一般に無視されていた鋼材の拘束作用およびコンクリートの弾性係数の時間的変化をともに考慮したコンクリート合成桁のクリープおよび収縮による応力変化の計算法を示し，数値計算によってその特性を調べた結果，上記の各要因を考慮しなければ，それらによる応力変化を一般に過少に見積ること，応力再分配の大きさが配筋方法およびその量により大きな影響を受けることなどが示された。

参 考 文 献

1) Dischinger: Elastische und Plastische Verformungen der Eisenbetontragweke und insbesondere der Bogenbrücken, Bauing., 1939.
2) Busemann, Baldauf: Spannungsumlagerungen infolge von Kriechen und Schwinden in Verbundkonstruktionen aus Vorgespannten Fertigteilen und Ortbeton, B.u.Sb., 1963.
3) 角田与史雄，北村邦雄：コンクリート合成桁の収縮応力について．土木学会北海道支部研究発表会論文集，昭44.
4) Birkeland: Differential Shrinkage in Composite Beams, ACI Journal, 1960.
5) Rühle: Die Ermittlung der zeitabhängigen Eigenspannung in Verbund Konstruktionen aus Stahlbetonfertigteilen mit Ortbeton, Baupl. u. Bautech., 1954.
6) Brason, Ozell: Discussion of "Differential Shrinkage in Composite Beams." by Birkeland, ACI Journal, Part 2, 1960.