HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	(001)Fe-3%Si単結晶における転位ループ集団による磁壁への圧力の統計的解析
Author(s)	石田, 巌; 中江, 仁
Citation	北海道大學工學部研究報告, 97, 25-35
Issue Date	1980-02-25
Doc URL	http://hdl.handle.net/2115/41601
Type	bulletin (article)
File Information	97_25-36.pdf

Instructions for use

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第97号 (昭和55年)

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 97 (1980)

(001) Fe-3% Si 単結晶における転位ループ集団による磁壁への圧力の統計的解析

石田　巌*　中江　仁*

(昭和54年9月29日受理)

Statistical Analyses of Pressure Exerted on Domain Wall by Dislocation Loops in (001) Fe-3% Si Single Crystal

Iwao ISHIDA　Hitoshi NAKAE

(Received September 29, 1979)

Abstract

This paper presents a statistical treatment of the spatial distribution of pressure exerted on a local rigid wall by the dislocation loops in (001) Fe-3% Si single crystal. Assuming that dislocation loops are distributed uniformly, auto-correlation coefficients and power spectrum of the spatially distributed pressure are obtained theoretically and by a Monte Carlo simulation. The theory shows that the auto-correlation coefficient disappears beyond the interaction distance $\xi_0(=2r\cos\gamma+\delta)$, and a peak of power spectrum is at a wave length $\xi_0/2$ or ξ_0 when $2r\cos\gamma$ is within 2δ or beyond 4δ, and beyond δ in $2r\cos\gamma$ tails to wave length δ. These results of the simulation agree well with the theory. Distances ζ between neighbouring stable positions of the wall, absolute values η of the pressure gradients at the positions, and their distributions are obtained from the simulation. The mean distance $\bar{\zeta}_f$ become 1.6δ and 4.0δ with $2r\cos\gamma=\delta$ and $2r=240\delta$ respectively. The relation between the mean distance $\bar{\zeta}_f$, the mean value $\bar{\eta}$, and the variance of the pressure σ_p^2 is expressed as

$$\sigma_p=\bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}\ .$$

1. 序　　論

転位集団による磁壁への作用圧力の材料内における分布は磁壁の動的ふるまいに直接影響を与える。Bittel および Lieneweg はバルクハウゼン雑音のパワー・スペクトルについて[1),2)]，また Baldwin らはバルクハウゼン雑音の自己相関関数について取扱っている[3)]。一方，Porteseil は Fe-3% Si 単結晶のバルクハウゼン効果の素過程について実験し，Preisach モデル[4)] が適用しないことを指摘している[5)]。バルクハウゼン・ジャンプは非定常で，かつクラスターを形成することが数学的取扱いを困難にしている[1)]。バルクハウゼン効果については，Barkhausen の実験[6)] 以来，多数の実験的，理論的研究が行われているが，依然として多くの問題を残している。軟磁性

*　精密工学科　物理工学講座

材料における転位と磁壁との相互作用に関するモデルおよび理論は磁化曲線，ヒステリシス，バルクハウゼン効果を統一的，かつ定量的に説明しなければならない。

先の論文において，磁壁に柔軟性を導入し，剛体近似の成立する磁壁の各部分に作用する圧力の統計的ゆらぎを初磁化率，保磁力に組み込むメカニズムを明らかにした[7]。このメカニズムは一方においてバルクハウゼン・ジャンプのクラスター形成に類似した対応を示す。また他の論文において，転位ループと磁壁との相互作用に関するモンテカルロ・シミュレーションによって，磁壁に作用する圧力の空間分布を求めた[8]。保磁力形成のメカニズムならびに圧力の空間分布からバルクハウゼン雑音の定量的取扱いの可能性が生ずる。

本論文の目的はそのような方向への第一歩として，(001) [110] 方位の Fe-3% Si 単結晶における転位ループ集団による磁壁への作用圧力の空間分布を統計的に解析し，特徴づけることである。理論的に転位ループ集団による磁壁への作用圧力の自己相関関数，パワー・スペクトルが計算され，シミュレーションによる圧力の空間分布から求められる自己相関関数，パワー・スペクトルと比較される。さらに，シミュレーションによる圧力の空間分布から，磁壁の安定位置間距離の分布，磁壁の安定位置における圧力勾配の分布が求められる。

2. 前　　提

先の論文と同様[7)~9)]，(001) Fe-3% Si 単結晶を [110] 方向に圧延した場合を想定し，(i) 圧延中，(011) $[1\bar{1}1]$, $(0\bar{1}1)$ $[\bar{1}11]$, (101) $[\bar{1}11]$, $(\bar{1}01)$ $[1\bar{1}1]$ の 4 つのすべり系が同等に作用し，すべり面で円形をなす転位ループが 4 つのすべり系で同等に残留しているものとする。(ii) 磁壁は (100) 面に平行な 180° 磁壁で，磁壁の面積は剛体近似が成立つと思われる $S_0=170\,(\mu\mathrm{m}^2)$ であり，磁壁の厚さ δ は $\delta=0.3141\,(\mu\mathrm{m})$ とする。(iii) xyz 座標系は結晶学的 $\langle 100\rangle$ 方向にとるものとして，転位ループの中心は x 方向 ([100] 方向) に一様分布しているものとする。

3. 圧力の空間分布に関する統計的解析

3.1 転位ループ集団による磁壁への作用圧力の自己相関関数，パワー・スペクトル

3.1.1 理論　磁壁の中心の位置 x (以下磁壁の位置と呼ぶ) における転位ループ集団による x 方向の圧力を $p_x(x)$ としたとき，磁壁の位置 x および $x+\xi$ における $p_x(x)$ の自己相関関数 $R_p(\xi)$ は $-x_0/2\leq x\leq x_0/2$ の範囲における $p_x(x)\,p_x(x+\xi)$ の平均として

$$R_p(\xi)=\overline{p_x(x)\,p_x(x+\xi)}=\lim_{x_0\to\infty}\frac{1}{x_0}\int_{-x_0/2}^{x_0/2}p_x(x)\,p_x(x+\xi)\,dx \tag{1}$$

と表現され，自己相関係数 $C_p(\xi)$ は

$$C_p(\xi)=R_p(\xi)/R_p(0) \tag{2}$$

と定義される。$R_p(\xi)$ が偶関数であることを考慮して，Wiener-Khintchine の公式により，空間的なパワー・スペクトル $S(\kappa)$ は $R_p(\xi)$ から

$$S(\kappa)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R_p(\xi)\cos\kappa\xi\,d\xi \tag{3}$$

あるいは $p_x(x)$ の複素フーリェ成分 $C(\kappa)$ から

$$S(\kappa)=\lim_{x_0\to\infty}\frac{2\pi C(\kappa)\,C(\kappa)^*}{x_0} \tag{4}$$

として求められる。ここで κ は波数である。

一方，転位ループの中心が x 方向に一様分布するという仮定により，半径 r の転位ループが磁壁に交っているという条件のもとで，転位ループの中心の確率密度関数 p_u は

$$p_u = \frac{1}{2(r\cos\gamma+\delta/2)} \tag{5}$$

となる[8]。ここで，γ はすべり面と (100) 磁壁面とのなす角度である。転位ループの中心から磁壁の中心までの距離を x_l とし，(011) [1$\bar{1}$1]，(0$\bar{1}$1) [$\bar{1}$11]，(101) [$\bar{1}$11]，($\bar{1}$01) [1$\bar{1}$1] の各すべり系に属する転位ループによる作用力を $f_{x1}(x_l)$, $f_{x2}(x_l)$, $f_{x3}(x_l)$, $f_{x4}(x_l)$ とする。このとき位置 x の磁壁に交わる N 個の転位ループによって磁壁が受ける圧力 $p_x(x)$ はすべり系 i に属する j 番目の転位ループと磁壁との距離を x_{lij} として

$$p_x(x) = \frac{1}{S_0}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{N/3} f_{xi}(x_{lij}) \tag{6}$$

と表現できる。ここで，各すべり系に属する転位ループ数は等しく，$N/4$ としている。$p_x(x)$ の平均 $\overline{p_x(x)}$ は (5), (6) 式により積分の形で

$$\overline{p_x(x)} = \frac{N}{4S_0(2r\cos\gamma+\delta)}\int_{-(r\cos\gamma+\delta/2)}^{(r\cos\gamma+\delta/2)}\sum_{i=1}^{4} f_{xi}(x_l)\,dx_l \tag{7}$$

と表現される。同様にして，自己相関関数 $R_p(\xi)$ は

$$R_p(\xi) = \overline{p_x(x)\,p_x(x+\xi)} = \frac{N}{4S_0^2(2r\cos\gamma+\delta)}\int_{-(r\cos\gamma+\delta/2)}^{(r\cos\gamma+\delta/2-\xi)}\sum_{i=1}^{4} f_{xi}(x_l)f_{xi}(x_l+\xi)\,dx_l \tag{8}$$

と表現される。$\overline{p_x(x)}$，$R_p(0)$ は中心極限定理を適用して得られる圧力の平均，分散 σ_p^2 と同一の表現となっている[8]。(8) 式から得られる $R_p(\xi)$ に (3) 式の関係を適用して，パワー・スペクトル $S(\kappa)$ を求めることができる。

簡単のためと見通しをよくするために，転位ループが磁壁に作用する範囲を一定，すなわち $2r\cos\gamma=k\delta$ とする。このとき，

$$N = 2(k+1)\,\rho S_0/k\pi(1+\sqrt{2}) \tag{9}$$

となる[8]。ここで，ρ は転位密度である。数値計算によって求められた $f_{xi}(x_l)$ を用いて[8]，

$$R_f(\xi) = \frac{1}{4(2r\cos\gamma+\delta)}\int_{-(r\cos\gamma+\delta/2)}^{(r\cos\gamma+\delta/2-\xi)}\sum_{i=1}^{4} f_{xi}(x_l)f_{xi}(x_l+\xi)\,dx_l \tag{10}$$

ならびに自己相関係数 $C_p(\xi)$ が数値計算によって求められる。$C_p(\xi)$ を **Fig. 1** に示す。○印はシミュレーションから得られる自己相関係数を示す。Fig. 1 の (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g) はそれぞれ $2r\cos\gamma$ が $\delta/4$, $\delta/2$, $3\delta/4$, δ, 2δ, 4δ, 6δ で一定の場合である。Fig. 1 は，転位ループと磁壁との相互作用範囲 $-(r\cos\gamma+\delta/2)\leq x_l\leq r\cos\gamma+\delta/2$ に相当する $|\xi|\leq 2(r\cos\gamma+\delta/2)$ の範囲で自己相関が存在し，$|\xi|>2(r\cos\gamma+\delta/2)$ では自己相関係数が零となることちを示している。シミュレーションによる結果には理論値からのずれもみられるが，よい対応を示している。**Fig. 2** は (10) 式の $R_f(\xi)$ をフーリェ変換することによって得られるパワースペクトルを示す。横軸は波長で示される。転位ループと磁壁との相互作用範囲を距離 ξ_0 で表現し，$\xi_0=2r\cos\gamma+\delta$ とおくと，パワー・スペクトルは $2r\cos\gamma$ が δ 以下では波長 $\xi_0/2$ に明確なピークを示し，2δ から 4δ になるとピークが $\xi_0/2$ から ξ_0 に移り，6δ では ξ_0 に明確なピークを示している。また，パワー・スペクトルは転位ループの曲率の大きな $2r\cos\gamma=\delta/4$ では，ほぼ 2δ 以下の波長成分のみを含み，また，$2r\cos\gamma$ が δ 以上の大きなところではピークから，波長が δ 以下に至るまでの尾をひいているのがわかる。これはループ直径の増加につれ，作用力の大きな磁壁に平行な転位線成分が増加する[8]ことに

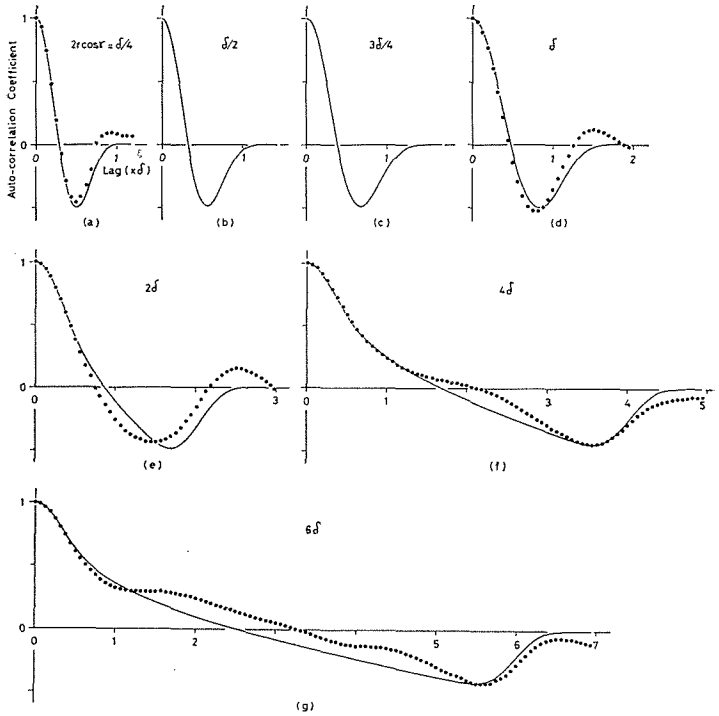

Fig. 1. Theoretical auto-correlation coefficients of spatially distributed pressure exerted on the wall by dislocation loops. Results of the simulation are also shown by ∘.

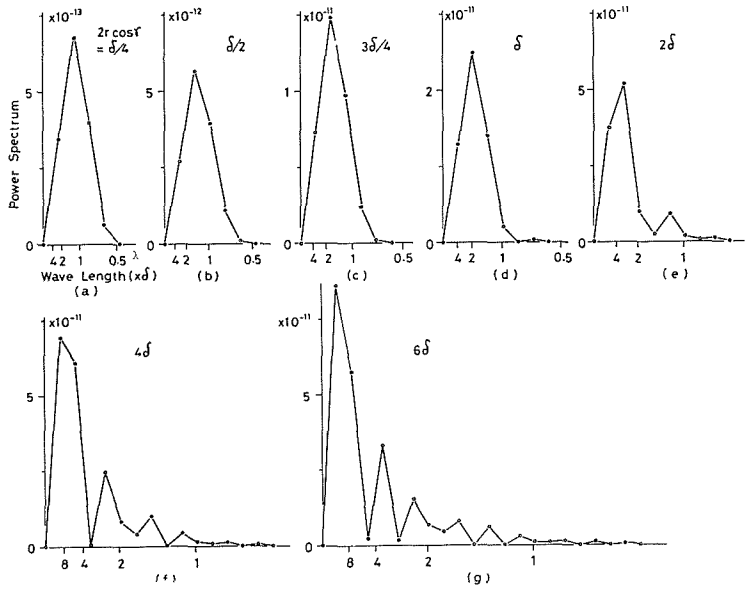

Fig. 2. Theoretical power spectrum of the spatially distributed pressure exerted on the wall by dislocation loops.

よるものと思われ，また，後に述べられる磁壁安定位置間距離の平均がループ直径の増加に比較し，極めて小さな増加を示すことに関係するものと思われる。

3.1.2　シミュレーション　転位ループ集団と磁壁との相互作用に関するモンテカルロ・シミュレーションの方法については，先の論文に詳細に記述したので省略する[8]。磁壁の位置 x_i におけるシミュレーションによる作用圧力を p_{xi} とすると，自己相関関数 $R_p(\xi_j)$，自己相関係数 $C_p(\xi_j)$ は

$$R_p(\xi_j) = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} p_{xi}\, p_{x(i+j)} \tag{11}$$

$$C_p(\xi_j) = \left\{\sum_{i=1}^{n_1} p_{xi}\, p_{x\,(i+j)}\right\} \Big/ \left\{\sum_{i=1}^{n_1} p_{xi}^2\right\} \tag{12}$$

として，近似的に計算される。計算は $\Delta x = x_{i+1} - x_i = \delta/16$ の間隔で行われ，また，$\xi_j = j\delta/16$ である。ここで，i, j, n_1 は整数で，$0 \leq i \leq 2560(=n)$, $0 \leq j \leq 320$ の範囲，および $n_1 = 1600$ が用いられる。このとき，$n\delta/16 = 160\delta$, $n_1\delta/16 = 100\delta$, $0 \leq \xi_j \leq 20\delta$ となる。つぎに，p_{ix} を 256 個，すなわち 16δ の区間ごとに分割し，各区間 j において，高速フーリェ変換 (FFT) により，複素フーリェ係数 $C_j(\kappa)$ が求められ，10 区間についての平均

$$S(\kappa) = \frac{1}{10}\sum_{j=1}^{10} C_j(\kappa)\, C_j(\kappa)^* \tag{13}$$

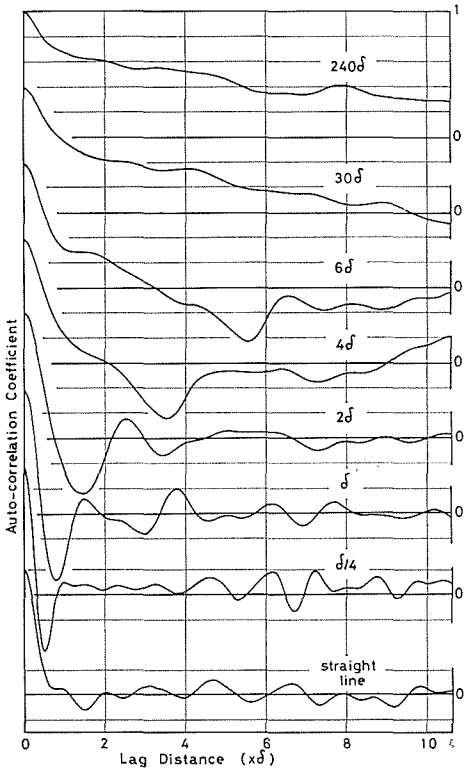

Fig. 3. Auto-coefficients of the spatially distributed pressure exerted on the wall by dislocation loops using the simulation.

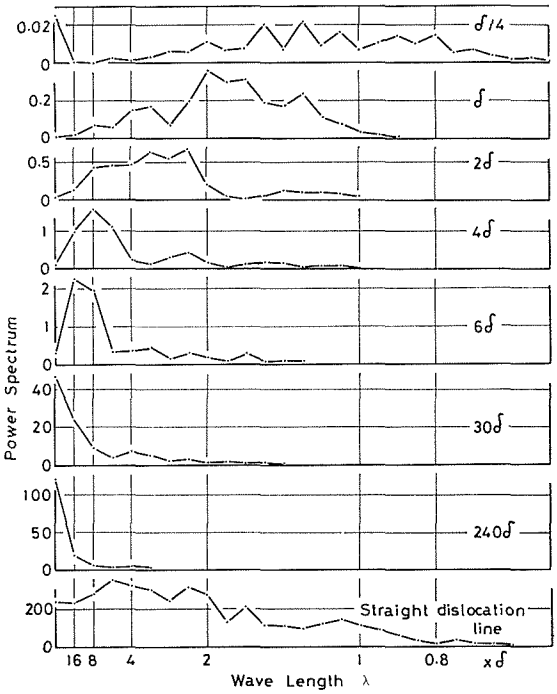

Fig. 4. Power spectrum of the spatially distributed pressure exerted on the wall by dislocation loops using the simulation.

として，パワー・スペクトルが近似的にもとめられる。

Fig. 3, **Fig. 4** はこのようにして求められた自己相関係数 $C_p(\xi)$, パワー・スペクトル $S(\kappa)$ を示す。ただし，パワー・スペクトルの横軸は波長 λ で示す。Fig. 3, Fig. 4 のパラメータ $\delta/4\sim6\delta$ は $2r\cos\gamma$ を意味し，転位密度 $\rho=1.2\times10^{12}\,(\mathrm{m}^{-2})$ の場合であり，パラメータ 30δ, 240δ は一定の直径 $2r$ を意味し，$\rho=10^{13}\,(\mathrm{m}^{-2})$ の場合であり，また，直線は磁壁に平行な直線転位を意味し，$\rho=10^{13}\,(\mathrm{m}^{-2})$ の場合である（以下パラメータは同様に使われる）。Fig. 3 では，相互作用距離 ξ_0 以上においても自己相関係数は零とはなっていないが，ξ_0 とは Fig. 1 のように対応づけられる。Fig. 4 と Fig. 2 は縦軸，横軸ともに表現の仕方が異なるが，波長に対する分布の形はきわめてよい対応を示している。$2r=30\delta$, 240δ の場合については自己相関係数，パワー・スペクトルともに計算の範囲が狭すぎ，全容を示すことができないが，自己相関係数が ξ_0 に対応づけられること，パワー・スペクトルが波長 δ 付近まで尾を引いていることが推定できる。

3.2 磁壁の安定位置間距離の分布

磁壁の安定位置間の距離を ζ とし，ζ の確率密度関数を $p(\zeta)$ とする。磁壁の安定位置間距離 ζ が $\zeta_j\leq\zeta\leq\zeta_j+\Delta\zeta$ の範囲に入る確率 $\Delta P(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)$ は

$$\Delta P(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)=\int_{\zeta_j}^{\zeta_j+\Delta\zeta}p(\zeta)\,d\zeta \tag{14}$$

と表現される。

ある区間距離 x_0 の p_x-x 曲線上で，任意の安定位置間距離をとる頻度を n_0, 安定位置間距離 ζ が $\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta$ の範囲 j に入る頻度を $n_j(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)$ とする。ζ の確率が頻度によって定義されるとき，確率密度関数を $p_f(\zeta)$ とする。安定位置間距離 ζ が範囲 j に入る確率を $\Delta P_f(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)$ とすれば，

$$\Delta P_f(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)=\lim_{n_0\to\infty}\frac{n_j(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)}{n_0} \tag{15}$$

と表現される。

しかし，磁壁が移動中に，実際に遭遇するのは距離そのものであり，同じ頻度であっても安定位置間距離の大きいものほど磁壁の遭遇する確率は高いといえる。ζ が $\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta$ の範囲 j に入る K 番目の安定位置間距離を $\zeta_{jK}(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)$ とする。距離によって ζ の確率を定義するとき，確率密度関数を $p_w(\zeta)$ とする。ζ が範囲 j に入る確率を $\Delta P_w(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)$ とすれば，

$$\Delta P_w(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)=\lim_{x_0\to\infty}\frac{\sum_{K=1}^{n_j}\zeta_{jK}(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)}{x_0} \tag{16}$$

と表現される。頻度による確率と距離による確率との間には

$$\Delta P_w(\zeta_j\leq\zeta<\zeta_j+\Delta\zeta)=\int_{\zeta_j}^{\zeta_j+\Delta\zeta}\zeta p_f(\zeta)\,d\zeta\Big/\int_0^\infty\zeta p_f(\zeta)\,d\zeta \tag{17}$$

という関係が成立する。さらに，

$$p_w(\zeta)=(dP_w/d\zeta)_\zeta \tag{18}$$

となり，(17), (18) 式および後の (20) 式により

$$p_w(\zeta)=\zeta p_f(\zeta)/\bar{\zeta}_f \tag{19}$$

を得る。確率の頻度，距離による定義に従い，磁壁の安定位置間距離の平均 $\bar{\zeta}_f$, $\bar{\xi}_w$ を

$$\bar{\zeta}_f=\int_0^\infty\zeta p_f(\zeta)\,d\zeta=\lim_{n_0\to\infty}\frac{x_0}{n_0} \tag{20}$$

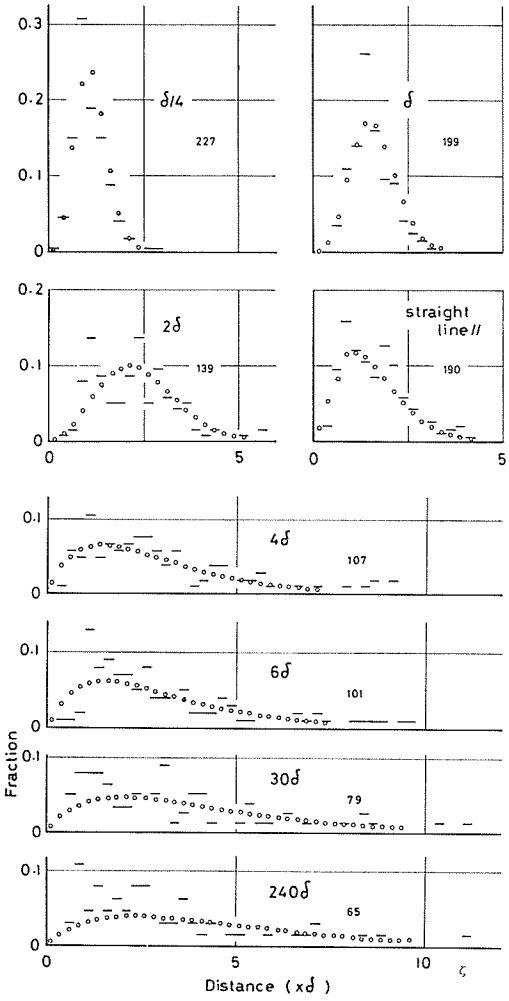

Fig. 5. Distributions of the distances between neighbouring stable positions of the wall using the simulation.

Table 1. Mean values $\bar{\zeta}_f$ and variances $\sigma^2_{\zeta f}$ of the distances between neighbouring stable positions of the wall using the simulation.

Parameter	$\bar{\zeta}_f(\times\delta)$	$\sigma^2_{\zeta f}(\times\delta^2)$
$\delta/4$	1.116	0.1702
δ	1.594	0.3372
2δ	2.250	1.081
4δ	2.944	4.077
6δ	3.078	4.628
30δ	3.693	9.673
240δ	4.019	16.05
Straight line	1.661	0.6974

$$\bar{\zeta}_w = \int_0^\infty \zeta p_w(\zeta)\, d\zeta = \lim_{x_0\to\infty} \frac{\sum_i^{n_0} \zeta_i^2}{x_0} \tag{21}$$

と定義し，ζ の分散 $\sigma^2_{\zeta f}$, $\sigma^2_{\zeta w}$ を

$$\sigma^2_{\zeta f} = \int_0^\infty \zeta^2 p_f(\zeta)\, d\zeta - \bar{\zeta}_f^2 = \lim_{n_0\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n_0} (\zeta_i - \bar{\zeta}_f)^2}{n_0} \tag{22}$$

$$\sigma^2_{\zeta w} = \int_0^\infty \zeta^2 p_w(\zeta)\, d\zeta - \bar{\zeta}_w^2 = \lim_{x_0\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n_0} (\zeta_i - \bar{\zeta}_w)^2 \zeta_i}{x_0} \tag{23}$$

と定義する。

Fig. 5 はシミュレーションによって得られた $p_x - x$ 曲線から[8]，区間距離 $x_0 = 160\delta$ にわたって測定された $n_j(\zeta_j \leq \zeta < \zeta_j + \Delta\zeta)/n_0$ を ζ の範囲 j に対して－で示す。また，$\bar{\zeta}_f$, $\sigma^2_{\zeta f}$ は **Table 1** に示す。Table 1 から，$2r$ が約 240 倍となっても $\bar{\zeta}_f$ は 2.5 倍程度であることがわかる。このような結果は先の論文の磁壁安定位置に関する議論[7]を支持するものである。Fig. 5 の測定値 $\Delta P_f(\zeta_j \leq \zeta < \zeta_j + \Delta\zeta)$，および Table 1 の $\bar{\zeta}_f$, $\sigma^2_{\zeta f}$ を説明する確率密度関数 $p_f(\zeta)$ が試行錯誤的に求められ，**Table 2** に示される。Table 2 のパラメータ α は，Table 1, Table 2 の $\bar{\zeta}_f$, $\sigma^2_{\zeta f}$ を比較して得られる α を平均することにより求められる。(14) 式の $p(\zeta)$ に Table 2 の $p_f(\zeta)$ を適用して得られる $\Delta P(\zeta_j \leq \zeta < \zeta_j + \Delta\zeta)$ を Fig. 5 に ∘ 印で示す。Table 2 の $p_f(\zeta)$ から，(19) 式の関係を使い求められた $p_w(\zeta)$ を **Table 3** に示す。また，Table 3 には，(21) 式にシミュレーションによる値を代入して得られる $\bar{\zeta}_w(\times\delta)$, $p_w(\zeta)$ による $\bar{\zeta}_w(\times\alpha)$, $\bar{\zeta}_w(\times\delta)$ と $\bar{\zeta}_w(\times\alpha)$ との比較より得られる α が掲載されている。Table 1 の $\bar{\zeta}_f(\times\delta)$ と Table 3 の $\bar{\zeta}_w(\times\delta)$ を比較すると，直径の大きいところで $\bar{\zeta}_w$ と $\bar{\zeta}_f$ との差が開き，$2r = 240\delta$ で 2 倍程度になるのがわかる。**Fig. 6** には，$p_w(\zeta)$ が実線で，また比較のため $p_f(\zeta)$ が破線で，横軸 ζ に対して示される。

Table 2. Probability density functions $p_f(\zeta)$, mean values $\bar{\zeta}_f(\times\alpha)$, variances $\sigma^2_{\zeta f}(\times\alpha^2)$ and parameter $\bar{\alpha}$ of the distantances between neighbouring stable positions of the wall estimated from the simulation.

Parameter	$p_f(\zeta)$	$\bar{\zeta}_f(\times\alpha)$	$\sigma^2_{\zeta f}(\times\alpha^2)$	$\bar{\alpha}$
$\delta/4$	$(\zeta^3/2\alpha^4)\exp(-\zeta^2/2\alpha^2)$	$(3/2)\sqrt{\pi/2}$	0.4657	0.599
δ	〃	〃	〃	0.849
2δ	$\sqrt{2/\pi}\,(\zeta^2/\alpha^3)\exp(-\zeta^2/2\alpha^2)$	$2\sqrt{2/\pi}$	0.4535	1.477
4δ	$(\zeta/\alpha^2)\exp(-\zeta/\alpha)$	2	2.0000	1.450
6δ	〃	〃	〃	1.530
30δ	〃	〃	〃	2.023
240δ	〃	〃	〃	2.422
Straight line	$(\zeta/\alpha^2)\exp(-\zeta^2/2\alpha^2)$	$\sqrt{\pi/2}$	0.4292	1.300

Table 3. Probability density functions $p_w(\zeta)$ which are calculated from $p_f(\zeta)$ in Table 2, weighted mean values $\bar{\zeta}_w(\times\alpha)$ and $\bar{\zeta}_w(\times\delta)$, and α using the simulation.

Parameter	$p_w(\zeta)$	$\bar{\zeta}_w(\times\alpha)$	$\bar{\zeta}_w(\times\delta)$	α
$\delta/4$	$\sqrt{2/\pi}\,(\zeta^4/3\alpha^5)\exp(-\zeta^2/2\alpha^2)$	$(8/3)\sqrt{2/\pi}$	1.261	0.593
δ	〃	〃	1.805	0.848
2δ	$(\zeta^3/2\alpha^4)\exp(-\zeta^2/2\alpha^2)$	$(3/2)\sqrt{\pi/2}$	2.730	1.452
4δ	$(\zeta^2/\alpha^3)\exp(-\zeta/\alpha)$	3	4.329	1.443
6δ	〃	〃	4.581	1.527
30δ	〃	〃	6.311	2.104
240δ	〃	〃	8.102	2.701
Straight line	$\sqrt{2/\pi}\,(\zeta^2/\alpha^3)\exp(-\zeta^2/2\alpha^2)$	$2\sqrt{2/\pi}$	2.081	1.304

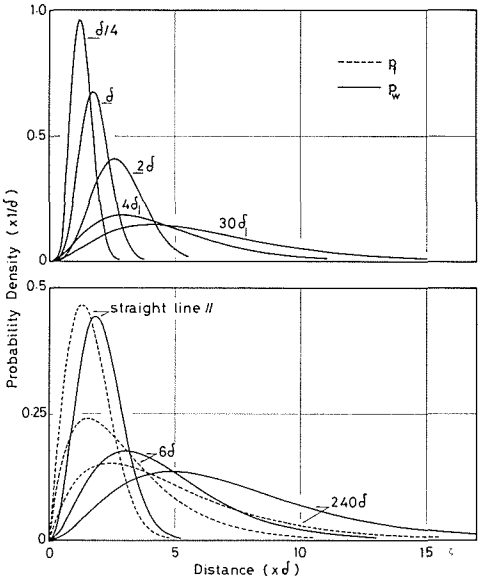

Fig. 6. Probability density functions $p_w(\zeta)$ and $p_f(\zeta)$ of the distances between neighbouring stable positions of the wall using the simulation.

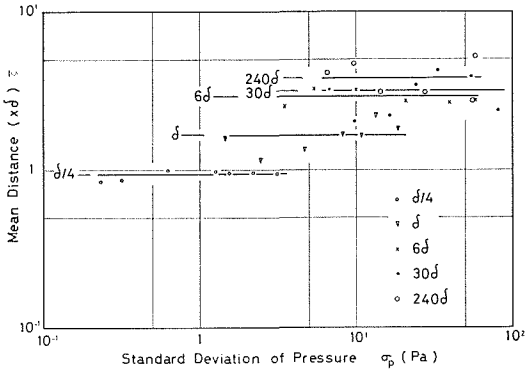

Fig. 7. Relation between the mean distances $\bar{\zeta}_f$ and the standard deviations σ_p of the pressure using the simulation.

Fig. 7 は σ_p に対する $\bar{\zeta}_f$ を示す。Fig. 7 において，用いられた区間距離 x_0 は，パラメータ $\delta/4$, δ, 6δ, 30δ, 240δ の場合，それぞれ 9δ, 9δ, 19δ, 29δ, 29δ である。このように x_0 が小さなため，転位ループの直径が大きなところで大きなばらつきがみられる。しかしながら Fig. 7 は明らかに $2r\cos\gamma$ または $2r$ が一定であれば，$\bar{\zeta}_f$ も一定で σ_p には依存しないことを示している。従って，統計的取扱いができる範囲で，$\bar{\zeta}_f$ は転位密度 ρ，あるいは磁壁面積 S には依存しない[7]。

3.3　磁壁の安定位置における圧力勾配の分布

磁壁の安定位置では，圧力勾配は必ず負となるので，以下便宜上，安定位置における圧力勾配の絶対値を η，すなわち，

$$\eta = \left|\left(\frac{dp_x}{dx}\right)_{p_x=0}\right|, \qquad \left(\frac{dp_x}{dx}\right)_{p_x=0} = -\eta \tag{24}$$

とおく。p_x-x 曲線上のある区間 x_0 において，磁壁の安定位置の数を n_0，安定位置における圧力勾配 η が $\eta_j \leq \eta < \eta_j + \Delta\eta$ の範囲 j に入る安定位置の数 $n_j(\eta_j \leq \eta < \eta_j + \Delta\eta)$ とすれば，η が範囲 j に入る確率 $\Delta P(\eta_j \leq \eta < \eta_j + \Delta\eta)$ は

$$\Delta P(\eta_j \leq \eta < \eta_j + \Delta\eta) = \lim_{n_0 \to \infty} \frac{n_j(\eta_j \leq \eta < \eta_j + \Delta\eta)}{n_0} \tag{25}$$

と表現される。η の確率密度関数を $p(\eta)$，平均を $\bar{\eta}$，分散を σ_η^2 とすれば，

$$\bar{\eta} = \int_0^\infty \eta p(\eta)\, d\eta = \lim_{n_0 \to \infty} \frac{\sum_{i=1}^{n_0} \eta_i}{n_0} \tag{26}$$

$$\sigma_\eta^2 = \int_0^\infty \eta^2 p(\eta)\, d\eta - \bar{\eta}^2 = \lim_{n \to {}_0\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n_0} (\eta_i - \bar{\eta})^2}{n_0} \tag{27}$$

と表現される。

Fig. 8 はシミュレーションによる p_x-x 曲線から，区間 $x_0=160\delta$ において測定された η に

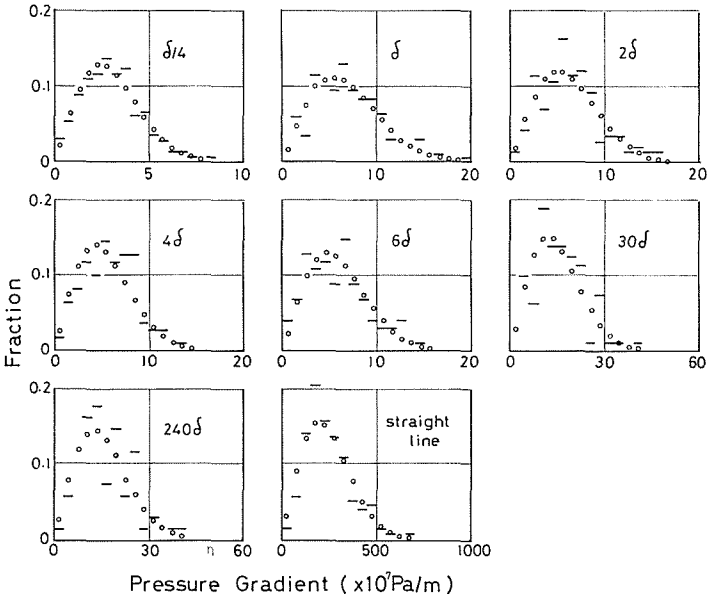

Fig. 8.　Distributions of the pressure gradients η at the stable positions of the wall using the simulation.

Table 4. Mean values $\bar{\eta}$ and variances σ_η^2 of the pressure gradients at stable positions of the wall and $\bar{\alpha}$ estimated from the simulation. And also $\sqrt{2}\,\bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}$, $\bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}$ and σ_p.

Parameter	$\bar{\eta}$ (Pa/m)	σ_η^2(Pa²/m²)	$\bar{\alpha}$(Pa/m)	$\sqrt{2}\,\bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}$	$\bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}$	σ_p(Pa)
$\delta/4$	3.011×10^7	2.443×10^{14}	2.394×10^7	2.105	1.489	1.305
δ	7.059 〃	12.037 〃	5.464 〃	7.050	4.985	4.534
2δ	6.421 〃	10.256 〃	5.006 〃	9.052	6.401	5.716
4δ	5.805 〃	7.090 〃	4.348 〃	10.707	7.571	6.754
6δ	5.702 〃	9.854 〃	4.671 〃	10.996	7.776	7.311
30δ	15.755 〃	55.270 〃	11.960 〃	36.454	25.78	26.27
240δ	15.964 〃	64.442 〃	12.495 〃	40.198	28.42	29.63
Straight line	2.472×10^9	1.566×10^{18}	194.1 〃	257.3	181.9	172.1

(25) 式を適用して得られる $\Delta P(\eta_j\leq\eta<\eta_j+\Delta\eta)$ を η の各範囲 j に対して－で示す。測定値 η の平均 $\bar{\eta}$, 分散 σ_η^2 は **Table 4** に示される。測定値 η の確率密度 $p(\eta)$ は試行錯誤的に求められ，いずれの場合も

$$p(\eta)=\frac{\eta}{\alpha^2}\exp\left(-\frac{\eta^2}{2\alpha^2}\right) \tag{28}$$

と表現され，(28) 式の $p(\eta)$ による平均 $\bar{\eta}$, 分散 σ_η^2 は

$$\bar{\eta}=\sqrt{\pi/2}\,\alpha,\qquad \sigma_\eta^2=0.4292\alpha^2 \tag{29}$$

となる。Table 4 と (29) 式との $\bar{\eta}$, σ_η^2 を比較することにより得られる α の平均 $\bar{\alpha}$ が Table 4 に掲載されている。$p(\eta)$ を使って，$\Delta P(\eta_j\leq\eta<\eta_j+\Delta\eta)$ は

$$\Delta P(\eta_j\leq\eta<\eta_j+\Delta\eta)=\int_{\eta_j}^{\eta_j+\Delta\eta}p(\eta)\,d\eta \tag{30}$$

と表現される。(28), (30) 式および Table 4 の各 $\bar{\alpha}$ を用いて得られる $\Delta P(\eta_j\leq\eta<\eta_j+\Delta\eta)$ が Fig. 8 に∘印で示される。Table 4 には σ_p も掲載されている。Table 4 から，σ_p は $2r\cos\gamma$ が δ から 6δ へと増加するのに対し増加している，一方 $\bar{\eta}$ はその場合に減少し，単純な予想に反するように思われる。先の論文の (31) 式は[7]，ここでの取り扱いにおいては

$$\bar{\eta}=\frac{4\sigma_p}{\bar{\zeta}_f}\sqrt{\frac{\pi}{2}} \tag{31}$$

となる。Table 4 にはまた各パラメータにおける $\sqrt{2}\,\bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}$, $\bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}$, σ_p が示されている。Table 4 から明らかなように，$\sqrt{2}\,\bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}$ ではなく，$\bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}$ と σ_p との一致がよい。従って，シミュレーションの結果は (31) 式にかわって

$$\bar{\eta}=\frac{4\sqrt{\pi}\,\sigma_p}{\bar{\zeta}_f} \tag{32}$$

という関係が成立しているといえる。(31) 式から $1/\sqrt{2}$ が消えた理由は明確ではないが，$\sigma_p\propto\bar{\eta}\bar{\zeta}_f$ という関係は維持されている。

4. 結　　論

(1) 一様分布する $2r\cos\gamma$ あるいは $2r$ が一定の転位ループ集団によって，剛体近似が成立つと思われる面積の磁壁が受ける圧力の空間分布について，自己相関係数およびパワー・スペクト

ルが理論ならびにモンテカルロ・シミュレーションによって求められた。その結果，(i) 自己相関係数は，理論的には遅れ間隔 ξ が転位ループと磁壁との相互作用範囲 $\xi_0(=2r\cos\gamma+\delta)$ を越えると零となるのに対し，シミュレーションの結果は ξ_0 以上の間隔においても零とならないが，ξ_0 以内においては理論値とよい対応を示した。(ii) パワー・スペクトルは理論的には $2r\cos\gamma$ が δ 以下あるいは 6δ 以上では波長 $\xi_0/2$ あるいは ξ_0 に明確なピークを示し，2δ から 4δ において $\xi_0/2$ から ξ_0 へとピークが移動し，また，δ 以上ではピークから波長 δ 付近まで尾を引くことが明らかとなった。この尾は $2r\cos\gamma$ が大きいほど顕著であった。パワー・スペクトルに関するシミュレーションの結果はこのような理論的結果とよい一致を示した。

(2) シミュレーションによる圧力の空間分布から，磁壁の安定位置間距離 ζ，安定位置における圧力勾配の絶対値 η およびそれらの分布の確率密度関数が求められた。その結果，(i) ζ は転位ループ直径 $2r$ が大きいほど大きくなるが，$2r\cos\gamma=\delta$ および $2r=240\delta$ で，$\bar{\zeta}_f$ は 1.6δ および 4.0δ，$\bar{\zeta}_w$ は 1.8δ および 8.1δ となった。(ii) シミュレーションにより，圧力勾配の平均 $\bar{\eta}$，安定位置間距離の平均 $\bar{\zeta}_f$，圧力の分散 σ_p^2 との間に

$$\sigma_p = \bar{\eta}\bar{\zeta}_f/4\sqrt{\pi}$$

という関係が得られた。

最後に，本論文の数値計算ならびにシミュレーションはすべて北海道大学大型計算機センターを利用して行われたことを附記する。

参 考 文 献

1) Bittel, H.: IEEE Trans. Magn., **Mag. 5** (1969), 3, p. 359.
2) Lieneweg, U.: IEEE Trans. Magn., **Mag. 10** (1974), 2, p. 118.
3) Baldwin, J. A., Jr. and Pickles, G. M.: J. Appl. Phys., **43** (1972), 3, p. 1263.
4) Preisach, F.: Z. Phys. **94** (1935), p. 277.
5) Porteseil, J. L., Vergne, R. et Cotillard, J. C.: J. Physique, **38** (1977), 12, p. 1541.
6) Barkhausen, H.: Physik. Z., **20** (1919), p. 401.
7) 石田 巌，中江 仁：北海道大学工学部研究報告，**第 96 号** (昭和 54 年), p. 21.
8) 石田 巌，中江 仁：北海道大学工学部研究報告，**第 97 号** (昭和 55 年), p. 11.
9) 石田 巌，中江 仁：北海道大学工学部研究報告，**第 96 号** (昭和 54 年), p. 9.