



Title	ヒステリシス特性の多折線近似による磁界解析
Author(s)	戸田, 博; 深井, 一郎; 吉田, 則信; 福岡, 醇一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 77, 55-60
Issue Date	1975-10-04
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/41306">http://hdl.handle.net/2115/41306</a>
Type	bulletin (article)
File Information	77_55-60.pdf



[Instructions for use](#)

## ヒステリシス特性の多折線近似による磁界解析

戸田 博\* 深井 一郎\*  
吉田 則信\* 福岡 醇一\*

(昭和50年3月31日受理)

### Analysis of Magnetic Field Using a Piece-Wise Linear Approximation of Hysteresis Characteristics

Hiroshi TODA      Ichiro FUKAI  
Norinobu YOSHIDA      Jun-ichi FUKUOKA

(Received March 31, 1975)

#### Abstract

The computation of the time response of an electromagnetic field in ferromagnetic material is difficult because of the nonlinearity and the hysteresis characteristics in the magnetizing process.

We consider that a piece-wise linear approximation of a B/H characteristic of a material is very useful for numerical computations because it requires only a few sample points, especially when the important points which characterize a B/H curve are abstracted

Under this consideration, we have made an algorithm for numerical analysis and have applied this method to compute the electromagnetic fields in steel sheets and solid iron when the sinusoidal or the phase-controlled sinusoidal magnetizing force is supplied to their surfaces.

The results of these calculations are compared with experimental results and it was shown that the results of numerical calculations are in good agreement with measurements although the number of sample points is very small.

#### 1. ま え が き

電子計算機の発達に伴い非直線性を含んだ媒質中の電磁界、特に過渡現象の問題を解くことが種々の分野で行なわれている。たとえば、磁性材料中の電磁界の解析については、磁性体のヒステリシス特性による波形のひずみ、又電力損失等を正確に求めることが必要であると考えられる。最近、それらに対する解析法も新しいものが出てきており、ヒステリシスループの取り扱いについては楕円曲線による表現<sup>1)</sup>とか、測定されたヒステリシス曲線を用いたものがある<sup>2)</sup>。後者の場合は特に計算のために非常に多くのデータを必要とする。我々はヒステリシスループを数個の情報量で済む折線で近似し数値シミュレーションを行なった<sup>4)</sup>。その結果の一部はこれまで報告してきたが、ここでは正弦波状の磁界が加えられた場合について、本方法で得られた結果と測定によって得られた結果との比較を行ない本方法の有効性を示す。さらに、この方法を位相制御さ

\* 電気工学科 電気磁気学講座

れた正弦波状の磁界が加えられた場合に適用して計算を行ない、その結果も合わせて報告する。

## 2. 解析手法

### 2.1 基礎式

図1で示されるように厚さ  $2d$  の磁性材料無限平板の両面に、それと平行に振幅  $H_0$  の正弦波状磁界が加えられると仮定する。座標軸は図1で示すように選ぶ。加える磁界は  $z$  軸方向磁界であり、材料は磁気異方性を有しないものとする。この時、磁性材料中の電磁界は1次元場となり、磁界は  $z$  軸方向成分のみをもち、電界は  $y$  軸方向成分のみをもつ。そして、この電磁界は次の式によって表わされる。

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \sigma \frac{dB}{dH} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1)$$

$$E = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial H}{\partial x} \quad (2)$$

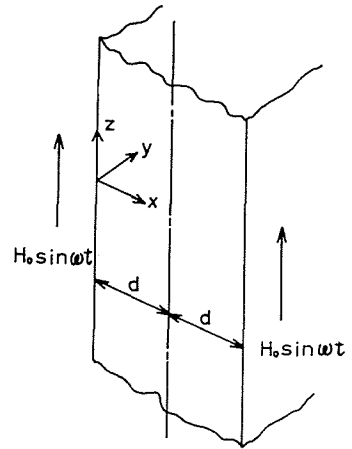


図1 問題の構成

ここで、 $H$ ,  $B$ ,  $E$ ,  $\sigma$ ,  $t$  はそれぞれ磁界の強さ、磁束密度、電界の強さ、導電率、時間である。

### 2.2 差分近似

数値計算を行うために(1)式に Dufort-Frankel の差分近似<sup>3)</sup>を適用する。図2がそのための網目座標である。空間、時間分割幅を  $\Delta x$ ,  $\Delta t$  とすると網目座標  $(i, j)$  が  $x=i\Delta x$ ,  $t=j\Delta t$  として変数  $(x, t)$  に対応し、その時、磁界の強さ  $H(x, t)$  は  $H(i, j)$  と表現される。(1)式の Dufort-Frankel の差分近似は次の通りである。

$$H(i, j+1) = H(i, j-1) + \alpha \left\{ H(i-1, j) - 2H(i, j) + H(i+1, j) \right\} \quad (3)$$

$$\alpha = 2r/(2r+1) \quad (4)$$

$$r = \Delta t \left\{ \sigma \left( \frac{dB}{dH} \right)_{i,j} (\Delta x)^2 \right\} \quad (5)$$

電界の強さについては(3)式を解いた後、次の関係により求められる。

$$E(i, j) = -\frac{1}{\sigma} \frac{H(i+1, j) - H(i, j)}{\Delta x} \quad (6)$$

### 2.3 電力損失

図1の磁性材料平板中で消費される単位表面積当たりの電力損  $P$  は、ポインティングベクトルの考えから次の式によって求められる。

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T E_S \cdot H_S dt \quad (7)$$

又、電力損  $P$  は渦電流損  $P_e$  とヒステリシス損  $P_h$  と

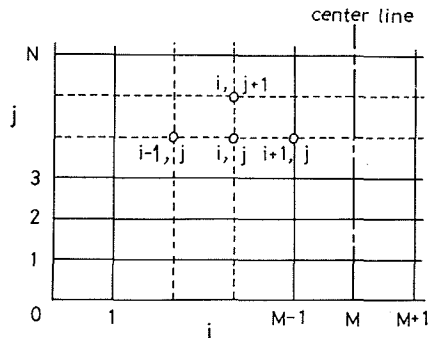


図2 無限平板に対する網目座標

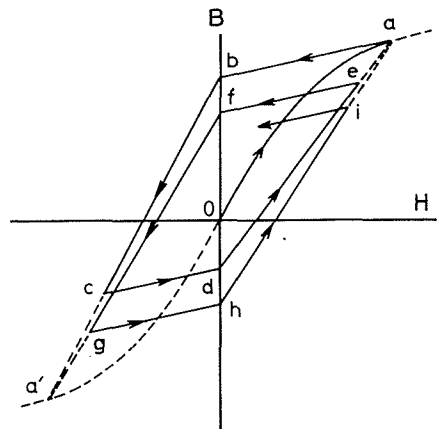


図3 ヒステリシスループの折線による表現

の和であると考えられるから、

$$P = P_e + P_h \quad (8)$$

$P_e$  と  $P_h$  は次の関係より求められる。

$$P_e = \frac{1}{T} \int_0^d \int_0^{T'} \sigma E^2 dt dx \quad (9)$$

$$P_h = \frac{1}{T} \int_0^d \int_{B(0)}^{B(T')} H dB dx \quad (10)$$

## 2.4 ヒステリシスループの基本的折線近似<sup>4,5)</sup>

初磁化曲線は次のフレリッヒの式を用いて表現出来ると仮定する。

$$B = \frac{H}{a + bB} \quad (11)$$

ヒステリシスループの折線による表現については参考文献4)で詳細が述べられているため、ここではその図だけを示す。図3がその特性を示している。ここで、 $a \rightarrow b$ ,  $c \rightarrow d$ ,  $e \rightarrow f$ ,  $g \rightarrow h$ , 等の変化をその直線の傾き  $k$  をデータのサンプル点より計算しながら進んでいく。

## 3. 数値計算結果

### 3.1 磁性材料平板の厚さが場に及ぼす影響

$f=50$  Hz,  $\sigma=5 \times 10^6$  S/m,  $H_0=1000$  A/m,  $a=900$ ,  $b=0.59$ ,  $k=0.00041$ ,  $\omega=2\pi f$  で  $f$  は加える磁界の周波数である。以上の各量を用い材料の半分の厚さ  $d$  を 1 mm, 2 mm, 2.5 mm と変えた場合の磁界の減衰の様子が図4に示されている。平板の厚さが増すと渦電流の影響が強くなり磁界の減衰が大きいことが分かっているが、計算結果もその事実と一致している。

### 3.2 導電率が場に及ぼす影響

$d=2$  mm,  $f=50$  Hz,  $H_0=1000$  A/m,  $a=450$ ,  $b=0.59$ ,  $k=0.00041$ , 以上の各量を用い、材料の導電率  $\sigma$  を  $4 \times 10^6$  S/m,  $5 \times 10^6$  S/m,  $6 \times 10^6$  S/m と変えた場合の磁界の減衰の様子が図5に示されている。導電率が増すと渦電流の影響が強くなり、磁界の減衰が大きくなる。計算結果もその事実と一致している。

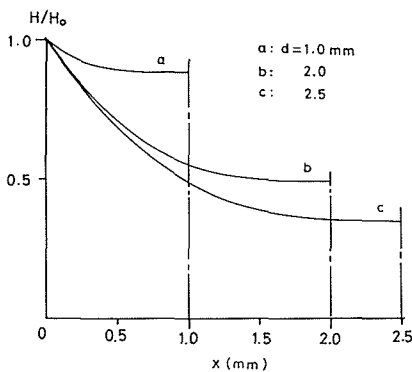


図4 厚さと磁界の強さの振幅の減衰

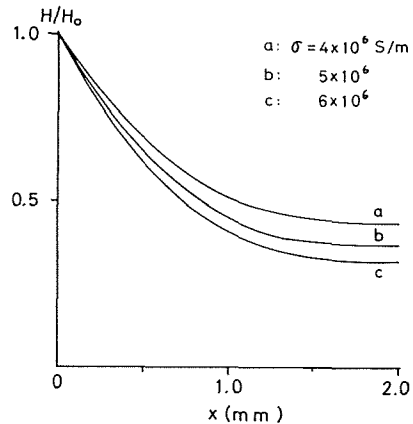


図5 導電率の大きさと磁界の強さの振幅の減衰

### 3.3 測定値との比較<sup>2)</sup>

(1) 図1で  $d=\infty$  となった場合について計算を行った。この材料の磁化特性を図6に示す。

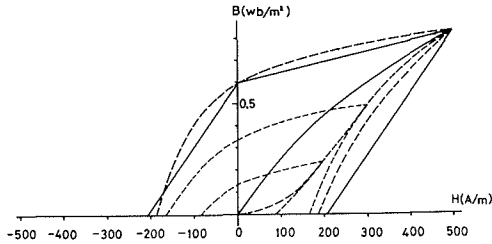


図 6 磁化特性  
図 6 磁化特製

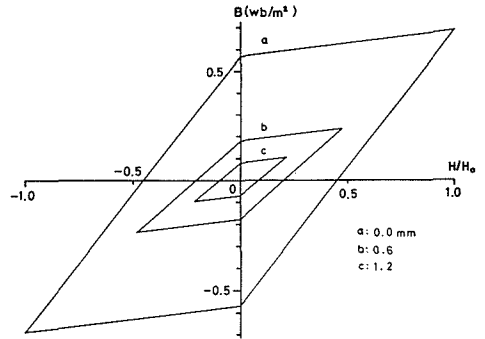


図 7 異った深さでのヒステリシスループ

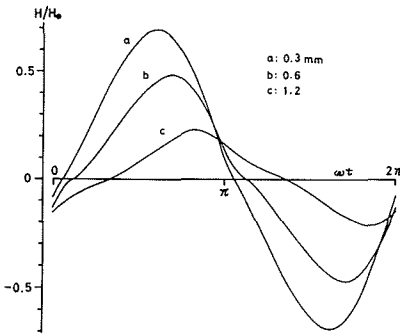


図 8 異った深さでの磁界の強さの波形

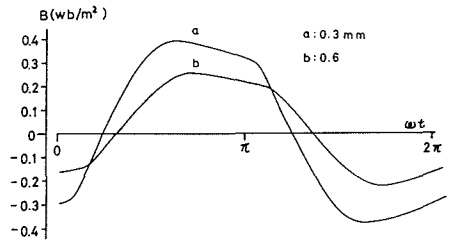


図 9 異った深さでの磁束密度の波形

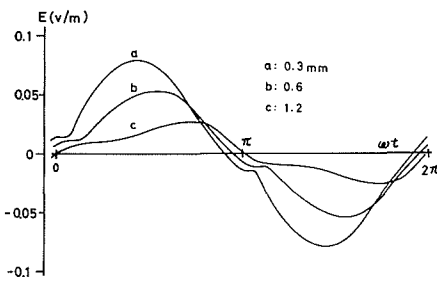


図 10 異った深さでの電界の強さの波形

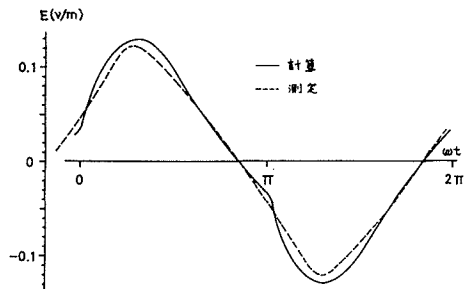


図 11 表面での電界の強さの測定値と計算値の比較

この図で破線が磁界の3つの異なった振幅に対して測定されたヒステリシスループである。実線がその折線近似である。ここでは1つの振幅に対するヒステリシスループの折線近似だけを示したが、異なった振幅に対しても図3に示される特性にしたがって、異なったヒステリシスループが描かれる。又、ここで  $\sigma = 5.44 \times 10^6 \text{ s/m}$ ,  $H_0 = 410 \text{ A/m}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$  である。以上のことから得られた定常状態における計算結果を図7, 図8, 図9, 図10に示す。図7は異なった深さで描かれるヒステリシスループ, 図8, 図9, 図10はそれぞれ異なった深さにおける磁界の強さ, 磁束密度, 電界の強さの波形である。図11は表面において測定された電界の強さと数値計算によって得られた電界の強さとの比較である。破線が測定値, 実線が計算結果である。電力損失は測定で単位表面積当たり  $20 \text{ watt/m}^2$ , 計算では渦電流損が  $13.02 \text{ watt/m}^2$ , ヒステリシス損が  $7.02 \text{ watt/m}^2$  であり良い一致がみられた。

(2) 図1で  $d=1.05$  mm,  $f=50$  Hz,  $\sigma=4.32 \times 10^6$  s/m,  $H_0=2000$  A/m で, 図12で示される磁化特性をもつ材料について考える。図12で破線が測定値で, 実線がその折線近似であるが, このような細いヒステリシスループに対して図3のような近似を用いることは適当でないため, 図12のように折点数を増して近似した。この場合の磁化の進み方は折線の数が増しただけで根本的には図3のそれと変わらないものである。材料内部で描かれるヒステリシスループは材料の厚さが薄く, 導電率も小さいため磁界の減衰が少なく, 中心においても表面でのヒステリシスループとそれ程変化のないものとなっている。図13に定常状態における表面での電界の強さの波形の測定値と計算結果との比較を掲げた。破線が測定値, 実線が計算結果である。電力損失については測定された単位表面積当たりの電力損失は  $265$  watt/m<sup>2</sup>, 計算によって得られた渦電流損, ヒステリシス損はそれぞれ,  $156.7$  watt/m<sup>2</sup>,  $85.5$  watt/m<sup>2</sup> であり, 測定値と計算結果は良い一致をみている。

### 3.4 位相制御された正弦波状磁界

本手法はさらに, 加える磁界が正弦波状でない場合においてもその有効性を失わないと考える。ここでは, 図14で破線で示される位相制御された磁界を加えた場合についての計算結果を

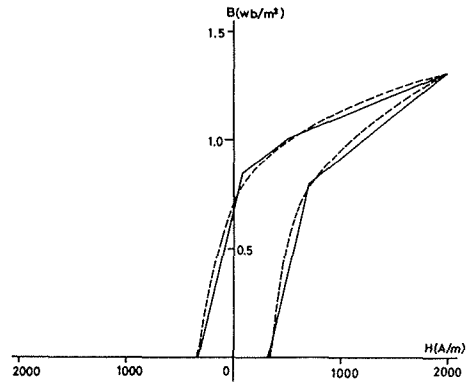


図12 磁化特性

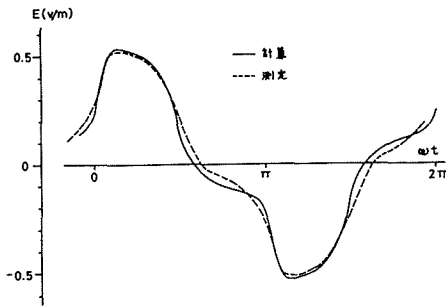


図13 表面での電界の強さの測定値と計算値の比較

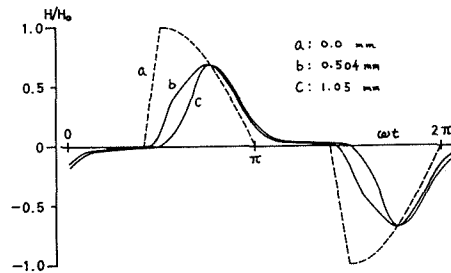


図14 異った深さでの磁界の強さの波形

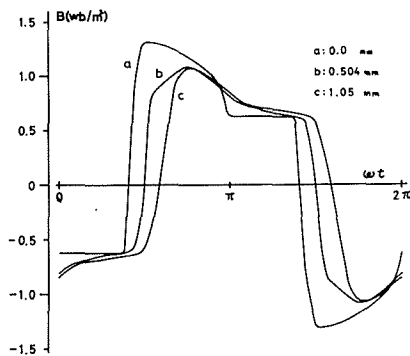


図15 異った深さでの磁界密度の波形

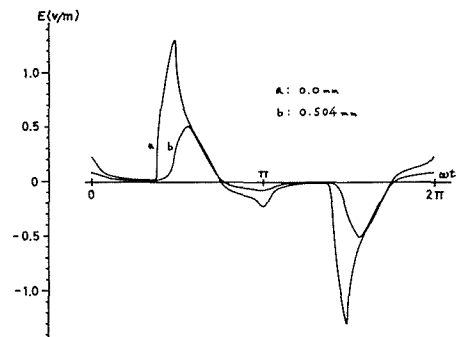


図16 異った深さでの電界の強さの波形

示す。ここで材料の磁化特性、その他の各量は 3.3 節の (2) で用いたものを使用し、加える磁界を図 14 に示されるように位相制御した。この磁界の立上り時間は 0.98 m sec と仮定している。図 14 で実線で示されるものが異なった深さにおける磁界の強さの波形である。図 15, 図 16 はそれぞれ異なった深さにおける磁束密度、電界の強さの波形である。図 17 は計算によって表面と中心で描かれるヒステリシスループである。以上の結果は全て定常状態におけるものである。これらの結果は 3.3 節の (2) と比較し、位相制御された正弦波状磁界を加えた場合は渦電流の影響が強くなり、磁界の減衰が激しくなることを示している。電力損失においても  $P_e=192.23 \text{ watt/m}^2$ ,  $P_h=56.22 \text{ watt/m}^2$  と渦電流損の増加とヒステリシス損の減少がみられている。

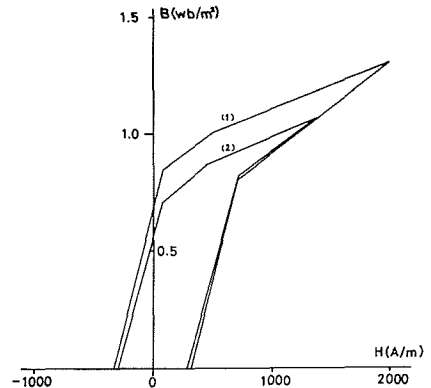


図 17 表面と中心で描かれるヒステリシスループ  
(1) 表面 (2) 中心

#### 4. あとがき

ヒステリシスループを折線で近似し、ヒステリシス効果と渦電流を考慮した磁性体中の電磁界の解析を行なった。折線によるヒステリシスループの近似は情報量が少なく、取り扱いが容易である。それにもかかわらず、計算結果は測定結果と良く一致している。残された問題としては、これまで 50 Hz の低周波領域での解析を行ってきたが、高周波入力に対しては変位電流の影響が無視出来なくなること。又、今回は 1 次元問題として取り扱ったが 2 次元問題への拡張ということ、さらに媒質が運動する場合について、等の問題がある。終わりに有益な御討論、御助言をいただいた本学電子工学科佐藤助教に感謝致します。

#### 5. 参考文献

- 1) O'Kelly, D.: Flux penetration in a ferromagnetic material including hysteresis and eddy-current effects, J. Phys. D, 1972, 5, pp. 203-213.
- 2) Zakrzewski, K. and Pietras, F.: Method of calculating the electromagnetic field and power losses in ferromagnetic materials, taking into account magnetic hysteresis, Proc. IEE, 1971, 118 (11), pp. 1679-1685.
- 3) Lim, K. K. and Hammon, D. P.: Numerical method for determining the electromagnetic field in saturated steel plates, Proc. IEE, 1972, 119 (11), pp. 1667-1674.
- 4) 戸田 博, 深井一郎, 吉田則信, 福岡醇一: ヒステリシス効果を考慮した磁界の一解法, 北大工学部研究報告, 第 71 号 (昭和 49 年 6 月).
- 5) 戸田 博, 深井一郎, 吉田則信, 福岡醇一: 磁気ヒステリシスを考慮した磁界の時間応答について, 信学論 (C), (1975), 9.