



Title	中性子アナライザー鏡 (1)
Author(s)	井上, 和彦
Citation	北海道大學工學部研究報告, 94, 85-93
Issue Date	1979-06-29
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/41556
Type	bulletin (article)
File Information	94_85-94.pdf



[Instructions for use](#)

中性子アナライザー鏡 (I)

井 上 和 彦
(昭和53年12月28日受理)

Design and Optimization of Neutron Analyser Mirror (I)

Kazuhiko INOUE
(Received December 28, 1978)

Abstract

A high sensitivity and high resolution neutron analyser mirror was designed and fabricated for the pulsed cold neutron source analyser mirror neutron spectrometer (LANDAM spectrometer) at the Hokkaido University 45 MeV LINAC. Design philosophy and optimization procedure for the performance of analyser mirror are described.

1. 序 論

中性子分光は凝集体研究の極めて有効な手法であり、広く利用が望まれているが、強中性子源を必要とすることが普及の妨げとなっている。最近諸方で設置されている中規模加速器をパルス中性子源として利用しても、線源輝度の不足により所要の精度で中性子分光実験を行なうことが困難である。そこで、高感度の大面積中性子アナライザー鏡を研究開発して、同時に研究開発したパルス冷中性子源と組合せることによって、中規模加速器による準弾性散乱中性子分光器の実用化を計った。中性子準弾性散乱は 10^{-12} ~ 10^{-9} 秒の特性時間をもつ原子・分子のランダム運動の有効な研究手段である。

中性子アナライザー鏡は、散乱試料によって散乱された中性子の内で特定エネルギーのものを、Bragg 反射を利用して選別検出するための装置である。単結晶による中性子の反射が Bragg の公式に従い、Bragg 反射をしない中性子に対しては物質が透明であるために、中性子アナライザー鏡は形態的には光学的反射鏡と良く似ているにもかかわらず、中性子アナライザー鏡の設計には全く新しい設計手法が必要である。本論文は、北海道大学 45 MeV 電子線型加速器に設置した結晶アナライザー型分光器 (LANDAM 分光器)¹⁾の中性子アナライザー鏡の設計理論について述べたものである (写真1参照)。

2. 一 般 的 考 察

2.1 アナライザー鏡の機能と構造

アナライザー鏡の機能と構造を図1に示す。線源から飛行路を経て散乱試料に入射した白色エネルギー中性子は、試料原子によって散乱されて、エネルギーおよび運動量の変化を生じる。アナライザー鏡に入射する散乱中性子の内で Bragg 反射条件を充たすものは、中性子カウンター窓方向に反射され、窓を通過してから検出される。エネルギー変化量は飛行時間とアナライザー

鏡の分析エネルギーの差から決定される。運動量変化量は散乱前後のエネルギーと散乱角から決定される。

散乱試料内の中性子散乱点 A と、鏡面上の反射点 M と、カウンター窓上の入射点 B とで定まる中性子飛行経路が、反射点 M における結晶格子面の Bragg 反射条件を充たすように設計しなければならない。しかし、試料とカウンター窓が有限な大きさであるために、全ての飛行経路が厳密に同一の Bragg 反射角になるわけにはいかない。このために、有限なエネルギー広がりを持って、中性子は鏡で反射されることになる。この分解能は、試料と窓の形状寸法によって変化し、また鏡体の形状寸法によっても変化する。またこれらのパラメータは感度を左右する。分解能と感度を左右する分解法と感度に関して次の補助定理がある（説明は附録参照）。

2.2 補助定理-I

分解能は、鏡体と試料とカウンター窓の相対的形狀によって決定し、装置の大きさには無関係である。即ち、2つの装置の形が相似であるならば、分解能は同一である。

2.3 補助定理-II

形が相似ならば、感度は装置の大きさの2乗に比例する。ただし、試料の厚さは形にかかわらず一定としておく。この厚さの点に起因して、2乗比例則は極めてわずかであるが厳密性を欠いている。しかし、これは使用上は全く支障はない。

2.4 鏡面形状の決定

鏡の幾何学的形状は次のようにして決定される。散乱試料の中心点を A_0 とし、カウンター窓の中心点を B_0 としたときに、鏡面上の任意の点 M に対して角 A_0MB_0 が全て同一になるようにする。この鏡面の決定は簡単である。Bragg 反射用の結晶は、最近では曲面のものもあるが、高価であり、大面積鏡には使いにくい点もあるので、平面状の小結晶片を敷きつめて近似的に所期の曲面を形成する。問題は、角 A_0MB_0 の二等分線が決定する平面に M 点の結晶格子面が一致していなければならないことである。この条件を厳密に充たすような結晶を作成することは不可能である。そこで、結晶格子面にモザイク広がりがあることを利用して、近似的にこの条件を充たす反射鏡面を形成する。

2.5 分解能

アナライザー鏡の固有の分解能は2つの因子によって決まる。Bragg 角 θ のばらつきによる形状分解能と、アナライザー鏡内の第二飛行路長差による飛行時間差分解能の合成で分解能 $\Delta\lambda/\lambda$ は表わされる。

$$\Delta\lambda/\lambda = [(\cot \theta \cdot \Delta\theta)^2 + (\Delta\bar{l}_2/L)^2]^{1/2} \quad (1)$$

ここで、 $\Delta\bar{l}_2$ は平均第二飛行路長差で、 L は全飛行路長である。通常は、右辺第2項は第1項に比べてかなり小さい。

2.6 最適設計手順

最適設計パラメータの決定方法は Bragg 角の大小によってかなり違いがある。本論文では40度の場合について説明する。使用する結晶片数から、鏡台個数と鏡面積を定める。

(1) 鏡台腕長を変化させて分解能を計算し、飛行時間効果を考慮して最適腕長を定める。40度鏡では分解能の極小値が存在する。

(2) 鏡の縦横比を変化させて、試料・カウンター窓の寸法を動かして、分解能を一定に保って感度が最大になる縦横比を捜す。このとき鏡面積は一定にしておく。

(3) 上記操作を反復して最適値を決定する。サーベイに際し上記補助定理を活用する。

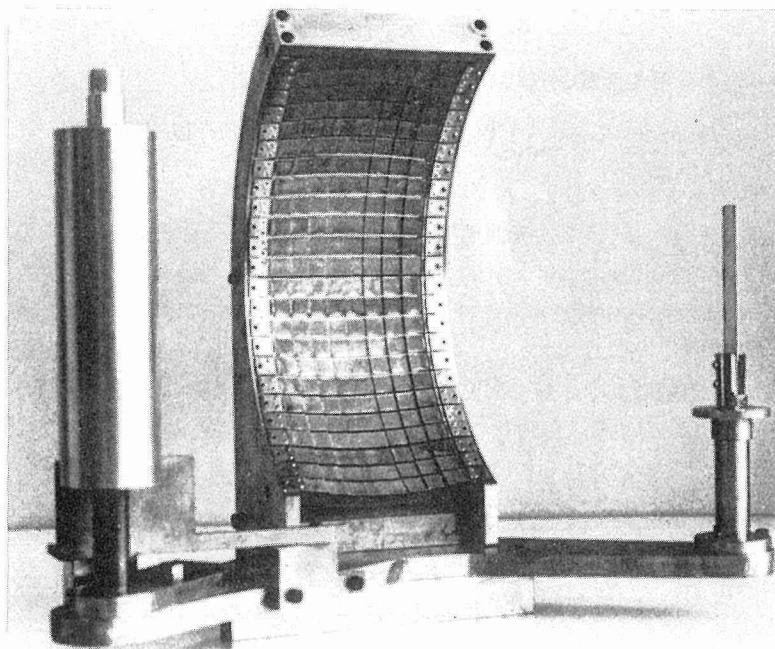


写真1 LANDAM 40度型アナライザー鏡

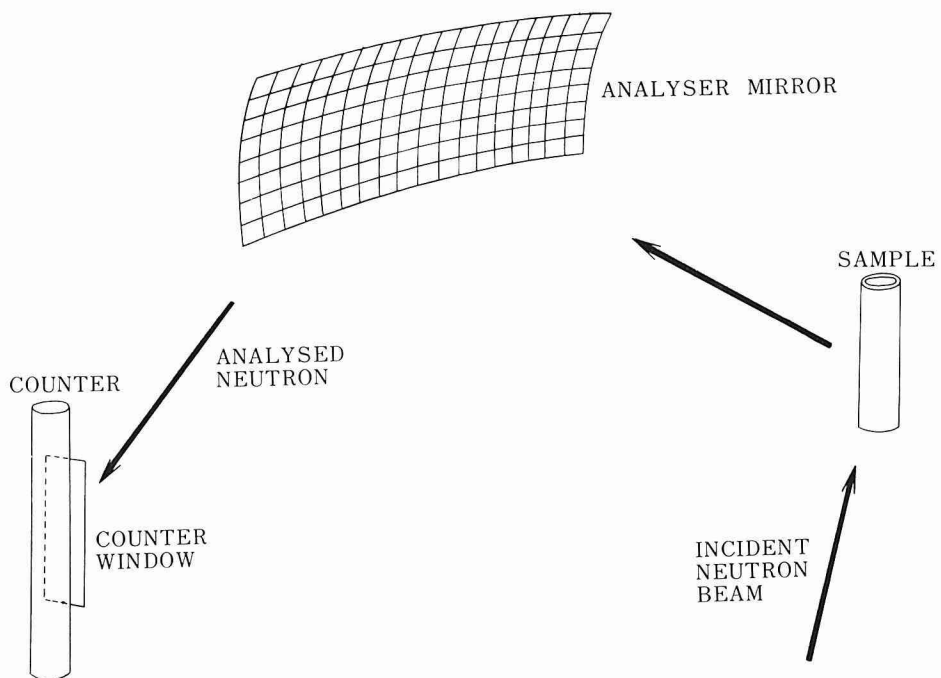


図1 アナライザー鏡の機能と配置概要

3. 形状分解能計算式

アナライザー鏡の分解能函数 $M(\theta)$ は次式で与えられる。

$$M(\theta) = \text{const.} \iiint \varepsilon(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S}) \delta[\theta - \hat{\theta}(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S})] d\mathbf{r} d\Sigma d\mathbf{S} \quad (2)$$

ここで、 $\delta(x)$ はデルタ函数であり、 $\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S}$ は A 点、 M 点、 B 点の座標をそれぞれ表わす。 \mathbf{r} は 3 次元座標であり、 Σ は 2 次元曲面座標であり、 \mathbf{S} は 2 次元平面座標である。 $\hat{\theta}(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S})$ は角 AMB に対応する Bragg 角である。 $\varepsilon(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S})$ は M 点の設計 Bragg 反射面の結晶のモザイク広がりによる反射率の減衰率およびカウンター窓入射点における入射路と窓面の傾きによる減衰率の積を表わす因子である。

(2) 式は直観的に理解しにくい形をしているから、次の式を考える。試料の微小体積を $d\mathbf{r}$ 、鏡面の微小面積を $d\Sigma$ とする。矩形形状のカウンター窓の縦座標を h とし、横座標を l として、縦の微小幅 $d\mathbf{h}$ を考える。これらの微小領域からの (2) 式の多重積分への寄与は次のようになる。

$$\begin{aligned} d\mathbf{r} d\Sigma d\mathbf{h} \int \varepsilon(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S}) \delta[\theta - \hat{\theta}(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S})] dl \\ = d\mathbf{r} d\Sigma d\mathbf{h} \varepsilon(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S}) [\partial \hat{\theta}(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S}) / \partial l]^{-1} |_{\theta=\hat{\theta}} \end{aligned} \quad (3)$$

$\partial \hat{\theta}(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S}) / \partial l$ はほぼ一定値であり、近似的に $(2AM \cos \theta_{BG})^{-1}$ で与えられる。ここで θ_{BG} は設計値の Bragg 角である。(3) 式の量は装置の形状で定まる θ の上限と下限の間で一定であり、それ以外で零になる。

4. 数値計算

(2) 式の多重積分を行なう方法として、解析的な解を得ることは一般に不可能であるから、通常の数値積分かあるいはモンテカルロ法を用いることを考えなければならない。通常の数値積分法を用いたのでは、必要な積分メッシュ点数あるいは計算時間の点から、現在の大型電算機でも不可能ではないが、実際の計算は困難である。それではモンテカルロ法をということになるが、充分な計算精度が必要であることと、計算途中の有用なデータを取り出す必要性から、モンテカルロ法は適切な方法ではなくなってしまう。本論文では、(3) 式を利用して解析積分を行なって、積分次数を 1 つ低減し、さらにアルゴリズムを工夫することによって、精度を劣化することなく計算速度の向上をはかり、通常の数値積分法によって、途中の所要のデータも出力できるようにした。

カウンター窓の横方向積分および試料微小体積内での同じく横方向積分については、解析的近似解を用いる。前者については上述の通りである。後者については、前者の平坦部分の両端の補正となる²⁾。これらの様子を図 2 に示す。図 2 のカーブの両端の傾斜部分の幅は M 点から $d\mathbf{r}$ を見込んだ光角に近似的に等しい。平坦部分の高さは一定である。 $\varepsilon(\mathbf{r}, \Sigma, \mathbf{S})$ は 2 つの因子の積である。第 1 のモザイク広がりによる減衰因子 ε_M は、モザイク広がりを β_0 とし、設計反射面と結晶の基準面との傾きを β とすると、

$$\varepsilon_M = (\sqrt{2\pi}\beta)^{-1} \exp[-(\beta/\beta_0)^2/2] \quad (4)$$

で与えられる。 β の計算およびカウンター窓の飛行経路に対する傾き角の正確な計算は複雑ではあるが困難なものではない。

(2) 式を計算するために、AMF (Analyser Mirror Function) コードを作成した。試料につい

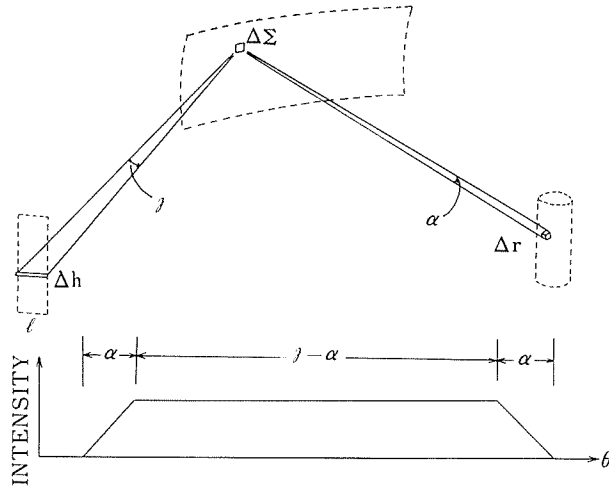


図2 試料微小体積とカウンター窓の横方向積分

ては、円筒形あるいは矩形平板状のものを計算する。カウンター窓については、矩形あるいは横方向に曲率を有する平板のものを計算する。鏡面については前章で述べた曲面に対して、矩形曲面で計算する。また、曲面を若干修正することにより、鏡面各点からの結像への寄与の差、即ち鏡面収差を補正することができる。これによって、後述のように分解能函数の低い θ 側の立上がり特性をシャープなものに改善することができる。鏡面収差補正は、40度鏡で効果的であるが、大きな Bragg 角に対しては、別報で述べるようにあまり有効でない。さらに、AMF コードは分解能函数の他に、相対感度を算定することができて、感度と分解能の関係を詳細に調べることができる。

5. 40度アナライザー鏡

LANDAM 分光器では Bragg 角 40 度を採用している。この値は、冷中性子を使用して十分に広い運動量変化量範囲を得るために選ばれた。中性子反射用結晶にパイロリティック黒鉛擬単結晶を使用した。黒鉛の C 軸格子定数は 3.354 \AA であるから、運動量変化範囲は表 1 のようになる。エネルギー分解能は、試料とカウンター窓の形状寸法の組合せによって、広い範囲にわたって随意に変えることができる。LANDAM 分光器では 4 台のアナライザー鏡を使用している。1 台の鏡に 144 枚のパイロリティック黒鉛片を用いており、全体で 576 枚である。これらの鏡の仕様を表 1 に示す。鏡面縦横比は 4 対 9 が採用されているが、例えばこれを 9 対 4 にすると、ほぼ同様の分解能に対して、後者は前者に対して感度が約 4 分の 1 に減少する（後述）。

AMF コードによる計算例を以下に示す。

図 3 は鏡台腕長を 60 cm に選んだ根拠を示す。 R_M は $M(\theta)$ の半値幅から求めた分解能であり、 R_r は第 1 および第 2 飛行路による効果を考慮した最終的分解能である。最小値が 60 cm 付近にある。

図 4 は黒鉛擬単結晶のモザイク広がり相対感度に及ぼす効果を示す。3.5 度と 1.2 度では前者の方が約 2 倍高感度である。反射率の差をさらに考慮しなければいけない。

図 5 は鏡面上の各点からの $M(\theta)$ への寄与を示す。位置による形の差が良くわかる。この違いが前述の鏡面収差である。これらの立上がり位置を揃えることは簡単に実行することができる。

表1 LANDAM アナライザー鏡の仕様

Bragg 角		40 度
腕 長		60 cm
パイロリティック黒鉛結晶	寸 法	12.5 mm 角 厚さ 1.5 mm
	個 数	144 枚/台
	モザイク広がり	3.5 度
鏡面縦横比		4 対 9
中心エネルギー		4.4 meV
運動量変化量範囲		$Q^2=0.2 \sim 8.8 \text{ \AA}^{-2}$

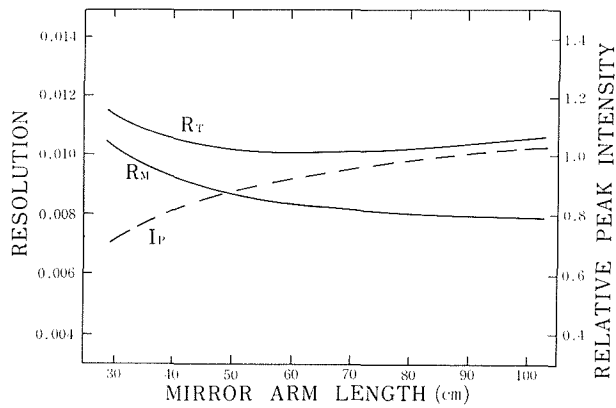


図3 40度型アナライザー鏡の最適寸法の決定

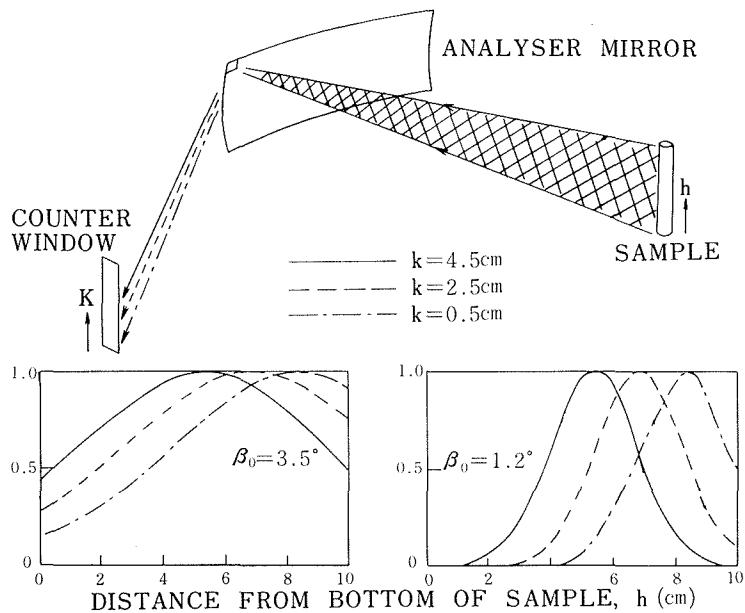


図4 黒鉛擬単結晶モザイク広がりの影響, 1.2度と3.5度の比較を示す

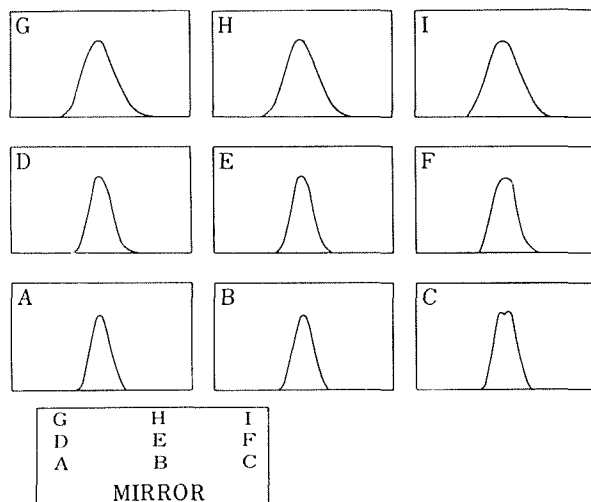


図5 40度アナライザー鏡の鏡面各点の反射スペクトル, 試料外径7mm, 内径6mm, 高さ8cmで, カウンター窓幅7mm, 高さ8cmである。鏡の仕様は表1のものである。

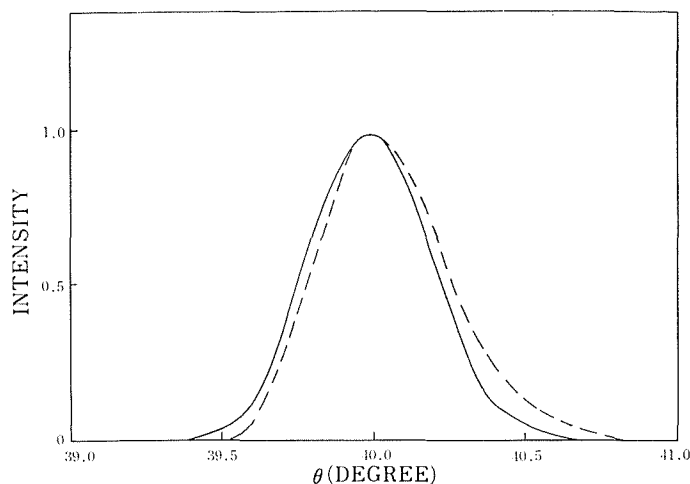


図6 図5の場合の分解能函数, 点線は鏡面収差補正をした結果である

る。40度鏡では縦方向の収差が大きく出るが, 大きな Bragg 角ではこの収差は小さくなり, 試料あるいはカウンター窓の縦方向寸法の影響が強い。

図6と図7は代表的な測定条件の分解能函数を示す。実線は鏡面収差を行なった場合で, 点線は行っていない。図6の方が分解能は良好であるが, 図7の方がピーク感度が大きい。

図8は前述の縦横比を9対4にした場合の分解能函数を示す。ピークの立上りが4対9のものに比べてシャープでなくなる。特に重要なことは, 図7と比較してわかるようにピークの半値幅が同程度であるにもかかわらず, ピーク感度が約4分の1に減少していることである。

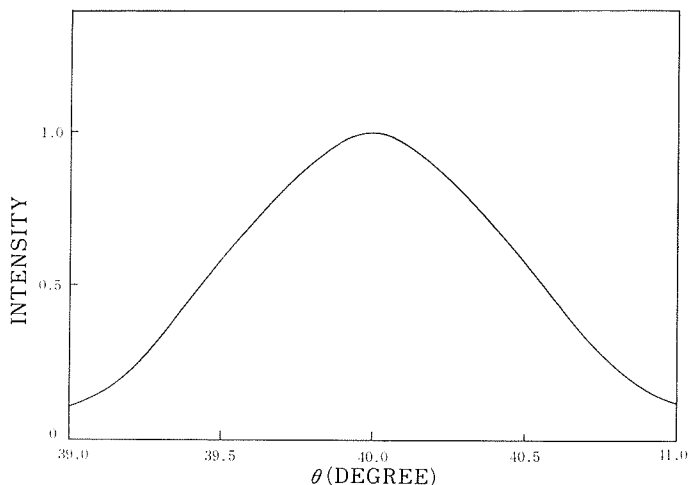


図7 表1の仕様の鏡について、試料外径を14 mm、内径を13 mm、高さを10 cmとして、カウンター窓幅を14 mm、高さを10 cmとした場合である

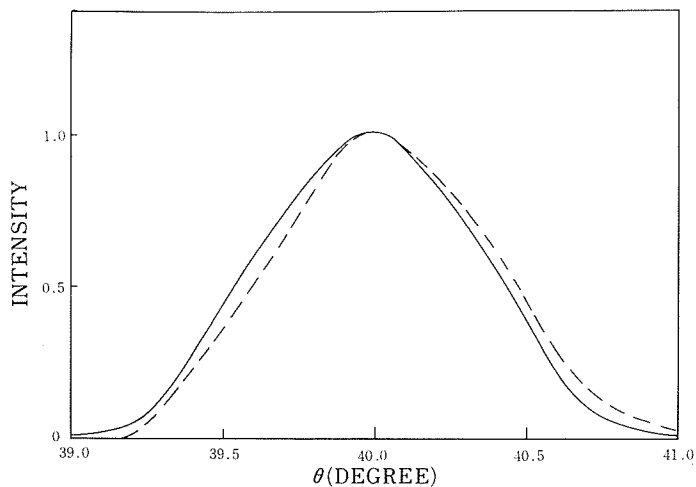


図8 鏡縦横比を9対4とし、腕長を30.5 cmとした場合の分解能函数である

6. 結 言

以上の40度型アナライザ鏡は、最適設計の点からは、一応完成の域に達していると考えられる。しかし、中性子散乱挙動の特異性のために、極めて興味深い問題が多くあり、まだ工夫を凝らす余地がある。

円柱形試料については検討を行なう必要があり、計算を行なっている。円筒形試料はシャープな形の分解能函数を有するが、試料の材質によっては簡単に作成しにくい。円柱形では材質によらずに比較的容易に作成できる。この場合には分解能函数の形の傾向が若干変わる。円柱形試料および80度型アナライザ鏡については別報で述べる。

附録 補助定理の証明

分解能函数半値幅 $\Delta\theta$ は試料あるいはカウンター窓の横方向と縦方向の鏡面よりの見込み角

D/l と H/l の合成 $(D^2+CH^2)^{1/2}/l$ で表わされる。 C は定数係数で、 l は平均腕長で、 D と H は実効幅と実効高である。今 D/H は一定であるから、 $\Delta\theta = \text{const. } D/l$ となり、 $\Delta\theta$ は形にだけ依存して、大きさにはよらない(補助定理-I)。

散乱中性子強度は試料実効面積 DH に比例する。鏡面に達する散乱中性子ビーム強度は l^{-2} で減衰する。反射される中性子強度は鏡面積に比例する。カウンター窓に達する反射中性子は l^{-2} で減衰する。カウンター窓を通過する中性子は DH に比例する。一定入射中性子ビームに対する検出感度はこれらの因子の累積であるから、結局累積因子は装置の長さの 2 乗に比例することになる(補助定理-II)。

参 考 文 献

- 1) 井上和彦;「中性子準弾性散乱による固体内ランダム運動の研究」, 北大工・研報 90 号, 69 (1978).
- 2) 井上和彦;「複合結晶型飛行時間中性子分光装置の感度と分解能」, 北大工・研報 78 号, 99 (1975).
- 3) 石川義和, 他;「高エネルギー研究所中性子源 (KENS) の建設とそれによる中性子散乱」, 文部省科学研究費総合 (A) 班, 昭和 53 年.

附 記

高エネルギー物理学研究所では、ブースターシンクロトロン之余剰プロトン中性子散乱研究に利用するために、パルス中性子源計画 (KENS 計画; 代表者・石川義和東北大学教授) が進捗中であり、附随して数台の各種の中性子分光器の設置計画を進めている³⁾。この内の結晶アナライザ型低エネルギー中性子分光器には、LALDAM の設計を用いることになり、その設計と製作指導を北大が分担して、現在製作中である。KENS 冷中性子源には、LANDAM 分光器におけるパルス冷中性子源の研究開発、使用経験が取入れられており、完成すれば、世界最強のパルス冷中性子源となる。この KENS 冷中性子源と LANDAM 型分光器の組合せによって、準弾性散乱および低エネルギー非弾性散乱研究のための超高感度の高性能分光器が実現する。